

## Lab 2: Rules of Inference

Mathematics for Computer Science

1. ในแต่ละข้อย่อยต่อไปนี้จะใช้กฎการอนุมาน (rule of inference) ข้อใด

1.1 อลิซเรียนสาขาคณิตศาสตร์ เพราะฉะนั้น อลิซเรียนสาขาคณิตศาสตร์หรือวิทยาการคอมพิวเตอร์

$$\begin{array}{l} \text{สาขาคณิตศาสตร์} = p \\ \text{สาขาวิทยาการคอมพิวเตอร์} = q \end{array} \quad \frac{p}{p \vee q} \Rightarrow p \rightarrow (p \vee q)$$

∴ ใช้กฎ Addition

1.2 เจอรี่เรียนสาขาคณิตศาสตร์และสาขาวิทยาการคอมพิวเตอร์ เพราะฉะนั้น เจอรี่เรียนสาขาคณิตศาสตร์

$$\begin{array}{l} \text{สาขาคณิตศาสตร์} = p \\ \text{สาขาวิทยาการคอมพิวเตอร์} = q \end{array} \quad \frac{p \wedge q}{p} \Rightarrow (p \wedge q) \rightarrow p$$

∴ ใช้กฎ Simplification

1.3 ถ้าฝนตกแล้วสระว่ายน้ำจะปิด ฝนตก เพราะฉะนั้น สระว่ายน้ำปิด

$$\begin{array}{l} \text{ฝนตก} = p \\ \text{สระว่ายน้ำปิด} = q \end{array} \quad \begin{array}{l} p \rightarrow q \\ \frac{p}{q} \end{array} \Rightarrow [(p \rightarrow q) \wedge p] \rightarrow q$$

∴ ใช้กฎ Modus tollens

1.4 ถ้าหิมะตกวันนี้ มหาวิทยาลัยจะปิด มหาวิทยาลัยไม่ได้ปิด เพราะฉะนั้น วันนี้หิมะไม่ตก

$$\begin{array}{l} \text{หิมะตกวันนี้} = p \\ \text{มหาวิทยาลัยปิด} = q \end{array} \quad \begin{array}{l} p \rightarrow q \\ \frac{\sim q}{\sim p} \end{array} \Rightarrow [(p \rightarrow q) \wedge \sim q] \rightarrow \sim p$$

∴ ใช้กฎ Modus tollens

1.5 ถ้าเราไปว่ายน้ำ เราจะตากแดดนานเกินไป ถ้าเราตากแดดนานเกินไป ผิวหนังเราจะไหม้แดด เพราะฉะนั้น ถ้าเราไปว่ายน้ำ ผิวหนังเราจะไหม้แดด

$$\begin{array}{l} \text{ไปว่ายน้ำ} = p \\ \text{ตากแดดนาน} = q \\ \text{ผิวเราไหม้} = r \end{array} \quad \begin{array}{l} p \rightarrow q \\ \frac{q \rightarrow r}{p \rightarrow r} \end{array} \Rightarrow [(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow r)] \rightarrow (p \rightarrow r)$$

∴ ใช้กฎ Hypothetical syllogism

2. เราสามารถสรุปอะไรได้บ้างจากหลักฐานข้อมูลเบื้องต้นต่อไปนี้ โดยให้ระบุว่าข้อสรุปที่ได้ใช้กฎการอนุมานข้อใดบ้าง จากหลักฐานใดด้วย

2.1 “ถ้าเราลางาน ก็เพราะว่าฝนตกหรือหิมะตก” “เราลางานวันอังคารหรือวันพฤหัสบดี” “แดดออกทั้งวันในวันอังคาร” “หิมะไม่ได้ตกในวันพฤหัสบดี”

2.2 “ถ้าเรากินอาหารรสจัด เราจะผื่นประหลาด” “เราจะผื่นประหลาด ถ้าฝนตกฟ้าคะนองตอนเราหลับ” “เราไม่ได้ผื่นประหลาด”

2.3 “เราฉลาดหรือโง่” “เราไม่ได้โง่” “ถ้าเราโง่ เราจะถูกหยย”

2.4 “นักศึกษาสาขาวิทยาการคอมพิวเตอร์ทุกคนมีคอมพิวเตอร์ส่วนตัว” “ราฟไม่ไคอมพิวเตอร์ส่วนตัว” “แอนมีคอมพิวเตอร์ส่วนตัว”

