

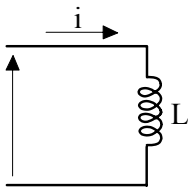
BAB XI RANGKAIAN KOPLING MAGNETIK

Ketika dua buah kumparan didekatkan atau digandengkan, maka akan timbul suatu induksi, dengan kata lain kalau dua buah kumparan tersebut terpasang dalam masing-masing loop, maka interaksi dua buah loop yang didalamnya terdapat kumparan yang digandengkan maka akan timbul medan magnet induksi atau kopling magnet.

Induktansi Sendiri

Tegangan yang melewati kumparan didefinisikan sebagai perubahan arus terhadap waktu yang melewati kumparan tersebut.

$$V_L = L \frac{di}{dt}$$



Atau dapat didefinisikan ketika terjadi perubahan arus, maka terjadi perubahan arus, maka terjadi perubahan fluks magnetik dikumparan tersebut yang menyebabkan terjadinya perubahan induksi *emf* (tegangan kumparan).

$$V_L = N \frac{d\phi}{dt} \rightarrow L_i = N\phi$$

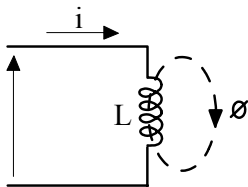
N = jumlah lilitan kumparan

ϕ = fluks magnet

sehingga :

$$L \frac{di}{dt} = N \frac{d\phi}{dt}$$

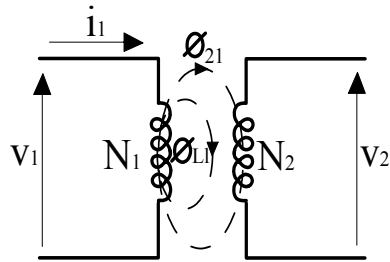
$$L = N \frac{d\phi}{di} \longrightarrow \text{Induktansi sendiri}$$



Induktansi Bersama

Ketika terjadi perubahan arus i_1 , maka fluks magnet di kumparan 1 berubah (ϕ_{11})

- ❑ Bagian fluks magnetik yang hanya melingkupi kumparan 1 disebut fluks bocor (ϕ_{L1})
- ❑ Sisa fluks magnetik yang melingkupi kumparan 1 dan kumparan 2 disebut fluks bersama (ϕ_{21})



Sehingga secara umum dikatakan bahwa fluks magnetik yang disebabkan oleh arus i_1 adalah : $\phi_1 = \phi_{L1} + \phi_{21}$

Tegangan induksi di kumparan 2 (Hukum Faraday) :

$$V_2 = N_2 \frac{d\phi_{21}}{dt} \rightarrow N_2 \phi_{21} = M_{21}$$

Sehingga :

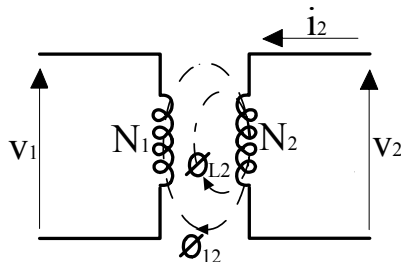
$$V_2 = M_{21} \frac{di_1}{dt}$$

$$N_2 \frac{d\phi_{21}}{dt} = M_{21} \frac{di_1}{dt}$$

$$M_{21} = N_2 \frac{d\phi_{21}}{di_1} \rightarrow \text{Induktansi bersama}$$

Ketika terjadi perubahan arus i_2 , maka fluks magnetik di kumparan 2 berubah (ϕ_{22}).

- Bagian fluks magnetik yang hanya melingkupi kumparan 2 disebut fluks bocor (ϕ_{L2})
- Sisa fluks magnetik yang melingkupi kumparan 2 dan kumparan 1 disebut fluks bersama (ϕ_{12})



Sehingga secara umum dikatakan bahwa fluks magnetik yang disebabkan oleh arus i_2 adalah : $\phi_{22} = \phi_{L2} + \phi_{12}$

Tegangan induksi di kumparan 1 (Hukum Faraday) :

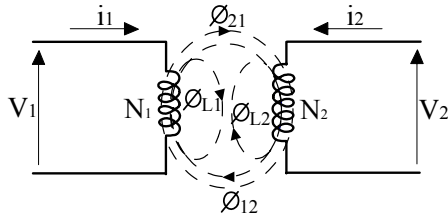
$$V_1 = N_1 \frac{d\phi_{12}}{dt} \rightarrow N_1 \phi_{12} = M_{12} i_2$$

Sehingga :

$$V_1 = M_{12} \frac{di_2}{dt}$$

$$N_1 \frac{d\phi_{12}}{dt} = M_{12} \frac{di_2}{dt}$$

$$M_{12} = N_1 \frac{d\phi_{12}}{dt_2} \rightarrow \text{Induktansi bersama}$$



Fluks magnetik yang diakibatkan oleh arus i_1 :

$$\phi_1 = \phi_{21} + \phi_{L1} + \phi_{12} = \phi_{11} + \phi_{12}$$

Tegangan dikumparan 1 :

$$V_1 = N_1 \frac{d\phi_1}{dt} = N_1 \frac{d\phi_{11}}{dt} + N_1 \frac{d\phi_{12}}{dt}$$

dimana :

$$N_1 \phi_{11} = L_1 i_1$$

$$N_1 \phi_{12} = M_{12} i_2$$

$$\text{sehingga : } V_1 = L_1 \frac{di_1}{dt} + M_{12} \frac{di_2}{dt}$$

Fluks magnetik yang disebabkan oleh arus i_2 :

$$\phi_2 = \phi_{L2} + \phi_{12} + \phi_{21} = \phi_{22} + \phi_{21}$$

Tegangan di kumparan 2 :

