TRABALHO FINAL

Estatística e Probabilidade

AUTOR
Juno Takano

DATA DE PUBLICAÇÃO
30 de junho de 2025

INTRODUÇÃO

Este trabalho foi elaborado para a disciplina de Estatística e Probabilidade, sob orientação do Prof. Dr. Cleverson Pinheiro, como parte curso de Análise e Desenvolvimento de Sistemas do Instituto Federal de São Paulo, Campus Jacareí. Ele foi desenvolvido utilizando a linguagem de programação R, a ferramenta de publicação Quarto e o conjunto de pacotes tidyverse.

O código fonte correspondente a este documento está também disponível no GitHub, no repositório jultty/ESPR-final. Ele pode ser visualizado em sua versão como página *web* em jultty.github.io/ESPR-final.

- Softwares utilizados e versões:
  - R 4.2.2, de 10 de novembro de 2022
  - Quarto 1.7.32, de 16 de junho de 2025
  - tidyverse 2.0.0, de 22 de fevereiro de 2023, com atualizações de pacotes individuais

Os pacotes utilizados podem ser visualizadas na relação abaixo, onde são de fato carregados no ambiente de desenvolvimento.

```
library(ggplot2)
library(dplyr)
library(tidyr)
library(scales)
```

Blocos de código como o exibido acima são utilizados ao longo deste documento. Em algumas ocasiões, eles estão ocultos por terem menor importância para a demonstração da solução – por exemplo, código relacionado estritamente à plotagem de gráficos e não à definição de um cálculo ou algoritmo que de fato informa o gráfico.

Nestes casos, o texto "▸ Código" aparece onde o código está oculto e apenas seu resultado é exibido, seja ele um número, texto, conjunto de dados ou gráfico. Clicando sobre este texto, é possível expandir e visualizar o código na íntegra:

▸ Código

```
[1] 0+1.224647e-16i
```

OBSERVAÇÕES

Para manter a consistência com as saídas computacionais, neste trabalho utilizou-se exclusivamente o ponto como marcador de casas decimais.

FUNÇÕES UTILITÁRIAS

Primeiro, podemos definir algumas funções auxiliares que serão úteis ao longo de todo o trabalho.

```
## Usando notação Latex, mostra um número com seis casas decimais e
## a porcentagem equivalente com duas casas decimais
ppercent <- function(raw) {
  sprintf("$$P = %.6f \\approx %.2f\\%%$$", raw, raw * 100) |> cat()
}

## Arredonda um número para 4 casas decimais
r4 <- function(float) {
  round(float, digits = 4)
}

## Arredonda um número para 2 casas decimais
r2 <- function(float) {
  round(float, digits = 2)
}
```

EXERCÍCIO 1

Dada a oportunidade na questão elementar do primeiro exercício, podemos representar as curvas A, B e C usando valores aproximados ao que vemos no gráfico, demonstrando a estabelecendo alguns padrões que se repetirão ao longo deste trabalho.

Para isso, criaremos uma *tibble*, uma estrutura de dados similar a um *dataframe*, que armazena dados em formato tabular. Desta forma podemos relacionar cada curva à sua média e desvio padrão.

```
curves <- tibble(
  curve = c("A", "B", "C"), # Curva
  mu = c(45, 60, 45),       # Média
  sigma = c(2, 3.5, 5),     # Desvio padrão
)
```

Iremos construir também um vetor `x_vector` para os valores de x contendo 1000 valores entre 0 e 100.

```
x_vector <- seq(0, 100, length.out = 1000)
```

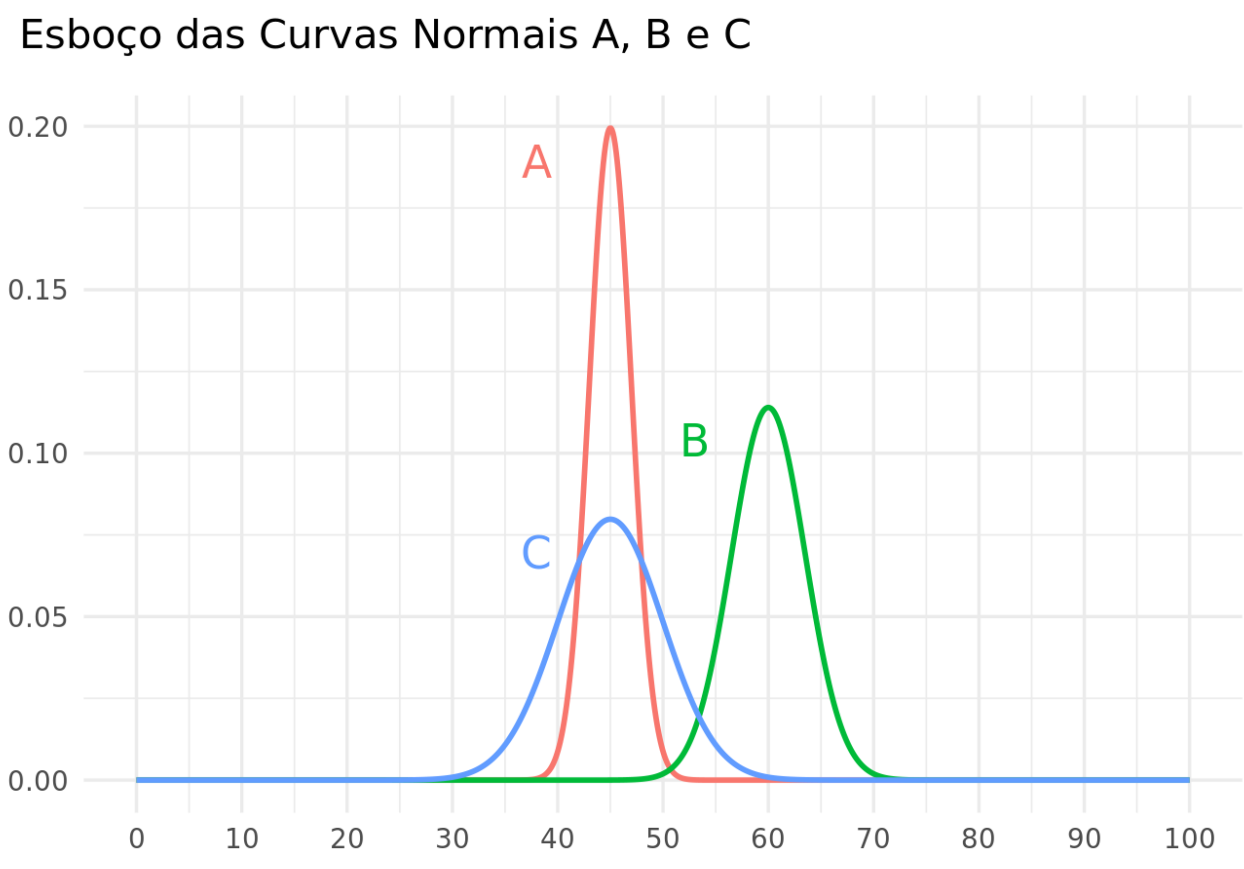
Neste momento, temos as informações necessárias para obter os valores correspondentes no eixo y.

Criaremos uma segunda *tibble*, `density`, que terá 3000 linhas, mil para cada curva, com respectivos x e y. Embora mais didático pelo menor nível de abstração, esta implementação não seria seria preferível em larga escala, onde o pacote purrr oferece resultados mais eficientes.

```
density <- curves |>
  # Para estruturar o dataset, repetimos os atributos de cada curva 1000 v
  slice(rep(seq_len(n()), each = length(x_vector))) |>
  # Adicionamos uma nova coluna, que insere os valores de x para cada linh
  mutate(x = rep(x_vector, times = nrow(curves))) |>
  # Finalmente, obtemos o y correspondente na FDP em outra nova coluna
  mutate(y = dnorm(x, mean = mu, sd = sigma)) |>
  # Precisamos apenas das colunas curve (A, B ou C), x e y
  select(curve, x, y)
```

O resultado do que estabelecemos acima pode ser observado na plotagem dos dados:

▸ Código

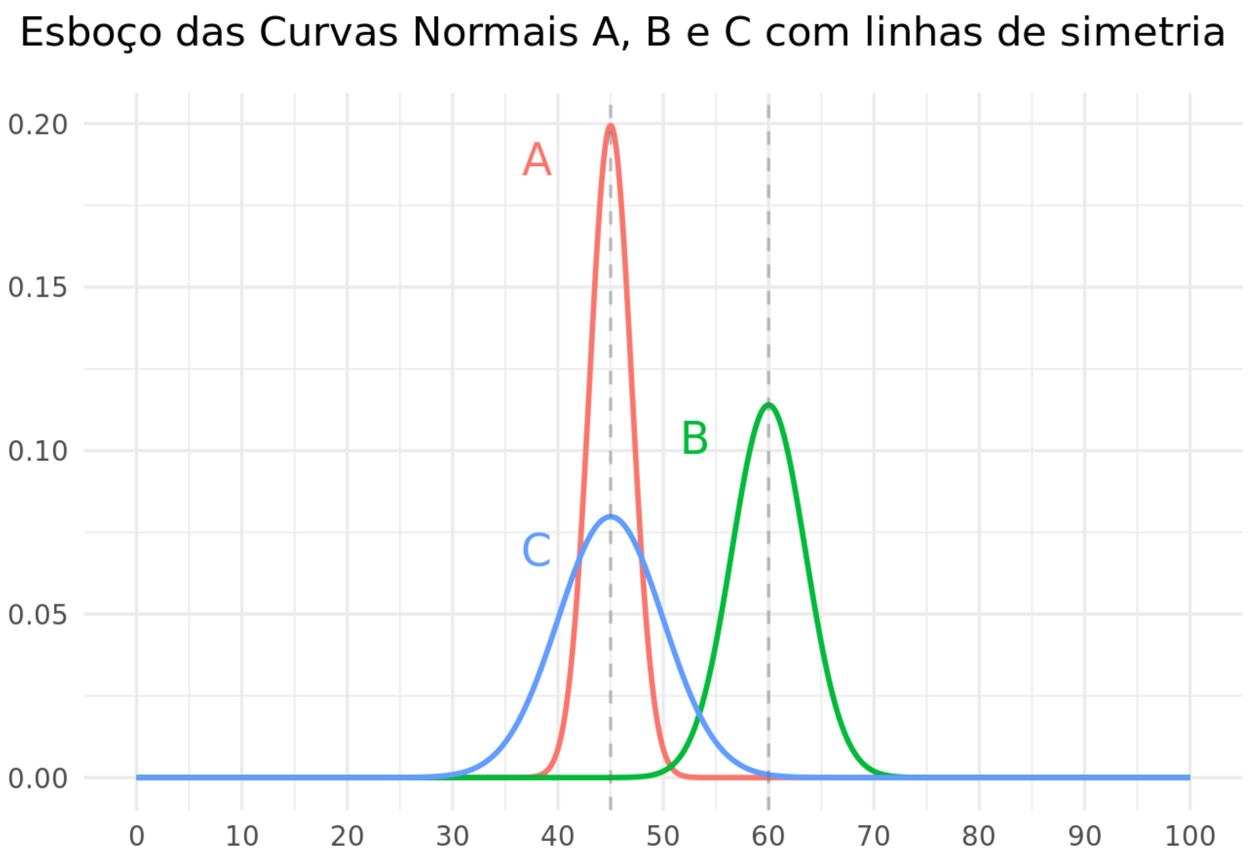


Munidos do gráfico, podemos responder às perguntas do enunciado:

QUESTÃO A

A média maior é a da curva B, pois ela está mais deslocada à direita. Sua média fica sobre o ponto 60 do eixo x.

▸ Código



As linhas de simetria nos ajudam a verificar que a média maior está localizada no ponto 60 do eixo x, a média da curva B. Não há diferença significativa entre os eixos de simetria das curvas A e C, ambas com aparente média 45, mas visivelmente à esquerda da média de B.

QUESTÃO B

O desvio padrão maior é o da curva C, pois seus limites mínimo e máximo atingem um desvio muito mais amplo em relação à média. Isso também indica que o desvio padrão de C deve ser o maior. Observando o esboço, podemos estimar um desvio padrão em torno de 5.

EXERCÍCIO 2

O exercício 2 nos apresenta um problema similar, que também se debruça sobre a observação de um esboço. Sabendo que a criação de curvas normais será essencial por todo o trabalho, vamos criar um par de funções que nos permita esboçar curvas normais como a que criamos anteriormente através apenas de seus parâmetros:

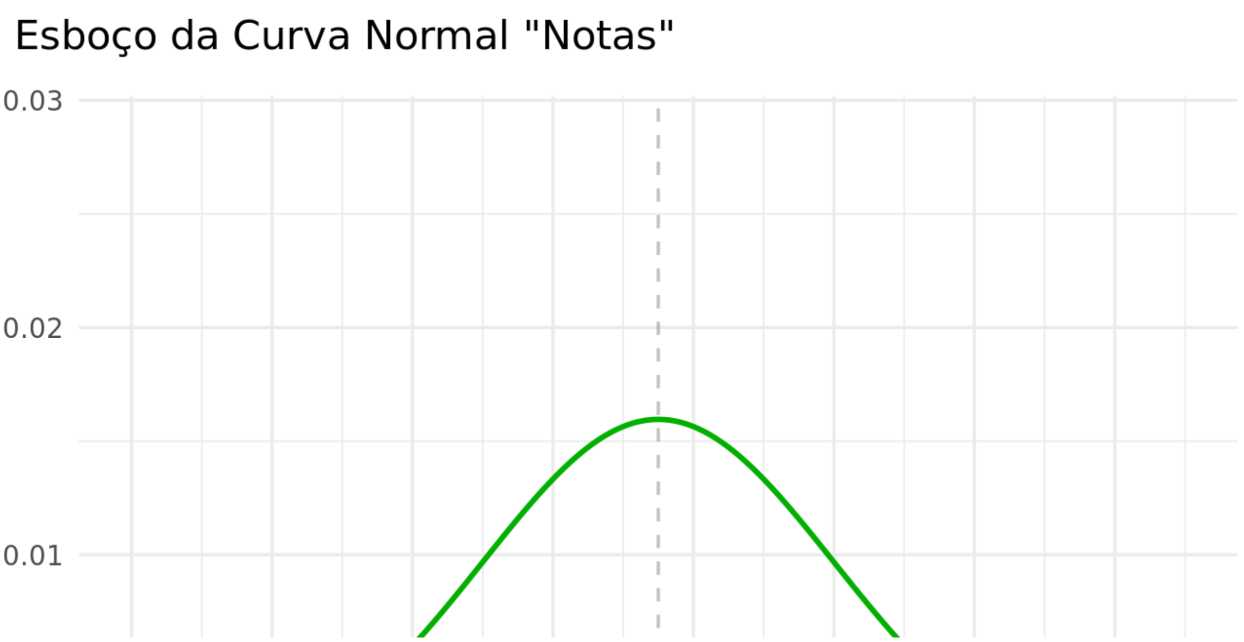
▸ Código

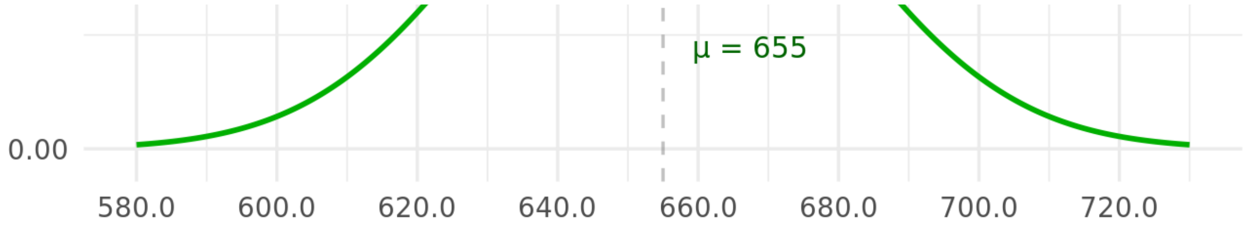
```
draft <- function(name, mu, sigma, x_min, x_max, x_step, y_max_multiplier

    curve <- tibble(
```

```
    curve = name,
    mu = mu,
    sigma = sigma,
  )

  x_vector <- seq(x_min, x_max, length.out = 1000)

  density <- curve |>
    slice(rep(seq_len(n()), each = length(x_vector))) |>
    mutate(x = x_vector) |>
    mutate(y = dnorm(x, mean = mu, sd = sigma)) |>
    select(curve, x, y)

  graph_properties <- list(
    name = name,
    x_min = x_min,
    x_max = x_max,
    x_step = x_step,
    y_max_multiplier = y_max_multiplier
  )

  plot_draft(density, curve, graph_properties)
}
```

Nossa função pode ser usada da seguinte forma:

```
draft(
  name = "Notas",
  mu = 655,
  sigma = 25,
  x_min = 580,
  x_max = 730,
  x_step = 20,
  y_max_multiplier = 1.8
)
```





Podemos responder, pela observação do gráfico, que a nota média é de 655.

Ainda observando o gráfico, podemos ver aproximadamente os pontos de inflexão em 630 e 680, o que sugere um desvio padrão de $\sigma = 25$.

EXERCÍCIO 3

Os exercícios 3 a 6 apresentam problemas relacionados à área sob a curva normal padrão dado um escore-z.

A linguagem R já nos fornece a função `pnorm`, que responde de forma direta à pergunta sobre qual é a área sob a curva dado um z qualquer.

Para visualizarmos estas informações, iremos criar uma função `z_plot` para obter ainda um gráfico representando a área.

Nossa função receberá apenas um valor `z` e dois parâmetros opcionais:

- `right`, que, se fornecido com o valor `TRUE`, retornará um gráfico com a aŕea à direita de z. Caso o valor seja `FALSE` ou não seja fornecido, ela por padrão retornará um gráfico com a área à esquerda de z
- `opposite`, que, se fornecido, representa um segundo valor oposto ao primeiro que delimita o fim da área, ou seja, permite encontrar uma região entre dois valores

▸ Código

QUESTÃO A

A função `pnorm` responde à pergunta sobre a área acumulada sob a curva normal padrão à esquerda de -2.19, que é igual a 0.01426212 ou aproximadamente 1.43%.