2.5 “อะไรที่ดีต่อบริษัทย่อมดีต่อประเทศ” “อะไรที่ดีต่อประเทศย่อมดีต่อคุณ” “สิ่งที่ดีต่อบริษัทคือการที่คุณซื้อปกระจาย”

2.1 ให้  $p_1$  = เวลาเรียนในวันอังคาร  
 $p_2$  = เวลาเรียนในวันพฤหัสบดี  
 $q_1$  = ผ่านตกวันอังคาร  
 $q_2$  = ผ่านตกวันพฤหัสบดี  
 $r_1$  = หิมะตกวันอังคาร  
 $r_2$  = หิมะตกวันพฤหัสบดี

$\therefore$  ผ่านตกในวันพฤหัสบดี #

$P_1(q_1 \vee r_1), P_2(q_2 \vee r_2), (p_1 \vee p_2), \sim(q_1 \vee r_1), \sim r_2$   
 1)  $p_1 \rightarrow (q_1 \vee r_1) \leftarrow$  premise  
 2)  $\sim(q_1 \vee r_1) \leftarrow$  premise  
 3)  $\sim p_1 \leftarrow$  1), 2) using Modus tollens  
 4)  $p_1 \vee p_2 \leftarrow$  premise  
 5)  $p_2 \leftarrow$  3), 4) using Disjunctive syllogism  
 6)  $p_2 \rightarrow (q_2 \vee r_2) \leftarrow$  premise  
 7)  $q_2 \vee r_2 \leftarrow$  5), 6) using Modus ponens  
 8)  $\sim r_2 \leftarrow$  premise  
 9)  $\sim q_2 \leftarrow$  7), 8) using Modus tollens

2.2 ให้  $p$  = เรากินอาหารรสจัด  
 $q$  = เราผ่านประสบการณ์  
 $r$  = ผ่านตกฟ้าคะนอง

$(p \rightarrow q), (q \rightarrow r), \sim q$

1)  $p \rightarrow q \leftarrow$  premise  
 2)  $q \rightarrow r \leftarrow$  premise  
 3)  $p \rightarrow r \leftarrow$  1), 2) using Hypothetical syllogism  
 4)  $\sim p \vee r \leftarrow$  3) using Implementation  
 5)  $\sim q \leftarrow$  premise  
 6)  $\sim q \wedge (\sim p \vee r) \leftarrow$  4), 5) using Conjunction  
 7)  $(\sim q \wedge \sim p) \vee (\sim q \wedge r) \leftarrow$  6) using Distributivity

จาก  $\sim q \wedge \sim p$  = เรากินอาหารรสจัดจึงไม่ผ่านประสบการณ์ ✓  
 หรือ

$\sim q \wedge r$  = เราไม่ผ่านประสบการณ์เพราะเรามีฝนตกฟ้าคะนอง X

$\therefore$  จึงสรุปได้ว่า : เราไม่ได้ผ่านประสบการณ์เพราะเราไม่ได้กินอาหารรสจัด

2.3 ให้  $p$  = เราฉลาด  $(p \vee q), \sim q, (q \rightarrow r)$

$q$  = เราโง่เขลา 1)  $p \vee q \leftarrow$  premise  
 $r$  = เราถูกขมขื่น 2)  $\sim p \rightarrow q \leftarrow$  1) using Implementation  
 3)  $\sim q \leftarrow$  premise  
 4)  $p \leftarrow$  2), 3) using Modus tollens  
 5)  $q \rightarrow r \leftarrow$  premise  
 6)  $\sim q \vee r \leftarrow$  5) using Implementation  
 7)  $p \wedge (\sim q \vee r) \leftarrow$  4), 6) using Conjunction  
 8)  $(p \wedge \sim q) \vee (p \wedge r) \leftarrow$  7) using Distributive

จาก  $p \wedge \sim q$  = เราฉลาดและเราไม่โง่เขลา  
 หรือ

$p \wedge r$  = เราฉลาดและเราถูกขมขื่น

$\therefore$  จึงสรุปได้ว่า : เราฉลาดแต่เราไม่โง่เขลาเราจึงไม่ถูกขมขื่น #

2.4 ให้  $P(x)$  = นักศึกษาศาสนาวิทยาลัยการคอมพิวเตอร์

$Q(x)$  = มีคอมพิวเตอร์ส่วนตัว

ralph = ราฟ

annie = แอน

$\forall x (P(x) \rightarrow Q(x)), \neg Q(\text{ralph}), Q(\text{annie})$

1)  $\forall x (P(x) \rightarrow Q(x))$  ← premise

2)  $P(\text{ralph}) \rightarrow Q(\text{ralph})$  ← 1) using Universal instantiation