$$V_2 = N_2 \frac{d\phi_2}{dt} = N_2 \frac{d\phi_{22}}{dt} + N_2 \frac{d\phi_{21}}{dt}$$

dimana :

$$N_2 \phi_{22} = L_2 i_2$$

$$N_2 \phi_{21} = M_{21} i_1$$

$$\text{sehingga : } V_2 = L_2 \frac{di_2}{dt} + M_{21} \frac{di_1}{dt}$$

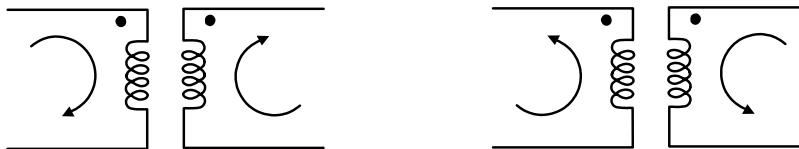
$$M_{21} = M_{12} = M$$

Aturan Tanda Dot (Titik)

1. Ketika kedua arus diasumsikan masuk atau keluar dari pasangan kumparan di terminal bertanda dot, maka tanda M akan sama dengan tanda L.



2. Jika salah satu arus masuk terminal dot dan arus yang lainnya keluar di terminal bertanda dot, maka tanda M akan berlawanan dengan tanda L.

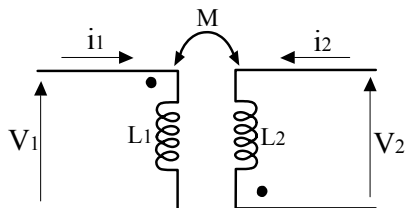


Tanda Dot (Titik)

Tanda dot dimaksudkan untuk memudahkan dalam penggambaran masing-masing kumparan. Tanda dot menentukan polaritas dari tegangan atau induksi bersamanya, sehingga dari pengertian ini muncul aturan tanda dot. Ketika arus masuk terminal dot di kumparan 1 dan arus lain masuk terminal dot lain di kumparan 2, maka induksi bersamanya akan saling menguatkan dengan kata lain tanda dari induksi sendiri akan sama dengan tanda induksi bersama.

Contoh latihan :

1. Tentukan nilai tegangan pada masing-masing sisi :

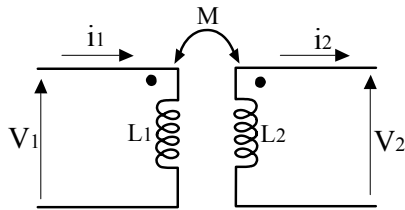


Jawaban :

$$V_1 = L \frac{di_1}{dt} - M \frac{di_2}{dt}$$

$$V_2 = L_2 \frac{di_2}{dt} - M \frac{di_1}{dt}$$

2. Tentukan nilai tegangan pada masing-masing sisi :

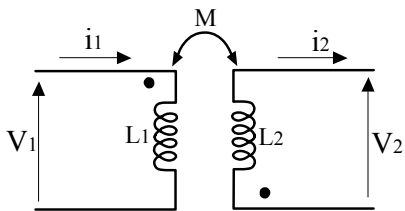


Jawaban :

$$V_1 = L \frac{di_1}{dt} + M \frac{di_2}{dt}$$

$$V_2 = L_2 \frac{di_2}{dt} + M \frac{di_1}{dt}$$

3. Tentukan nilai tegangan pada masing-masing sisi :

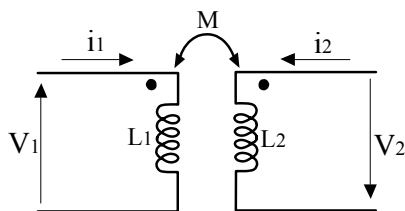


Jawaban :

$$V_1 = L \frac{di_1}{dt} - M \frac{di_2}{dt}$$

$$V_2 = -L_2 \frac{di_2}{dt} + M \frac{di_1}{dt}$$

4. Tentukan nilai tegangan pada masing-masing sisi :

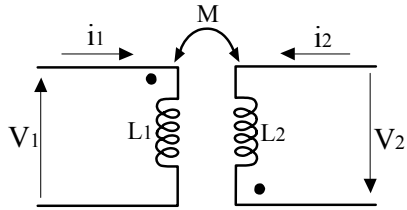


Jawaban :

$$V_1 = L \frac{di_1}{dt} + M \frac{di_2}{dt}$$

$$V_2 = L_2 \frac{di_2}{dt} + M \frac{di_1}{dt}$$

5. Tentukan nilai tegangan pada masing-masing sisi :

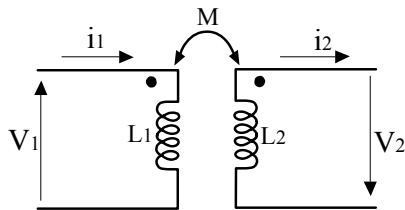


Jawaban :

$$V_1 = L \frac{di_1}{dt} - M \frac{di_2}{dt}$$

$$V_2 = -L_2 \frac{di_2}{dt} + M \frac{di_1}{dt}$$

6. Tentukan nilai tegangan pada masing-masing sisi :

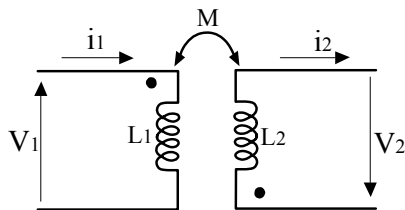


Jawaban :

$$V_1 = L \frac{di_1}{dt} - M \frac{di_2}{dt}$$

$$V_2 = L_2 \frac{di_2}{dt} - M \frac{di_1}{dt}$$

7. Tentukan nilai tegangan pada masing-masing sisi :



Jawaban :

$$V_1 = L \frac{di_1}{dt} + M \frac{di_2}{dt}$$

$$V_2 = L_2 \frac{di_2}{dt} + M \frac{di_1}{dt}$$

Koefisien Kopling (K)

