

## Aula 7

2024-10-17

### Propriedades do Limite

1)

$$\lim[f(x) \pm g(x)] = \lim_{x \rightarrow a} f(x) \pm \lim_{x \rightarrow a} g(x)$$

Exemplo:

$$\lim_{x \rightarrow 2} 3x + 5 = \lim_{x \rightarrow 2} 3x + \lim_{x \rightarrow 2} 5 = 3 \cdot 2 + 5 = 11$$

2)

$$\lim_{x \rightarrow a} [f(x) \cdot g(x)] = \lim_{x \rightarrow a} f(x) \cdot \lim_{x \rightarrow a} g(x)$$

Exemplo:

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow -3} (x + 4) \cdot (3x - 1) &= \lim_{x \rightarrow -3} (x + 4) \cdot \lim_{x \rightarrow -3} (3x - 1) \\ &= (-3 + 4) \cdot (3 \cdot (-3) - 1) \\ &= 1 \cdot (-9 - 1) = -10 \end{aligned}$$

3)

$$\lim \left[ \frac{f(x)}{g(x)} \right]; g(x) \neq 0$$

Exemplo:

$$\begin{aligned} &\lim_{x \rightarrow 7} \frac{3x + 2}{x + 8}; x \neq -8 \\ \lim_{x \rightarrow 7} \frac{3x + 2}{x + 8} &= \frac{\lim_{x \rightarrow 7} 3x + 2}{\lim_{x \rightarrow 7} x + 8} = \frac{3 \cdot 7 + 2}{7 + 8} = \frac{23}{15} \end{aligned}$$

4)

$$\lim_{x \rightarrow a} [f(x)]^n = \left[ \lim_{x \rightarrow a} f(x) \right]^n; n \in \mathbb{Q}$$

Exemplo:

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} (\sin x)^2 = \left[ \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \sin x \right]^2 = \left( \frac{\sqrt{2}}{2} \right)^2 = \frac{(\sqrt{2})^2}{2^2} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

### Formas Indeterminadas

Temos sete formas clássicas de indeterminação, a saber:

$$\frac{0}{0} ; \frac{\infty}{\infty} ; 0^0 ; 0 \cdot \infty ; \infty^0, \infty - \infty ; 1^\infty$$

Exemplo:

$$\lim_{x \rightarrow 7} \frac{x-7}{x^2-49} = \frac{7-7}{7^2-49} = \frac{0}{0}$$

$$(a+b) \cdot (a-b) = a^2 - b^2$$

$$\lim_{x \rightarrow 7} \frac{1}{x+7} = \frac{1}{14}$$

## Resoluções da Lista

11)

$$\lim_{x \rightarrow -7} (2x + 5) = 2 \cdot (-7) + 5 = -14 + 5 = -9$$

22)

$$\begin{aligned} \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(\sqrt{5h+4}-2)}{h} \cdot \frac{(\sqrt{5h+4}+2)}{(\sqrt{5h+4}+2)} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(\sqrt{5h+4})^2 - 2^2}{h \cdot (\sqrt{5h+4}+2)} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{5h + 4 - 4}{h \cdot (\sqrt{5h+4}+2)} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{5h}{h \cdot (\sqrt{5h+4}+2)} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{5}{\sqrt{5h+4}+2} = \frac{5}{\sqrt{4}+2} = \frac{5}{4} \end{aligned}$$

24)

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow -3} \frac{x+3}{x^2+4x+3} \\ p(x) = a \cdot (x-x_1) \cdot (x-x_2) \\ x^2+4x+3=0 \\ \begin{cases} x_1+x_2=-4 \\ x_1 \cdot x_2=3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_1=-1 \\ x_2=-3 \end{cases} \\ = \lim_{x \rightarrow -3} \frac{x+3}{(x+1) \cdot (x+3)} \\ = \lim_{x \rightarrow -3} \frac{1}{x+1} = \frac{1}{-3+1} = \frac{1}{2} \end{aligned}$$