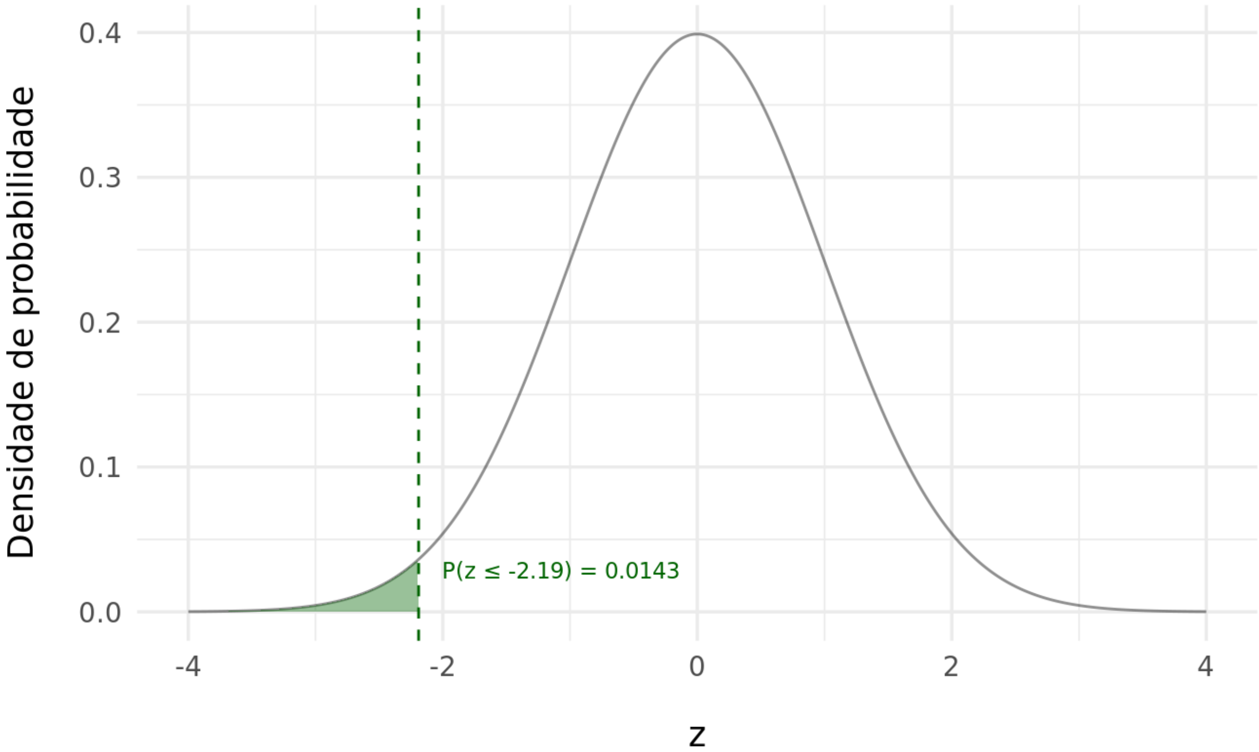
```
pnorm(-2.19) |> ppercent()
```

$$P = 0.014262 \approx 1.43\%$$

Podemos também representar esta área visualmente usando a função `z_plot` que acabamos de definir:

```
z_plot(-2.19)
```

Área acumulada para o escore-z -2.19



QUESTÃO B

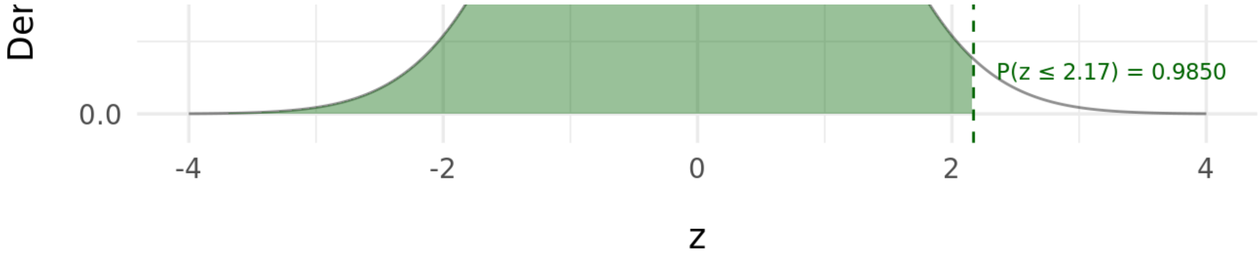
Para 2.17, temos:

```
pnorm(2.17) |> ppercent()
```

$$P = 0.984997 \approx 98.50\%$$

Que pode ser representado como:

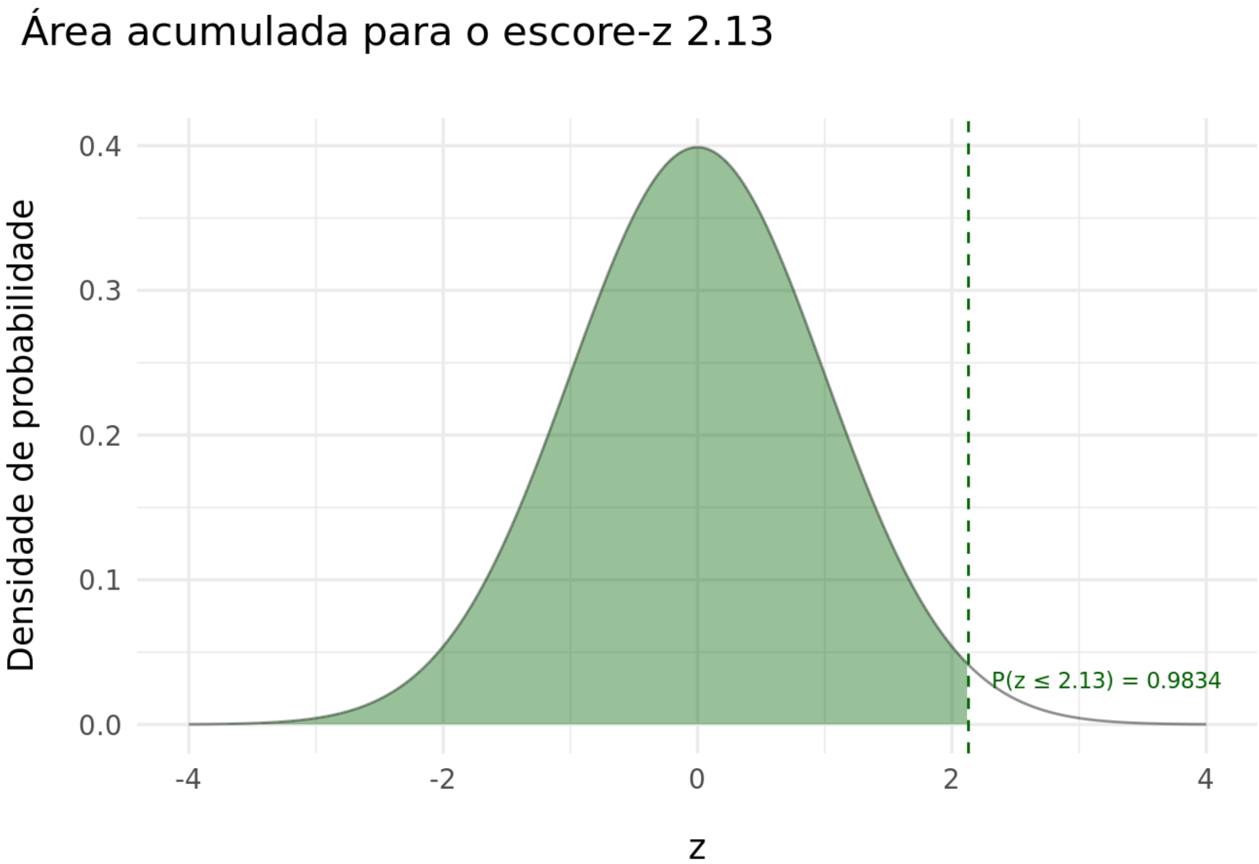
```
z_plot(2.17)
```



EXERCÍCIO 4

QUESTÃO A

```
z_plot(2.13)
```



QUESTÃO B

```
pnorm(2.13) |> ppercent()
```

$$P = 0.983414 \approx 98.34\%$$

EXERCÍCIO 5

QUESTÃO A

Para encontrar a área à direita de um determinado ponto podemos subtrair o mesmo resultado obtido com `pnorm` de 1:

```
1 - pnorm(-2.16)
```

```
[1] 0.9846137
```

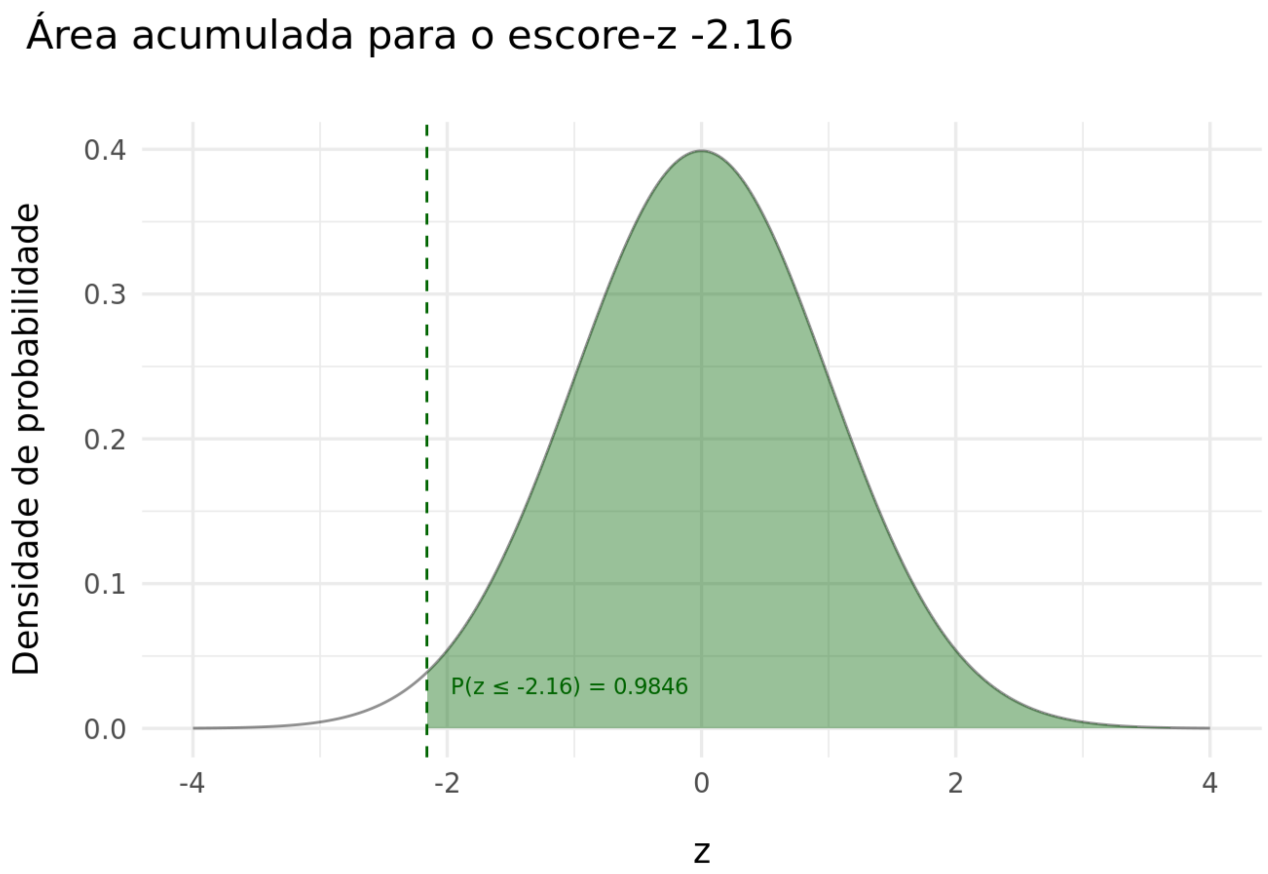
Ou podemos usar a opção `lower.tail = FALSE`, fornecida pela própria função:

```
pnorm(-2.16, lower.tail = FALSE) |> ppercent()
```

$$P = 0.984614 \approx 98.46\%$$

A curva normal padrão com a área sob a curva à direita de $z = -2.16$ também pode ser obtida com a função que definimos, `z_plot`. Desta vez usamos o parâmetro opcional `right` com o valor `TRUE`, o que retorna o gráfico com a área à direita de z em destaque:

```
z_plot(-2.16, right = TRUE)
```



QUESTÃO B

```r
pnorm(-2.16) |> ppercent()
```

$$P = 0.015386 \approx 1.54\%$$

QUESTÃO C

```r
1 - pnorm(-2.16)
```

```
[1] 0.9846137
```

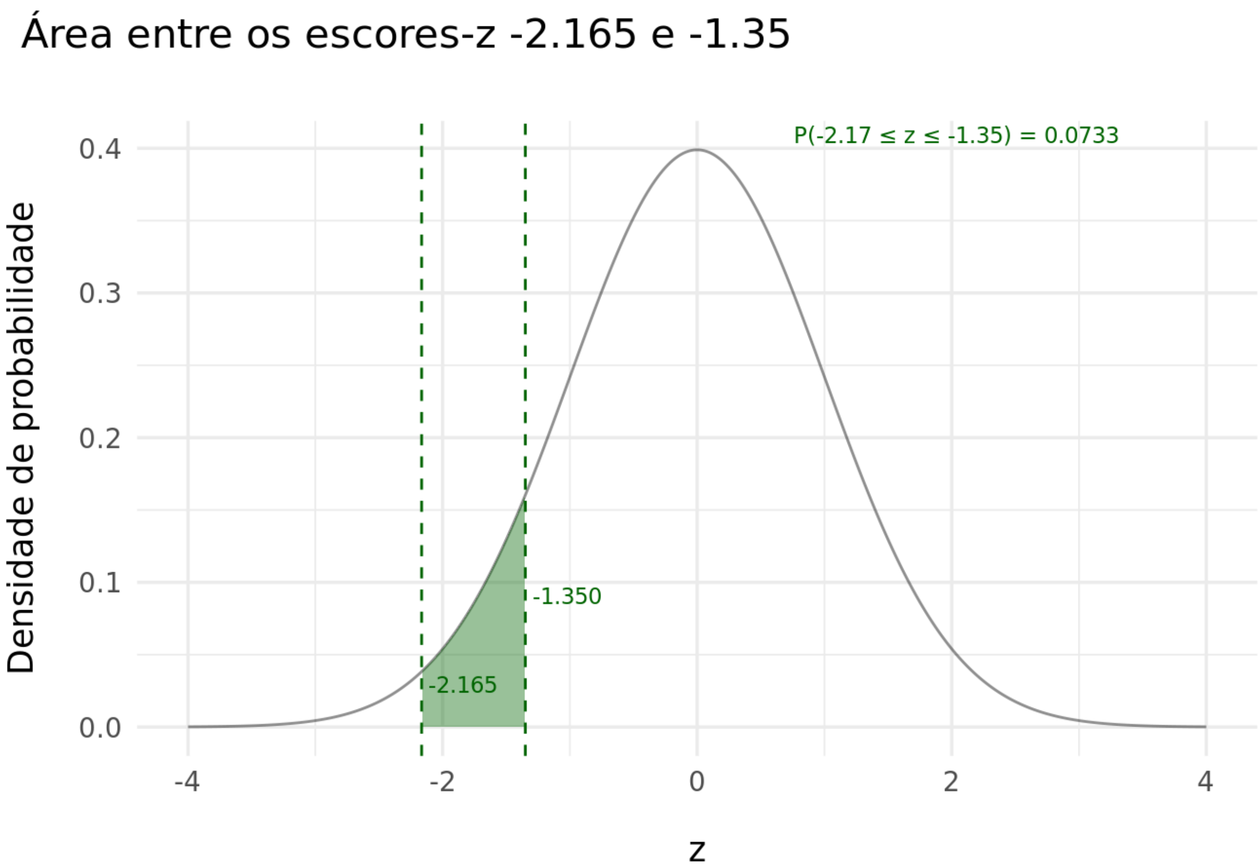
EXERCÍCIO 6

No exercício 6, precisamos encontrar a área *entre* $z = -2.165$ e $z = -1.35$, isto é:

$$P(-2.165 < z < -1.35)$$

QUESTÃO A

```r
z_plot(-2.165, right = TRUE, opposite = -1.35)
```



QUESTÃO B

```r
pnorm(-1.35)
```

```
[1] 0.08850799
```

QUESTÃO C

```r
pnorm(-2.165)
```

```
[1] 0.01519384
```

QUESTÃO D

```r
pnorm(-1.35) - pnorm(-2.165)
```

```
[1] 0.07331415
```

QUESTÃO E

Seja P a função de distribuição acumulada,

$$z_1 = -2.165$$

$$z_2 = -1.35$$

$$\because\ z_1 < z_2\ \therefore\ P(z_1 < z < z_2) = P(z_2) - P(z_1)$$

$$P(z_1) = 0.0151938$$

$$P(z_2) = 0.088508$$

$$P = 0.088508 - 0.0151938$$

$$P = 0.073314 \approx 7.33\%$$

Interpretação: A probabilidade de que a média encontre-se entre -2.165 e -1.35 é de aproximadamente 7.33%.

EXERCÍCIO 7

$$\mu = 67$$

$$\sigma = 3.5$$

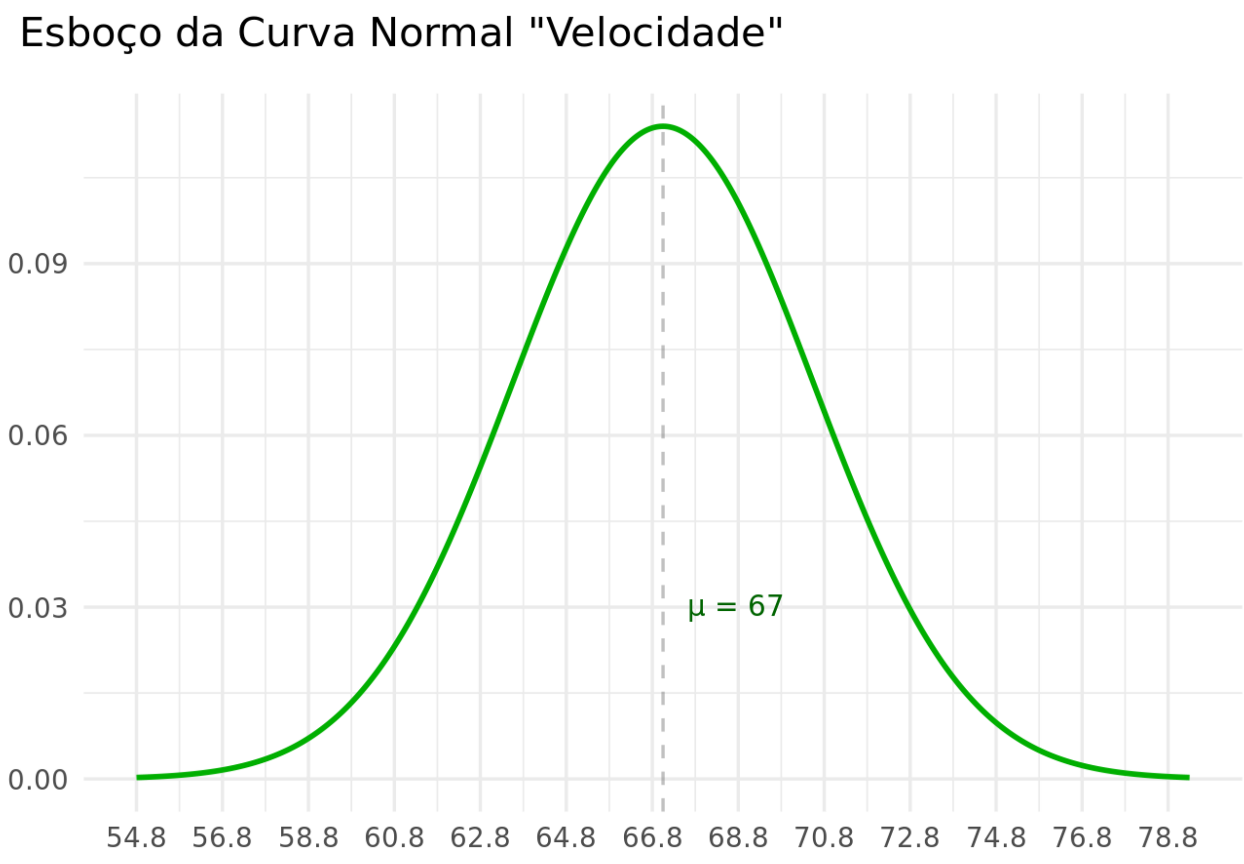
$$S = P(x > 70)$$

Podemos agregar estes valores em uma lista para acesso posterior:

```r
e7 <- list(
  mu = 67,
  sigma = 3.5,
  x = 70
)
```

QUESTÃO A

```r
draft(
  name = "Velocidade",
  mu = e7$mu,
  sigma = e7$sigma,
  x_min = e7$mu - e7$sigma * 3.5,
  x_max = e7$mu + e7$sigma * 3.5,
  x_step = ceiling(e7$sigma / 2),
)
```



QUESTÃO B

```r
z <- (e7$x - e7$mu) / e7$sigma
z
```

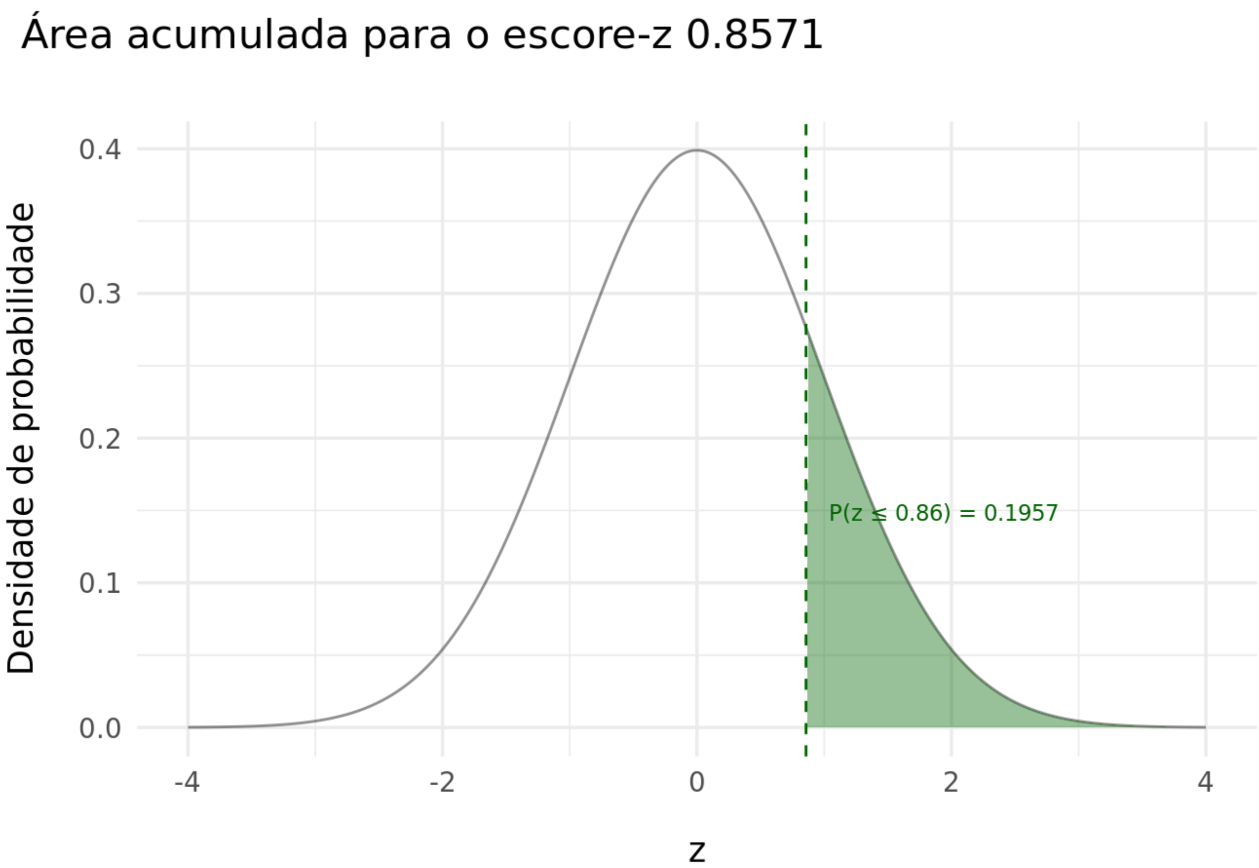
```
[1] 0.8571429
```

QUESTÃO C

```r
(1 - pnorm(z)) |> ppercent()
```

$$P = 0.195683 \approx 19.57\%$$

```r
z_plot(z, right = TRUE)
```



QUESTÃO D

Interpretação: A probabilidade de que um veículo aleatório ultrapasse a velocidade máxima de 70 milhas por hora é de aproximadamente 7.33%.