Koefisien kopling didefinisikan sebagai perbandingan antara fluks bersama dengan total fluks magnetik di satu kumparan.

$$K = \frac{\phi_{21}}{\phi_{11}} = \frac{\phi_{12}}{\phi_{22}}$$

Dari persamaan sebelumnya :

$$M_{21} = N_2 \frac{\phi_{21}}{i_1} \text{ dan } M_{12} = N_1 \frac{\phi_{12}}{i_2} \text{ dimana } M_{21} = M_{12} = M$$

$$\text{sehingga: } M = K \sqrt{L_1 L_2}$$

$$K = \frac{M}{\sqrt{L_1 L_2}}$$

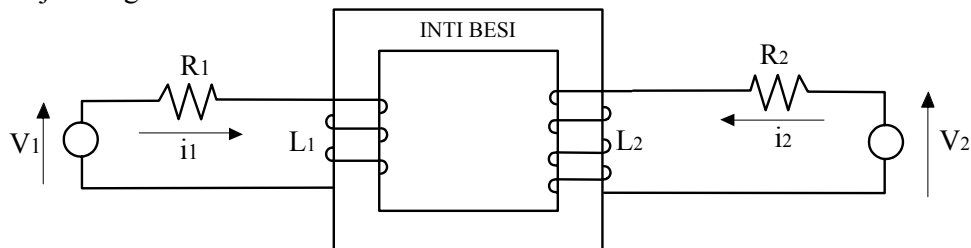
- Jika nilai $k = 0$, berarti nilai $M = 0$, artinya tidak ada kopling magnetik.
- Jika nilai $k = 1$, berarti $M = \sqrt{L_1 L_2}$, atau $\phi_{21} = \phi_{L1} + \phi_{21}$ yang berarti tidak ada fluks bocor atau semua fluks bersama melingkari kedua kumparan, *unity coupled transformer*.

Analisa Rangkaian Kopling Magnetik

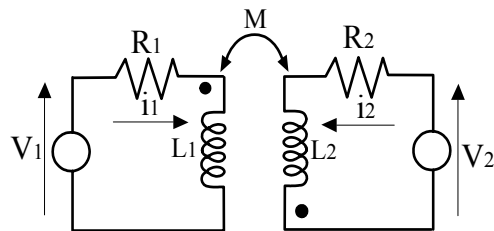
Suatu inti besi yang masing-masing bagiannya dililiti suatu kawat kumparan dikatakan sebagai suatu transformator atau disingkat trafo.

Trafo aplikasinya digunakan untuk mengubah amplitudo tegangan dengan menaikkannya untuk memperoleh transmisi yang lebih ekonomis, ataupun menurunkannya

Tinjau rangkaian trafo secara umum :



Dengan tanda dot, rangkaian ekivalennya :



sehingga dapat dituliskan persamaannya :

$$V_1 = i_1 R_1 + L_1 \frac{di_1}{dt} - M \frac{di_2}{dt}$$

$$V_2 = i_2 R_2 + L_2 \frac{di_2}{dt} - M \frac{di_1}{dt}$$

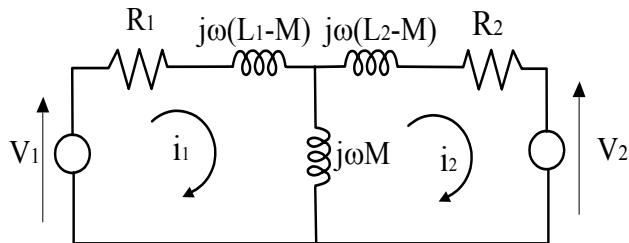
Asumsikan tegangan sumber adalah sinusoidal, maka keadaan mantap (*steady state*):

$$V_1 = (R_1 + j\omega L_1)i_1 - j\omega M i_2$$

$$V_2 = -j\omega M i_1 + (R_2 + j\omega L_2)i_2$$

$$\begin{bmatrix} R_1 + j\omega L_1 & -j\omega M \\ -j\omega M & R_2 + j\omega L_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix}$$

sehingga rangkaian penggantinya :



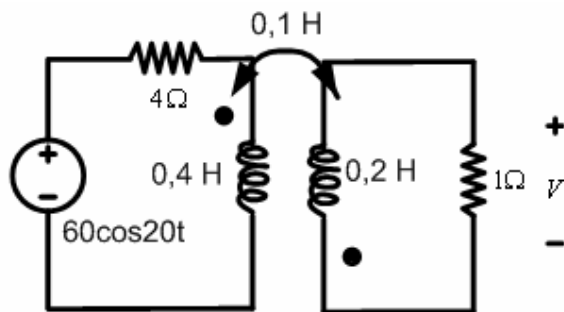
$$Z_{11} = R_1 + j\omega L_1$$

$$Z_{22} = R_2 + j\omega L_2$$

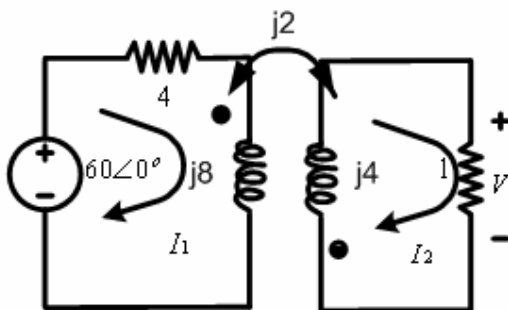
$$Z_{12} = Z_{21} = j\omega M$$

Contoh latihan :

