

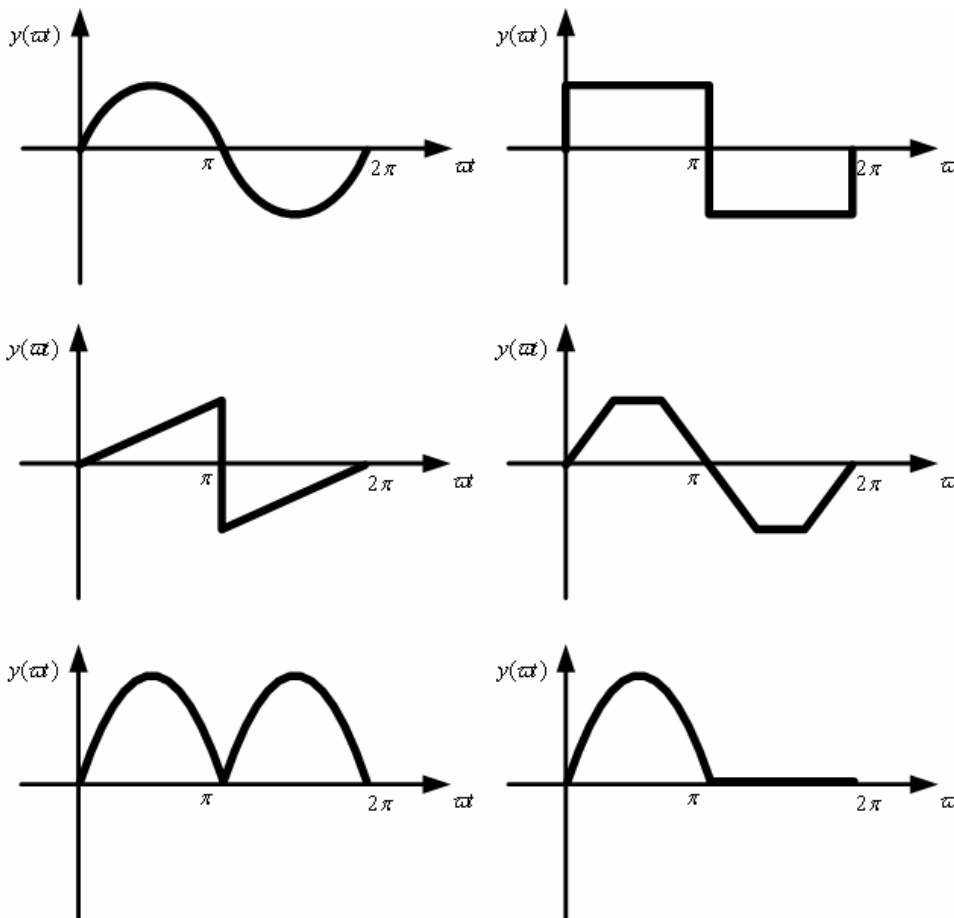
## BAB VI DASAR – DASAR AC

### Bentuk Gelombang

Pada bab sebelumnya kita telah membahas rangkaian listrik dengan sumbernya adalah sumber searah, dimana untuk selang waktu dari nol sampai tak hingga nilainya akan selalu tetap atau konstan, sedangkan pada bab ini akan dibahas rangkaian listrik dengan sumbernya adalah bolak-balik, dimana untuk waktu tertentu akan didapatkan nilai yang berbeda-beda. Tentunya dengan sumber bolak-balik atau lebih singkatnya dengan sumber AC (*Alternating Current*) akan mempengaruhi komponen pasif yang digunakan, saat sumber DC maka komponen pasif seperti L dan C akan menjadi rangkaian hubungsingkat dan terbuka. Tetapi dengan sumber AC komponen pada L dan C akan berbeda halnya saat diberikan sumber DC.

Sebelum membahas masalah AC secara mendalam alangkah baiknya kita memperhatikan terlebih dahulu karakteristik dari sumber AC atau gelombang AC ini. Salah satu sifat khusus dari gelombang AC adalah dia mempunyai sifat periodik atau berulang dengan selang waktu tertentu atau lebih sering disebut dengan perioda, dimana nilai dari periodik ini memenuhi persamaan :

$f(t) = f(t + nT)$  dimana  $n$  : integer 0,1,2,... dengan  $T$  = perioda, seperti terlihat pada gambar dibawah ini :



### **Konsep Phasor**

Phasor adalah bilangan kompleks yang merepresentasikan besaran atau magnitude dan fasa gelombang sinusoidal.

