

### 2.1.6 光譜角度匹配演算法(SAM)

光譜角度匹配演算法(Spectral Angle Mapper, SAM)[33]是一種被廣泛使用的光譜特徵相似性度量，SAM 是透過找出兩個光譜特徵相對於原點的向量，並且計算兩者向量之間的光譜角度，來判斷兩個光譜之間的相似程度。為了計算共有  $L$  波維度的兩個光譜向量被測量點  $r$  與測量點  $d$  之間的光譜角度，其中假設  $r$  為  $(r_1, r_2, \dots, r_L)^T$ ，並假設  $d$  為  $(d_1, d_2, \dots, d_L)^T$ ，那可獲知兩個光譜向量的光譜角度為

$$SAM(r, d) = SAM(d, r) = \cos^{-1} \left( \frac{\langle r, d \rangle}{\|r\| \|d\|} \right) \quad (14)$$

其中  $\langle r, d \rangle = \sum_{l=1}^L r_l d_l$ ， $\|r\| = (\sum_{l=1}^L (r_l)^2)^{1/2}$ ， $\|d\| = (\sum_{l=1}^L (d_l)^2)^{1/2}$ 。當  $r$  與  $d$  所計算的光譜角度很小時， $2 \sin(SAM(r, d)/2)$  會等於  $SAM(r, d)$ ，此情況下  $SAM(r, d)$  與  $ED(r, d)$  會幾乎相等。下圖 2. 表示 SAM 和與歐氏距離(Euclidean Distance, ED) 在座

標軸上的相對關係。

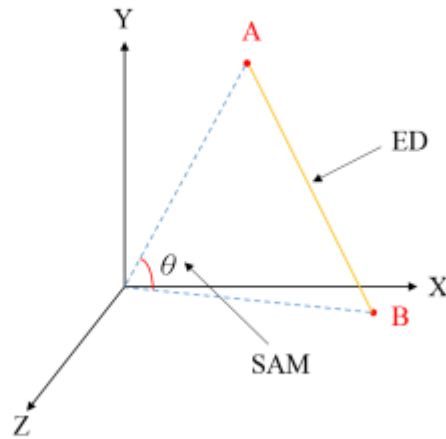


圖 2. SAM 與 ED 之間的關係在三維座標軸上

### 2.1.7 光譜資訊分散度演算法(SID)

光譜資訊分散度演算法(SID)[34]發展於訊息理論中訊息發散的概念，是一種衡量光譜相似度的標準，用來計算兩個像素中光譜向量機率行為的差異。SID 是利用兩像素光譜特徵向量所計算產生的光譜特徵機率分佈之間的距離，SID 將兩個機率質量的函數假設為  $m = (m_1, m_2, \dots, m_L)$  和  $n = (n_1, n_2, \dots, n_L)$ ，並假設  $m, n$  共有  $L$  波段，可表示為  $m_l = r_{il} / \sum_{l=1}^L r_{il}$ ， $n_l = d_{il} / \sum_{l=1}^L d_{il}$ ，其中  $r$  與  $d$  表示為  $r = (r_{i1}, r_{i2}, \dots, r_{iL})^T$ ， $d = (d_{i1}, d_{i2}, \dots, d_{iL})^T$  是兩個不同的光譜向量，若在第  $l$  個的波段時， $r_i$  和  $d_i$  之間的自資訊可以表示為

$$I_l(r_i) = -\log m_l \quad (15)$$

$$I_l(d_i) = -\log n_l \quad (16)$$

從(15)式與(16)式可以得知，在第  $l$  個波段時可以定義  $r_i$  相對於  $d_i$  的自資訊分散度為

$$D_l(r_i||d_i) = I_l(r_i) - I_l(d_i) = (-\log n_l) - (-\log m_l) = \log \left( \frac{m_l}{n_l} \right) \quad (17)$$

將每個波段計算平均後，可得到  $r_i$  相對於  $d_i$  的自資訊分散度為

$$D(r_i||d_i) = \sum_{l=1}^L m_l D_l(r_i||d_i) = \sum_{l=1}^L m_l I_l(r_i) - I_l(d_i) = \sum_{l=1}^L m_l \log \left( \frac{m_l}{n_l} \right) \quad (18)$$

同理，可得到  $d_i$  相對於  $r_i$  的自資訊分散度則為

$$D(d_i||r_i) = \sum_{l=1}^L n_l D_l(d_i||r_i) = \sum_{l=1}^L n_l I_l(d_i) - I_l(r_i) = \sum_{l=1}^L n_l \log \left( \frac{n_l}{m_l} \right) \quad (19)$$