1. Tentukan nilai tegangan V !



Jawaban :



Metoda arus loop :

Tinjau loop I_1 :

$$-60\angle 0^\circ + (4 + j8)I_1 + j2I_2 = 0$$

$$(4 + j8)I_1 + j2I_2 = 60\angle 0^\circ \dots\dots\dots(1)$$

Tinjau loop I_2 :

$$(1 + j4)I_2 + j2I_1 = 0$$

$$j2I_1 + (1 + j4)I_2 = 0 \dots\dots\dots(2)$$

substitusikan persamaan (1) & (2) :

$$(4 + j8)I_1 + j2I_2 = 60\angle 0^\circ$$

$$j2I_1 + (1 + j4)I_2 = 0 \dots\dots\dots \times (-j2 + 4)$$

$$(4 + j8)I_1 + j2I_2 = 60\angle 0^\circ$$

$$(4 + j8)I_1 + (12 + j14)I_2 = 0$$

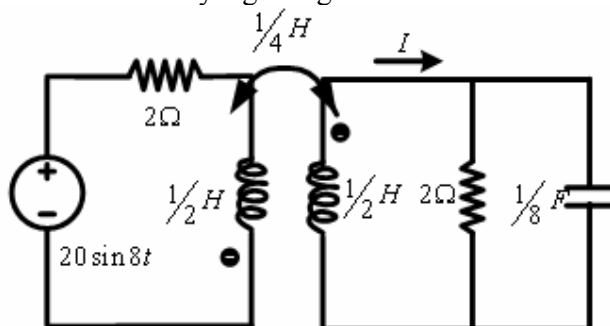
$$(-12 - j12)I_2 = 60\angle 0^\circ$$

$$I_2 = \frac{60\angle 0^\circ}{(-12 - j12)} = \frac{60\angle 0^\circ}{12\sqrt{2}\angle -135^\circ} = 3,54\angle 135^\circ$$

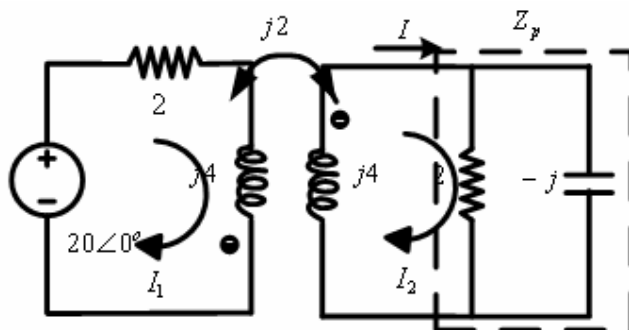
$$\text{sehingga : } V = I_2 \cdot R = 3,54\angle 135^\circ \cdot 1 = 3,54\angle 135^\circ$$

$$\text{maka : } V = 3,54 \cos(20t + 135^\circ) V$$

2. Tentukan arus yang mengalir !



Jawaban :



$$Z_p = \frac{-j \cdot 2}{2 - j} = \frac{2 \angle -90^\circ}{2,24 \angle -27^\circ} = 0,89 \angle -63^\circ$$

Tinjau loop I_1 :

$$-20 \angle 0^\circ + (2 + j4)I_1 + j2I_2 = 0$$

Tinjau loop I_2 :

$$j2I_1 + (j4 + 0,89 \angle -63^\circ)I_2 = 0$$

Metoda Cramer :

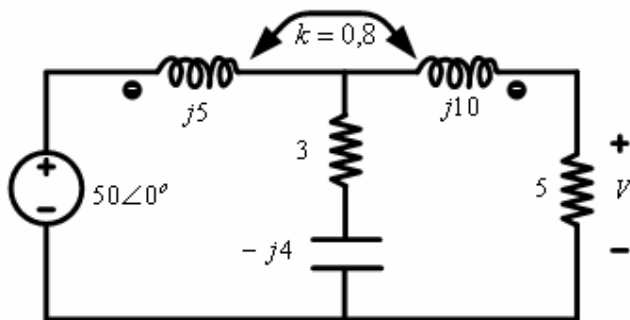
$$\begin{pmatrix} 2 + j4 & j2 \\ j2 & j4 + 0,89 \angle -63^\circ \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 20 \angle 0^\circ \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$I_2 = \frac{\begin{vmatrix} 2 + j4 & 20 \\ j2 & 0 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 2 + j4 & j2 \\ j2 & j4 + 0,89 \angle -63^\circ \end{vmatrix}} = \frac{-j40}{\begin{vmatrix} 2 + j4 & j2 \\ j2 & j4 + 0,89 \angle -63^\circ \end{vmatrix}} = 2,5\sqrt{2} \angle 135^\circ$$

maka :

$$I = i_2 = 2,5\sqrt{2} \sin(8t + 135^\circ) A$$

3. Tentukan tegangan V pada rangkaian berikut !

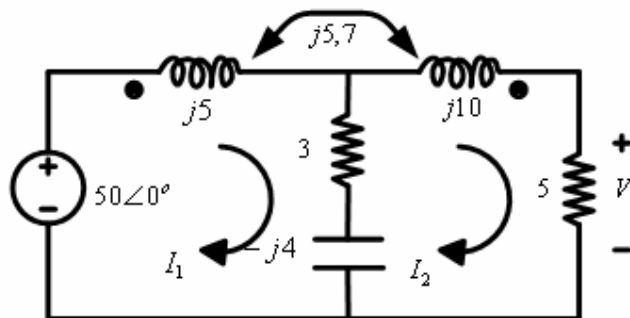


Jawaban :

$$M = k\sqrt{L_1 L_2}$$

$$j\omega M = j\omega k\sqrt{L_1 L_2} = k\sqrt{j\omega L_1 \cdot j\omega L_2}$$

$$j\omega M = 0,8\sqrt{j5 \cdot j10} = j5,7$$



Tinjau loop I_1 :

$$-50\angle 0^\circ + (3 + j5 - j4)I_1 - (3 - j4 + j5,7)I_2 = 0$$

$$(3 + j1)I_1 + (-3 - j1,7)I_2 = 50\angle 0^\circ \dots\dots\dots(1)$$

Tinjau loop I_2 :

$$(3 - j4 + j10 + 5)I_2 - (3 - j4 + j5,7)I_1 = 0$$

$$(-3 - j1,7)I_1 + (8 + j6)I_2 = 0 \dots\dots\dots(2)$$

Metoda Cramer :