EXERCÍCIO 8

$$\mu = 45$$

$$\sigma = 12$$

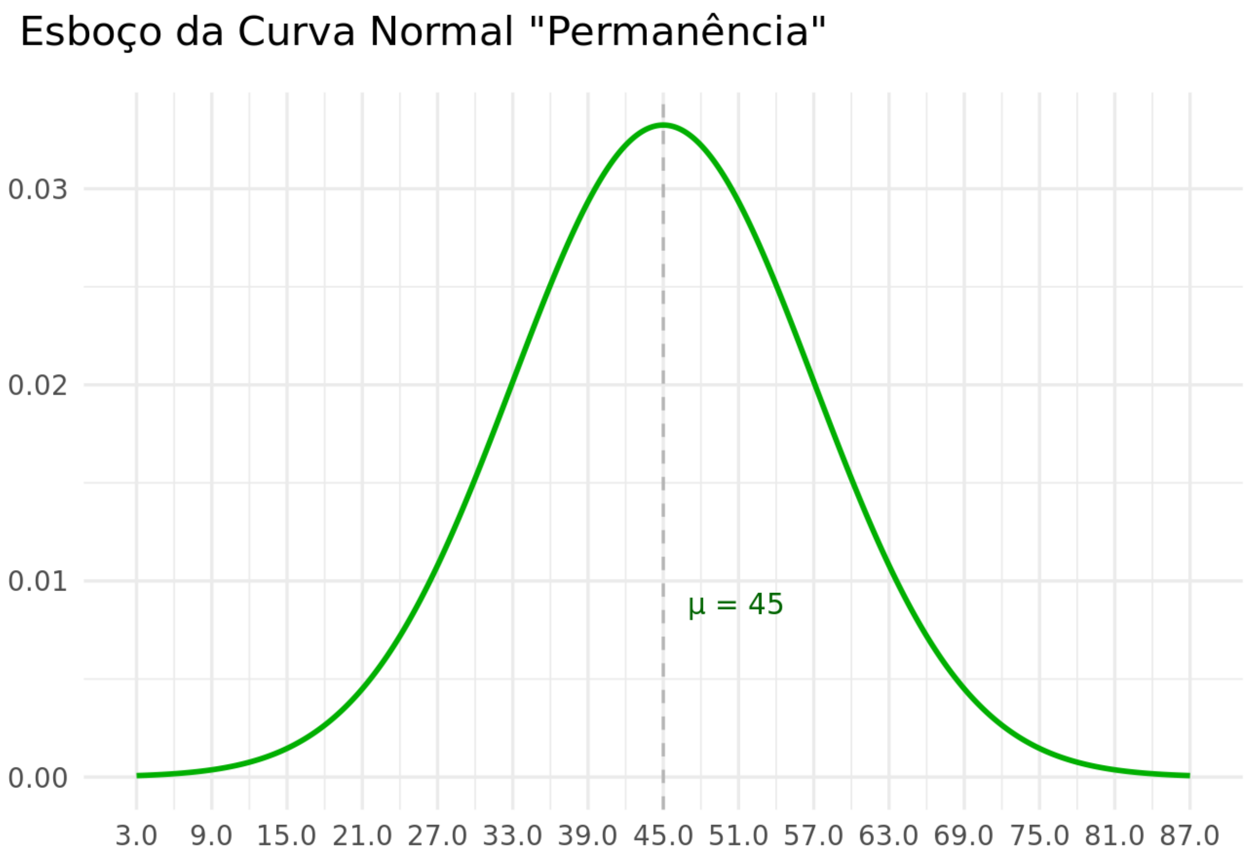
$$S = P(33 \leq x \leq 60)$$

```
e8 <- list(
  mu = 45,
  sigma = 12,
  x1 = 33,
  x2 = 60
)
```

QUESTÃO A

```
draft(
  name = "Permanência",
  mu = e8$mu,
```

```
  sigma = e8$sigma,
  x_min = e8$mu - e8$sigma * 3.5,
  x_max = e8$mu + e8$sigma * 3.5,
  x_step = ceiling(e8$sigma / 2),
)
```



QUESTÃO B

```
z1 <- (e8$x1 - e8$mu) / e8$sigma
z1
```

```
[1] -1
```

```
z2 <- (e8$x2 - e8$mu) / e8$sigma
z2
```

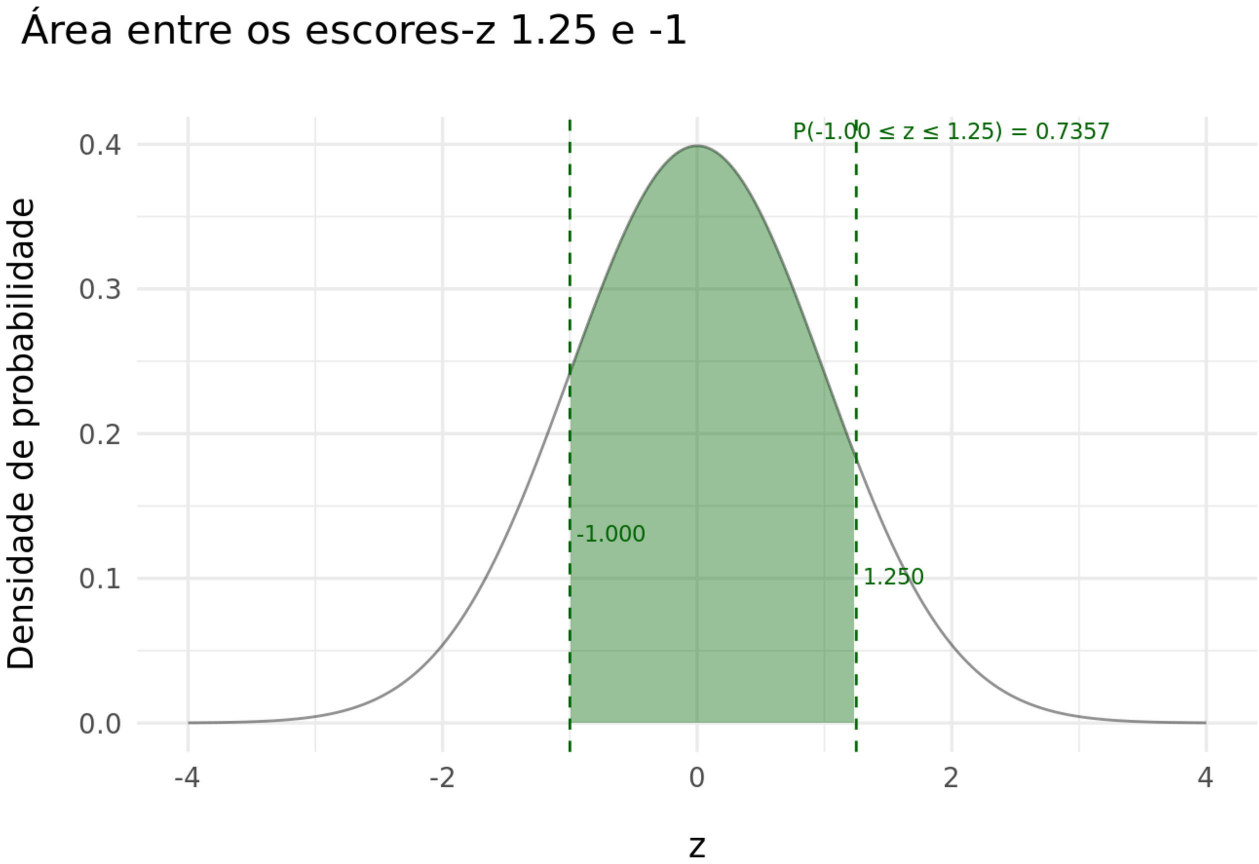
```
[1] 1.25
```

QUESTÃO C

```
p <- abs(pnorm(z2) - pnorm(z1))
p |> ppercent()
```

$$P = 0.735695 \approx 73.57\%$$

```r
z_plot(z2, opposite = z1)
```



QUESTÃO D

Interpretação: A probabilidade p de que um consumidor fique na loja entre 33 e 60 minutos é de aproximadamente 0.735695, ou 73.57%. Para 150 consumidores aleatórios, espera-se que aproximadamente $150 \cdot p = 111$ consumidores permaneceriam na loja entre 33 e 60 minutos.

EXERCÍCIO 9

Não há informação suficiente no enunciado para obter a probabilidade de que este evento ocorra.

EXERCÍCIO 10

QUESTÃO 10.1

A função `qnorm` pode fornecer um escore-z correspondente a uma dada probabilidade.

```r
z <- qnorm(0.9616)
z
```

```
[1] 1.769563
```

QUESTÃO 10.2

Seja α o valor restante, de 0.05, podemos obter o escore-z da diferença entre 1 e $\frac{\alpha}{2}$:

```
alpha <- 0.05
z95 <- qnorm(1 - alpha/2)
z95
```

```
[1] 1.959964
```

QUESTÃO 10.2 A

```
pnorm(z95)
```

```
[1] 0.975
```

A área acumulada é de 0.975.

QUESTÃO 10.2 B

```
qnorm(pnorm(z95))
```

```
[1] 1.959964
```

A área corresponde a 1.959964 na tabela padrão.

QUESTÃO 10.2 C

O escore-z correspondente é `qnorm(1 - alpha/2)` , 1.959964.

EXERCÍCIO 11

QUESTÕES A A C

Podemos obter cada percentil pela porcentagem ainda através da função `qnorm`.

```
p10 <- qnorm(0.1)
p20 <- qnorm(0.2)
p99 <- qnorm(0.99)

p10
```

```
[1] -1.281552
```

```
p20
```

```
[1] -0.8416212
```

```
[1] -0.8416212
```

```r
p99
```

```
[1] 2.326348
```

Temos, portanto:

$$P_{10} = -1.2815516$$
$$P_{20} = -0.8416212$$
$$P_{99} = 2.3263479$$

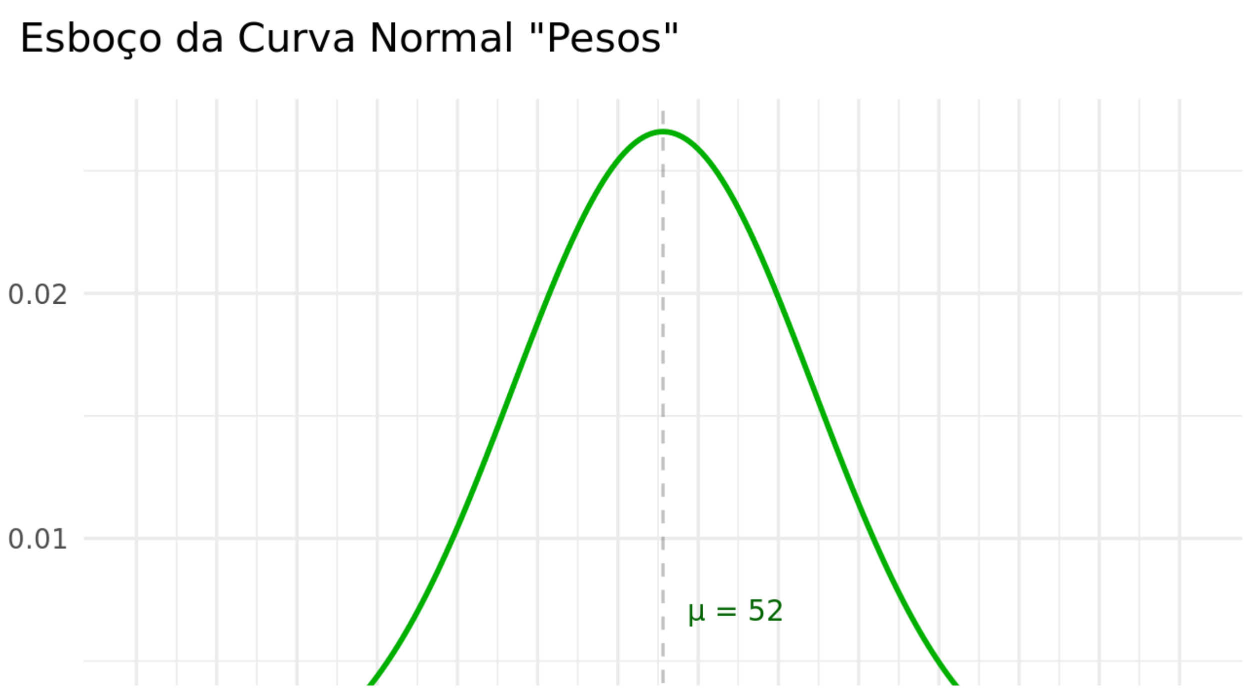
EXERCÍCIO 12

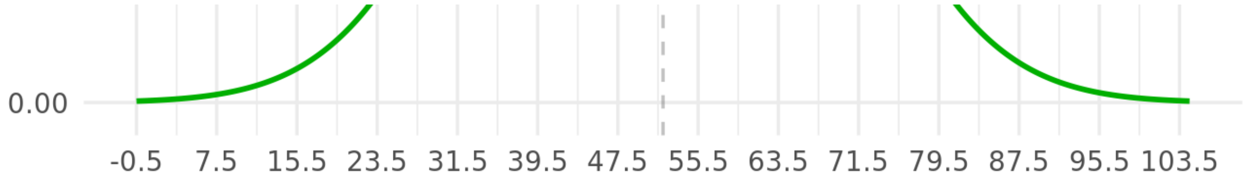
$$\mu = 52$$
$$\sigma = 15$$

QUESTÃO A

```r
e12 <- list(
  mu = 52,
  sigma = 15,
  x1 = NULL,
  x2 = NULL,
  x2 = NULL,
  z1 = -2.33,
  z2 = 3.1,
  z3 = 0.58
)
```

▶ Código





QUESTÃO B

Podemos inverter a fórmula para obter um escore-z e teremos:

$$x = \mu + \sigma \cdot z$$

Portanto, para cada z_n em $\{-2.33, 3.1, 0.58\}$, podemos obter um x_n:

```
e12$x1 <- e12$mu + e12$sigma * e12$z1
e12$x1
```

```
[1] 17.05
```

```
e12$x2 <- e12$mu + e12$sigma * e12$z2
e12$x2
```

```
[1] 98.5
```

```
e12$x3 <- e12$mu + e12$sigma * e12$z3
e12$x3
```

```
[1] 60.7
```

QUESTÃO C

Os pesos correspondentes são:

$$z_1 = -2.33 \rightarrow x_1 = 17.05$$

$$z_2 = 3.1 \rightarrow x_2 = 98.5$$

$$z_3 = 0.58 \rightarrow x_3 = 60.7$$

EXERCÍCIO 13

$$\mu = 129$$

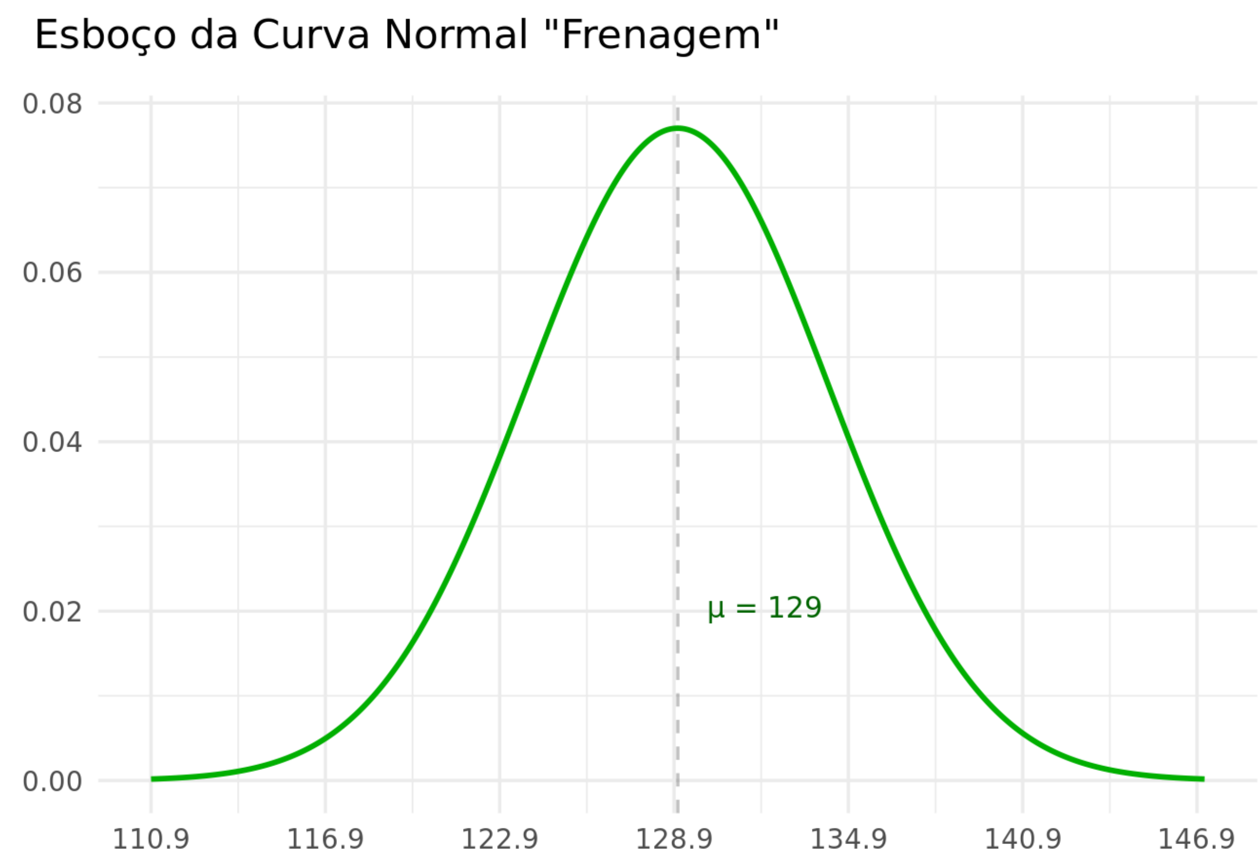
$$\sigma = 5.18$$

QUESTÃO A

```
e13 <- list(
  mu = 129,
  sigma = 5.18,
```

```
  x = NULL,
  z = NULL
)
```

▶ Código



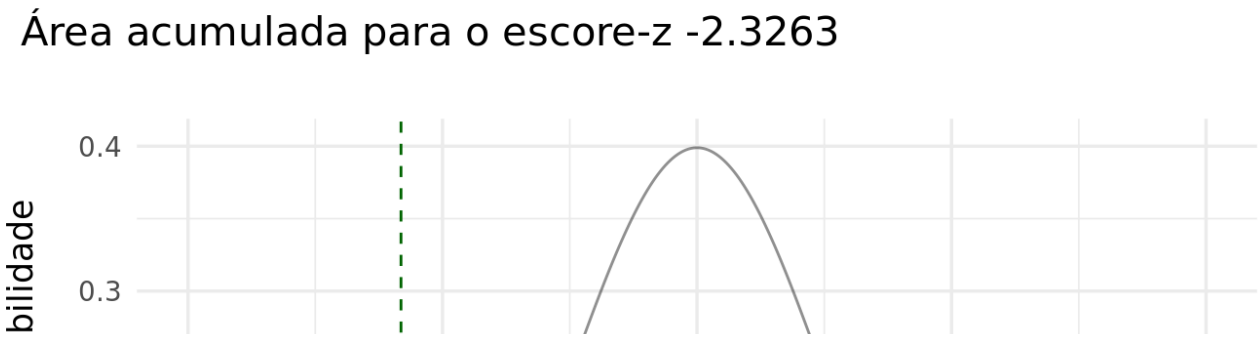
QUESTÃO B

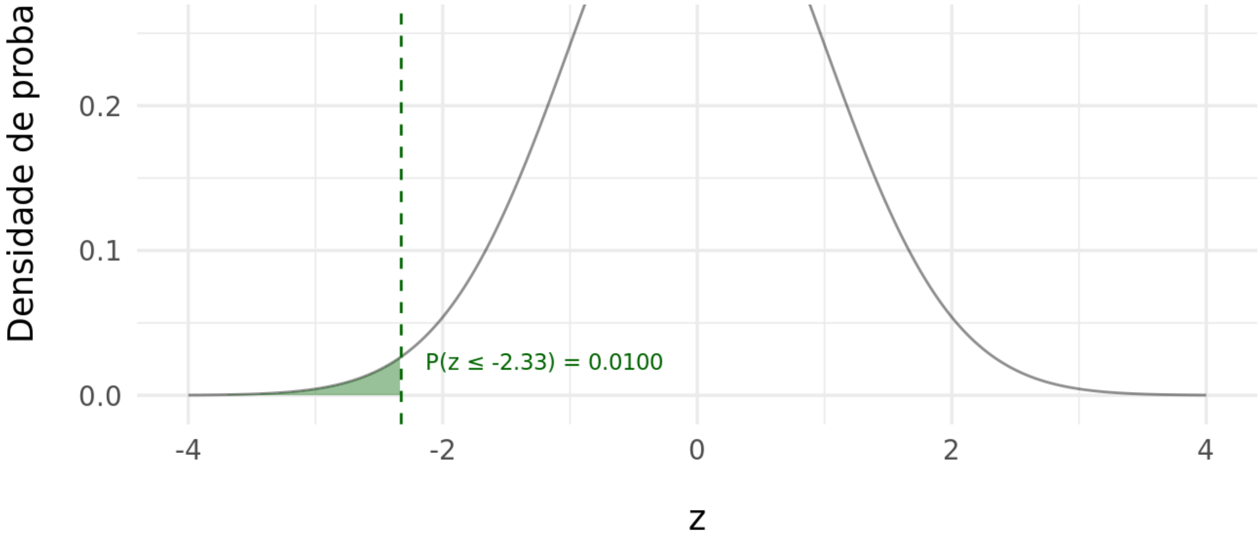
Podemos encontrar o escore-z para 0.01 também com a função `qnorm`:

```
e13$z <- qnorm(0.01)
e13$z
```

```
[1] -2.326348
```

```
z_plot(e13$z)
```





QUESTÃO C

Mais uma vez, podemos usar:

$$x = \mu + \sigma \cdot z$$

Teremos:

$$x = 129 + 5.18 \cdot -2.3263479$$

```
e13$x <- e13$mu + e13$sigma * e13$z
e13$x
```

```
[1] 116.9495
```

QUESTÃO D

Interpretação: A maior distância de frenagem que carro um aleatório poderia ter e ainda estar no grupo dos 1% mais baixos é de aproximadamente 116.95 pés.

