

計算矩陣 **A** 之 QR 值(將矩陣 **A** 拆解成 QR)

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 3 \\ 2 & 3 & 0 \\ 2 & 0 & 3 \end{bmatrix}$$

取 **A** 之第一行

$$\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 2 \end{bmatrix} \xrightarrow{\text{削減為}} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

計算 $\gamma = \sqrt{1^2 + 2^2 + 2^2} = 3$

$$u = \begin{bmatrix} x(k) + (\text{sign}(x(k)) * \gamma) \\ 2 \\ 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 + 3 \\ 2 \\ 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \\ 2 \\ 2 \end{bmatrix} = 2 * \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad \|u\|_2 = \sqrt{(1+3)^2 + 2^2 + 2^2} = \sqrt{24}$$

$$w = \frac{u}{\|u\|_2} = \frac{2}{\sqrt{24}} \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$p_1 = I - 2ww^t = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} - 2 * \frac{2}{\sqrt{24}} * \frac{2}{\sqrt{24}} \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \end{bmatrix} = -\frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & -2 & 1 \\ 2 & 1 & -2 \end{bmatrix}$$

$$p_1 A_1 = -\frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & -2 & 1 \\ 2 & 1 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 3 & 3 \\ 2 & 3 & 0 \\ 2 & 0 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -3 & -3 & -3 \\ 0 & 0 & -3 \\ 0 & -3 & 0 \end{bmatrix}$$

取 $p_1 A_1$ 之第二行

$$\begin{bmatrix} -3 \\ 0 \\ -3 \end{bmatrix} \xrightarrow{\text{削減為}} \begin{bmatrix} x \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

計算 $\gamma = \sqrt{0^2 + (-3)^2} = 3$

$$u = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 + 3 \\ -3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 3 \\ -3 \end{bmatrix}, \quad \|u\|_2 = \sqrt{(0+3)^2 + (-3)^2} = \sqrt{18}$$

$$w = \frac{1}{\sqrt{18}} \begin{bmatrix} 0 \\ 3 \\ -3 \end{bmatrix}$$

$$p_2 = I - 2ww^t = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} - 2 \frac{1}{\sqrt{18}} \frac{1}{\sqrt{18}} \begin{bmatrix} 0 \\ 3 \\ -3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 3 & -3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$p_2(p_1 A_1) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -3 & -3 & -3 \\ 0 & 0 & -3 \\ 0 & -3 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -3 & -3 & -3 \\ 0 & -3 & 0 \\ 0 & 0 & -3 \end{bmatrix} = R_1$$

$$Q_1 = p_2 p_1 = p_1 p_2 = -\frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & -2 & 1 \\ 2 & 1 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} = -\frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & -2 \\ 2 & -2 & 1 \end{bmatrix}$$

$$A_2 = R_1 Q_1 = -\frac{1}{3} \begin{bmatrix} -3 & -3 & -3 \\ 0 & -3 & 0 \\ 0 & 0 & -3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & -2 \\ 2 & -2 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & -2 \\ 2 & -2 & 1 \end{bmatrix}$$