3)  $\neg Q(\text{ralph})$  ← premise

4)  $\neg P(\text{ralph})$  ← 2), 3) using Modus tollens

5)  $P(\text{annie}) \rightarrow Q(\text{annie})$  ← 1) using Universal instantiation

6)  $Q(\text{annie})$  ← premise

7)  $P(\text{annie})$  ← 5), 6) using Modus ponens

จึงสรุปได้ว่า ราฟไม่ได้เป็นนักศึกษาศาสนาวิทยาลัยการคอมพิวเตอร์จึงไม่มีคอมพิวเตอร์ส่วนตัว

แอนเป็นนักศึกษาศาสนาวิทยาลัยการคอมพิวเตอร์จึงมีคอมพิวเตอร์ส่วนตัว #

2.5 ให้  $p$  = ดีต่อชีวิต

$q$  = ดีต่อประเทศ

$r$  = ดีต่อคุณ

$s$  = ข้อปิ้ง

$(p \rightarrow q), (q \rightarrow r), (s \rightarrow p)$

1)  $p \rightarrow q$  ← premise

2)  $q \rightarrow r$  ← premise

3)  $p \rightarrow r$  ← 1), 2) using Hypothetical syllogism

4)  $s \rightarrow p$  ← premise

5)  $s \rightarrow r$  ← 3), 4) using Hypothetical syllogism

จึงสรุปได้ว่า :  $s$  implies  $r$  = การข้อปิ้งก็ย่อมดีต่อตัวคุณเองด้วย #

3. จงอธิบายว่า ข้อความต่อไปนี้ใช้กฎการอนุมานข้อใดในแต่ละขั้นตอน

3.1 ดอน นักเรียนในวิชานี้ สามารถเขียนภาษาจาวาได้ ทุกคนที่เขียนภาษาจาวาได้สามารถได้รับเงินเดือนสูง  
ดังนั้น มีบางคนในวิชานี้สามารถได้รับเงินเดือนสูง

3.2 นักเรียนบางคนในวิชานี้ชอบออกทะเลดูวาฬ ทุกคนที่ชอบออกทะเลดูวาฬใส่ใจเรื่องมลพิษทางทะเล ดังนั้น มี  
คนในวิชานี้ที่ใส่ใจเรื่องมลพิษทางทะเล

3.3 นักเรียนทั้ง 93 คนในวิชานี้ต่างก็มีคอมพิวเตอร์ส่วนตัว ทุกคนที่มีคอมพิวเตอร์ส่วนตัวมีโปรแกรมจัดการ  
เอกสาร ดังนั้น เสกซึ่งเป็นนักเรียนในวิชานี้ มีโปรแกรมจัดการเอกสารให้ใช้

3.4 ทุกคนในกรุงเทพฯ ทุกคนอยู่ห่างจากทะเลไม่เกิน 60 กิโลเมตร บางคนในกรุงเทพฯ ไม่เคยเห็นทะเล ดังนั้น มี  
บางคนที่อยู่ห่างจากทะเลไม่เกิน 60 กิโลเมตรที่ไม่เคยเห็นทะเล

3.1 ให้  $P(x)$  = สามารถเขียน java ได้  $P(don), \forall x (P(x) \rightarrow Q(x)), \exists x (Q(x))$

$Q(x)$  = ได้รับเงินเดือน  
don = ดอน

- 1)  $\forall x (P(x) \rightarrow Q(x)) \leftarrow$  premise
- 2)  $P(don) \rightarrow Q(don) \leftarrow$  1) using Universal Instantiation
- 3)  $P(don) \leftarrow$  premise
- 4)  $Q(don) \leftarrow$  2), 3) using Modus ponens
- 5)  $\exists x (Q(x)) \leftarrow$  premise
- 6)  $Q(don) \leftarrow$  Existential instantiation
- 7)  $Q(don) \leftarrow$  4), 6) using Idempotence