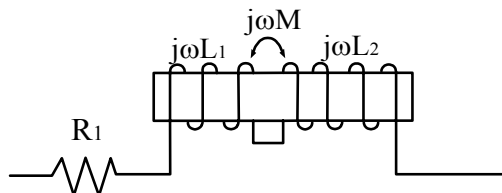
$$\begin{pmatrix} 3+j & -3-j1,7 \\ -3-j1,7 & 8+j6 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 50 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$I_2 = \frac{\begin{vmatrix} 3+j & 50 \\ -3-j1,7 & 0 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 3+j & -3-j1,7 \\ -3-j1,7 & 8+j6 \end{vmatrix}} = 8,62\angle -25^\circ$$

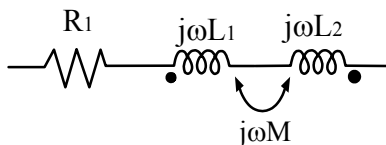
maka :

$$V = 5I_2 = 43,1\angle -25^\circ$$

4. Tentukan rangkaian penggantinya :



Jawaban :

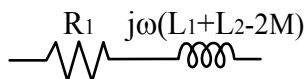


$$= R_1 + j\omega L_1 - j\omega M + j\omega L_2 - j\omega M$$

$$= R_1 + j\omega L_1 + j\omega L_2 - 2j\omega M$$

$$= R_1 + j\omega(L_1 + L_2 - 2M)$$

Rangkaian Pengganti :



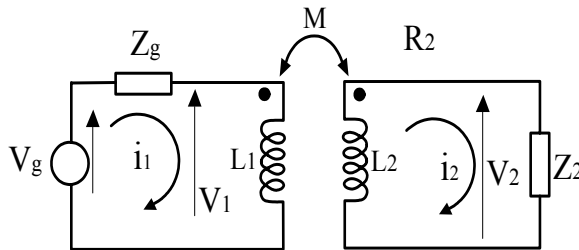
Transformator Ideal

Transformator ideal adalah tanpa terkopel dimana koefisien kopling adalah hampir satu dan kedua reaktansi induktif primer dan sekunder adalah luar biasa besarnya dibandingkan dengan impedansi yang diberikan pada terminal .

Atau trafo ideal adalah pasangan trafo yang tidak ada rugi-rugi dimana induktansi sendiri dari primer dan sekunder yang tidak terbatas tetapi perbandingan keduanya terbatas. Perbandingan antara lilitan sekunder dan lilitan primer adalah :

$$n = \frac{N_2}{N_1}$$

secara umum diberikan :



$$V_1 = j\omega L_1 i_1 - j\omega M i_2 \dots \dots \dots (1)$$

$$0 = -j\omega M i_1 + (Z_2 + j\omega L_2) i_2 \dots \dots \dots (2)$$

$$i_2 = \frac{j\omega M}{Z_2 + j\omega L_2} i_1$$

substitusi :

$$V_1 = j\omega L_1 i_1 - j\omega M \frac{j\omega M i_1}{Z_2 + j\omega L_2} = \left[j\omega L_1 + \frac{\omega^2 M^2}{Z_2 + j\omega L_2} \right] i_1$$

$$Z_1 = \frac{V_1}{i_1} = j\omega L_1 + \frac{\omega^2 M^2}{Z_2 + j\omega L_2}$$

Perbandingan tegangan V_2 dengan V_1 :

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{Z_2 i_2}{V_1} = Z_2 \left(\frac{i_2}{i_1} \right) \left(\frac{i_1}{V_1} \right)$$

$$\frac{V_2}{V_1} = Z_2 \frac{j\omega M}{Z_2 + j\omega L_2} \frac{1}{j\omega L_1 + \frac{\omega^2 M^2}{Z_2 + j\omega L_2}} = \frac{Z_2 j\omega M}{j\omega L_1 (Z_2 + j\omega L_2) + \omega^2 M^2}$$

Pada trafo ideal : $\phi_{11} = \alpha N_1 i_1$

$$\phi_{22} = \alpha N_2 i_2$$

Dimana α adalah konstanta yang tergantung dari sifat fisik transformator/ tidak ada fluks bocor untuk masing-masing identik.

$$L_1 i_1 = N_1 \phi_{11}$$

$$L_2 i_2 = N_2 \phi_{22}$$

$$\phi_{11} = \alpha N_1 i_1 \quad \phi_{22} = \alpha N_2 i_2$$

$$\frac{L_1 i_1}{N_1} = \alpha N_1 i_1 \quad \frac{L_2 i_2}{N_2} = \alpha N_2 i_2$$

$$L_1 = \alpha N_1^2 \quad L_2 = \alpha N_2^2$$

Sehingga perbandingan L_2 dengan L_1 :

$$\frac{L_2}{L_1} = \left(\frac{N_2}{N_1} \right)^2 = n^2$$

Trafo ideal, $k = 1$: $M = k\sqrt{L_1 L_2}$

$$M = \sqrt{L_1 L_2}$$

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{Z_2 j\omega M}{j\omega L_1 (Z_2 + j\omega L_2) + \omega^2 M^2} = \frac{Z_2 j\omega \sqrt{L_1 L_2}}{j\omega L_1 (Z_2 + j\omega L_2) + \omega^2 L_1 L_2}$$