EXERCÍCIO 14

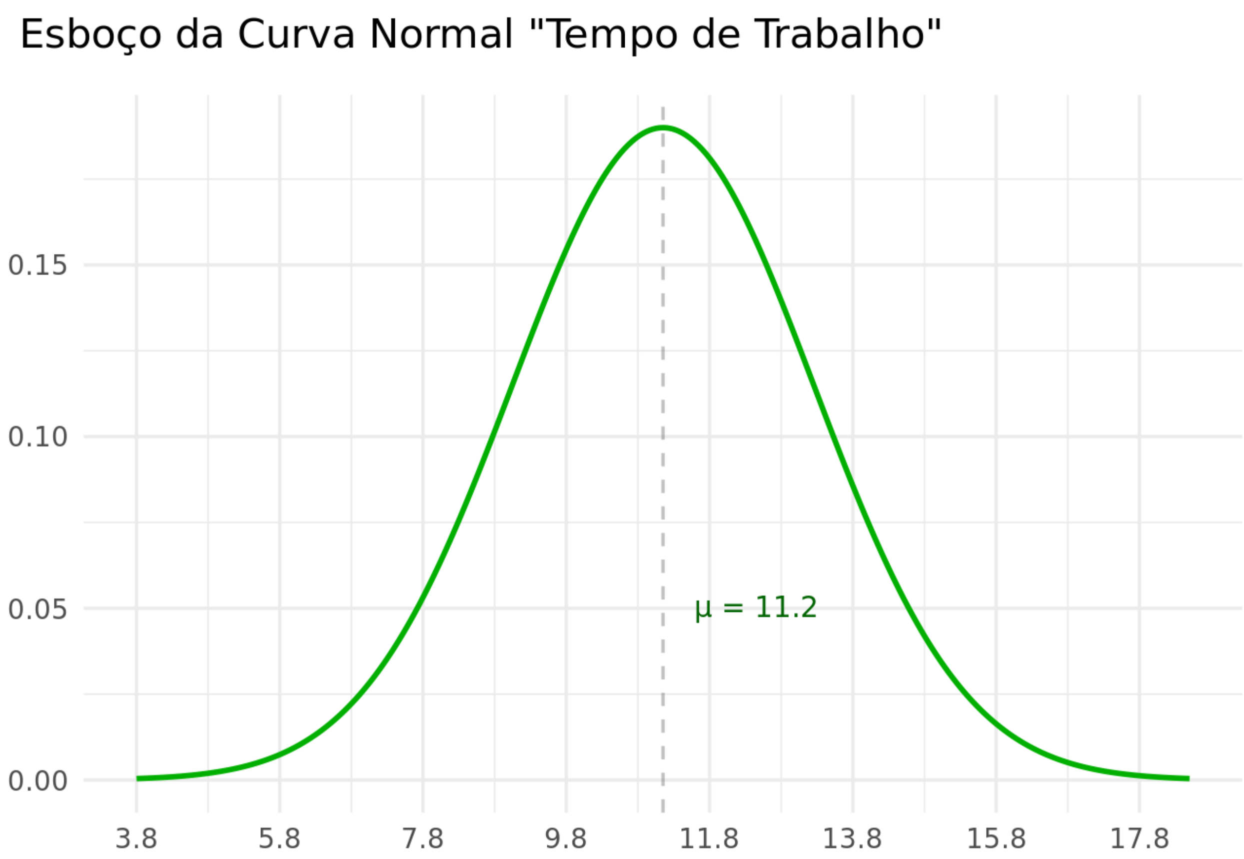
```
e14 <- list(
  mu = 11.2,
  sigma = 2.1,
  p = 0.1,
  x = NULL,
  z = NULL
)
```

QUESTÃO A

$$\mu = 11.2$$

$$\sigma = 2.1$$

▸ Código



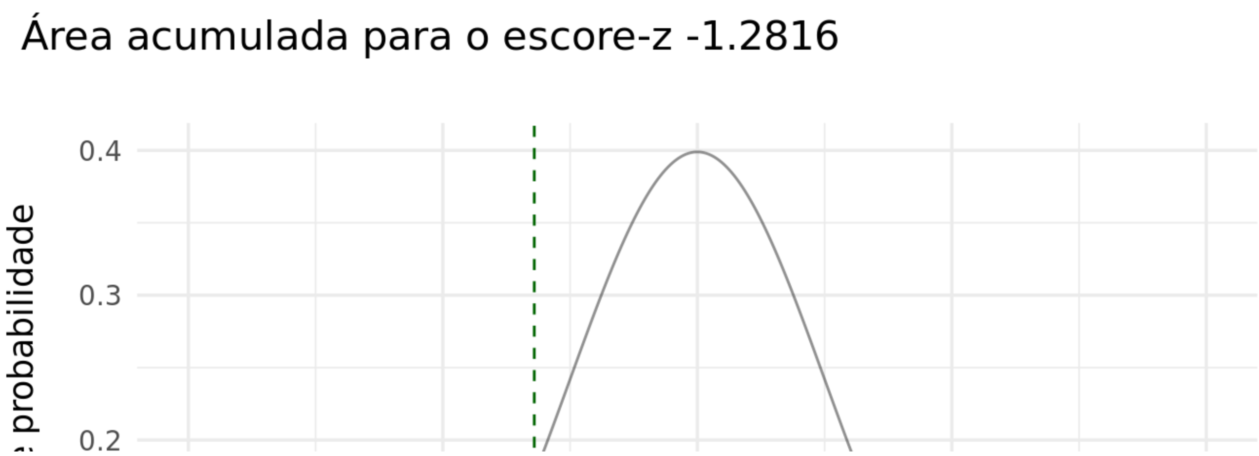
QUESTÃO B

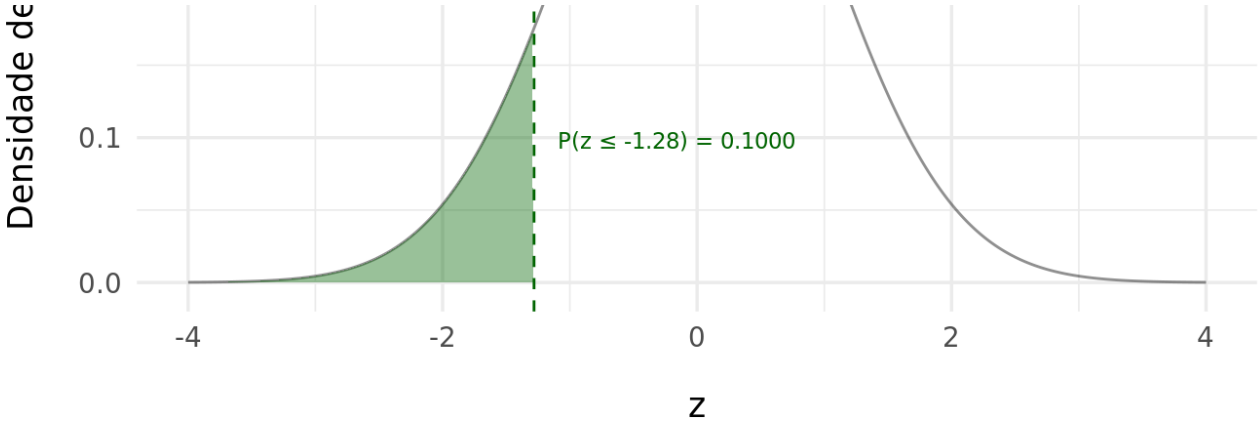
A função `qnorm` novamente pode nos ajudar a encontrar o escore-z para 0.1:

```
e14$z <- qnorm(e14$p)
e14$z
```

```
[1] -1.281552
```

```
z_plot(e14$z)
```





QUESTÃO C

Novamente, pela fórmula:

$$x = \mu + \sigma \cdot z$$

Teremos:

$$x = 11.2 + 2.1 \cdot -1.2815516$$

```
e14$x <- e14$mu + e14$sigma * e14$z
e14$x
```

```
[1] 8.508742
```

QUESTÃO D

Interpretação: O tempo máximo que um funcionário pode ter trabalhado na empresa e ainda assim ser demitido é de aproximadamente 8 anos e 6 meses.

EXERCÍCIO 15

▶ Código

$$\mu = 47 = \overline{x}$$

$$\sigma = 9$$

$$n = 64$$

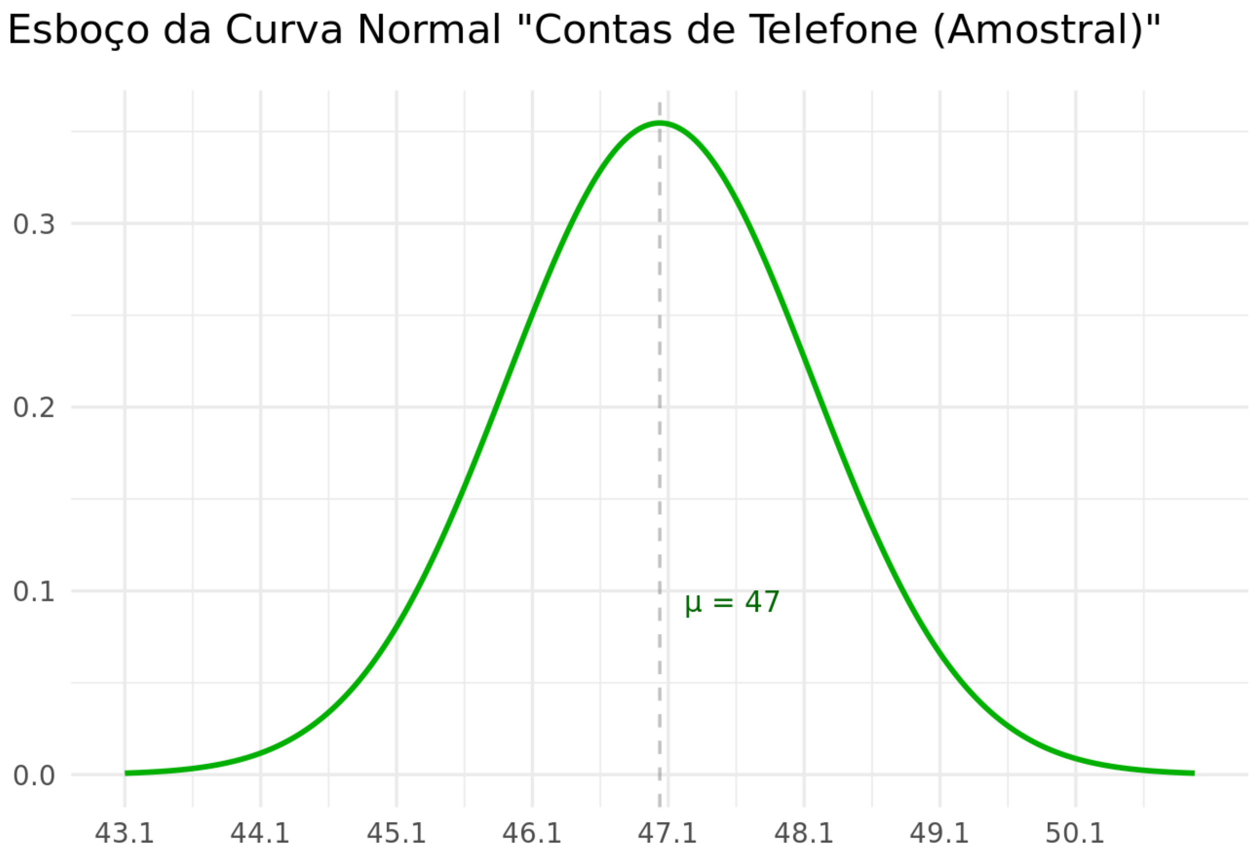
Para o desvio padrão amostral, temos:

```
e15$s <- e15$sigma / sqrt(e15$n)
```

$$s = 1.125$$

$$\because \; n \geq 30 \; \therefore \; \overline{X} \sim N(47, 1.125^2)$$

▶ Código



EXERCÍCIO 16

▶ Código

$$\mu = 3.5 = \overline{x}$$

$$\sigma = 0.2$$

$$n = 16$$

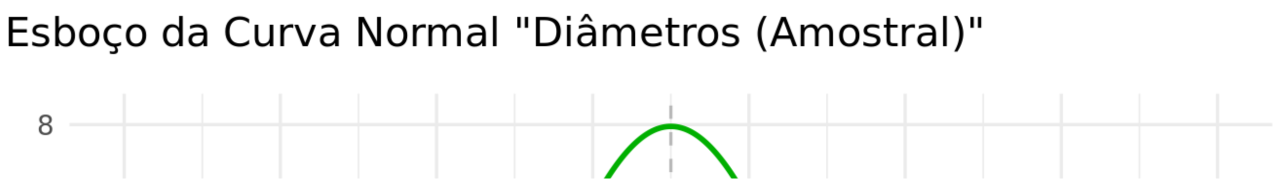
Quanto ao erro padrão da distribuição amostral (desvio padrão amostral):

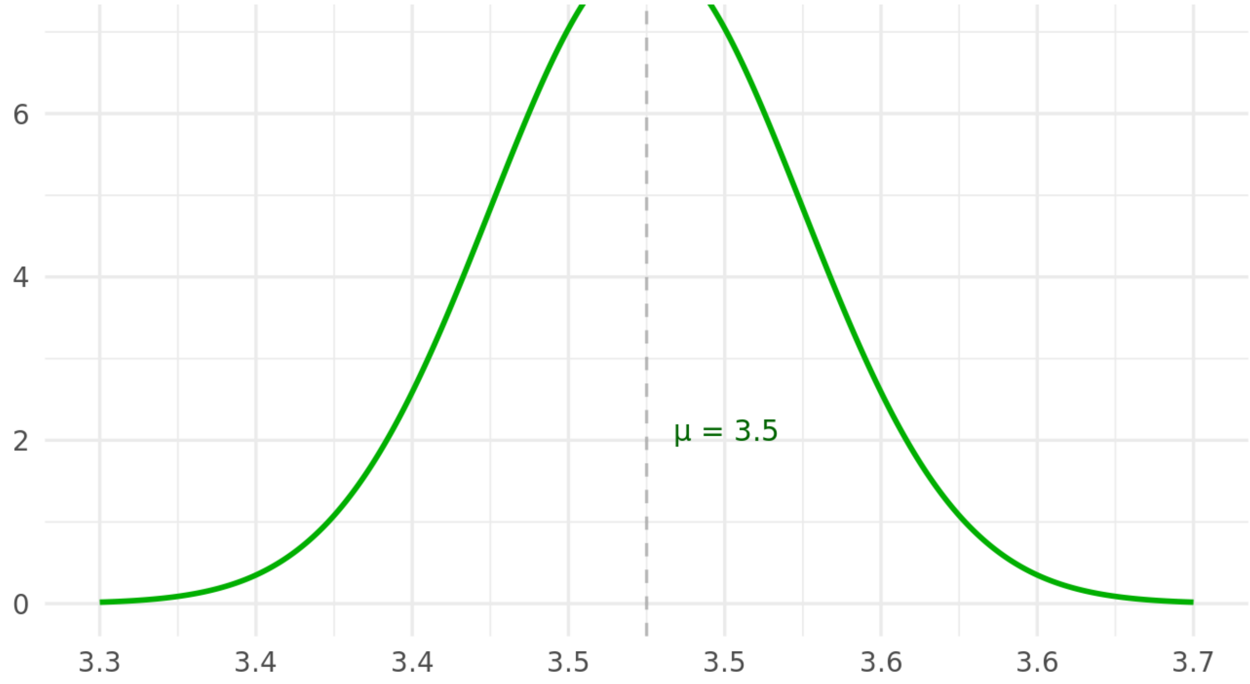
```
e16$s <- e16$sigma / sqrt(e16$n)
```

$$s = 0.05$$

A amostra não é grande o suficiente, mas a população é normalmente distribuída. Logo, podemos usar a distribuição normal:

▶ Código





EXERCÍCIO 17

▸ Código

Nota: O valor da amostra repete-se no enunciado, como 50 e 100. Foi presumido o segundo valor, 100, por sua compatibilidade com a pergunta.

QUESTÃO A

$$\mu = 25 = \overline{x}$$

$$\sigma = 1.5$$

$$n = 100$$

Desvio padrão amostral:

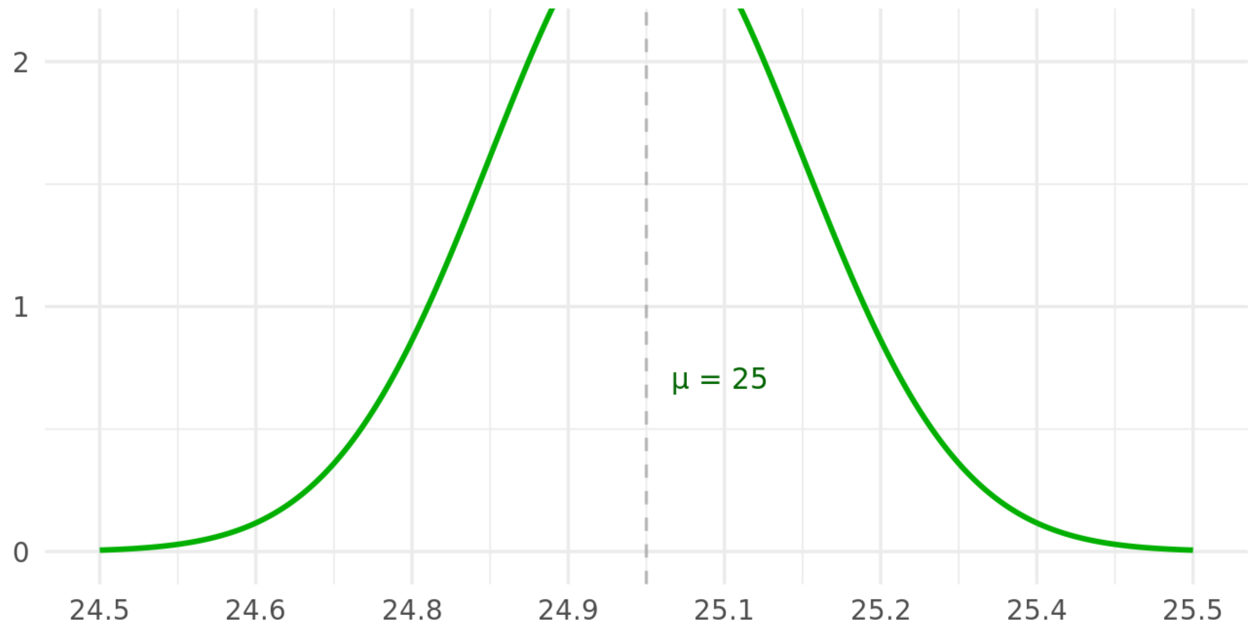
```
e17$s <- e17$sigma / sqrt(e17$n)
```

$$s = 0.15$$

$$\because \ n \geq 30 \ \therefore \ \overline{X} \sim N(25, 0.15^2)$$

▸ Código

Esboço da Curva Normal "Tempo Dirigindo (Amostral)"



QUESTÃO B E C

Ainda precisamos determinar $P(24.7 < x < 25.5)$.

Podemos obter P através de:

$$P = P(25.5) - P(24.7)$$

Podemos usar `pnorm` novamente para expressar o mesmo em R:

```
(pnorm(e17$x2, mean = e17$mu, sd = e17$s) -
pnorm(e17$x1, mean = e17$mu, sd = e17$s)) |>
  ppercent()
```

$$P = 0.976821 \approx 97.68\%$$

QUESTÃO D

Interpretação: A probabilidade de que o tempo médio que 100 motoristas aleatórios passem entre 24.7 e 25.5 minutos dirigindo é de aproximadamente 97.68%.

