Aula 1

2024-08-29

Definição de função

- f: Função
- $D(f)$: Domínio da função
- $CD(f)$: Contra-domínio da função (C neste documento)
- $\mathfrak{I}$: Imagem da função (I neste documento)

O domínio são as variáveis de entrada possiveis e o contra-domínio o conjunto de possíveis saídas.

Exemplos de operações indeterminadas que não podem ser resolvidas:

$$\frac{1}{0}, \frac{0}{0}, 0^0, \infty \times 0, 10^-10 = -1000$$

O papel dos domínios é evitar que operações indeterminadas sejam possíveis.

Em 10^-10 = 1000, nunca será negativo *pela característica da função.*

Para um examplo de contradomínio, supõe-se a função $f(x) = x^2$, o domínio $D = \{-2, -1, 0, 1, 2, 3\}$ e o contradomínio $C = \{0, 1, 2, 3, 4, 9, -8\}$.

Para que se configure uma função, todos os elementos de entrada devem ter uma saída, mas alguns elementos do contradomínio podem não ser parte da imagem.

Para D, $I = \{0, 1, 4, 9\}$.

Uma função sobrejetora é quando o contradomínio e a imagem são idênticos.

Outro exemplo de uma não-função é dado onde $D = \{1, 2, -1, \pi\}$ e $C = \left\{0, e, 1\sqrt{2}, -\frac{1}{2}\right\}$ e 1 no domínio gera como saídas tanto 0 quanto e. Aponta-se que, em uma função, não é possível que um mesmo valor de entrada tenha mais de um valor de saída.

Mais um exemplo de uma não-função é dado com a expressão algébrica de uma circunferência. No gráfico, dois pontos no eixo Y (contra-domínio) estarão no mesmo ponto do eixo X (domínio).

Tipos de funções

Funções polinomiais

Em $f(x) = a_0 \times x^0 + a_1 \times x^1 + a_2 \times x^2 + ... + a_n \times x^n$, os coeficientes reais são $a_0, a_1, a_2, ..., a_n$ a incógnita/variável é x, a potência é n e deve ser um inteiro não-negativo. Ou seja, pode ser zero e positivo, mas tem que ser inteiro.

Exemplo 1:

$$0.x^0 + 0.x^1 + 0.x^2 + 0.x^3 + 1.x^4 + 0.x^5 + 0.x^n$$

A expresão desta função permite definir pelos coeficientes que apenas $1.x^4$ ... ?

Exemplo 2:

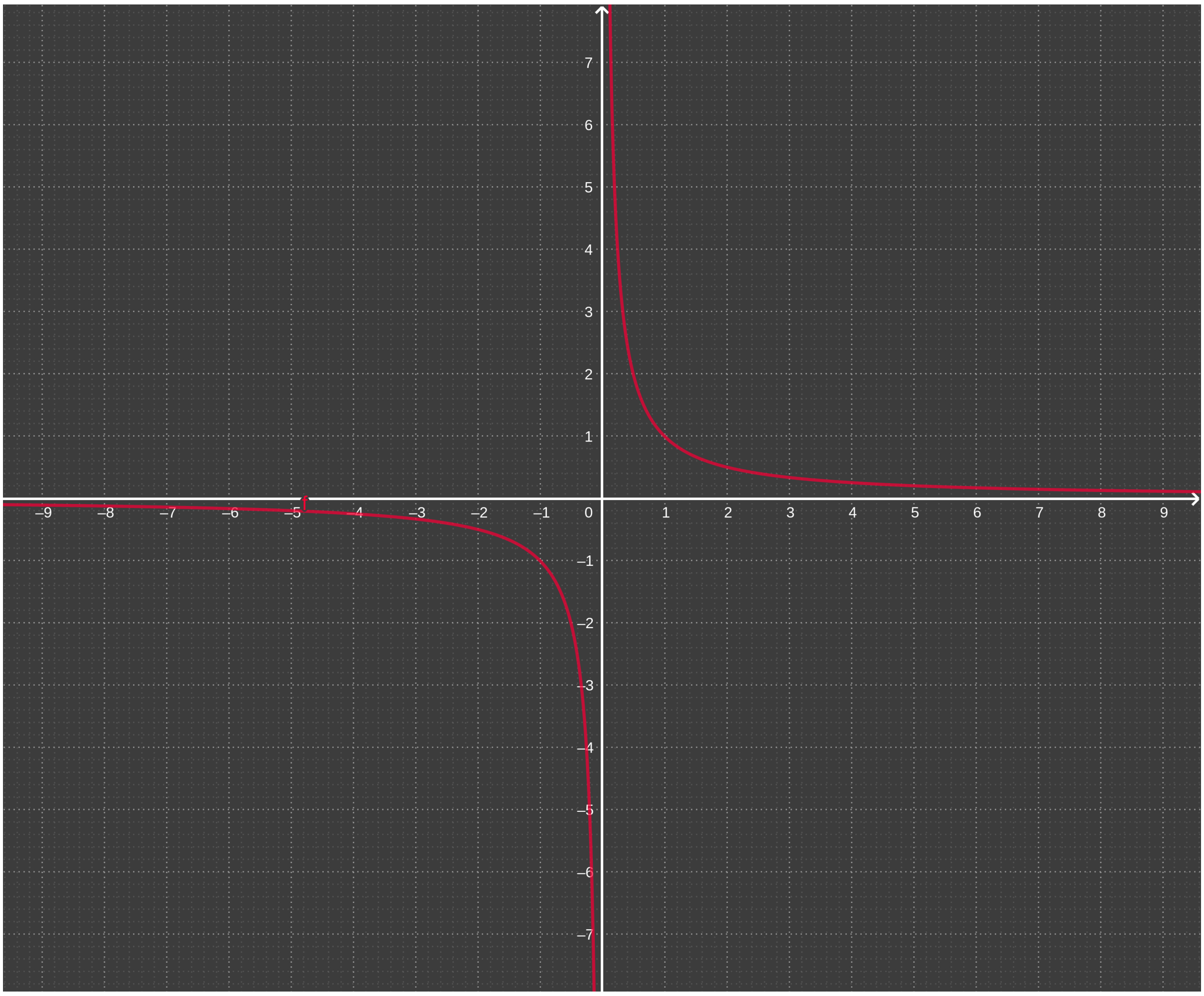
$$f(x) = -4x + 6$$

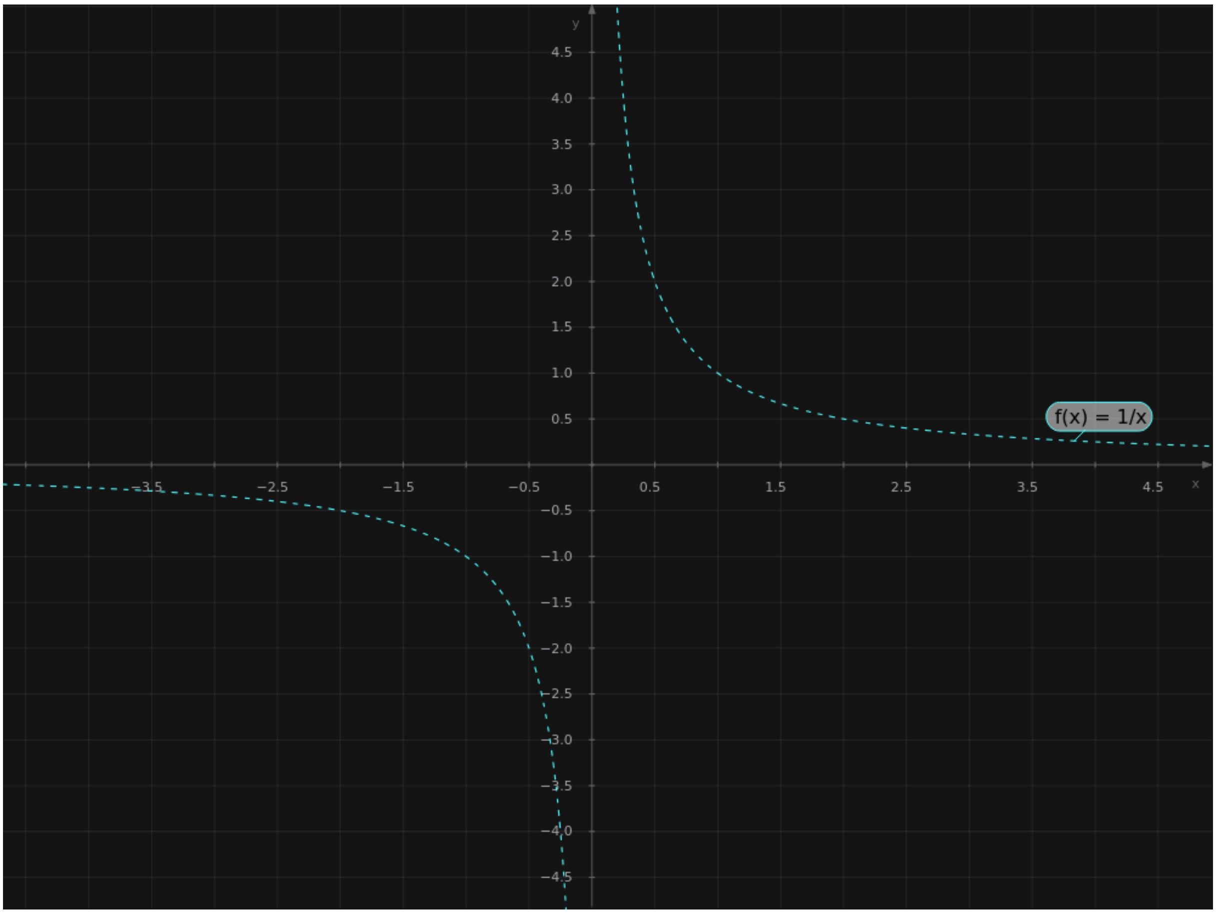
Aqui, $a_0 = 6$ pois nenhuma potência o acompanha. $a_1 = -4$ e $a_2 = a_3 = a_4 = ... = a_n = 0$

Para o caso das funções polinomiais, o domínio é $D = \mathbb{R}$.