Phasor biasanya dinyatakan dengan sebuah notasi pada domain frekuensi yang hanya terdiri dari besaran dan fasa.

Formula Euler :

$$e^{j\omega t} = \cos \omega t + j \sin \omega t = \operatorname{Re}[e^{j\omega t}] + j \operatorname{Im}[e^{j\omega t}]$$

$$e^{-j\omega t} = \cos \omega t - j \sin \omega t = \operatorname{Re}[e^{-j\omega t}] - j \operatorname{Im}[e^{-j\omega t}]$$

Sebagai contoh :

$$v(t) = V_m \cos(\omega t + \theta) \text{ Volt dalam domain waktu}$$

$$\text{Formula Euler : } v = \operatorname{Re}[V_m e^{j\theta} e^{j\omega t}] = V_m e^{j\theta} \text{ Volt}$$

$$\text{Notasi phasor : } V(\omega) = V_m \angle \theta \text{ Volt dalam domain frekuensi}$$

### **Bilangan Kompleks**

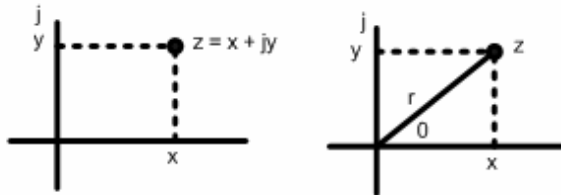
Bilangan yang terdiri dari harga real (nyata) dan harga imajiner (khayal)

Contoh :

$$z = x + jy$$

$$\text{dimana } j = \sqrt{-1} \text{ atau } j^2 = -1$$

Grafik bilangan kompleks :



Bentuk-bentuk bilangan kompleks :

1. *Bentuk Kartesian / Rectanguler*

$$z = x + jy$$

2. *Bentuk Polar*

$$z = r \angle \theta$$

$$\text{dimana : } x = r \cos \theta \rightarrow r = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$y = r \sin \theta \rightarrow \theta = \tan^{-1} \frac{y}{x}$$

3. *Bentuk Eksponensial*

$$z = re^{j\theta}$$

$$\text{dimana : } x + jy = r \cos \theta + jr \sin \theta = r(\cos \theta + j \sin \theta) = re^{j\theta}$$

4. *Bentuk Trigonometri*

$$z = r(\cos \theta + j \sin \theta)$$

*Konjugate bilangan kompleks*

$$z \rightarrow z^*$$

$$z = x + jy \rightarrow z^* = x - jy$$

$$z = r \angle \theta \rightarrow z^* = r \angle -\theta$$

$$z = re^{j\theta} \rightarrow z^* = re^{-j\theta}$$

$$z = r(\cos \theta + j \sin \theta) \rightarrow z^* = r(\cos \theta - j \sin \theta)$$

*Jumlah dan selisih bilangan kompleks*

$$z_1 = x_1 + jy_1$$

$$z_2 = x_2 + jy_2$$

$$z_1 + z_2 = x_1 + jy_1 + x_2 + jy_2 = (x_1 + x_2) + j(y_1 + y_2)$$

$$z_1 - z_2 = x_1 + jy_1 - (x_2 + jy_2) = (x_1 - x_2) + j(y_1 - y_2)$$

*Perkalian dan pembagian bilangan kompleks*

$$z_1 = r_1 e^{j\theta_1}$$

$$z_2 = r_2 e^{j\theta_2}$$

$$z_1 z_2 = r_1 e^{j\theta_1} r_2 e^{j\theta_2} = r_1 r_2 e^{j(\theta_1 + \theta_2)}$$

$$\frac{z_1}{z_2} = \frac{r_1 e^{j\theta_1}}{r_2 e^{j\theta_2}} = \frac{r_1}{r_2} e^{j(\theta_1 - \theta_2)}$$