EXERCÍCIO 18

▸ Código

QUESTÃO A

$$\mu = 1.768 \times 10^5 = \overline{x}$$

$$\sigma = 5 \times 10^4$$

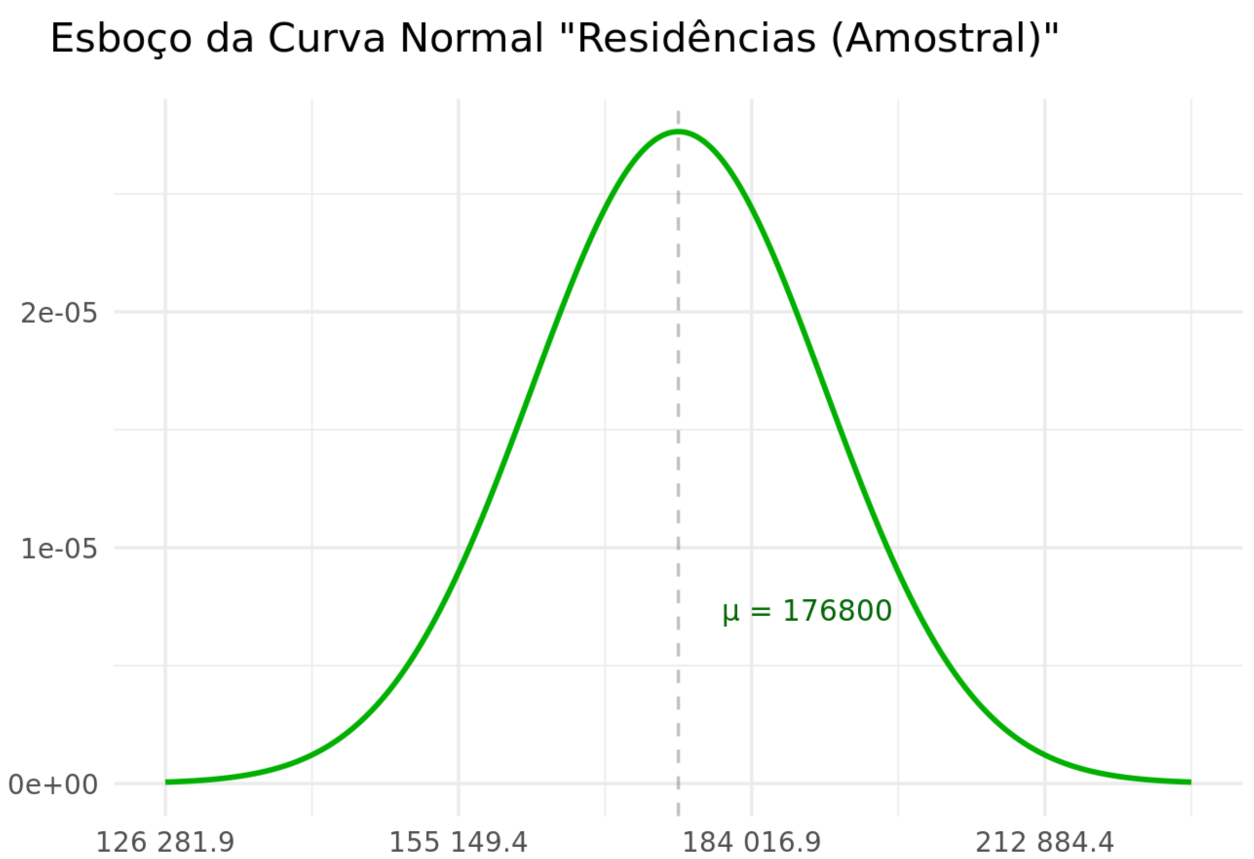
$$n = 12$$

Desvio padrão amostral:

```
e18$s <- e18$sigma / sqrt(e18$n)
```

$$s = 1.4433757 \times 10^4$$

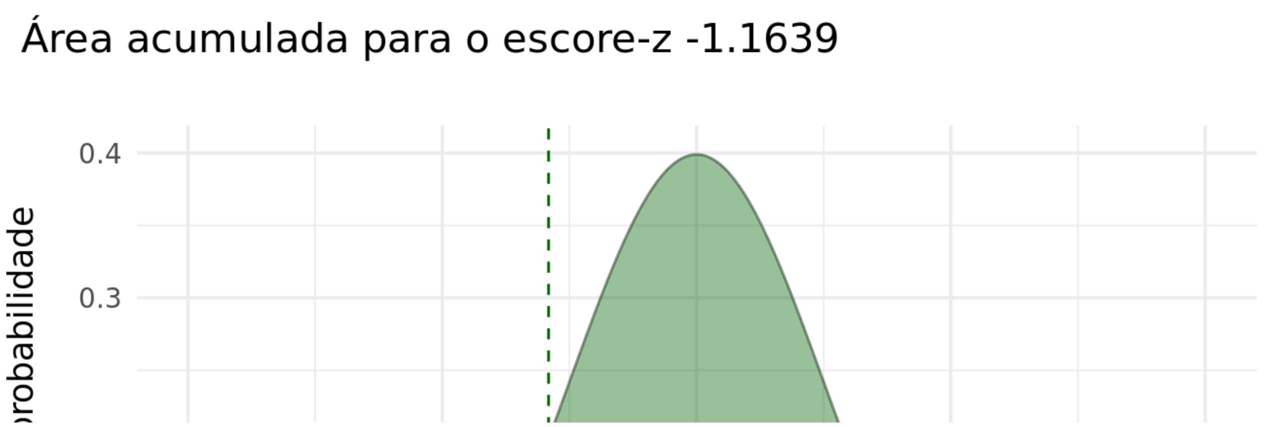
▶ Código

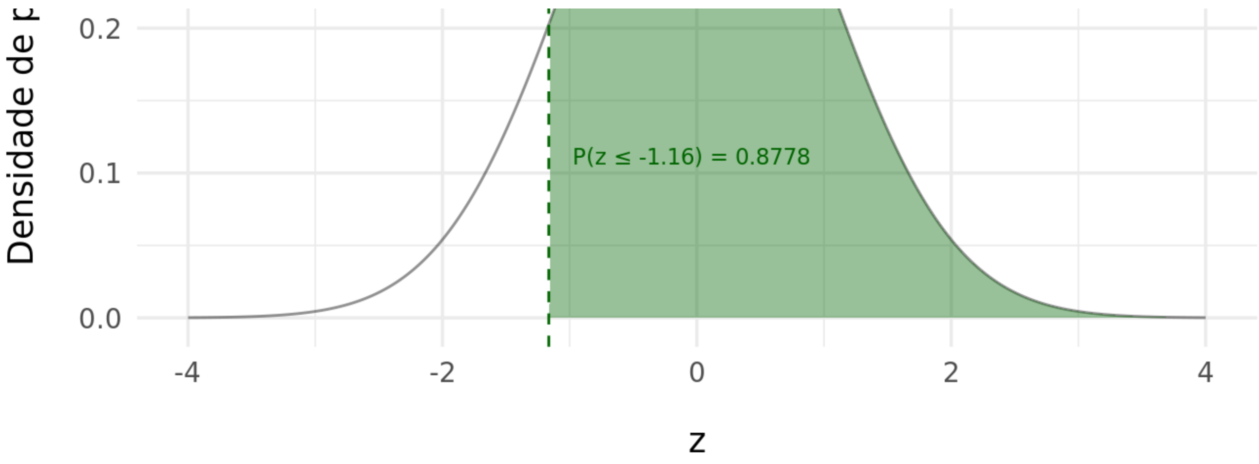


QUESTÃO B

```
e18$z <- (e18$x - e18$mu) / e18$s
```

```
z_plot(e18$z, right = TRUE)
```





QUESTÃO C

```r
pnorm(e18$z, lower.tail = FALSE) |> ppercent()
```

$$P = 0.877775 \approx 87.78\%$$

QUESTÃO D

Interpretação: Há uma probabilidade de aproximadamente 87.78% que o preço de vendas médio seja maior que US$ 160 000.

EXERCÍCIO 19

▶ Código

$$\mu = 190 = \overline{x}$$

$$\sigma = 48$$

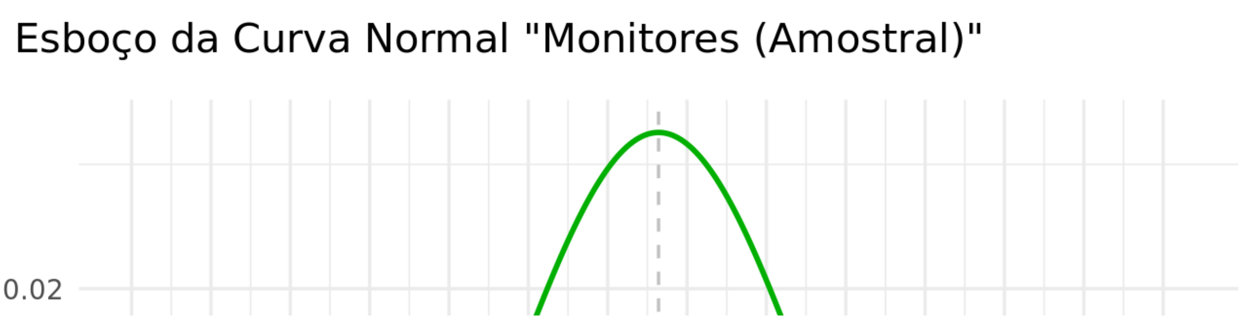
$$n = 10$$

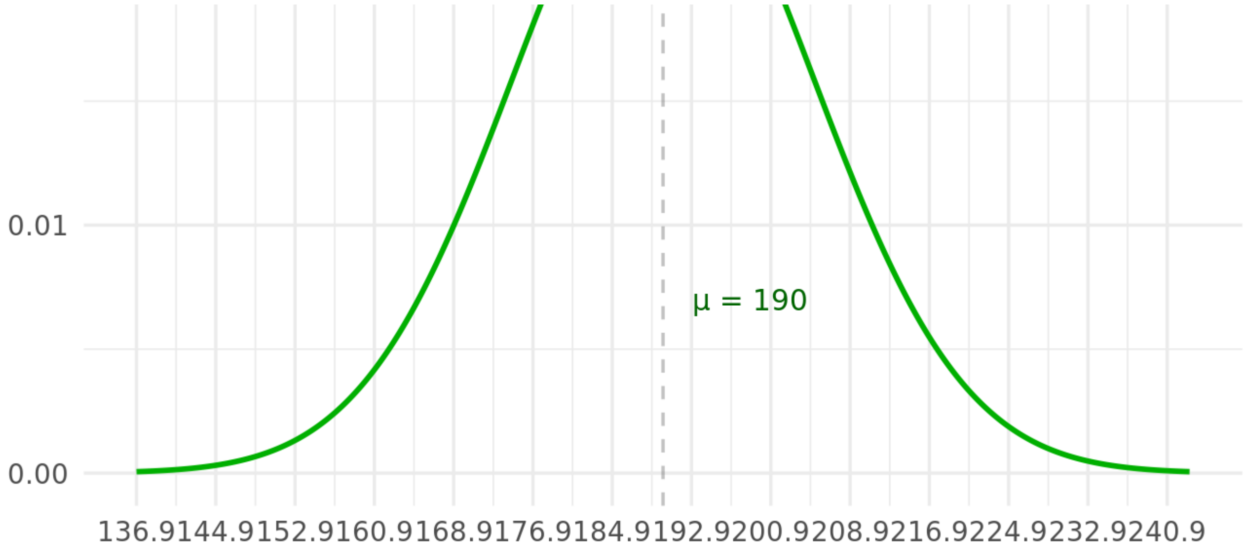
Desvio padrão amostral:

```r
e19$s <- e19$sigma / sqrt(e19$n)
```

$$s = 15.1789328$$

▶ Código






```r
e19$z <- (e19$x - e19$mu) / e19$sigma
e19$z_barra <- (e19$x - e19$mu) / e19$s
```

QUESTÃO B

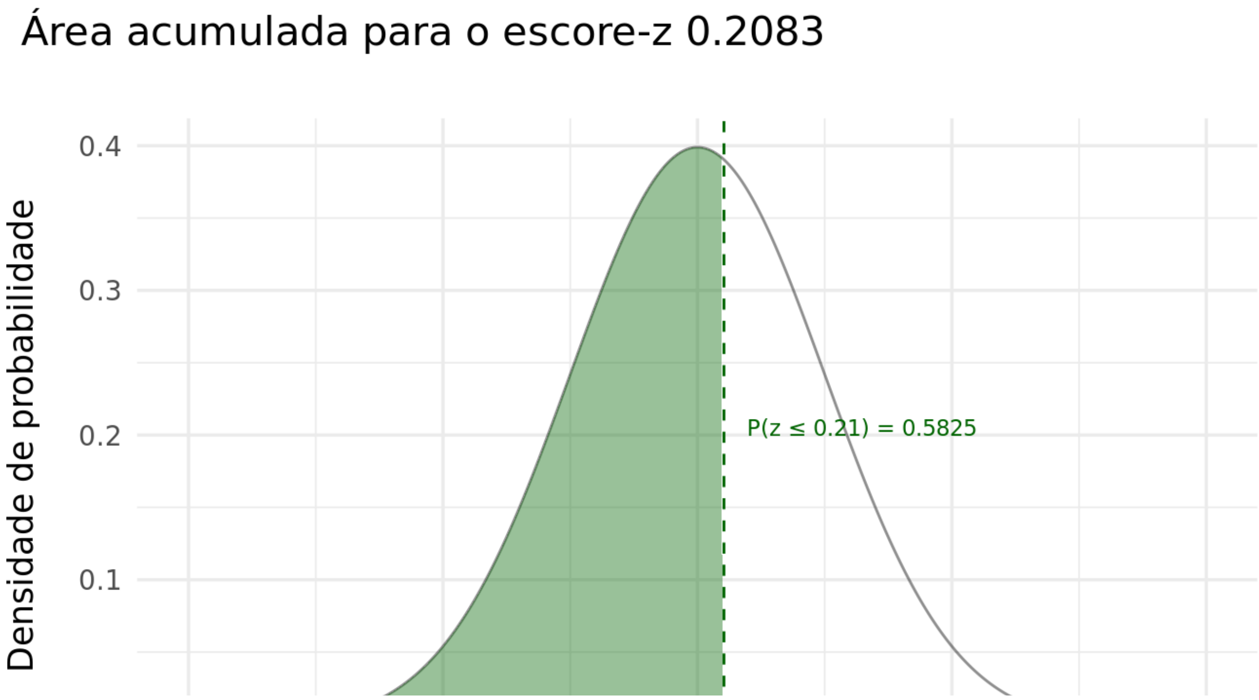
```r
pnorm(e19$z) |> ppercent()
```

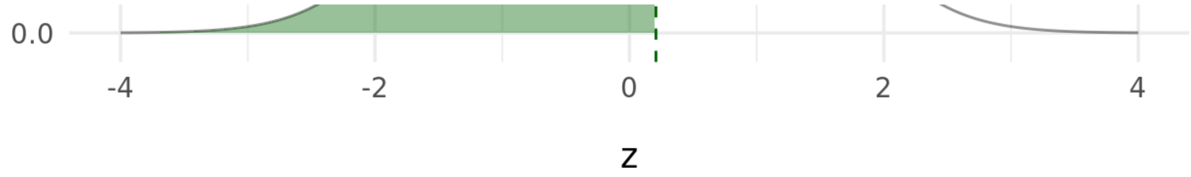
$$P = 0.582516 \approx 58.25\%$$

```r
pnorm(e19$z_barra) |> ppercent()
```

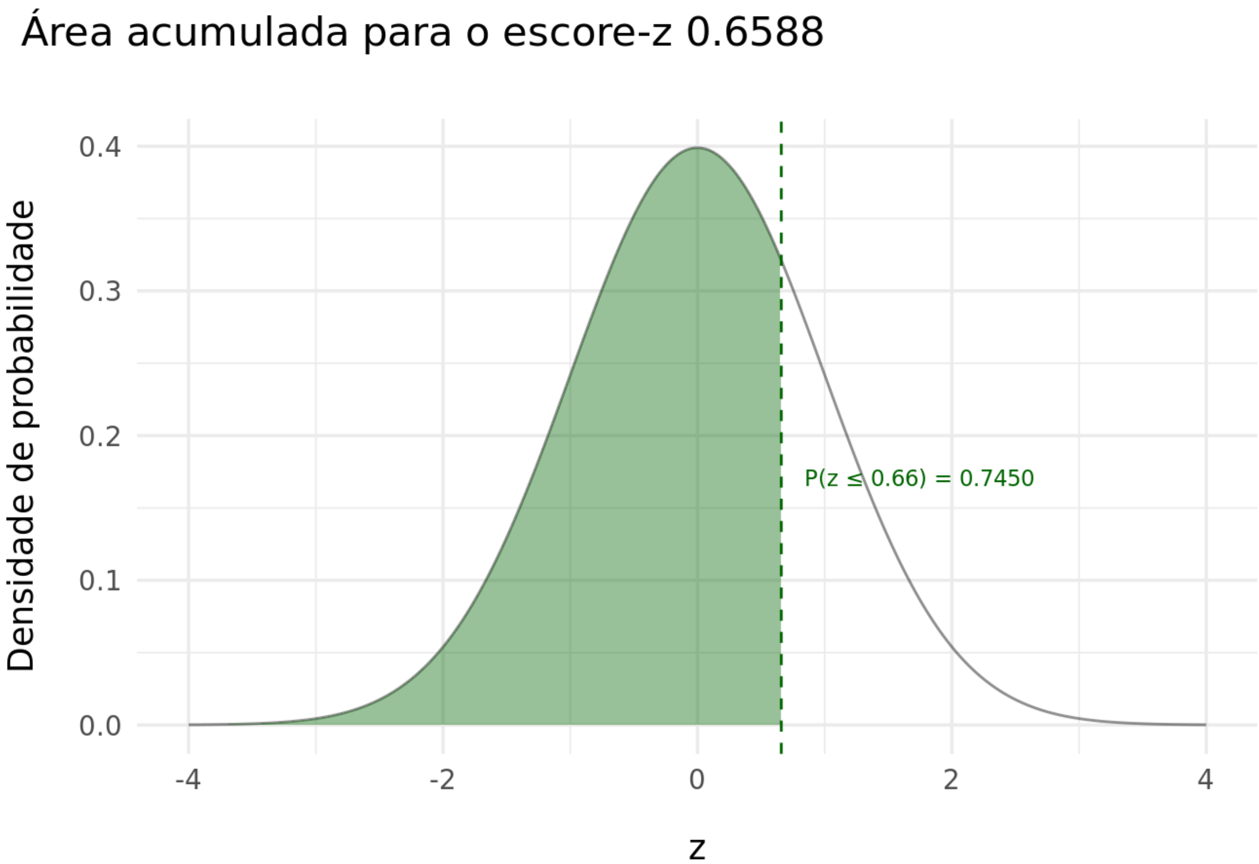
$$P = 0.744990 \approx 74.50\%$$

```r
z_plot(e19$z)
```






```
z_plot(e19$z_barra)
```



QUESTÃO C

A amostra apresenta uma probabilidade maior. Isto é esperado, já que ela restringe a quantidade de casos extremos.

EXERCÍCIO 20

▸ Código

QUESTÃO A

```
e20$q <- 1 - e20$p
```

$$n = 100$$

$$p = 0.34$$

$$q = 0.66$$

QUESTÃO B

```
e20$np <- e20$n * e20$p
e20$nq <- e20$n * e20$q
```

$$np = 34$$

$$nq = 66$$

QUESTÃO C

Podemos usar uma distribuição normal para aproximar, pois $np \geq 5 \wedge nq \geq 5$.

QUESTÃO D

```
mu_b <- e20$np
sigma_b <- sqrt(e20$n * e20$p * e20$q)
```

$$\mu = 34$$

$$\sigma = 4.7371$$

EXERCÍCIO 21

▸ Código

```
e21$q <- 1 - e21$p
e21$np <- e21$n * e21$p
e21$nq <- e21$n * e21$q
```

$$n = 100$$

$$p = 0.34$$

$$q = 0.66$$

$$np = 34$$

$$nq = 66$$

QUESTÃO A

Novamente podemos usar uma distribuição normal, dado que $np \geq 5 \wedge nq \geq 5$.