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{Z_2 j\omega \sqrt{L_1 L_2}}{j\omega L_1 Z_2 - \omega^2 L_1 L_2 + \omega^2 L_1 L_2} = \frac{Z_2 j\omega \sqrt{L_1 L_2}}{Z_2 j\omega L_1} = \sqrt{\frac{L_1 L_2}{L_1^2}}$$

$$\frac{V_2}{V_1} = \sqrt{\frac{L_2}{L_1}} = n$$

untuk trafo ideal nilai L_1 atau L_2 tak hingga, sehingga :

$$\frac{i_1}{i_2} = \frac{j\omega M}{Z_2 + j\omega L_2} = \frac{j\omega \sqrt{L_1 L_2}}{Z_2 + j\omega L_2}$$

$$\lim_{L_1, 2 \rightarrow \infty} \frac{i_2}{i_1} = \lim_{L_1, 2 \rightarrow \infty} \frac{j\omega \sqrt{L_1 L_2}}{Z_2 + j\omega L_2} = \lim_{L_1, 2 \rightarrow \infty} \frac{j\omega \sqrt{\frac{L_1}{L_2}}}{\frac{Z_2}{L_2} + j\omega} = \lim_{L_1, 2 \rightarrow \infty} \frac{j\omega \left(\frac{1}{n} \right)}{j\omega + \frac{Z_2}{L_2}} = \frac{1}{n}$$

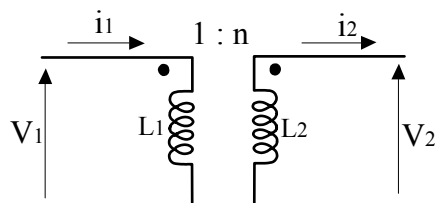
$$\frac{i_2}{i_1} = \frac{1}{n}$$

$$\frac{V_2}{V_1} = n$$

$$\frac{i_2}{i_1} \frac{Z_2}{Z_1} = n$$

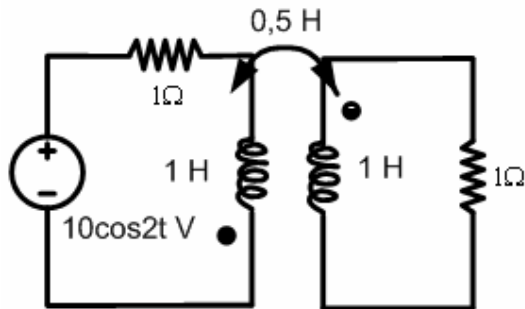
$$\frac{1}{n} \frac{Z_2}{Z_1} = n$$

$$\frac{Z_2}{Z_1} = n^2$$

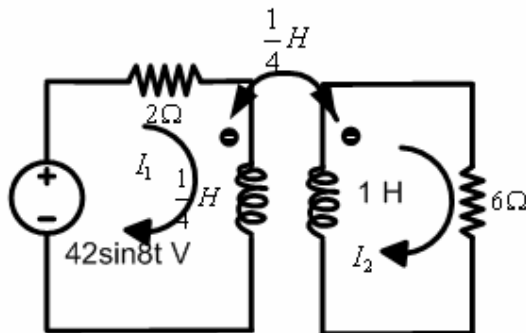


Soal – soal :

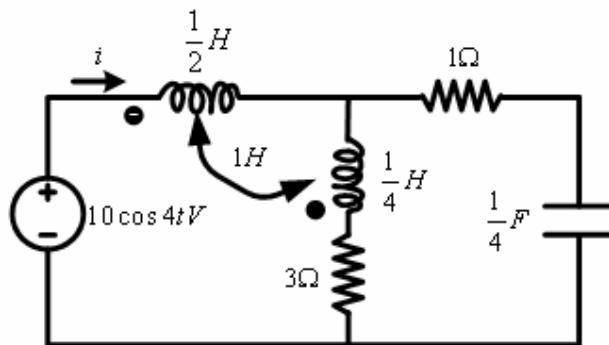
1. Tentukan daya yang didisipasikan pada resistor 1Ω !



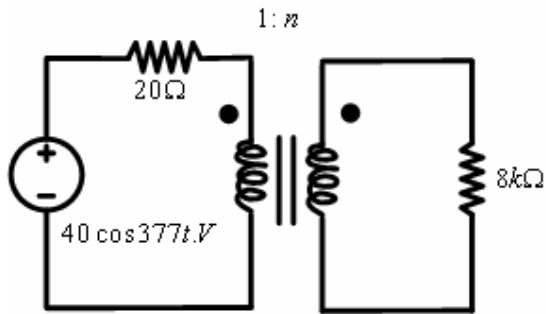
2. Tentukan arus I_1 dan I_2 !



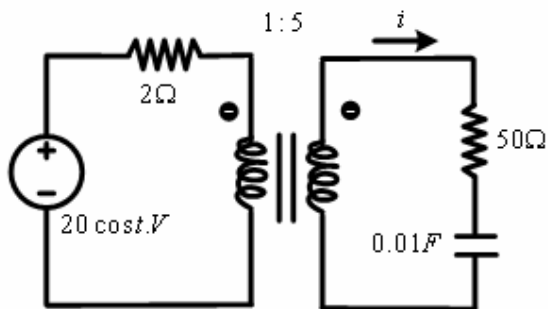
3. Tentukan arus i !