將(18)式與(19)式相加後，即可得到  $r$  與  $d$  之間光譜特徵的資訊差異度為

$$SID(r_i||d_i) = SID(d_i||r_i) = D(r_i||d_i) + D(d_i||r_i) \quad (20)$$

相對於其他較為常見的相似性演算，SID 提出相對熵來解釋每個像素所提供的光譜資訊與光譜相似性的不同觀點。

### 2.1.1 最小能量限制法(CEM)[5]

最小能量限制法在運作時，假設有一個期望光譜特徵(或稱為感興趣目標)，此特徵將在演算法中擔任  $d$ (Desired Signature)的角色，在限制式下客製化有限脈衝響應濾波器，將利用單一目標物資訊即可在廣大的光譜資料中找出匹配  $d$  並擁有最小平方誤差之目標物，達到分類的效果。

最小能量限制法是源自於 Frost 所提出的的線性最小變異法(Linearly Constrained Minimum Variance, LCMV)其變化而來，假設有  $n$  個光譜訊號則定義所有的光譜訊號為  $\{r_1, r_2, r_3, \dots, r_{n-2}, r_{n-1}, r_n\}$ ，再加入  $l$  參數設定為光譜訊號的各個波長順序定義為  $r_i = [r_{i1}, r_{i2}, r_{i3}, \dots, r_{il-2}, r_{il-1}, r_{il}]^T$ ， $l$  總數為各個光譜訊號擁有多少個波段。再從  $r_i$  中抽出使用者已知並感興趣的目標物當作  $d$ ，其定義為  $d = [d_1, d_2, d_3, \dots, d_{l-2}, d_{l-1}, d_l]^T$ 。有了這些資訊演算法將所有光譜資訊加以利用製做出所有光譜訊號的自相關矩陣(Correlation Matrix)，此矩陣將用來抑制背景並突顯出目標物，將此矩陣稱之為  $R$ 。最後透過有限脈衝響應(FIR)濾波器去偵測出與  $d$  相似的光譜訊號，有限脈衝響應濾波器中的係數定義為  $w = (w_1, w_2, w_3, \dots, w_l)^T$  其限制式為  $d^T w = w^T d = 1$ ， $w$  擁有  $l$  個波段並在平均能量最小時求得  $w$  值為多少。因此，完整的演算法可以在輸入  $r_i$  後定義  $y_i$  為有限脈衝響應濾波器的結果， $y_i$  表示為

$$y_i = \sum_{l=1}^L w_l r_{il} = w^T r_i = r_i^T w \quad (1)$$

，經由有限脈衝響應(FIR)濾波器所算出的平均能量結果可表達為

$$\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (r_i^T w)^2 = w^T \left[ \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n r_i r_i^T \right] w = w^T R_{n \times n} w \quad (2)$$

，結果中的  $R_{n \times n} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n r_i r_i^T$ ，即為所有訊號的自相關矩陣，而最小能量限制法就是要解出下列限制式的最適值

$$\min_w (w^T R_{n \times n} w) \text{ subject to } d^T w = w^T d = 1 \quad (3)$$

