

A dramatic space scene showing the Earth's horizon and the Moon in the dark void of space. The Earth's curve is visible on the right side, with a bright, glowing horizon line. The Moon is positioned in the center-left, appearing as a smaller sphere against the dark background. The overall tone is dark and mysterious.

SKAITINIO INTEGRVIMO SAVARANKIŠKOS UŽDUOTYS

1 užduotis

Apskaičiuokite apibrėžtinio integralo

$$\int_0^2 (x^3 - 1)dx$$

artinius su $N = 4$, taikydami vidurio (bendroji) stačiakampių, trapecijų ir Simpsono metodus. Apskaičiuokite realias paklaidas ir teorinius paklaidų įverčius.

Ats.: Žymėjimai S_N - artinys; ε_N – reali paklaida; R_N – teorinis paklaidos įvertis.

Vidurio stačiakampių metodu:

$$S_4=1,875; |\varepsilon_4| = 0,125; |R_4|\leq 0,25;$$

Trapecijų metodu

$$S_4=2,25; |\varepsilon_4| = 0,25; |R_4|\leq 0,5;$$

Simpsono metodu

$$S_4=2; \varepsilon_4 = 0; R_4=0.$$

2 užduotis

Nustatykite pakankamą taškų skaičių ir žingsnį, reikalingus apskaičiuoti kreivinių trapecijų

$$a) y = x^4 e^{2x}, \quad a = 1, b = 3.$$

$$b) y = x^3 \cos(3x), \quad a = 0, b = \pi.$$

plotus vidurio stačiakampių ir trapecijų metodais su 10^{-5} tikslumu. (Naudokite teorinius paklaidos įverčius).

Ats.:

- a) Vidurio stačiakampių: $h \approx 1,86 \cdot 10^{-5}$; $N \approx 1,08 \cdot 10^5$;
Trapecijų metodu: $h \approx 1,312 \cdot 10^{-5}$; $N \approx 1,52 \cdot 10^5$;
- b) Vidurio stačiakampių: $h \approx 5,06 \cdot 10^{-4}$; $N \approx 3,95 \cdot 10^3$;
Trapecijų metodu: $h \approx 3,58 \cdot 10^{-4}$; $N \approx 5,59 \cdot 10^3$;

3 užduotis

Ar užtenka trijų integravimo mazgų ($N = 2$), kad apskaičiuoti integralą Simpsono metodu

$$\int_0^1 \frac{x^{3/2}}{(2-x)^{1/2}} dx$$

Su 0,001 tikslumu.

Ats.:

Skaičiavimai atlikti, taikant Rungės principą.

$S_1 \approx 0,3591$, $S_2 \approx 0,3566$, $|R_2| \approx 0,0002 < 0,001$, todėl užtenka.

4 užduotis

Prisiminkite apibrėžtinio integralo taikymo ekonomikoje ir mechanikoje pavyzdžius, kurie jums pateikti faile “5 Apibreztnis integralas mechanikoje ir ekonomikoje.pdf” Apytiksliai išspręskite ten pateiktus bent du pasirinktus pavyzdžius, taikydami Skaitinio integravimo metodus.

5 užduotis

Tam tikro kūno greitis v (m/s) duotas kaip funkcija nuo laiko t (s)

$$v(t) = 2t, \quad 1 \leq t \leq 5,$$

$$v(t) = 5t^2 + 3, \quad 5 \leq t \leq 14.$$

Naudodami vidurio stačiakampū ir trapecijų metodus, apskaičiuokite atstumą metrais, kurį nuvažiuoja kūnas per 7 s pradedant nuo 2 s iki 9 s.

Ats.: 4416 m. Taikomos realios paklaidos.

6 užduotis

Įtampa E elektros grandinės šaltinio gnybtuose, talpumas C , varža R ir srovės stiprumas i susieti tokia lygybe $E = Ri + \frac{1}{C} \int_0^t i dt$. Apskaičiuokite įtampą po 2 s, jei varža 0.1 omo, talpumas 1 faradas, srovės stiprumas yra $\ln(2t^2 + 1)$ amperų. Taikykite Simpsono formulę su 10^{-2} tikslumu ir Rungės taisyklę, kai duotos funkcijos $\ln(2t^2 + 1)$ reikšmių lentelės, atitinkamai tokiam $N = 1, 2, 4$