$\therefore$  จีวรสรุปได้ว่า : ในวิธีนี้ตอนได้เงินเดือน #

3.2 ให้  $P(x)$  = ชอบดอกทะเลชุบไฟ  
 $Q(x)$  = ใส่ใจเรื่องมลพิษทางทะเล

$\exists x (P(x)), \forall x (P(x) \rightarrow Q(x)), \exists x (Q(x))$

$\therefore$  จีวรสรุปได้ว่า : นักเรียนบางคนในวิชานี้ที่ใส่ใจมลพิษทางทะเล #

- 1)  $\forall x (P(x) \rightarrow Q(x)) \leftarrow$  premise
- 2)  $P(c) \rightarrow Q(c) \leftarrow$  1) using Universal Instantiation
- 3)  $\exists x (P(x)) \leftarrow$  premise
- 4)  $P(c) \leftarrow$  3) using Existential Instantiation
- 5)  $Q(c) \leftarrow$  2), 4) using Modus ponens
- 6)  $\exists x (Q(x)) \leftarrow$  premise
- 7)  $Q(c) \leftarrow$  6) using Existential Instantiation
- 8)  $Q(c) \leftarrow$  5), 7) using Idempotence

3.3 ให้  $P(x)$  = มีคอมพิวเตอร์ส่วนตัว  
 $Q(x)$  = มีโปรแกรมจัดการเอกสาร

$\forall x (P(x)), \forall x (P(x) \rightarrow Q(x)), Q(\text{เสน})$

$\therefore$  จีวรสรุปได้ว่า : เสนมีโปรแกรมจัดการเอกสารใช้ #

- 1)  $\forall x (P(x) \rightarrow Q(x)) \leftarrow$  premise
- 2)  $P(\text{เสน}) \rightarrow Q(\text{เสน}) \leftarrow$  1) using Universal Instantiation
- 3)  $\forall x (P(x)) \leftarrow$  premise
- 4)  $P(\text{เสน}) \leftarrow$  3) using Universal Instantiation
- 5)  $Q(\text{เสน}) \leftarrow$  2), 4) using Modus ponens

3.4 ให้  $P(x)$  = อยู่ห่างจากทะเลไม่เกิน 60 km

$Q(x)$  = เคยเห็นทะเล

$$\forall x (P(x)), \exists x (\sim Q(x)), \exists x (P(x) \wedge \sim Q(x))$$

1)  $\forall x (P(x))$  ← premise

2)  $P(c)$  ← 1) using Universal Instantiation

3)  $\exists x (\sim Q(x))$  ← premise

4)  $\sim Q(c)$  ← 3) using Existential Instantiation

5)  $P(c) \wedge \sim Q(c)$  ← 2), 4) using Idempotence

↑ Math with conclusion

∴ สรุปได้ว่า = มีคนกรุงเทพฯ บางคนที่อยู่ห่างจากทะเลไม่เกิน 60 km ที่ไม่เคยเห็นทะเล #

4. ตรวจสอบว่าการให้เหตุผลด้านล่างถูกต้องหรือไม่ ถ้าถูกต้อง ให้ระบุว่าใช้กฎอนุมานข้อใด ถ้าไม่ถูกต้อง ให้อธิบายว่าผิดอย่างไร

4.1 ถ้า  $n$  เป็นจำนวนจริงที่  $n > 1$  แล้ว  $n^2 > 1$

ดังนั้น ถ้า  $n^2 > 1$  แล้ว  $n > 1$ .

ให้  $n > 1$  เป็น  $p$  จะได้  $p \rightarrow q$   
 $n^2 > 1$  เป็น  $q$   $\therefore q \rightarrow p$

$(p \rightarrow q) \equiv \sim p \vee q$   
 $\equiv q \vee \sim p$   
 $\equiv \sim q \rightarrow \sim p$  *การให้เหตุผลไม่ถูกต้อง*  
 $\equiv q \rightarrow p$  *x*

4.2 ถ้า  $n$  เป็นจำนวนจริงที่  $n > 3$  แล้ว  $n^2 > 9$

ดังนั้น ถ้า  $n^2 \leq 9$  แล้ว  $n \leq 3$

ให้  $n > 3$  เป็น  $p$  จะได้  $p \rightarrow q$   
 $n^2 > 9$  เป็น  $q$   $\therefore \sim q \rightarrow \sim p$

$\therefore p \rightarrow q$  สอดคล้องกับ  $\sim q \rightarrow \sim p$  # *q* Contraposition Law

$p \rightarrow q \equiv \sim p \vee q$   $\leftarrow$  using Material implication  
 $\equiv q \vee \sim p$   $\leftarrow$  using Commutative  
 $\equiv \sim q \rightarrow \sim p$   $\leftarrow$  using Material implication