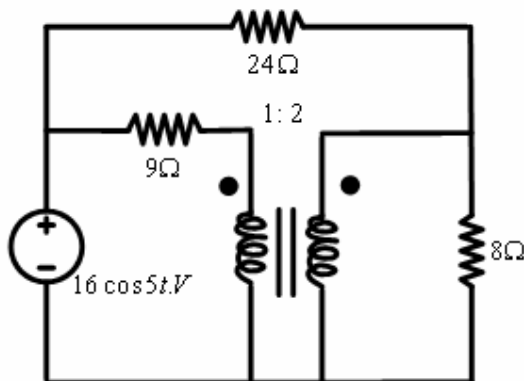
4. Tentukan n sehingga terjadi transfer daya maksimum pada resistor $8k\Omega$!



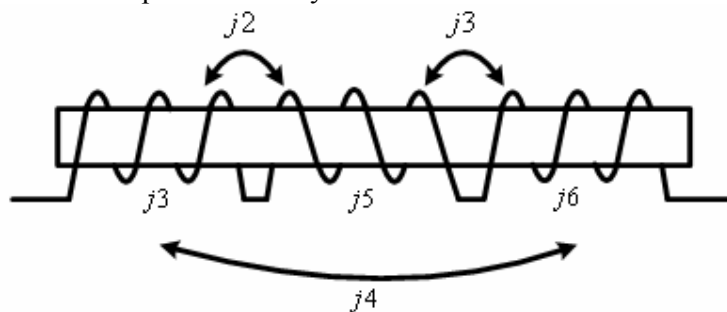
5. Tentukan arus i !



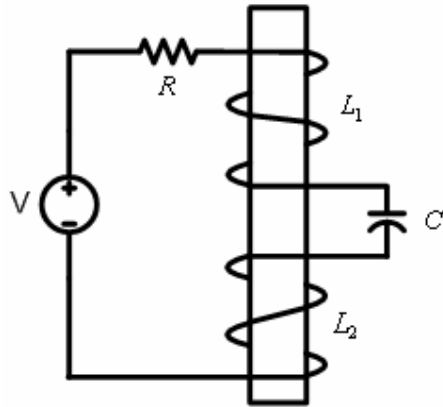
6. Tentukan daya rata-rata pada resistor 8Ω !



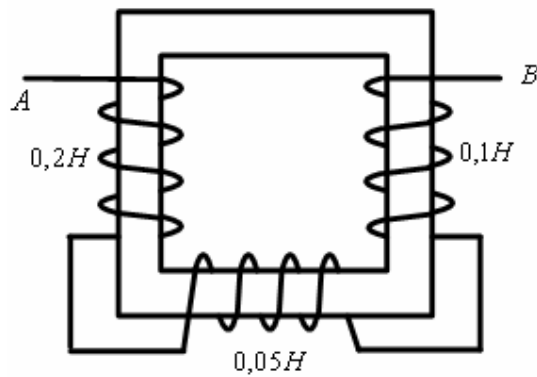
7. Tentukan impedansi totalnya :



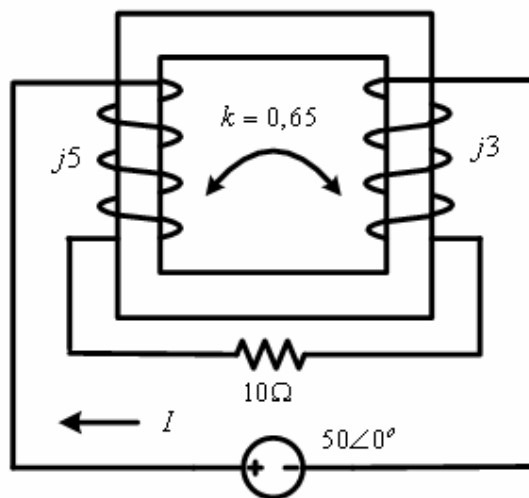
8. Tentukan impedansi totalnya :



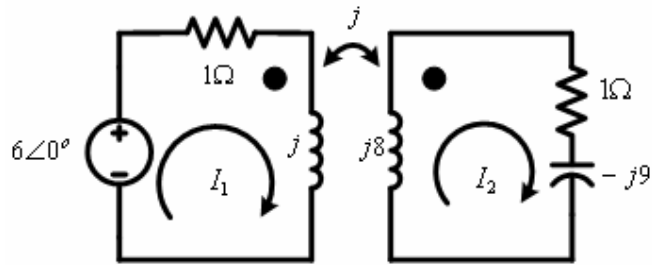
9. Tentukan nilai induktor totalnya, jika nilai konstanta untuk semua induktor adalah $k=0,5$!



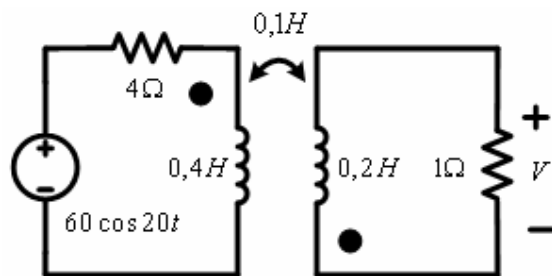
10. Tentukan arus yang mengalir !