**Arus dan Tegangan Sinusoidal**

*Arus sinusoidal :*

Tegangan yang melewati elemen pasif jika arusnya sinusoidal

elemen	i	$i = I_m \sin \omega t$	$i = I_m \cos \omega t$
R	$V_R = R.i$	$V_R = R.I_m \sin \omega t$	$V_R = R.I_m \cos \omega t$
L	$V_L = L \frac{di}{dt}$	$V_L = \omega.L.I_m \cos \omega t$	$V_L = \omega.L.I_m (-\sin \omega t)$
C	$V_C = \frac{1}{C} \int i dt$	$V_C = \frac{I_m}{\omega C} (-\cos \omega t)$	$V_C = \frac{I_m}{\omega C} \sin \omega t$

*Tegangan sinusoidal :*

Arus pada elemen pasif jika tegangannya sinusoidal

elemen	v	$V = V_m \sin \omega t$	$V = V_m \cos \omega t$
R	$i_R = \frac{V}{R}$	$i_R = \frac{V_m}{R} \sin \omega t$	$i_R = \frac{V_m}{R} \cos \omega t$
L	$i_L = \frac{1}{L} \int v dt$	$i_L = \frac{V_m}{\omega L} (-\cos \omega t)$	$i_L = \frac{V_m}{\omega L} \sin \omega t$
C	$i_C = C \frac{dV}{dt}$	$i_C = \omega C V_m \cos \omega t$	$i_C = \omega C V_m (-\sin \omega t)$

### *Sudut Phasa*

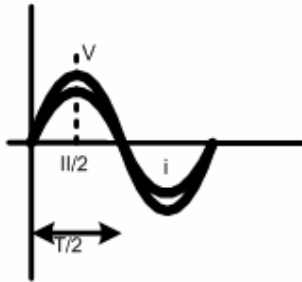
Pengaruh gelombang AC pada elemen R :

$$i = I_m \sin \omega t \Rightarrow I = I_m \angle 0^\circ$$

$$V_R = RI_m \sin \omega t \Rightarrow V_R = RI_m \angle 0^\circ$$

*phasanya..sama*

$$\text{Magnitude impedansi..}|Z| = R$$



Pengaruh gelombang AC pada elemen L :

$$i = I_m \sin \omega t \Rightarrow I = I_m \angle 0^\circ$$

$$V_L = \omega LI_m \cos \omega t = \omega LI_m \sin(\omega t + 90^\circ)$$

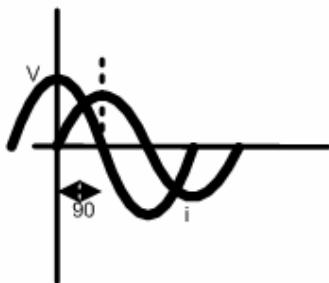
$$\Rightarrow V_L = \omega LI_m \angle 90^\circ$$

*Arus tertinggal dibanding tegangan sebesar 90°*

*→ arus lagging*

$$Z = \frac{V_L}{I} = \frac{\omega LI_m \angle 90^\circ}{I_m \angle 0^\circ}$$

$$Z = \omega L \angle 90^\circ = j\omega L$$



Pengaruh gelombang AC pada elemen C :

$$i = I_m \sin \omega t \Rightarrow I = I_m \angle 0^\circ$$

$$V_C = \frac{I_m}{\omega C} (-\cos \omega t) = \frac{I_m}{\omega C} \sin(\omega t - 90^\circ)$$

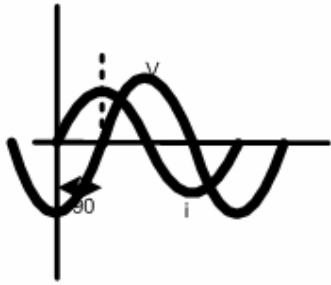
$$\Rightarrow V_C = \frac{I_m}{\omega C} \angle -90^\circ$$

Arus mendahului dibanding tegangan sebesar  $90^\circ$

→ arus leading

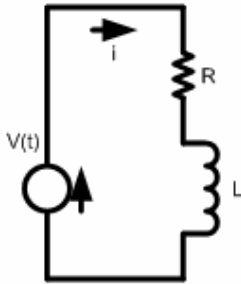
$$Z = \frac{V_C}{I} = \frac{\frac{I_m}{\omega C} \angle -90^\circ}{I_m \omega \angle 0^\circ}$$

$$Z = \frac{1}{\omega C} \angle -90^\circ = -\frac{j}{\omega C} = \frac{1}{j\omega C}$$