4.3 ถ้า  $n$  เป็นจำนวนจริงที่  $n > 2$  แล้ว  $n^2 > 4$

ดังนั้น ถ้า  $n \leq 2$  แล้ว  $n^2 \leq 4$

ให้  $n > 2$  เป็น  $p$  จะได้  $p \rightarrow q$   
 $n^2 > 4$  เป็น  $q$   $\sim p \rightarrow \sim q$

$\therefore p \rightarrow q$  ไม่สอดคล้องกับ  $\sim p \rightarrow \sim q$  #

$p \rightarrow q \equiv \sim p \vee q$   
 $\equiv$   
 $\equiv \sim p \rightarrow \sim q$  *การให้เหตุผลไม่ถูกต้อง*  
*x*

5. ระบุข้อผิดพลาดของการให้เหตุผล(อาจมีมากกว่า 1 ข้อ) ที่พยายามจะพิสูจน์ว่า ถ้า  $\exists x P(x) \wedge \exists x Q(x)$  เป็นจริง แล้ว  $\exists x (P(x) \wedge Q(x))$  จะเป็นจริง.

1.  $\exists x P(x) \wedge \exists x Q(x)$  Premise  $\checkmark$
2.  $\exists x P(x)$  Simplification from (1)  $\checkmark$
3.  $P(c)$  Existential instantiation from (2)  $\checkmark$
4.  $\exists x Q(x)$  Simplification from (1) *x can't not be q*
5.  $Q(c)$  Existential instantiation from (4)  $\checkmark$
6.  $P(c) \wedge Q(c)$  Conjunction from (3) and (5)  $\checkmark$
7.  $\exists x (P(x) \wedge Q(x))$  Existential generalization *x should be  $\exists x (P(x)) \wedge \exists x (Q(x))$*



6. ระบุข้อผิดพลาดของการให้เหตุผล(อาจมีมากกว่า 1 ข้อ) ที่พยายามจะพิสูจน์ว่า ถ้า  $\forall x(P(x) \vee Q(x))$  เป็นจริง แล้ว  $\forall xP(x) \vee \forall xQ(x)$  จะเป็นจริง

1.  $\forall x(P(x) \vee Q(x))$  Premise ✓
2.  $P(c) \vee Q(c)$  Universal instantiation from (1) ✗  $Q(c)$  can't use U.I.
3.  $P(c)$  Simplification from (2) ✓
4.  $\forall xP(x)$  Universal generalization from (3) ✓
5.  $Q(c)$  Simplification from (2) ✗ can't be q
6.  $\forall xQ(x)$  Universal generalization from (5) ✓
7.  $\forall x(P(x) \vee \forall xQ(x))$  Conjunction from (4) and (6) ✓

8. ใช้กฎการอนุมานเพื่อแสดงว่า ถ้า  $\forall x(P(x) \vee Q(x))$ ,

$\forall x(\neg Q(x) \vee S(x))$ ,  $\forall x(R(x) \rightarrow \neg S(x))$ , and  $\exists x \neg P(x)$  เป็นจริงแล้ว จะทำให้  $\exists x \neg R(x)$  เป็นจริง

- 1)  $\forall x (\neg Q(x) \vee S(x))$  ← premise
- 2)  $\forall x (Q(x) \rightarrow S(x))$  ← 1) using Material Implication
- 3)  $\forall x (R(x) \rightarrow \neg S(x))$  ← premise
- 4)  $\forall x (\neg S(x) \vee \neg R(x))$  ← 3) using Material Implication and Commutative
- 5)  $\forall x (S(x) \rightarrow \neg R(x))$  ← 4) using Material Implication
- 6)  $\forall x (Q(x) \rightarrow \neg R(x))$  ← 2), 5) using Hypothetical syllogism
- 7)  $\forall x (\neg Q(x) \vee \neg R(x))$  ← 6) using Material Implication
- 8)  $\forall x (\neg R(x))$  ← 7) using Commutative and Disjunctive simplification
- 9)  $\neg R(c)$  ← 8) using Universal Instantiation
- 10)  $\exists x (\neg P(x))$  ← premise
- 11)  $\neg P(c)$  ← 10) using Existential Instantiation
- 12)  $\neg R(c) \wedge \neg P(c)$  ← 9), 11) using Conjunction
- 13)  $\neg R(c)$  ← 12) using Simplification
- 14)  $\exists x (\neg R(x))$  ← 13) using Existential generalization

ขั้นตอนการดำเนินการ

1. ทำแบบฝึกหัดที่กำหนดให้
2. ส่งงานผ่าน MS Team ตามกำหนด