QUESTÃO B

```
e21$mu <- e21$np
e21$sigma <- sqrt(e21$n * e21$p * e21$q)
```

$$\mu = 34$$

$$\sigma = 4.7371$$

QUESTÃO C

Para corrigir $P(x > 30)$, usaremos $x \geq 30.5$.

```
e21$a <- 30.5
```

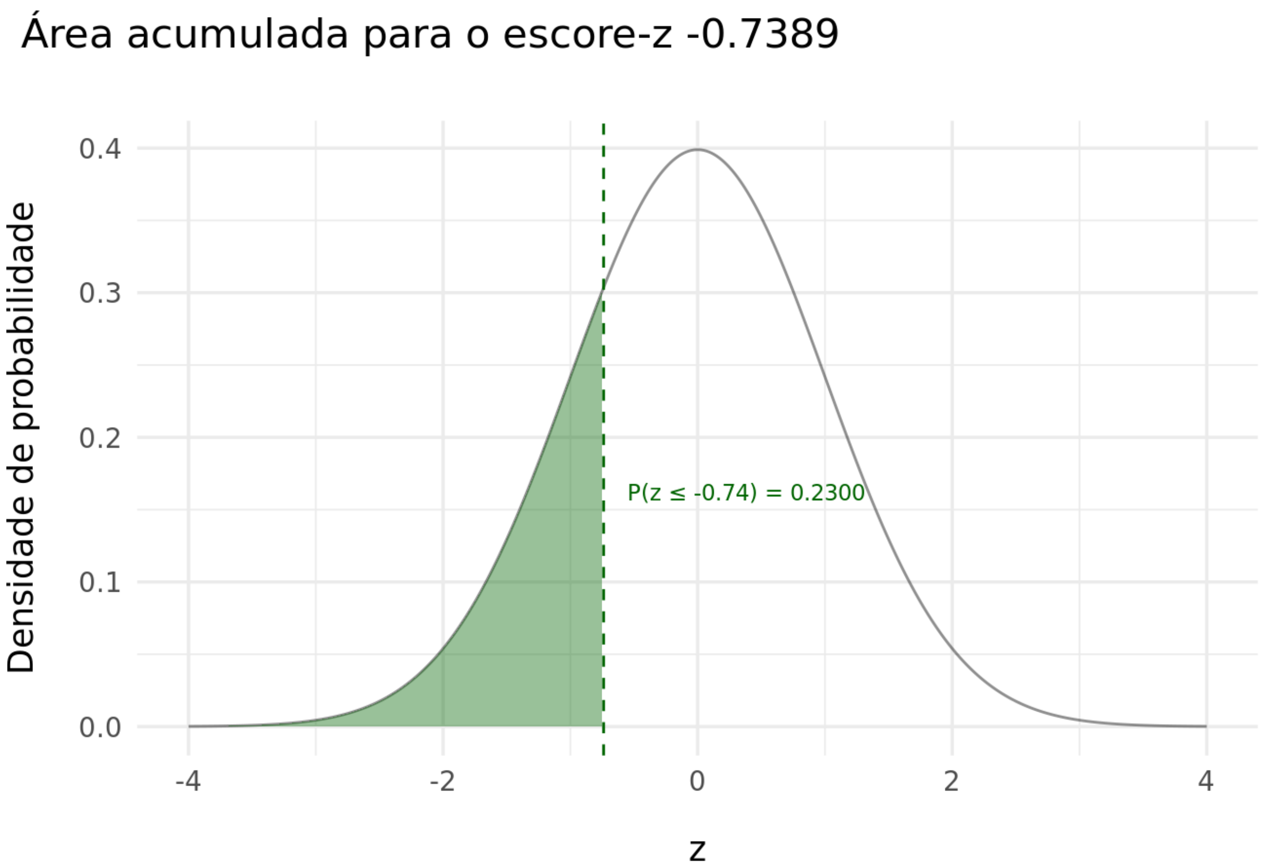
QUESTÃO D

```
e21$z <- (e21$a - e21$mu) / e21$sigma
e21$ps <- pnorm(e21$z, lower.tail = FALSE)
```

$$z = -0.7388506$$

$$P(X > 30) \approx P(Z > z) = 0.77$$

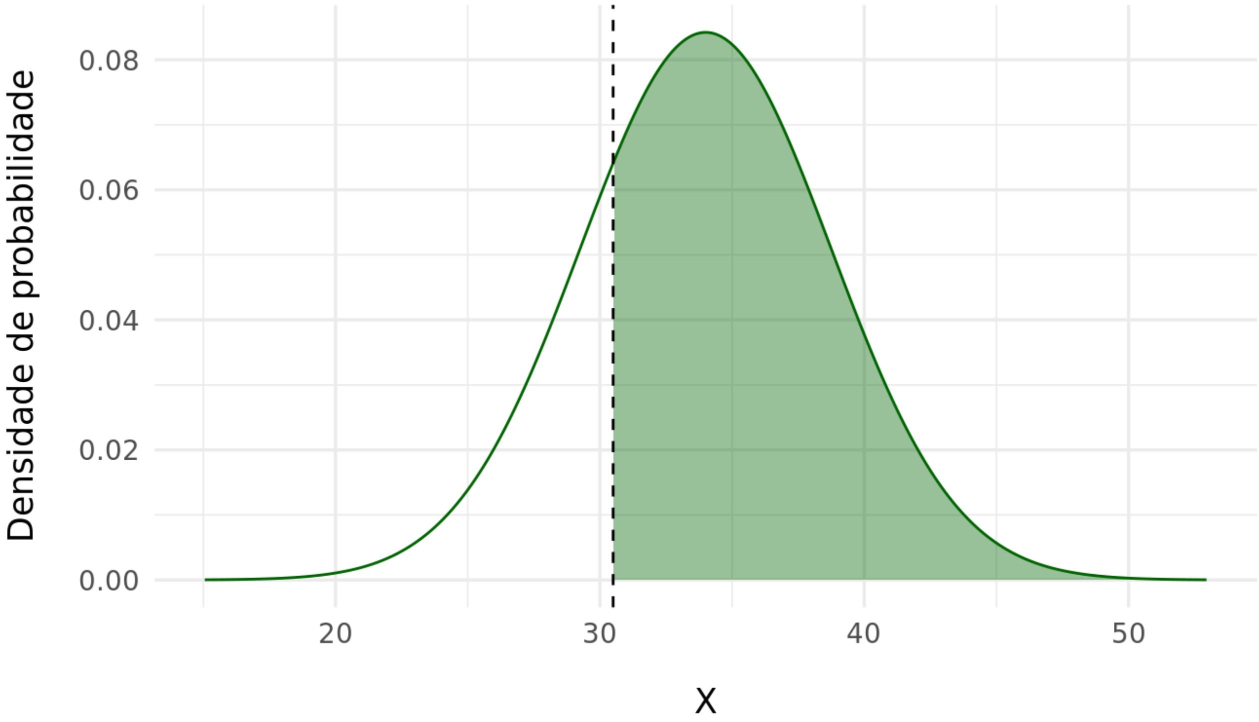
```
z_plot(e21$z)
```



▸ Código

Aproximação Normal para Binomial, n = 100 p = 0.34

Em destaque, P(X > 30) com correção de continuidade



EXERCÍCIO 22

▸ Código

```
e22$q <- 1 - e22$p
e22$np <- e22$n * e22$p
e22$nq <- e22$n * e22$q
```

$$n = 100$$

$$p = 0.58$$

$$q = 0.42$$

$$np = 58$$

$$nq = 42$$

QUESTÃO A

Mais uma vez podemos usar uma distribuição normal, dado que $np \geq 5 \wedge nq \geq 5$.

QUESTÃO B

```
e22$mu <- e22$np
e22$sigma <- sqrt(e22$n * e22$p * e22$q)
```

$$\mu = 58$$

$$\sigma = 4.9356$$

EXERCÍCIO 23

▶ Código

```
e23$q <- 1 - e23$p
e23$np <- e23$n * e23$p
e23$nq <- e23$n * e23$q
```

$$n = 75$$

$$p = 0.32$$

$$q = 0.68$$

$$np = 24$$

$$nq = 51$$

QUESTÃO A

Ainda podemos usar uma distribuição normal, dado que $np \geq 5 \land nq \geq 5$.

QUESTÃO B

```
e23$mu <- e23$np
e23$sigma <- sqrt(e23$n * e23$p * e23$q)
```

$$\mu = 24$$

$$\sigma = 4.0398$$

QUESTÃO C

```
e23$xi <- e23$x - 0.5
e23$xs <- e23$x + 0.5

e23$zi <- (e23$xi - e23$mu) / e23$sigma
e23$zs <- (e23$xs - e23$mu) / e23$sigma
```

$$x_i = 14.5$$

$$x_s = 15.5$$

$$z_i = -2.3516004$$

$$z_s = -2.1040635$$

QUESTÃO D

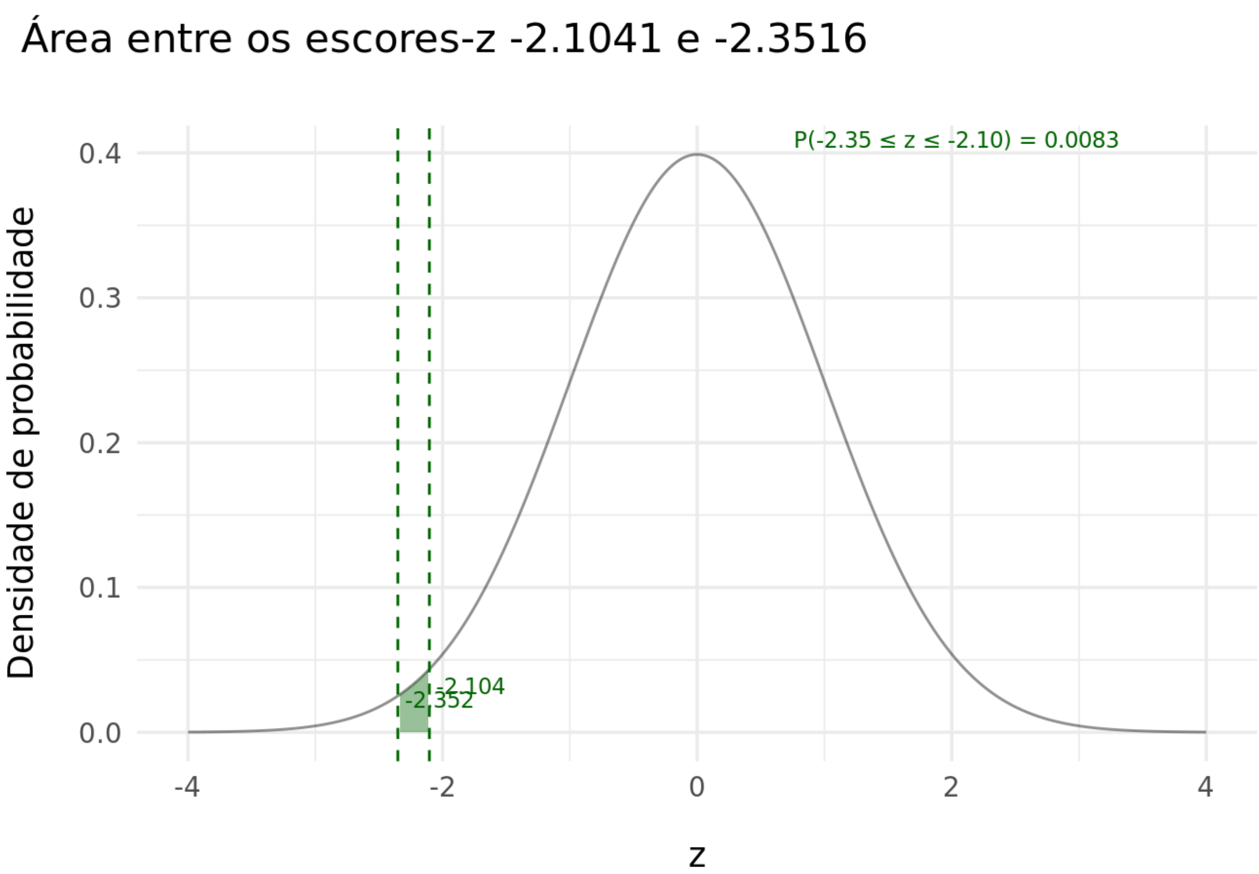
Para aproximar $P(X = 15)$ para a distribuição normal:

```
pnorm(e23$zs) - pnorm(e23$zi) |> ppercent()
```

$$P = 0.009346 \approx 0.93\%$$

numeric(0)

```
z_plot(e23$zs, opposite = e23$zi)
```



EXERCÍCIO 24

O problema apresentado neste exercício é mais simples por poder ser reduzido a um vetor tal que:

```
hours <- c(
  26, 25, 32, 31, 28, 28,
  28, 22, 28, 25, 21, 40,
  32, 22, 25, 22, 26, 24,
  46, 20, 35, 22, 32, 48,
  32, 36, 38, 32, 22, 19
)
```

QUESTÕES A E B

Com isso, podemos obter a média amostral, que corresponde também à média populacional:

```
x_bar <- mean(hours)
x_bar
```

```
x_bar
```

```
[1] 28.9
```

EXERCÍCIO 25

QUESTÃO A

Usando o mesmo vetor, teremos:

```
n     <- length(hours)      # tamanho da amostra
sigma <- 7.9                # desvio populacional
alpha <- 0.05               # 95% de confiança
z_c   <- qnorm(1 - alpha/2) # z-crítico
```

QUESTÃO B

Podemos obter a margem de erro por $z_c \cdot \sigma/\sqrt{n}$:

```
E = z_c * sigma / sqrt(n)
```

QUESTÃO C

$$n = 30$$

$$\sigma = 7.9$$

$$\alpha = 0.05$$

$$z_c = 1.959964$$

$$E = 2.8269267$$

Interpretação: Com 95% de confiança, a média de horas semanais está no intervalo $(26.31; 31.95)$.

EXERCÍCIO 26

```
n <- length(hours)
s <- sd(hours)
alpha <- 0.05
f <- n - 1 # degrees of freedom
t_c <- qt(1 - alpha/2, f)
```

QUESTÃO A

```
x_bar <- mean(hours)
E <- t_c * s / sqrt(n)
```

$$\overline{x} = 28.9$$

$$E = 2.7480781$$

QUESTÃO B

```
li <- x_bar - E
ls <- x_bar + E
```

$$l_i = 26.1519219$$

$$l_s = 31.6480781$$

QUESTÃO C

Interpretação: Com 95% de confiança, a média populacional de horas semanais está no intervalo $(26.15; 31.65)$.

EXERCÍCIO 27

Novamente, podemos usar apenas um vetor para os dados:

```
hours <- c(
  30, 26, 33, 26, 26, 33, 31, 31, 21, 37,
  27, 20, 34, 35, 30, 24, 38, 34, 39, 31,
  22, 30, 23, 23, 31, 44, 31, 33, 33, 26,
  27, 28, 25, 35, 23, 32, 29, 31, 25, 27
)

sigma <- 7.9
E <- 2
alpha <- 0.05
z_c <- qnorm(1 - alpha / 2)
```

$$\sigma = 7.9$$

$$E = 2$$

$$\alpha = 0.05$$

$$z_c = 1.959964$$

Dadas estas informações, podemos obter:

$$n = (z_c \cdot \sigma / E)^2$$

```
n <- ceiling((z_c * sigma / E)^2)
n
```

```
[1] 60
```

Interpretação: Pelo menos 60 funcionários devem ser incluídos na amostra para ter 95% de confiança de que a diferença máxima entre a média amostral e a média populacional seja de 2 horas.

EXERCÍCIO 28

QUESTÃO A

Dada uma amostra de $n = 22$, podemos obter o grau de liberdade $f = n - 1$:

```
n <- 22
f <- n - 1
```

QUESTÃO B

```
c <- 0.90
```

QUESTÃO C

Novamente, usamos a função `qt` para obter o valor t_c.

```
alpha <- 1 - c
t_c <- qt(1 - alpha / 2, f)
```

QUESTÃO D

O valor crítico t_c para um nível de confiança de 90% com uma amostra de 22 é 1.7207429.

EXERCÍCIO 29

Podemos definir as seguintes variáveis a partir do enunciado:

```
n <- 16
mu <- 162
s <- 10
f <- n - 1
se <- s / sqrt(n)
```

Com elas, podemos então construir duas listas, cada uma contendo os limites superiores e inferiores para os intervalos de confiança de 90% e 99%:

```
## 90%
alpha90 <- 0.10
t90 <- qt(1 - alpha90 / 2, f)
e90 <- t90 * se
ci90 <- list(i = x_bar - e90, s = x_bar + e90)

## 99%
alpha99 <- 0.01
t99 <- qt(1 - alpha99 / 2, f)
```

```r
e99 <- t99 * se
ci99 <- list(i = x_bar - e99, s = x_bar + e99)
```

Os valores obtidos mostram:

- Intervalo de confiança de 90%
  - Limite inferior 24.5174
  - Limite superior 33.2826
- Intervalo de confiança de 99%
  - Limite inferior 21.5332
  - Limite superior 36.2668

EXERCÍCIO 30

Novamente, podemos definir as seguintes variáveis a partir do enunciado:

```r
n     <- 36
mu <- 9.75
s     <- 2.39
f    <- n - 1
se    <- s / sqrt(n)
```

```r
## 90%
t90  <- qt(0.95, f)
e90  <- t90 * se
ci90 <- list(i = mu - e90, s = x_bar + e90)

## 95%
t95  <- qt(0.975, f)
e95  <- t95 * se
ci95 <- list(i = mu - e95, s = x_bar + e95)
```

Temos, portanto, os intervalos de confiança:

```r
ci90
```

```
$i
[1] 9.076987

$s
[1] 29.57301
```

```r
ci95
```

```
$i
[1] 8.94134

$s
[1] 29.70866
```

QUESTÃO A

- Intervalo de confiança de 90%
  - $t_c = 1.6896$
  - $E = 0.673$
- Intervalo de confiança de 95%
  - $t_c = 2.0301$
  - $E = 0.8087$

QUESTÃO B

- Intervalo de confiança de 90%
  - Limite inferior 9.077
  - Limite superior 29.573
- Intervalo de confiança de 95%
  - Limite inferior 8.9413
  - Limite superior 29.7087

QUESTÃO C

Podemos comparar as larguras usando uma subtração simples:

- Intervalo de confiança de 90%
  - Largura: 20.496
- Intervalo de confiança de 95%
  - Largura: 20.7673

EXERCÍCIO 31

Como o desvio padrão da população é desconhecido e temos uma amostra pequena, devemos usar a distribuição t com um índice de liberdade de $n - 1$.

Mais uma vez, vamos primeiro designar algumas variáveis com os valores do enunciado:

```
n <- 18
x_bar <- 64
s <- 2.5
f <- n - 1
```

Dado o intervalo de confiança de 90%, temos $\alpha = 0.1$:

```
alpha <- 0.10
t_c <- qt(1 - alpha / 2, f)
se <- s / sqrt(n)
```

E com isso podemos obter a margem de erro:

```
me <- t_c * se
```

Nosso intervalo de confiança estará, portanto, entre:

```
c_i <- x_bar - me
c_s <- x_bar + me
```

Ou seja, entre 62.9749 e 65.0251.

EXERCÍCIO 32

QUESTÃO A

Pelo enunciado, temos:

```
x <- 123
n <- 2462
```

QUESTÃO B

Podemos obter $\hat{p}$ com uma proporção simples de $\frac{x}{n}$.

```
p_h <- x / n
```

$$\hat{p} = 0.0499594$$

EXERCÍCIO 33

QUESTÃO A

```
x     <- 123
n     <- 2462
p_h <- x / n
q_h <- 1 - p_h
```

$$\hat{p} = 0.0499594$$

$$\hat{q} = 0.9500406$$

QUESTÃO B

```
np  <- n * p_h
nq  <- n * q_h
```

A distribuição amostral pode ser aproximada por uma distribuição normal pois $np = 123 > 5 \wedge nq = 2339 > 5$.

QUESTÃO C

```
z_c <- qnorm(0.95)
e <- z_c * sqrt(p_h * q_h / n)
```

$$z_c = 1.6448536$$

$$E = 0.0072221$$

QUESTÃO D

```
l_i <- p_h - e
l_s <- p_h + e
```

QUESTÃO E

O intervalo de confiança populacional é aproximadamente (0.0435; 0.0565).

Com 90% de confiança, entre 4.35% e 5.65% dos professores dos Estados Unidos responderiam “todas ou quase todas”.

EXERCÍCIO 34

QUESTÃO A

```
n <- 498
p_h <- 0.25
q_h <- 1 - p_h
p_h
```

```
[1] 0.25
```

```
q_h
```

```
[1] 0.75
```

$$\hat{p} = 0.25$$

$$\hat{q} = 0.75$$

QUESTÃO B

```
np  <- n * p_h
nq  <- n * q_h
```

Tamém podemos aproximar pela distribuição normal dado que $np = 124.5 > 5 \wedge nq = 373.5 > 5$.

QUESTÃO C

QUESTÃO C

```
z_c <- qnorm(0.995)
e <- z_c * sqrt(p_h * q_h / n)
```

$$z_c = 2.5758293$$

$$E = 0.0499808$$

QUESTÃO D

```
l_i <- p_h - e
l_s <- p_h + e
```

$$l_i = 0.2000192$$

$$l_s = 0.2999808$$

QUESTÃO E

Com 99% de confiança, a proporção de adultos americanos que consideram pessoas acima de 65 anos os motoristas mais perigosos está entre aproximadamente 20% e 30%.

EXERCÍCIO 35

QUESTÃO A

```
p_h1 <- 0.5
q_h1 <- 1 - p_h1

p_h2 <- 0.31
q_h2 <- 1 - p_h2

z_c <- qnorm(0.95)
e <- 0.02
```

QUESTÃO B

A partir de,

$$n = \frac{(z_c{}^2 \cdot \hat{p} \cdot \hat{q})}{E^2}$$

Temos:

```
n1 <- (z_c^2 * p_h1 * q_h1) / e^2

n2 <- (z_c^2 * p_h2 * q_h2) / e^2
```

$$n_1 = 1690.9646588$$

$$n_2 = 1446.7893621$$

QUESTÃO C

Dado o domínio da aplicação, precisamos dos valores arredondados:

```
n1 <- ceiling(n1)
n2 <- ceiling(n2)
```

Sem estimativa prévia, precisa-se de 1691 pessoas Com $\hat{p} = 0.31$, precisa-se de 1447 pessoas.