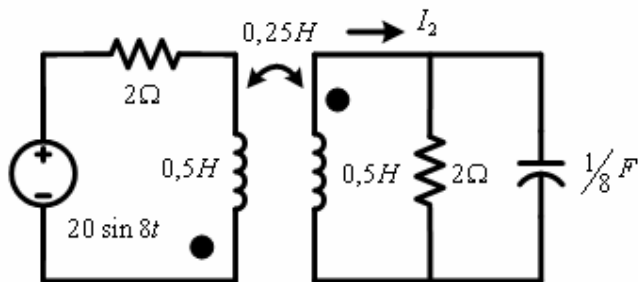
11. Tentukan arus i_1 dan i_2 pada rangkaian berikut :



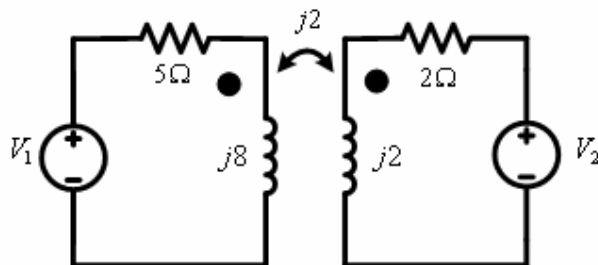
12. Tentukan nilai tegangan V :



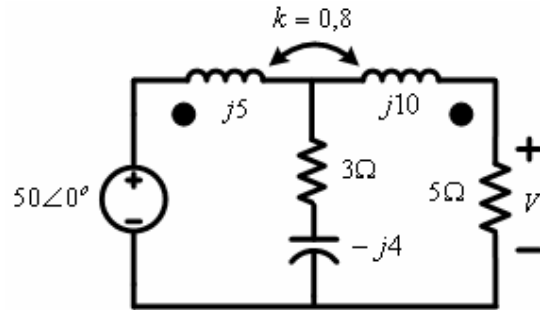
13. Tentukan arus i_2 yang mengalir :



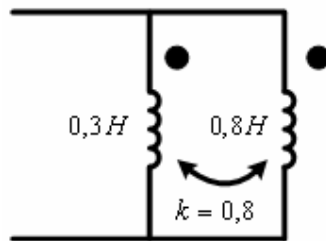
14. Tentukan perbandingan V_2 terhadap V_1 ketika $i_1=0$ pada rangkaian berikut :



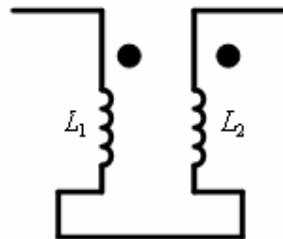
15. Tentukan tegangan V pada rangkaian berikut :



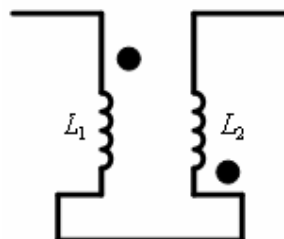
16. Tentukan L_{eq} :



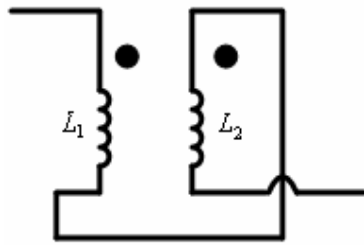
17. Jika $L_1 = 2H$, $L_2 = 8H$, $k=1$. Tentukan L_{eq} !



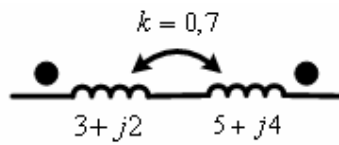
18. Tentukan L_{eq} :



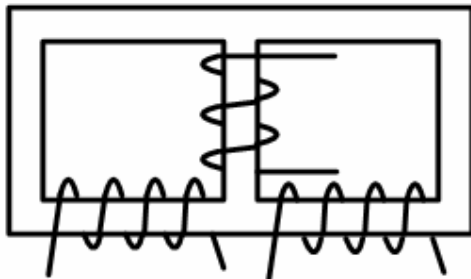
19. Tentukan L_{eq} :



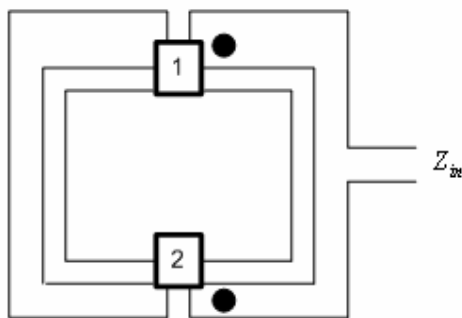
20. Tentukan Z_{eq} :



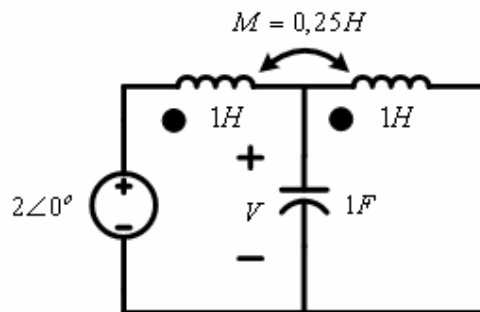
21. Tentukan tanda titik :



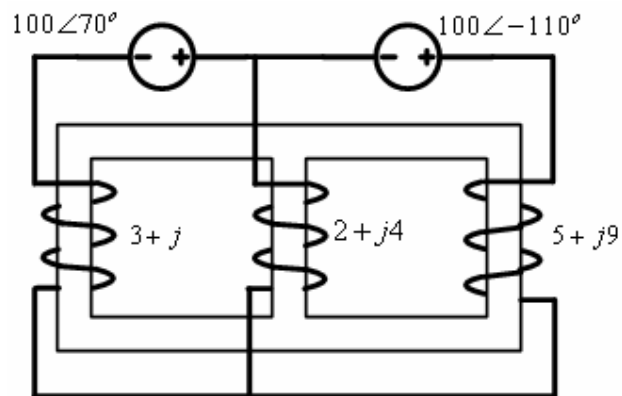
22. Jika $Z_1=5+j9$, $Z_2=3+j4$, $k=1$, tentukan Z_{in} :



23. Tentukan V dimana $\omega = 1 \text{ rad/s}$



24. Tentukan arus pada $3+j$ jika $k=1$:



25. Tentukan arus di amperemeter :

