Null space라는 공간은 아무런 영향을 미치지는 않는 공간을 말한다.

벡터들의 linear space: 입력이 들어갈 수 있는 공간, 출력값이 일정하지 않은 공간.
Null space 방향으로의 변화는 출력값에 영향을 미치지 않음. 예를 들어 바이올린을 켤 때 팔꿈치의 위치가 변하더라도 다른 요소들에 변화가 없으면 소리가 변하지 않음 → 여기서 null space는 팔꿈치의 위치.

Ax = b의 식으로 봤을 때, A라는 기계는 입력값을 출력에 영향 미치는 것과 그렇지 않은 것으로 나눈다.

어떤 데이터가 null space에 평행하게 움직인다면 출력값은 변하지 않는다. 만약 그렇지 않다면 출력값은 변한다. 중요한 것은 방향이지 null space 선이 아니다.

원점과 입력값이 평행하는 그 선을 eigen vector라고 한다.
주어진 행렬의 eigen vector는 선이다. 특정한 값을 구할 수 없다. 하나만 구해도 틀리다고 할 수는 없다. Eigen vector의 선은 eigen vector space라고 한다. 방향이 제일 중요함.

2*2의 행렬에서 eigen vector는 두가지가 있다. 3*3에서는 3개 -> eigen value의 숫자도 두가지
2*2의 행렬에서 두개의 column vector를 두개의 eigen vector로 바꾸는 것과 같다. 예를 들어 한 사람이 시험을 봤다고 했을 때, 국어 영어 영역을 언어, 수학 과학을 수리적인 것으로 바꿀 수 있음. 이런 방식으로 더 유니크하고 고유한 것으로 바꿀 수 있음.

원점과 입력, 입력과 출력 사이의 비율을 eigen value라고 한다.

상관관계(correlation) = r
-1<=r<=1
R=0일 때 상관관계가 제일 낮음. 그래프는 원형의 형태를 가짐. (r=-1이면 음의 상관관계를 가지는 것)

Cosθ = r,
R=1이면 θ는 0도 → correlation이 1이다 = 두 값이 겹친다
R=0이면 θ는 90도 → correlation이 0이다 = 두 값은 원점에 대하여 수직이다. (orthogonal)

각도가 멀어지면 덜 correlation한 것이다.

A = [1 2 3]
B = [4 5 6]의 inner product는 1*4+2*5+3*6 = 32 (=dot product)
 = IaI x IbI x cosθ → cosθ = inner product/IaI x Ibi

IaI = 루트 (1의 제곱 + 2의 제곱 + 3의 제곱)

Inner product가 필요한 이유
스펙트로그램을 직접 만들기 위해서는 어떤 주파수의 소리가 많은 지 알아야 한다. 그것을 알기 위해서는 소리벡터에 여러 사인웨이브들을 inner product를 한다. 만약 서로 correlation이 높은 값을 가지면 많이 포함돼 있는 것이다.

Eigen vector: Av = (상수)v
Av(출력값)은 (상수)v(입력값)의 확장이다 = 한 직선위에 있다.
이때의 상수값을 eigen vector라고 한다.

A = [1 2 3], B = [2 4 7]일 때, 계산하는 방법은 두가지이다.
1)
$$\begin{matrix}1 & 2 & 3\end{matrix} \quad \begin{matrix}2\\4\\7\end{matrix} = (1x3) * (3x1) = 1x1 \rightarrow 2*1+2*4+3*7 = 31$$

- ➔ Inner product

2)
$$\begin{matrix}1\\2\\3\end{matrix} \quad \begin{matrix}2 & 4 & 7\end{matrix} = (3x1) * (1x3) = 3x3 \rightarrow \begin{matrix}2 & 4 & 7\\4 & 8 & 14\\6 & 12 & 21\end{matrix}$$

- ➔ Outer product

Cosine similarity: 두 vector가 얼마나 가까운가? = cosθ.

한 complex wave의 성분을 알기 위해서 100Hz부터 쭉 inner product를 하면 큰 값을 가지는 것이 있고 작은 값을 가지는 것이 있다. 큰 값을 가지는 것은 쉽게 생각해서 많이 들어있다는 뜻이다.(spectrogram에서 진한 값을 가짐)
똑 같은 성분에 큰 값을 부여하는 것. 값이 크면 비슷하다고 판단할 수 있음.

맹점: 정확히 90도만큼 움직인 사인웨이브와 코사인웨이브를 inner product하면 값이 0이 나온다.
Frequency는 같은데 90도 이동해서 0이 됨 → 기하학적으로도 90도를 가지게 됨.
만약 phase를 옮기지 않았다면 똑 같은 그래프이기 때문에 값이 0도
너무 phase shift에 민감하다는 단점을 가짐

- ➔ 해결을 위해서 proving을 위한 그래프는 complex phasor를 씀.