EXERCÍCIO 36

36. Encontre os valores críticos χ2R e χ2L para um intervalo de confiança de 90% quando o tamanho da amostra é 30.

QUESTÃO A

```
n <- 30
f <- n - 1
conf <- 0.90
alpha <- 1 - conf
f
```

```
[1] 29
```

```
alpha
```

```
[1] 0.1
```

QUESTÃO B

As áreas são 0.05 à direita e 0.05 à esquerda.

QUESTÃO C

Podemos usar a distribuição chi quadrado. Na linguagem R, a função `qchisq` oferece o que precisamos:

```
c_r <- qchisq(1 - alpha / 2, f)
c_l <- qchisq(alpha / 2,     f)
```

$$c_r = 42.5569678$$

$$c_l = 17.7083662$$

QUESTÃO D

Com 90% de confiança, χ^2 está entre aproximadamente 17.71 e aproximadamente

42.56.

EXERCÍCIO 37

QUESTÃO A

```
n <- 30
f <- n - 1
s <- 1.20

conf1 <- 0.90; alpha1 <- 1 - conf1
conf2 <- 0.95; alpha2 <- 1 - conf2

c_r1 <- qchisq(1 - alpha1 / 2, f)
c_l1 <- qchisq(alpha1 / 2, f)

c_r2 <- qchisq(1 - alpha2 / 2, f)
c_l2 <- qchisq(alpha2 / 2, f)
```

QUESTÃO B

```
var_est <- (f * s^2)

# 90%
v1_i <- var_est / c_r1
v1_s <- var_est / c_l1

# 95%
v2_i <- var_est / c_r2
v2_s <- var_est / c_l2
```

QUESTÃO C

```
sd1_i <- sqrt(v1_i)
sd1_s <- sqrt(v1_s)

sd2_i <- sqrt(v2_i)
sd2_s <- sqrt(v2_s)
```

QUESTÃO D

- Intervalo de confiança de 90%
  - Para a variância: 0.98 a 2.36
  - Para o desvio padrão: 0.99 a 1.54
- Intervalo de confiança de 95%
  - Para a variância: 0.91 a 2.6
  - Para o desvio padrão: 0.96 a 1.61

EXERCÍCIO 38

QUESTÃO A

1. $\mu \neq 74$
2. $\sigma^2 \leq 2.7$
3. $p > 0.24$

QUESTÃO B

1. $\mu = 74$
2. $\sigma^2 > 2.7$
3. $p \geq 0.24$

QUESTÃO C

1. H_0 e H_a para média

- $H_0 : \mu = 74$
- $H_a : \mu \neq 74$ (afirmação)

2. H_0 e H_a para variância

- $H_0 : \sigma^2 \leq 2.7$ (afirmação)
- $H_a : \sigma^2 > 2.7$

3. H_0 e H_a para proporção

- $H_0 : p \leq 0.24$
- $H_a : p > 0.24$ (afirmação)

EXERCÍCIO 39

QUESTÃO A

- $H_0 : p \leq 0.01$
- $H_a : p > 0.01$

QUESTÃO B

- Erro tipo I: rejeitar H_0 quando $p \leq 0.01$, concluindo que a taxa é $> 1\%$ quando na realidade é $\leq 1\%$
- Erro tipo II: não rejeitar H_0 quando $p > 0.01$, concluindo que a taxa é $\leq 1\%$ quando na realidade é $> 1\%$

QUESTÃO C

O erro tipo II é mais sério.

EXERCÍCIO 40

QUESTÃO A

1. Analista de consumo

- H_0: $\mu = 74$
- H_a: $\mu \neq 74$

2. Corretor de imóveis

- H_0: $p = 0.24$
- H_a: $p > 0.24$

QUESTÃO B

1. Teste bilateral: $\mu \neq 74$

```
z0 <- 2.1
p_b <- 2 * (1 - pnorm(abs(z0)))
p_b
```

```
[1] 0.03572884
```

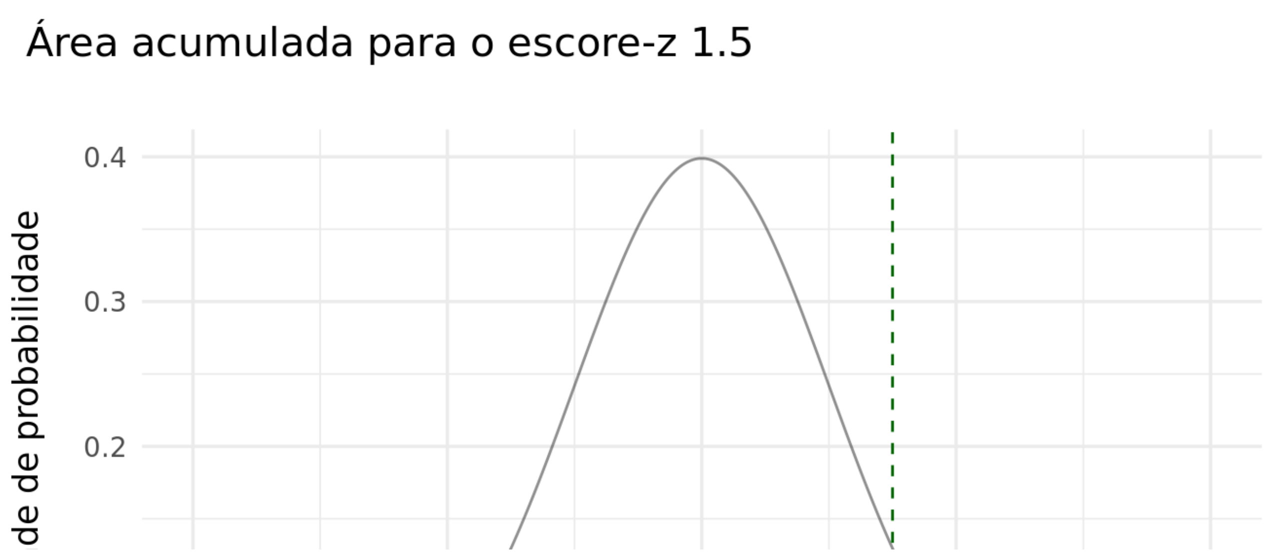
2. Teste unilateral à direita: $p > 0.24$

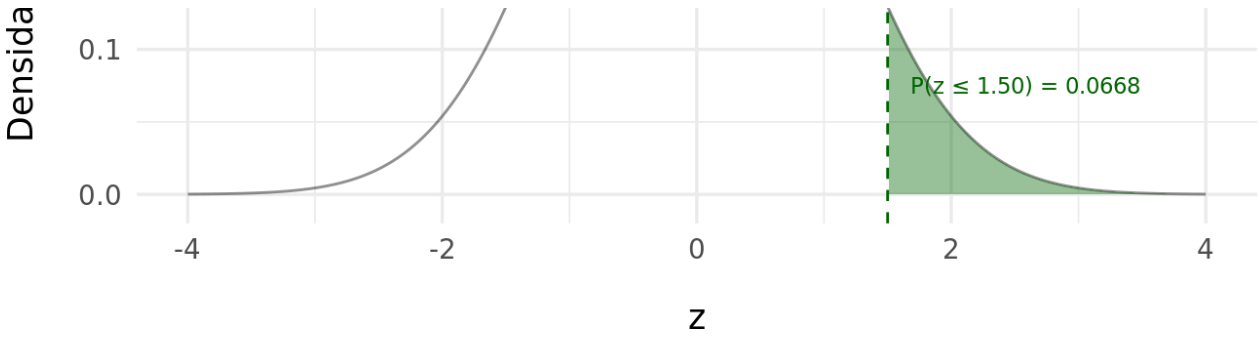
```
z0 <- 1.5
p_u <- 1 - pnorm(z0)
p_u
```

```
[1] 0.0668072
```

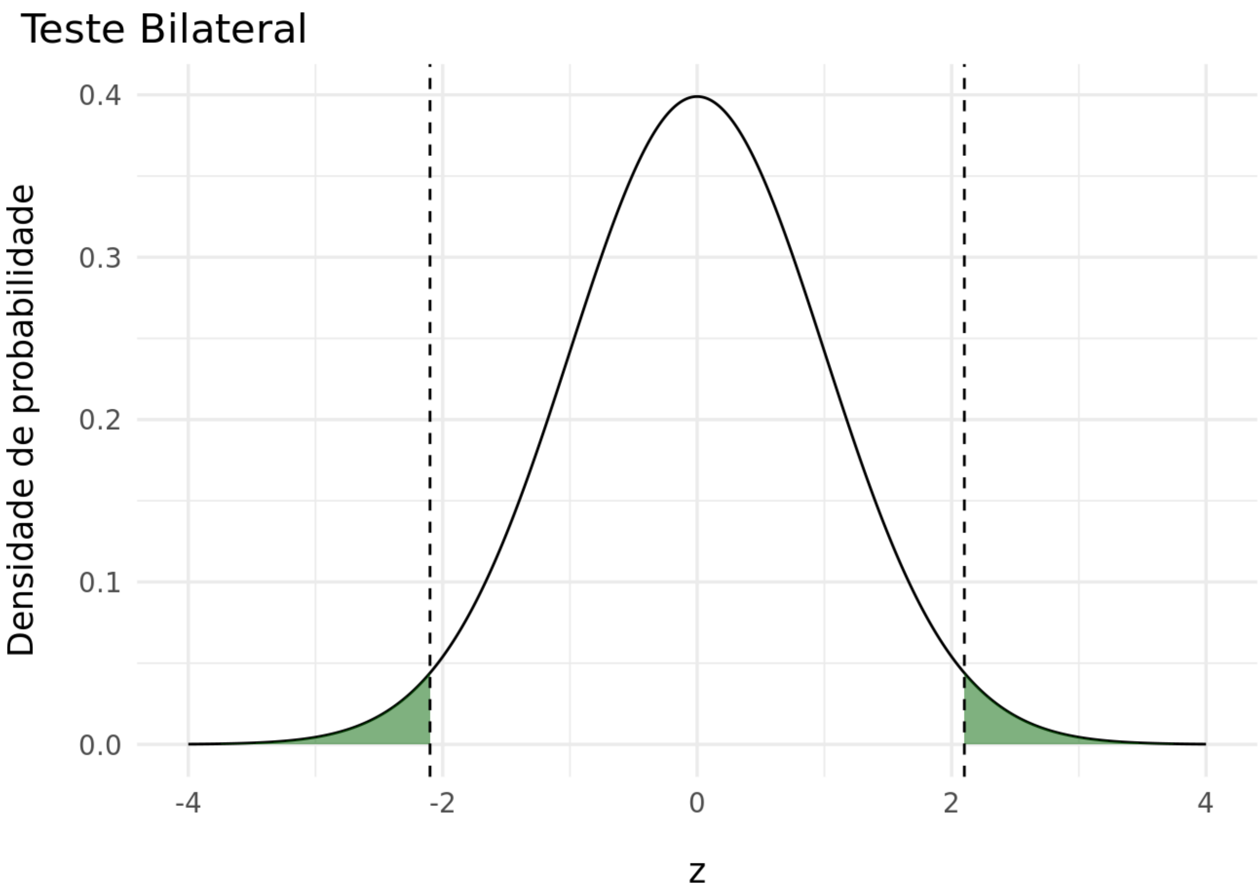
QUESTÃO C

```
z_plot(qnorm(1 - p_u), right = TRUE)
```





▸ Código



EXERCÍCIO 41

INTERPRETAÇÃO: REJEITAR H_0

- Proporção de estudantes: 61%
  - Há evidência suficiente para afirmar que a proporção de estudantes em atividades extracurriculares não é 0.61
  - Rejeitar H_0: $p = 0.61 \implies p \neq 0.61$
- Tempo médio de troca de óleo é menor que 15 min
  - Há evidência suficiente para concluir que o tempo médio é menor que 15 minutos
  - Rejeitar H_0: $\mu = 15 \implies \mu < 15$

Rejeitar H_0: $\mu = 15$ vs $\mu < 15$

INTERPRETAÇÃO: NÃO REJEITAR H_0

- Proporção de estudantes é 61%
  - Não há evidência suficiente para afirmar que a proporção difere de 0.61
- Tempo médio de troca de óleo é menor que 15 min
  - Não há evidência suficiente para afirmar que o tempo médio é menor que 15 minutos

EXERCÍCIO 42

QUESTÃO A

Se rejeitarmos H_0, a interpretação seria de que há evidência suficiente para concluir que a proporção de proprietários que acham suas casas muito pequenas é maior que 24%.

QUESTÃO B

Se não rejeitarmos H_0, a interpretação seria de que não há evidência suficiente para concluir que a proporção de proprietários que acham suas casas muito pequenas é maior que 24%.

EXERCÍCIO 43

QUESTÃO A

```
z <- -1.71
p <- pnorm(z)
p
```

```
[1] 0.04363294
```

QUESTÃO B

Este valor é o mesmo obtido na questão A, 0.0436329.

QUESTÃO C

Interpretação: Uma vez que $p = 0.0436329 < \alpha = 0.1$, devemos rejeitar H_0.

EXERCÍCIO 44

QUESTÃO A

```
z <- 1.64
```

```
p <- pnorm(z)
p
```

```
[1] 0.9494974
```

QUESTÃO B

```
p_2 <- 2 * (1 - pnorm(z))
p_2
```

```
[1] 0.1010052
```

QUESTÃO C

$$p = 0.9494974 > \alpha = 0.10 \implies \text{Não rejeitar } H_0.$$

EXERCÍCIO 45

QUESTÃO A

- H_0: $\mu = 35$
- H_a: $\mu > 35$

QUESTÃO B

- $\alpha = 0.05$

QUESTÃO C

```
x_bar <- 36
mu <- 35
sigma <- 4
n <- 100

z <- (x_bar - mu) / (sigma / sqrt(n))
z
```

```
[1] 2.5
```

QUESTÃO D

```
p <- 1 - pnorm(z)
p
```

```
[1] 0.006209665
```

QUESTÃO E

Dado que $p = 0.0062097 < \alpha = 0.05$, devemos rejeitar H_0.

QUESTÃO F

Interpretação: Há evidência suficiente para concluir que a velocidade média dos veículos ultrapassa 35 milhas por hora.

EXERCÍCIO 46

QUESTÃO A

- Afirmação: “o tempo médio para recuperar o custo é 3 anos”.
- $H_0 : \mu = 3$
- $H_1 : \mu \neq 3$

QUESTÃO B

```
alpha <- 0.01
```

QUESTÃO C

```
x_bar <- 3.3
mu   <- 3
sigma <- 0.5
n <- 25

z <- (x_bar - mu) / (sigma / sqrt(n))
z
```

```
[1] 3
```

QUESTÃO D

```
p <- 2 * (1 - pnorm(abs(z)))
p
```

```
[1] 0.002699796
```

QUESTÃO E

Como $p \approx 0.0027 < \alpha = 0.01$, devemos rejeitar H_0.

QUESTÃO F

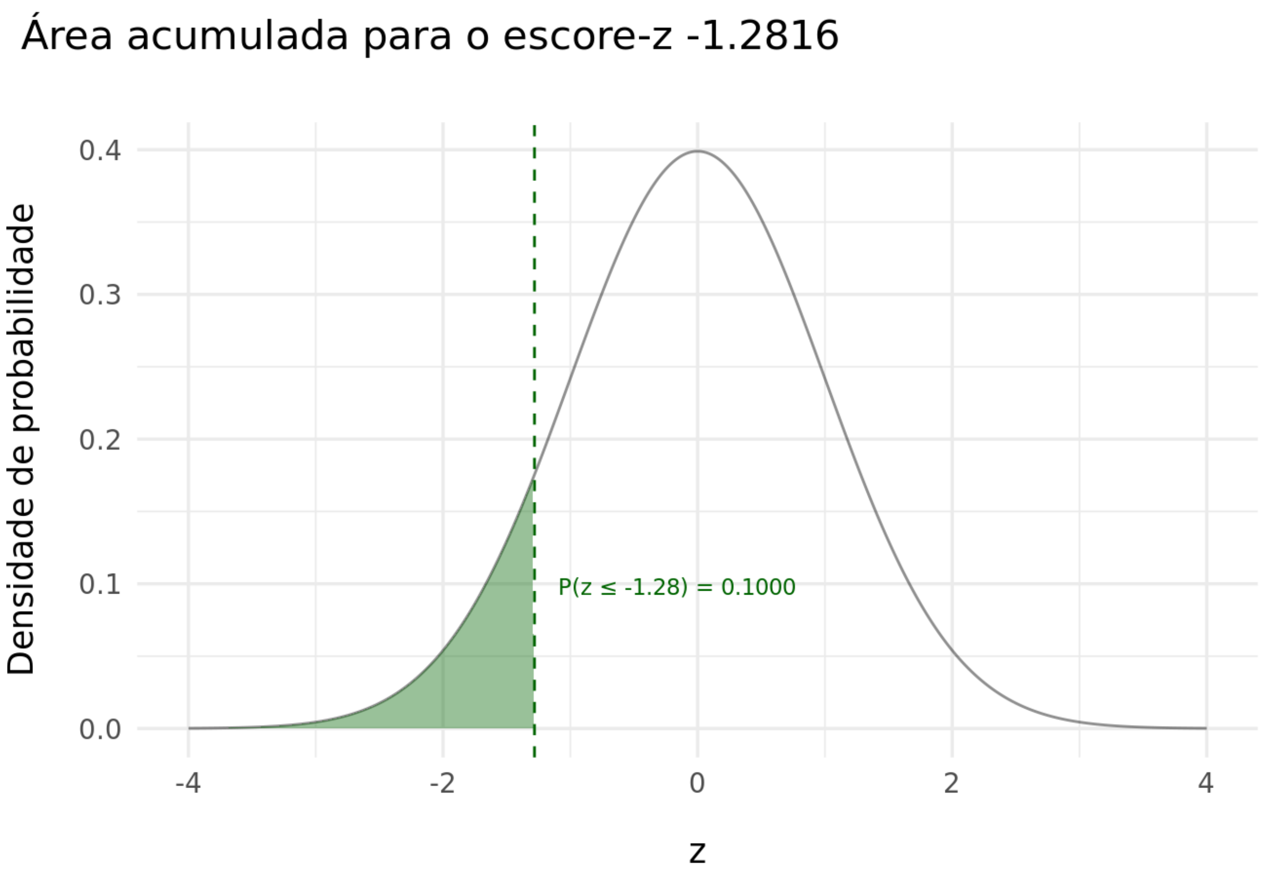
Interpretação: Há evidências suficientes de que o tempo médio para recuperar o custo difere de 3 anos. No caso da presente estatística, ele parece ser maior.