，再根據 Harsanyi 學者提出一個有  $n$  維度的權重最適值為

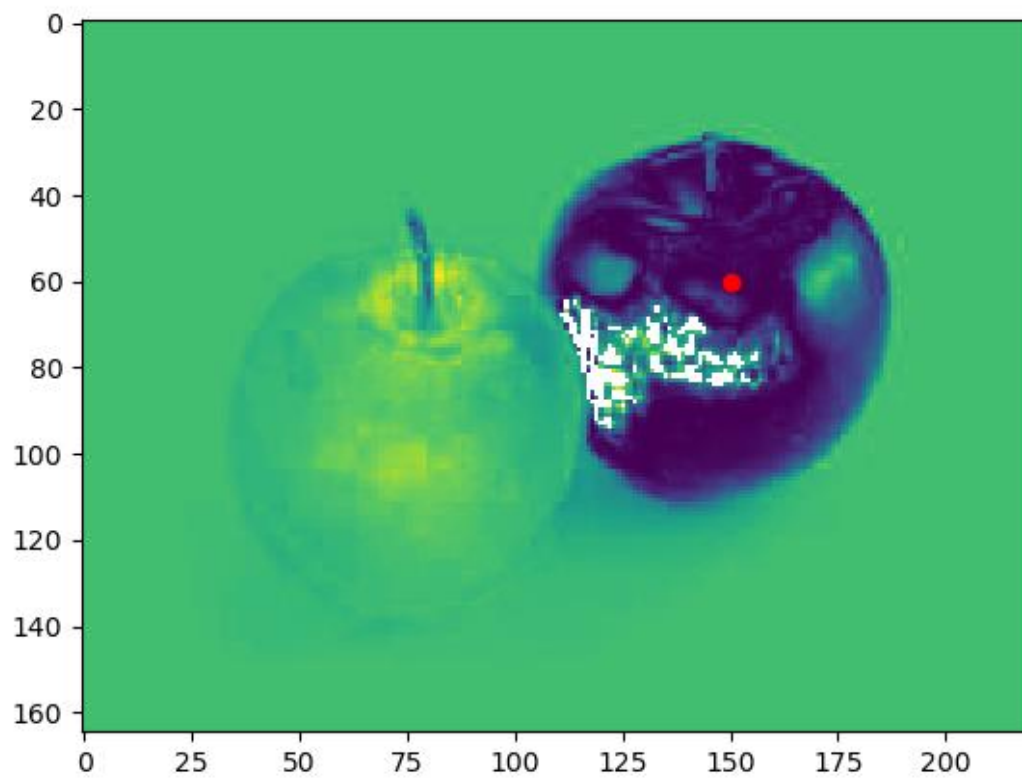
$$w^{CEM} = \frac{R_{n \times n}^{-1} d}{d^T R_{n \times n}^{-1} d} \quad (4)$$

，最後將(3)式帶入(2)式中，可以得到最小能量限制法的結果為

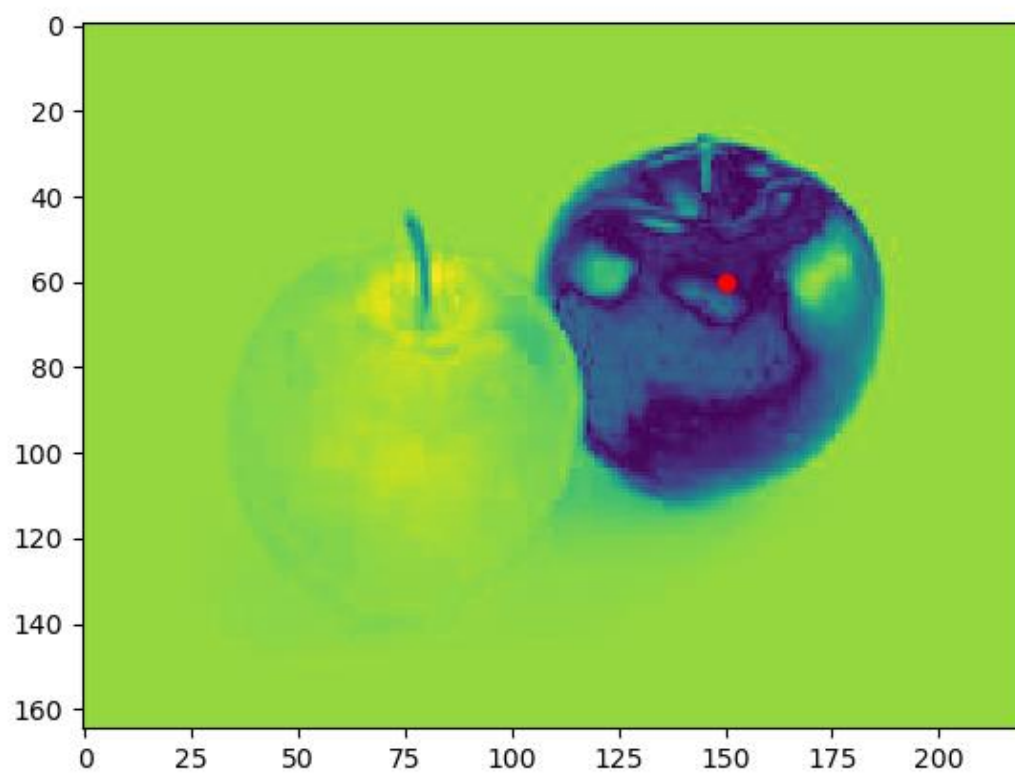
$$\delta^{CEM} = (w^{CEM})^T r = (d^T R_{n \times n}^{-1} d)^{-1} (R_{n \times n}^{-1} d)^T r \quad (5)$$

SID

結果 紅點為目標 (X:150 Y:60 )



SAM



CEM