x_i	0	2
y_i	0	2.19722
$x_{i-1/2}$		1
$y_{i-1/2}$		1.09861

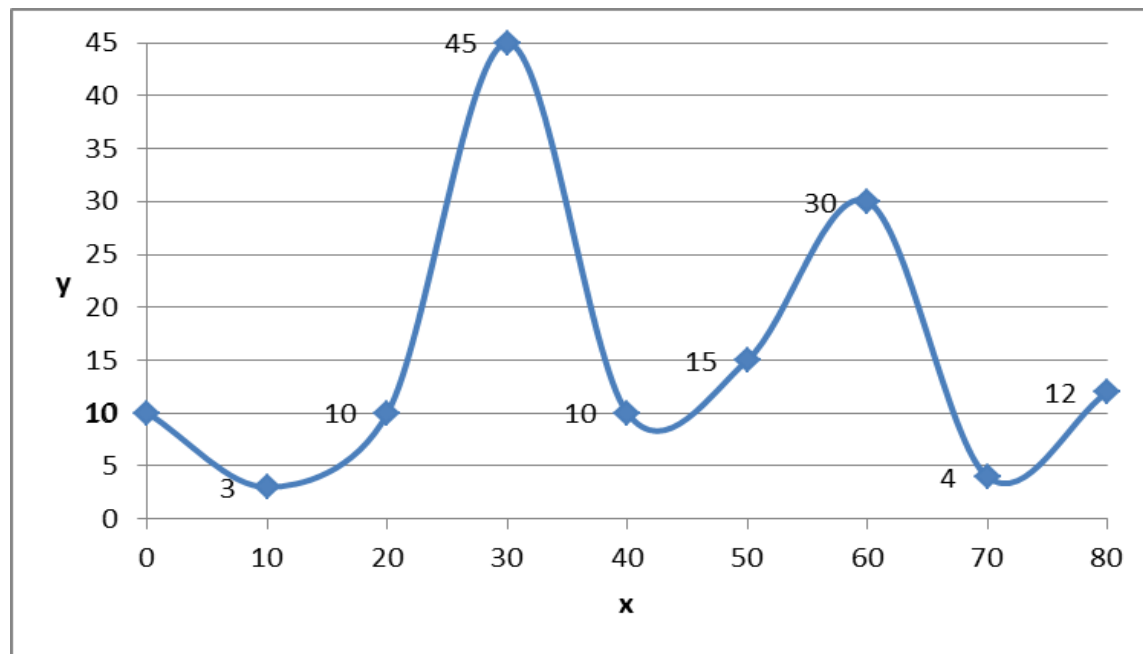
x_i	0	1	2
y_i	0	1.09861	2.19722
$x_{i-1/2}$		1/2	3/2
$y_{i-1/2}$		0.40547	1.70475

x_i	0	1/2	1	3/2	2
y_i	0	0.40547	1.09861	1.70475	2.19722
$x_{i-1/2}$		1/4	3/4	5/4	7/4
$y_{i-1/2}$		0.11778	0.75377	1.41707	1.96361

Ats.: $E \approx Ri + \frac{1}{C}(S_2 + R_2) \approx 0,1 \ln(9) + (2,1392 + 0,0039) \approx 2,355$.

7 užduotis

Matininkas išmatavo žemės sklypą. Matavimo rezultatai ir koordinatės pateiktos brėžinyje



Apskaičiuokite apytiksliai šio sklypo ploto artinius Simpsono metodu, kai $N=2$ ir $N=4$. Įvertinkite paklaidą pagal Rungės taisyklę.

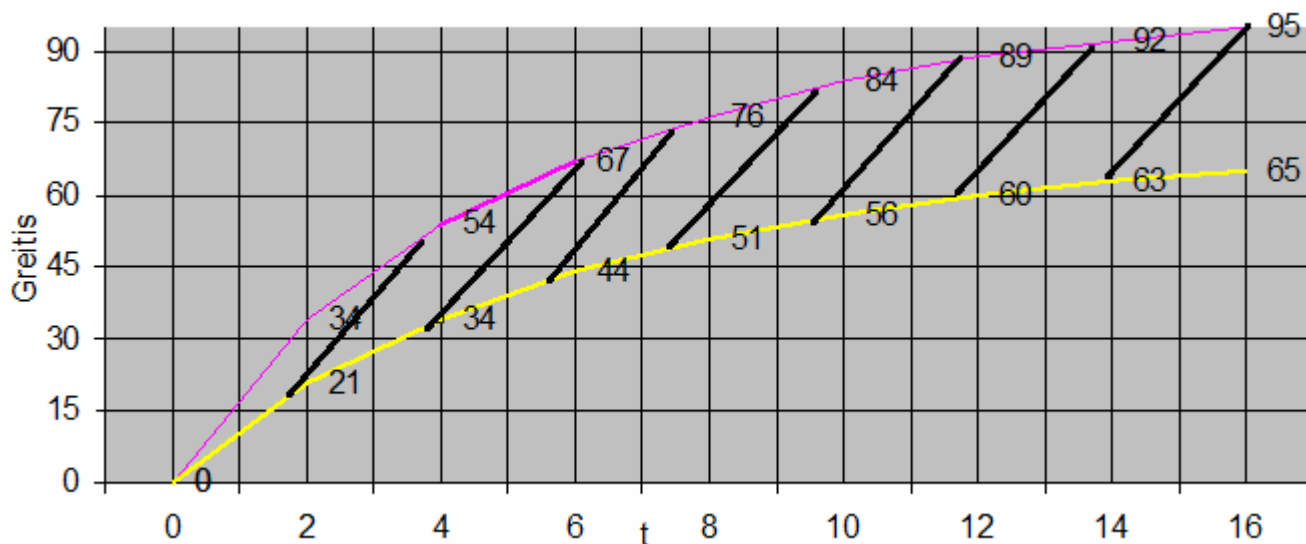
Ats.: $S_2 \approx 1346,667$, $S_4 \approx 1526,667$, $R_4 \approx 12$ 😊.

8 užduotis

Dviejų raketų greitis pateiktas, kaip greičio funkcija nuo laiko

Laikas	0	2	4	6	8	10	12	14	16
Greitis 1	0	34	54	67	76	84	89	92	95
Greitis 2	0	21	34	44	51	56	60	63	65
Skirtumas	0	13	20	23	25	28	29	29	30

Taikydami vidurio stačiakampių, trapecijų ir Simpsono formules, apskaičiuokite nurodytos srities ploto artinius.



8 užduoties atsakymai

Ats.:

Vidurio stačiakampių metodu: 372;

Trapecijų metodu: 422;

Simpsono metodu: $\approx 366,667$.