### **Impedansi Kompleks**

Jika rangkaian seri RL dihubungkan dengan gelombang AC maka :



$$V(t) = V_m e^{j\omega t}$$

$$KVL : R i(t) + L \frac{di(t)}{dt} = V(t) = V_m e^{j\omega t}$$

Misalkan:

$$I(t) = K e^{j\omega t}$$

$$R K e^{j\omega t} + j\omega L K e^{j\omega t} = V_m e^{j\omega t}$$

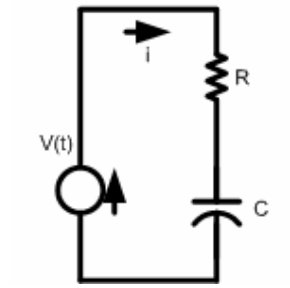
$$k = \frac{V_m}{R + j\omega L}$$

$$I(t) = \frac{V_m}{R + j\omega L} e^{j\omega t}$$

Sehingga impedansi menjadi

$$Z = \frac{V(t)}{I(t)} = \frac{V_m e^{j\omega t}}{\frac{V_m}{R + j\omega L} e^{j\omega t}} = R + j\omega L$$

Jika rangkaian seri RC dihubungkan dengan gelombang Ac maka :



$$V(t) = V_m e^{j\omega t}$$

$$KVL : R_1(t) + \frac{1}{C} \int I(t) dt = V_m e^{j\omega t}$$

Misalkan :

$$I(t) = K e^{j\omega t}$$

$$R K e^{j\omega t} + \frac{1}{j\omega C} K e^{j\omega t} = V_m e^{j\omega t}$$

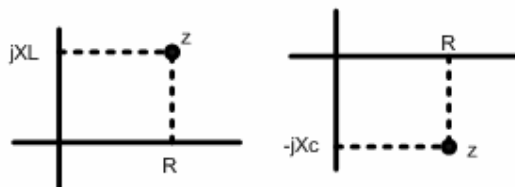
$$K = \frac{V_m}{R + \frac{1}{j\omega C}}$$

$$I(t) = \frac{V_m}{R - \frac{1}{\omega C}}$$

sehingga impedansi

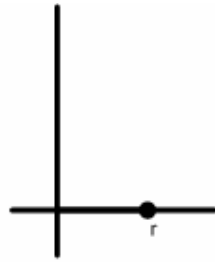
$$Z = \frac{V(t)}{I(t)} = \frac{V_m e^{j\omega t}}{\frac{V_m}{R + j\omega L} e^{j\omega t}} = R + \frac{1}{j\omega C} = R - \frac{j}{\omega C}$$

Diagram Impedansi :



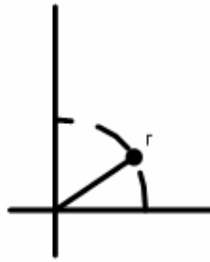
### Diagram Phasor

$$f(t) = re^{j\omega t} = r \angle \omega t$$



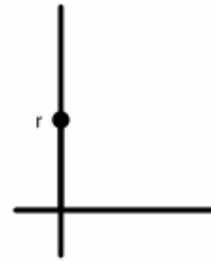
$$t = 0$$

$$\omega t = 0$$



$$t = \frac{\pi}{4\omega}$$

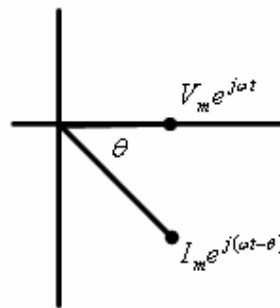
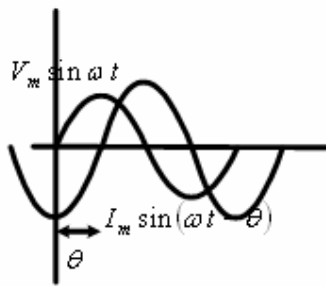
$$\omega t = \frac{\pi}{4}$$