EXERCÍCIO 47

QUESTÃO A

```
alpha <- 0.10
```

```
z_plot(qnorm(alpha))
```



QUESTÃO B

```
z <- -1.28
a <- pnorm(z)
a
```

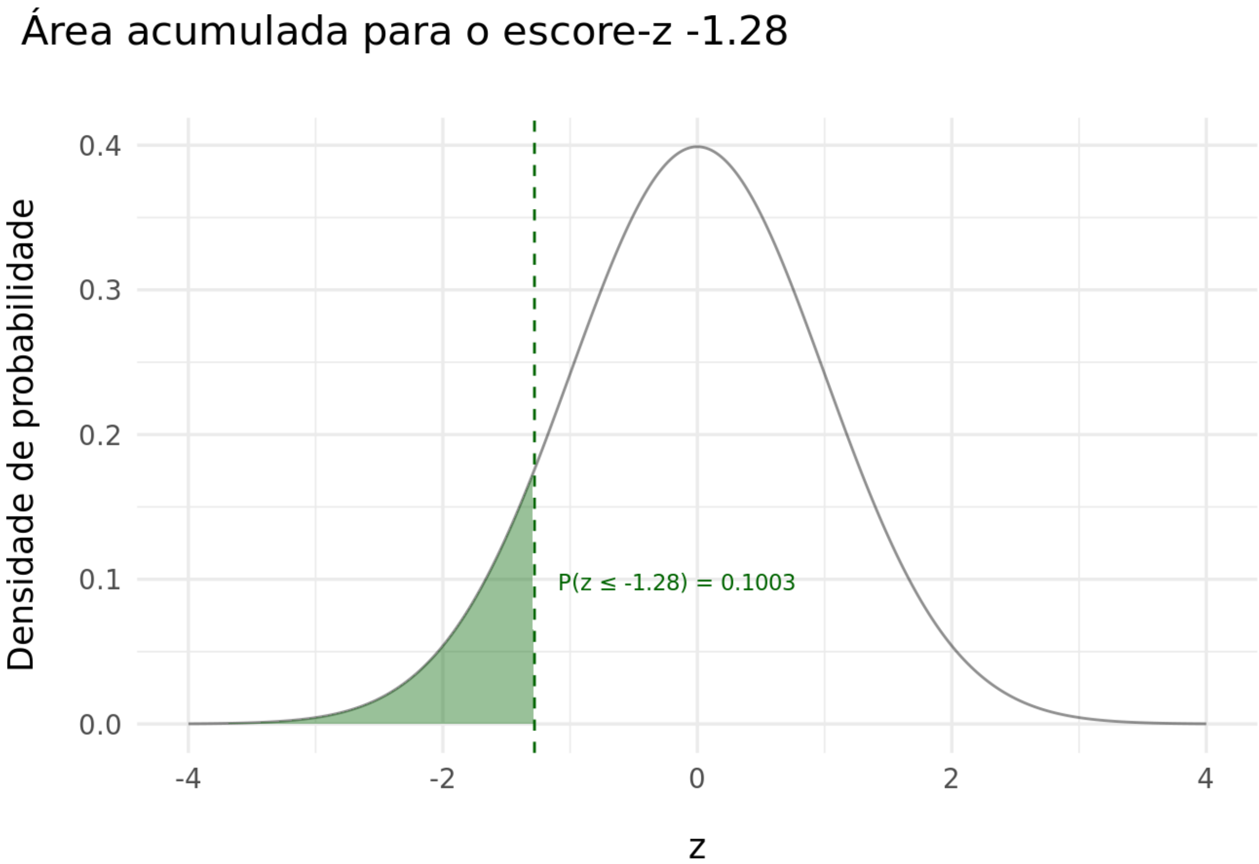
```
[1] 0.1002726
```

QUESTÃO C

```
z_a <- qnorm(a)
z_a
```

```
[1] -1.28
```

```
z_plot(z_a)
```



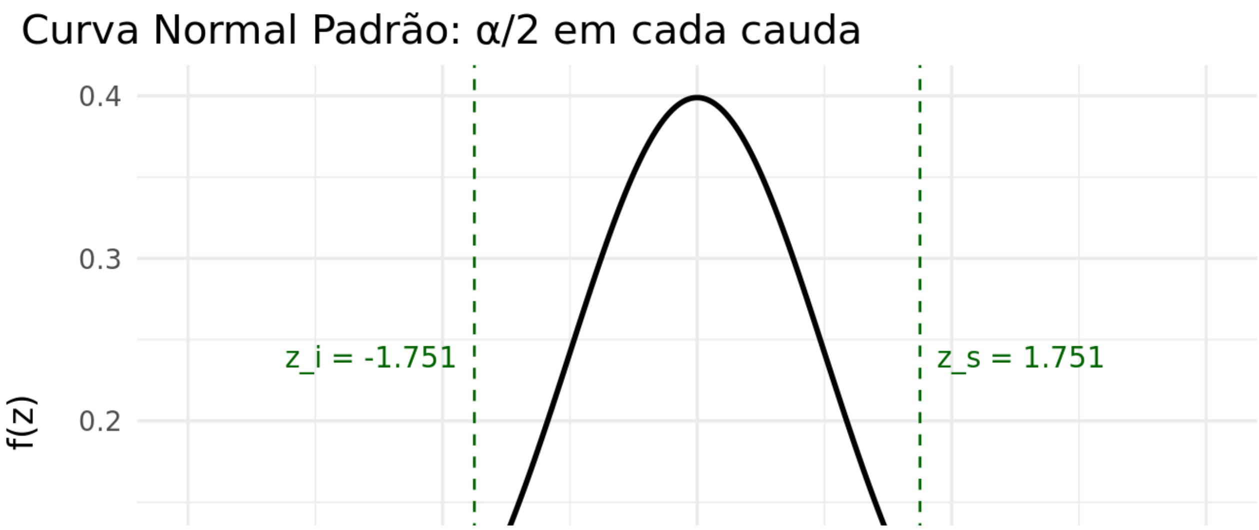
QUESTÃO D

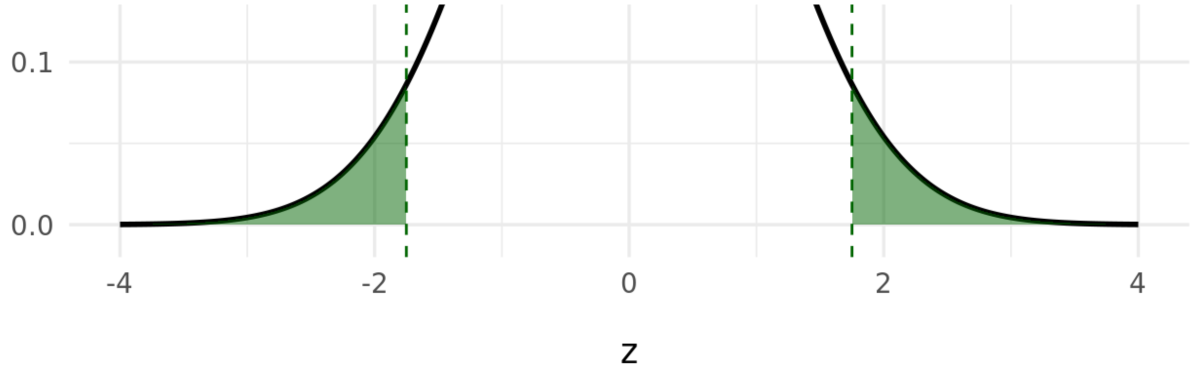
A zona de rejeição está à esquerda de $z = -1.28$, ou seja, devemos rejeitar se $z < -1.28$.

EXERCÍCIO 48

QUESTÃO A

▸ Código





QUESTÃO B

```
alpha <- 0.08
a_i <- pnorm(qnorm(alpha/2))
a_s <- pnorm(qnorm(1 - alpha/2))
```

$$a_i = 0.04$$

$$a_s = 0.96$$

QUESTÃO C

```
z_i <- qnorm(0.04)
z_s <- qnorm(0.96)
z_i  # -1.750686
```

```
[1] -1.750686
```

```
z_s  #  1.750686
```

```
[1] 1.750686
```

QUESTÃO D

Rejeitar H_0 se $z < -1.7506861$ ou $z > 1.7506861$.

EXERCÍCIO 49

- Hipóteses
  - $H_0 : \mu = 68000$
  - $H_1 : \mu < 68000$

```
x_bar  <- 66900
mu <- 68000
sigma <- 5500
n <- 20

z <- (x_bar - mu) / (sigma / sqrt(n))
```

```r
p <- pnorm(z)
```

$$z = -0.8944272$$

$$p = 0.1855467$$

$0.1855467 > \alpha = 0.05$, logo, não devemos rejeitar H_0.

Interpretação: Não há evidência suficiente de que o salário médio seja menor que 68000.

EXERCÍCIO 50

QUESTÃO A

```r
alpha1 <- 0.1
alpha2 <- 0.01
```

QUESTÃO B

```r
z_1 <- qnorm(1 - alpha1 / 2)
z_2 <- qnorm(1 - alpha2 / 2)
```

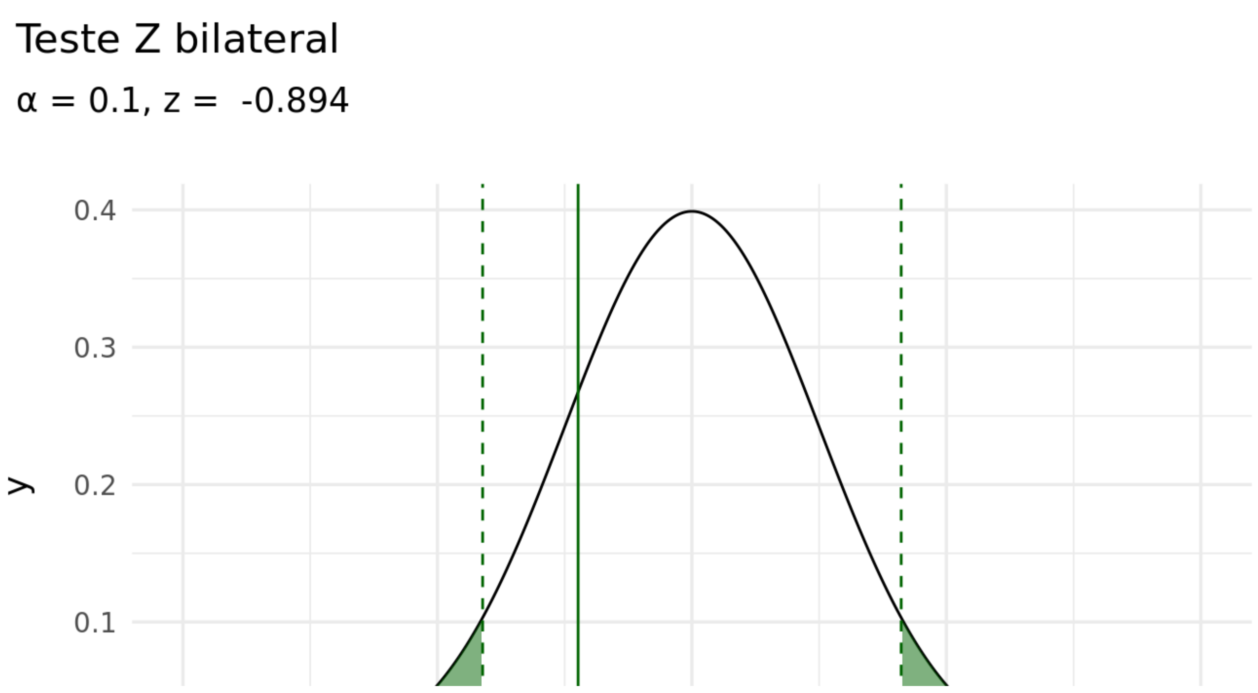
$$z_1 = 1.6448536$$

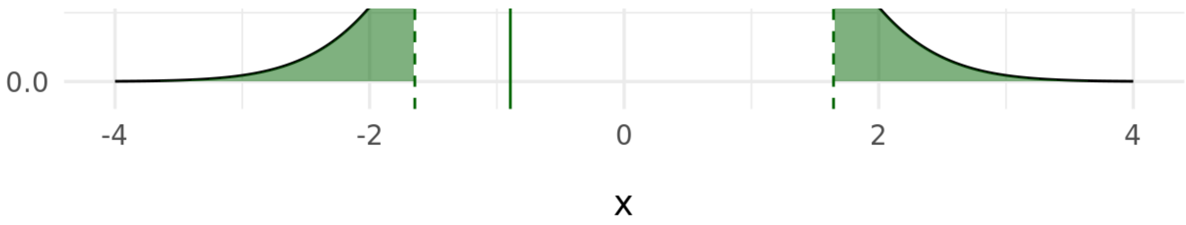
$$z_2 = 2.5758293$$

As regiões de rejeição são $z < -z_0$ ou $z > z_0$.

QUESTÃO C

▶ Código





QUESTÃO D

Interpretação: Com $\alpha = 0.1$, há evidência suficiente para rejeitar a afirmação de que o custo médio é 13960 (o custo médio parece menor). Com $\alpha = 0.01$, não há evidência suficiente para rejeitar a afirmação.

EXERCÍCIO 51

QUESTÃO A

$$gl = n - 1 = 9 - 1 = 8$$

QUESTÃO B

```
alpha <- 0.10
f     <- 8

t0 <- qt(1 - alpha, f)
```

$$t_0 = 1.3968153$$

EXERCÍCIO 52

QUESTÃO A

$$gl = n - 1 = 16 - 1 = 15$$

QUESTÃO B

```
alpha <- 0.05
f <- 15

t_i <- qt(alpha / 2, f)
t_s <- qt(1 - alpha / 2, f)
```

$$t_i = -2.1314495$$

$$t_s = 2.1314495$$

EXERCÍCIO 53

QUESTÃO A

$$H_0: \ \mu = 1200$$

$$H_a: \ \mu < 1200$$

QUESTÃO B

```
alpha <- 0.1
n <- 7
f <- n - 1
```

QUESTÃO C

```
t <- qt(alpha, f)
```

$$t = -1.4397557$$

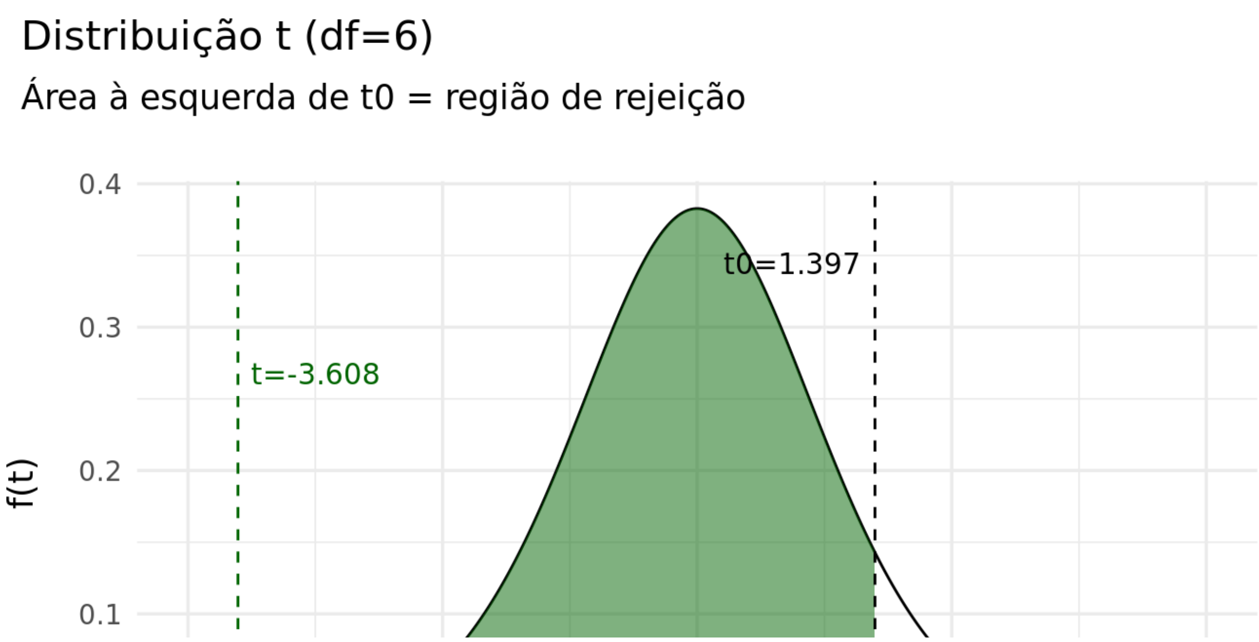
QUESTÃO D

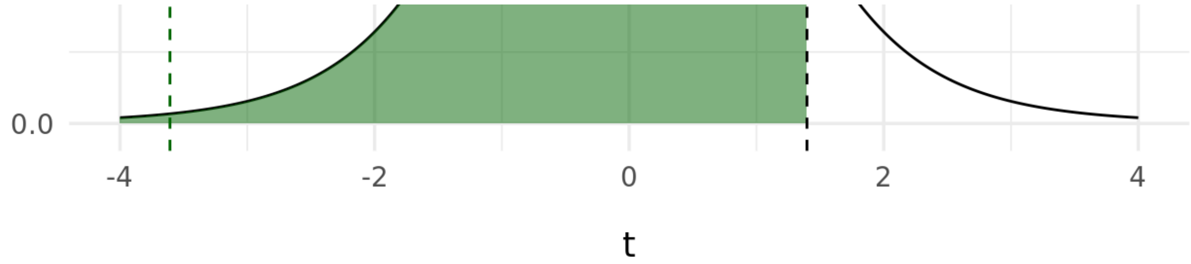
```
x_bar <- 1125
mu <- 1200
s <- 55
n <- 7

t_stat <- (x_bar - mu) / (s / sqrt(n))
p <- pt(t_stat, f)
```

$$t_{stat} = -3.6078427$$

$$p = 0.00563$$

▸ Código





QUESTÃO E

$$p \approx 0.044 < \alpha = 0.1 \implies \text{Rejeitar } H_0$$

QUESTÃO F

Interpretação: Há evidência de que o custo médio do seguro é menor que 1200.

EXERCÍCIO 54

QUESTÃO A

PH

- $H_0 : \mu_{pH} = 6.8$
- $H_a : \mu_{pH} \neq 6.8$

CONDUTIVIDADE

- $H_0 : \mu_{cond} = 1890$
- $H_a : \mu_{cond} \neq 1890$

QUESTÃO B

- pH: $\alpha = 0.05, \quad df = 39 - 1 = 38$
- Condutividade: $\alpha = 0.01, \quad df = 39 - 1 = 38$

QUESTÃO C

```
df <- 38
t_crit05 <- qt(1 - 0.05 / 2, df)
t_crit01 <- qt(1 - 0.01 / 2, df)
```

$$t_crit05 = 2.0243942$$

$$t_crit01 = 2.7115576$$

QUESTÃO D

```
# pH
xbar1 <- 6.7
```

```
mu01 <- 6.8
s1 <- 0.35
n1 <- 39
df <- n1 - 1

t1 <- (xbar1 - mu01) / (s1 / sqrt(n1))
p1 <- 2 * pt(-abs(t1), df)

# condutividade
xbar2 <- 2350
mu02 <- 1890
s2 <- 900
n2 <- 39

t2 <- (xbar2 - mu02) / (s2 / sqrt(n2))
p2 <- 2 * pt(-abs(t2), df)
```

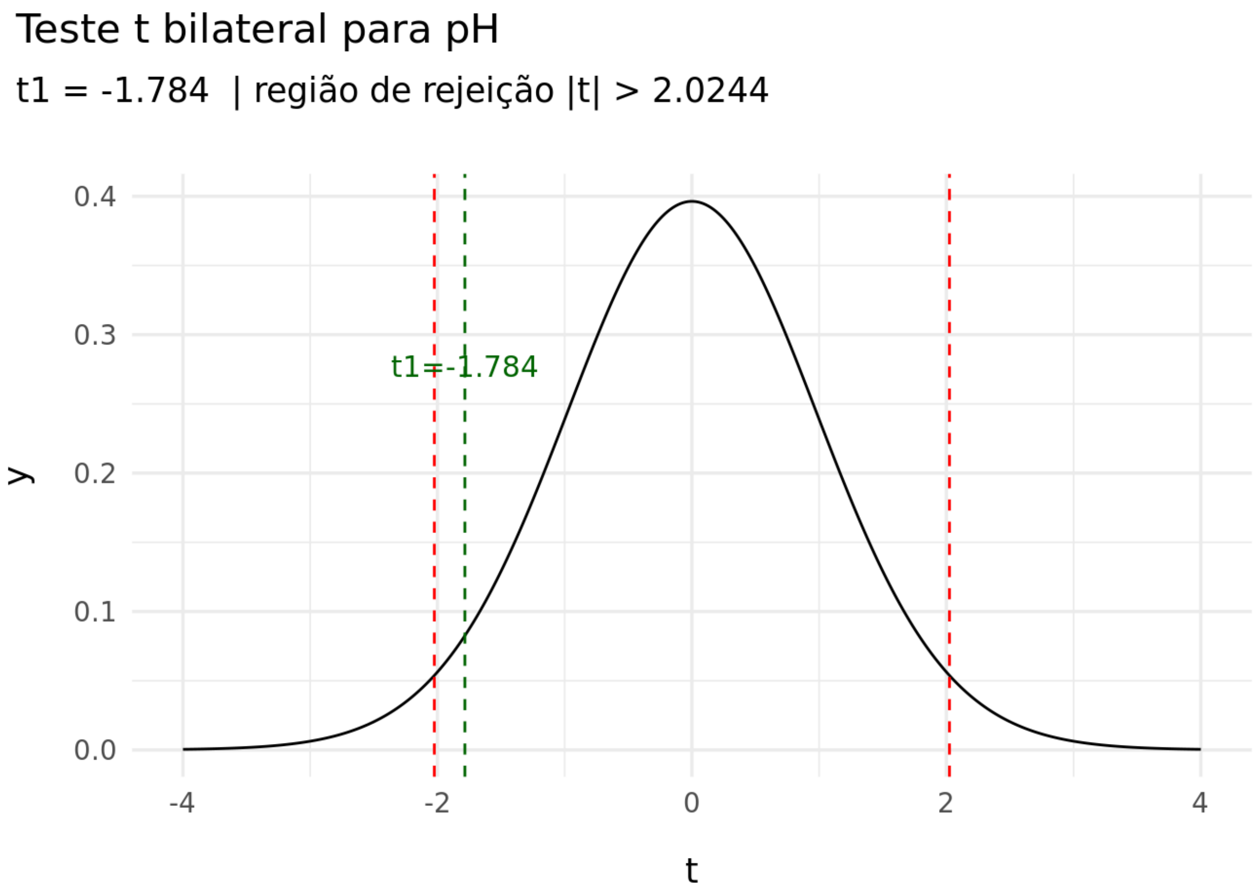
$$t_1 = -1.7842851$$

$$p_1 = 0.0823639$$

$$t_2 = 3.1918879$$

$$p_2 = 0.0028355$$

▸ Código



QUESTÃO E

- pH ($\alpha = 0.05$)
    - $p_1 \approx 0.081 > 0.05 \implies$ Não rejeitar H_0
- Condutividade ($\alpha = 0.01$)
    - $p_2 \approx 0.0029 > 0.01 \implies$ Rejeitar H_0

QUESTÃO F

- Interpretação:
    - pH: Não há evidência suficiente para rejeitar a afirmação de nível médio 6.8
    - Condutividade: Há evidência suficiente para rejeitar a afirmação de média 1890 mg/L