Funções quocientes

Sejam $f(x)$ e $g(x)$ funções relacionadas a partir de uma função $q(x)$ tal que:





$$q(x) = \frac{f(x)}{g(x)}; g(x) \neq 0$$

Ao avaliarmos o domínio de $q(x)$, precisamos garantir que as raízes de $g(x)$ não sejam incluídas.

Exemplo 1:

$$f(x) = \frac{1}{x}; x \neq 0$$

$$D = \mathbb{R} - \{0\} = R* =]-\infty, 0[\cup]0, +\infty[= \{x \in \mathbb{R} \mid x \neq 0\}$$

Exemplo 2:

$$g(x) = \frac{x-4}{2x-3}$$

$$2x - 3 = 0$$

$$x = \frac{3}{2}$$

$$\therefore D = \mathbb{R} - \left\{\frac{3}{2}\right\}$$

Contudo, $I = \mathbb{R}$ já que para $g(4)$, $\frac{4-4}{2x-3} \rightarrow \frac{0}{-3} = 0$

Exemplo 3:

$$h(x) = \frac{2x-6}{x^2+2}$$

$$D = \mathbb{R}$$
$$I = \mathbb{R}$$

Função radical com índice par
É preciso garantir que todo o radicando seja não-negativo.

Exemplo 1:

$$f(x) = \sqrt{x} = x^{\frac{1}{2}}$$

$$x \geq 0$$

$$D = \mathbb{R}+ = \{x \in \mathbb{R} \mid x \geq 0\}$$

$$I = \mathbb{R}+$$

Exemplo 2:

$$g(x) = \sqrt[6]{4-3x}$$

$$4 - 3x \geq 0$$
$$\cancel{4} - 3x \cancel{-4} \geq 0 - 4$$
$$-3x \geq -4 \times (-1)$$
$$3x \leq 4$$
$$\frac{3x}{3} \leq \frac{4}{3}$$
$$x \leq \frac{4}{3}$$

$$D = \left\{x \in \mathbb{R} \mid x \leq \frac{4}{3}\right\} =]-\infty, \frac{4}{3}]$$

$$I = \mathbb{R}+$$

Função radical de índice ímpar
Se estiver no numerador, o domínio são todos os reais, pois é possível gerar números positivos e negativos e o zero.

Exemplo:

$$f(x) = \sqrt[3]{x}$$

$$D = \mathbb{R}$$

Exercício:

Encontre o domínio da função:

$$f(x) = \frac{\sqrt[2]{3x-9}}{\sqrt[2]{6-x}}$$

Dividindo-se o problema abaixo em duas partes, temos:

$$f(x)_I = \sqrt[2]{3x-9}$$

$$f(x)_{\mathbb{I}} = \sqrt[2]{6-x}$$

Para I,

$$\begin{gathered} 3x - 9 \geq 0 \\ 3x \geq 9 \\ \frac{3x}{3} \geq \frac{9}{3} \\ S_I = x \geq 3 \end{gathered}$$

Para II,

$$\begin{gathered} 6 - x > 0 \\ -x > -6 \\ S_{\mathbb{I}} = x < 6 \end{gathered}$$

Logo,

$$\begin{gathered} D = [3, 6[\\ I = \mathbb{R}+ \end{gathered}$$

Exercício: Páginas 10 e 11

Autoestudo

- [ ] Assíntota
- [ ] Função tangente

Definição de Polinômio

"Um polinômio é uma sequência de somas e/ou subtrações de **monômios**, termos formados por números e letras. Nos monômios, as letras e números estão conectados por multiplicações e divisões."

Monômio	**coeficiente**	**variável**
x	1	x
$4x^2$	4	x^2
$\frac{3}{2}x^3$	$\frac{3}{2}$	x^3

"Um possível polinômio formado pelos monômios anteriores seria:"

$$\frac{3}{2}x^3 + 4x^2 + x$$

"Ao polinômio anterior, podemos associar uma função polinomial."

$$f(x) = \frac{3}{2}x^3 + 4x^2 + x$$

“Esta expressão nos diz que para cada valor de x, há um respectivo valor para $f(x)$.”

“Para encontrar o valor numérico de um polinômio, substituímos um valor numérico na variável x.”

$$f(3) = \frac{3}{2} \times 3^3 + 4 \times 3^2 + 3$$

Referências

- Função Polinomial o que é, seus tipos e gráficos - Toda Matéria