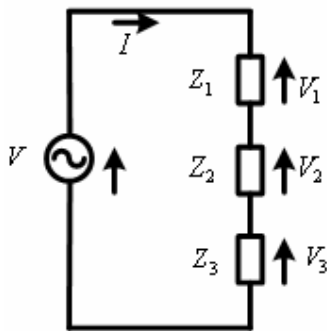
$$t = \frac{\pi}{2\omega}$$

$$\omega t = \frac{\pi}{2}$$

Jika beda fasa antara tegangan dan arus sebesar  $\theta$ , maka diagram fasornya sebagai berikut :



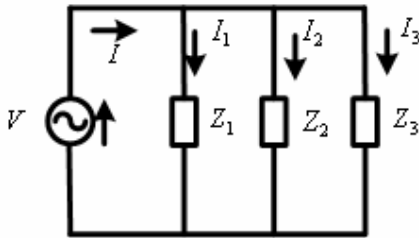
### Rangkaian Seri dan Paralel



$$V = V_1 + V_2 + V_3$$

$$= IZ_1 + IZ_2 + IZ_3$$

$$Z_{eq} = Z_1 + Z_2 + Z_3$$



$$\begin{aligned} I &= I_1 + I_2 + I_3 \\ &= \frac{V}{Z_1} + \frac{V}{Z_2} + \frac{V}{Z_3} \\ \frac{1}{Z_{eq}} &= \frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_2} + \frac{1}{Z_3} \end{aligned}$$

### **Admitansi Bilangan Kompleks**

$$Y = \frac{1}{Z}$$

$$Z = R \pm jX$$

$$Y = G \pm jB$$

dimana :

$Z$  = Impedansi

$R$  = Resistansi

$X$  = Reaktansi

$Y$  = Admitansi

$G$  = Konduktansi

$B$  = Suseptansi

### **Contoh latihan :**

1. Tentukan arus  $i_4$  yang keluar dari percabangan saat arus  $i_1$ ,  $i_2$ , dan  $i_3$  masuk percabangan jika :

$$i_1 = 6 \cos 3t$$

$$i_2 = 4 \cos(3t - 30^\circ)$$

$$i_3 = -4\sqrt{3} \cos(3t + 60^\circ)$$

Jawaban :

$$i_4 = i_1 + i_2 + i_3 = 6 \cos 3t + 4 \cos(3t - 30^\circ) - 4\sqrt{3} \cos(3t + 60^\circ)$$

Dalam notasi phasor :

$$I_4 = I_1 + I_2 + I_3 = 6 \angle 0^\circ + 4 \angle -30^\circ - 4\sqrt{3} \angle 60^\circ = 6 + 3,46 - j2 - 3,46 - j6$$

$$I_4 = 6 - j8 = 10 \angle -53,1^\circ$$

$$\text{sehingga : } i_4 = 10 \cos(3t - 53,1^\circ)$$



2. Tentukan arus  $i_4$  yang keluar dari percabangan saat arus  $i_1$ ,  $i_2$ , dan  $i_3$  masuk percabangan jika :

$$i_1 = 5 \cos(3t + 30^\circ)$$

$$i_2 = 5 \sin 3t$$

$$i_3 = 5 \cos(3t + 150^\circ)$$

Jawaban :

$$i_4 = i_1 + i_2 + i_3 = 5 \cos(3t + 30^\circ) + 5 \sin 3t + 5 \cos(3t + 150^\circ)$$

$$i_4 = 5 \cos(3t + 30^\circ) + 5 \cos(3t - 90^\circ) + 5 \cos(3t + 150^\circ)$$

Dalam notasi phasor :

$$I_4 = I_1 + I_2 + I_3 = 5 \angle 30^\circ + 5 \angle -90^\circ + 5 \angle 150^\circ = 4,3 + j2,5 - j5 - 4,3 + j2,5$$

$$I_4 = 0$$

sehingga :  $i_4 = 0$

### **Harga Rata-Rata**

Harga rata-rata fungsi periodik didefinisikan sebagai integral fungsi waktu atas keseleuruhan perioda dibagi dengan selang waktu periodanya.

Fungsi umum  $y(t)$  dengan perioda  $T$ , maka harga rata – rata :

$$Y_{av} = \frac{1}{T} \int_0^T y(t) dt$$

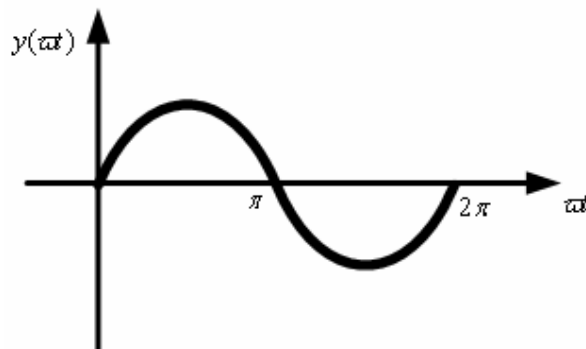
### **Harga Efektif/ RMS ( Root Mean Square)**

Fungsi umum  $y(t)$  dengan perioda  $T$ , maka harga efektif :

$$Y_{rms} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T y(t)^2 dt}$$

### **Contoh latihan :**

1. Tentukan harga rata-rata dan efektif fungsi  $y(t) = A \sin \omega t$  !



Jawaban :

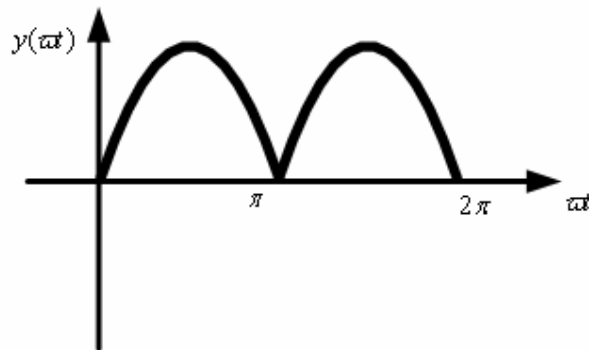
- Harga rata-rata :

$$\begin{aligned}
 Y_{av} &= \frac{1}{T} \int_0^T y(t) dt = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} A \sin \omega t d(\omega t) = \frac{A}{2\pi} [-\cos \omega t]_0^{2\pi} \\
 &= \frac{A}{2\pi} [-\cos 2\pi - (-\cos 0)] = \frac{A}{2\pi} [-1 + 1] = 0
 \end{aligned}$$

- Harga efektif :

$$\begin{aligned}
 Y_{rms} &= \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T y^2(t) dt} = \sqrt{\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} A^2 \sin^2 \omega t d(\omega t)} = \sqrt{\frac{A^2}{2\pi} \int_0^{2\pi} \left( \frac{1 - \cos 2\omega t}{2} \right) d(\omega t)} \\
 &= \sqrt{\frac{A^2}{2\pi} \left[ \frac{1}{2} \omega t \Big|_0^{2\pi} - \frac{\cos 2\omega t}{4} \Big|_0^{2\pi} \right]} = \sqrt{\frac{A^2}{2\pi} \left[ \frac{1}{2} (2\pi - 0) - \left( \frac{\cos 2 \cdot 2\pi}{4} - \frac{\cos 2 \cdot 0}{4} \right) \right]} \\
 &= \sqrt{\frac{A^2}{2\pi} [\pi - (1 - 1)]} = \sqrt{\frac{A^2}{2\pi} \pi} = \frac{A}{\sqrt{2}}
 \end{aligned}$$

2. Tentukan harga rata-rata dan efektif fungsi  $y(t) = A \sin \omega t$  !



Jawaban :

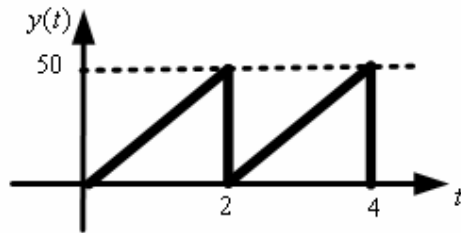
- Harga rata-rata :

$$\begin{aligned}
 Y_{av} &= \frac{1}{T} \int_0^T y(t) dt = \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi} A \sin \omega t d(\omega t) = \frac{A}{\pi} [-\cos \omega t]_0^{\pi} \\
 &= \frac{A}{\pi} [-\cos \pi - (-\cos 0)] = \frac{A}{\pi} [-1 + 1] = \frac{2A}{\pi}
 \end{aligned}$$

- Harga efektif :

$$\begin{aligned}
 Y_{rms} &= \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T y^2(t) dt} = \sqrt{\frac{1}{\pi} \int_0^\pi A^2 \sin^2 \omega t d(\omega t)} = \sqrt{\frac{A^2}{\pi} \int_0^\pi \left( \frac{1 - \cos 2\omega t}{2} \right) d(\omega t)} \\
 &= \sqrt{\frac{A^2}{\pi} \left[ \frac{1}{2} \omega t \Big|_0^\pi - \frac{\cos 2\omega t}{4} \Big|_0^\pi \right]} = \sqrt{\frac{A^2}{\pi} \left[ \frac{1}{2} (\pi - 0) - \left( \frac{\cos 2\pi}{4} - \frac{\cos 2 \cdot 0}{4} \right) \right]} \\
 &= \sqrt{\frac{A^2}{\pi} \left[ \frac{\pi}{2} - (1 - 1) \right]} = \sqrt{\frac{A^2}{2}} = \frac{A}{\sqrt{2}}
 \end{aligned}$$

3. Tentukan harga rata-rata dan efektif fungsi  $y(t) = 25t$  !



Jawaban :

- Harga rata-rata :

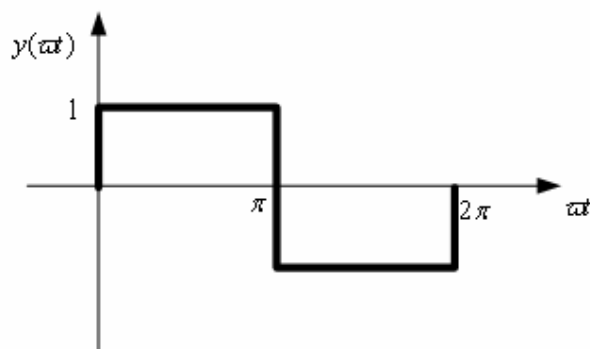
$$\begin{aligned}
 Y_{av} &= \frac{1}{T} \int_0^T y(t) dt = \frac{1}{2} \int_0^2 25t dt = \frac{1}{2} \cdot \frac{25t^2}{2} \Big|_0^2 \\
 &= \frac{25}{4} (2^2 - 0) = 25
 \end{aligned}$$

- Harga efektif :

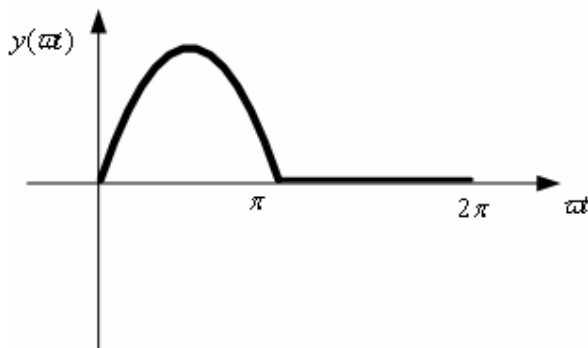
$$\begin{aligned}
 Y_{rms} &= \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T y^2(t) dt} = \sqrt{\frac{1}{2} \int_0^2 25^2 t^2 dt} = \sqrt{\frac{625}{2} \cdot \frac{t^3}{3} \Big|_0^2} = \sqrt{\frac{625}{6} [2^3 - 0]} = \frac{50}{\sqrt{3}}
 \end{aligned}$$

**Soal- soal :**

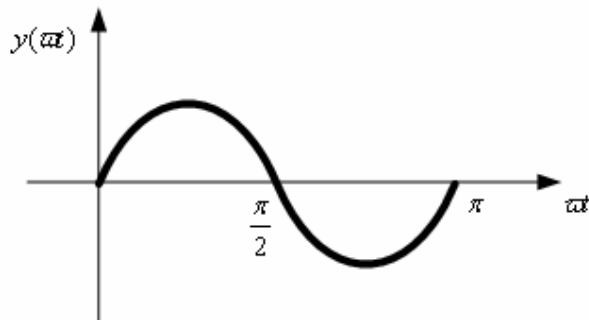
1. Jika  $x = 3 + j4$  dan  $y = 6 + j9$ . Tentukan :
  - a. x dan y dalam bentuk polar
  - b. x dan y dalam bentuk trigonometri
2. Jika  $A = 4 - j3$  dan  $B = -2 + j5$ . Tentukan :
  - a.  $A+B$
  - b.  $A.B$
  - c.  $\frac{A}{B}$
3. Jika  $Z_1 = 8\angle 45^\circ$  dan  $Z_2 = 5\angle 30^\circ$ . Tentukan :
  - a.  $Z_1 + Z_2$
  - b.  $Z_1.Z_2$
  - c.  $Z_1 - Z_2$
4. Tentukan harga rata-rata dan efektif-nya !



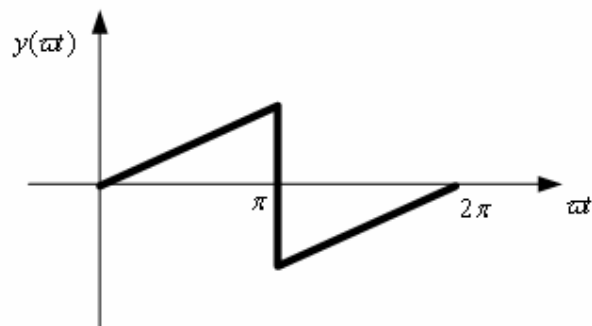
5. Tentukan harga rata-rata dan efektif-nya !



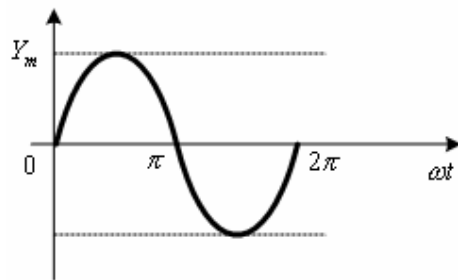
6. Tentukan harga rata-rata dan efektif-nya !



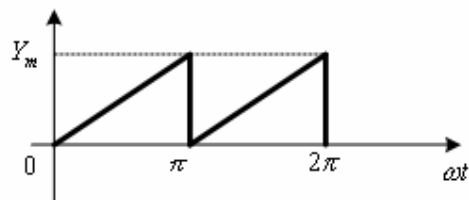
7. Tentukan harga rata-rata dan efektif-nya !



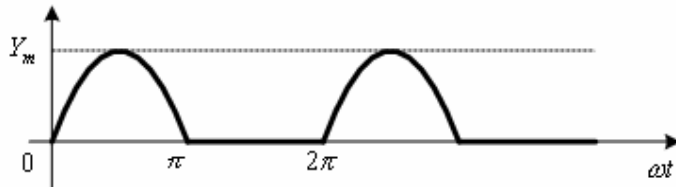
8. Tentukan nilai rata-rata dan efektif fungsi  $y(t) = Y_m \sin \omega t$  :



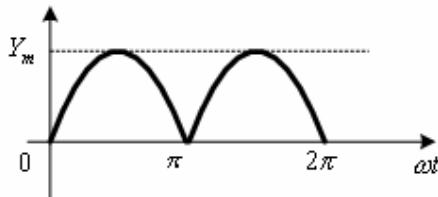
9. Tentukan nilai rata-rata dan efektif gelombang gigi gergaji berikut :



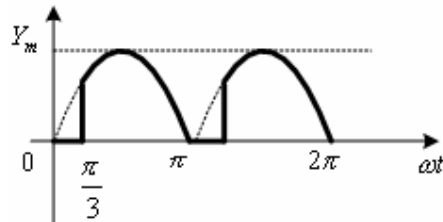
10. Tentukan nilai rata-rata dan efektif funhgsi berikut :



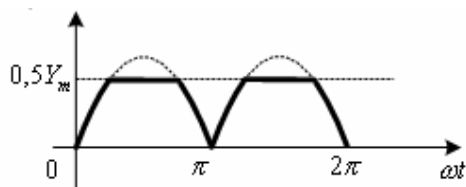
11. Tentukan nilai rata-rata dan efektif fungsi berikut :



12. Tentukan nilai rata-rata dan efektif fungsi berikut :



13. Tentukan nilai rata-rata dan efektif fungsi berikut :



14. Tentukna Yrms dari gambar berikut :

