

TABLA DE TRANSFORMADAS DE LAPLACE

$f(t)$	$L\{f(t)\} = F(s)$	$f(t)$	$L\{f(t)\} = F(s)$
1.1	$\frac{1}{s}$	1.7 $t^n e^{at}$	$\frac{n!}{(s-a)^{n+1}}$ , $n$ es un entero positivo
2.t	$\frac{1}{s^2}$	1.8 $e^{at} \sen kt$	$\frac{k}{(s-a)^2 + k^2}$
3. $t^n$	$\frac{n!}{s^{n+1}}$ , $n$ es un entero positivo	1.9 $e^{at} \cos kt$	$\frac{s-a}{(s-a)^2 + k^2}$
4. $t^{-1/2}$	$\sqrt{\frac{\pi}{s}}$	20. $e^{at} \frac{\sen hkt}{\sinh kt}$	$\frac{k}{(s-a)^2 - k^2}$
5. $t^{1/2}$	$\frac{\sqrt{\pi}}{2s^{3/2}}$	21. $e^{at} \cosh kt$	$\frac{s-a}{(s-a)^2 - k^2}$
6. $t^\alpha$	$\frac{\Gamma(\alpha+1)}{s^{\alpha+1}}$ , $\alpha > -1$	22. $t \sen kt$	$\frac{2ks}{(s^2 + k^2)^2}$
7. $\sen kt$	$\frac{k}{s^2 + k^2}$	23. $t \cos kt$	$\frac{s^2 - k^2}{(s^2 + k^2)^2}$
8. $\cos kt$	$\frac{s}{s^2 + k^2}$	24. $\sen kt + kt \cos kt$	$\frac{2ks^2}{(s^2 + k^2)^2}$
9. $\sen^2 kt$	$\frac{2k^2}{s(s^2 + 4k^2)}$	25. $\sen kt - kt \cos kt$	$\frac{2k^3}{(s^2 + k^2)^2}$
10. $\cos^2 kt$	$\frac{s^2 + 2k^2}{s(s^2 + 4k^2)}$	26. $t \sinh kt$	$\frac{2ks}{(s^2 - k^2)^2}$
11. $e^{at}$	$\frac{1}{s-a}$	27. $t \cosh kt$	$\frac{s^2 + k^2}{(s^2 - k^2)^2}$
12. $\sinh kt$	$\frac{k}{s^2 - k^2}$	28. $\frac{e^{at} - e^{bt}}{a-b}$	$\frac{1}{(s-a)(s-b)}$
13. $\cosh kt$	$\frac{s}{s^2 - k^2}$	29. $\frac{ae^{at} - be^{bt}}{a-b}$	$\frac{s}{(s-a)(s-b)}$
14. $\sinh^2 kt$	$\frac{2k^2}{s(s^2 - 4k^2)}$	30. $1 - \cos kt$	$\frac{k^2}{s(s^2 + k^2)}$
15. $\cosh^2 kt$	$\frac{s^2 - 2k^2}{s(s^2 - 4k^2)}$	31. $kt - \sen kt$	$\frac{k^3}{s^2(s^2 + k^2)}$
16. $te^{at}$	$\frac{1}{(s-a)^2}$	32. $\frac{a \sen bt - b \sen at}{ab(a^2 - b^2)}$	$\frac{1}{(s^2 - a^2)(s^2 + b^2)}$

$f(t)$  $L\{f(t)\} = F(s)$ 

$$33. \frac{\cos bt - \cos at}{a^2 - b^2}$$

$$\frac{s}{(s^2 + a^2)(s^2 + b^2)}$$

$$34. \sin kt \sinh kt$$

$$\frac{2k^2 s}{s^4 + 4k^4}$$

$$35. \sin kt \cosh kt$$

$$\frac{k(s^2 + 2k^2)}{s^4 + 4k^2}$$

$$36. \cos kt \sinh kt$$

$$\frac{k(s^2 - 2k^2)}{s^4 + 4k^2}$$

$$37. \cos kt \cosh kt$$

$$\frac{x^3}{s^4 + 4k^4}$$

$$38. J_0(kt)$$

$$\frac{1}{\sqrt{s^2 + k^2}}$$

$$39. \frac{e^{bt} - e^{at}}{t}$$

$$\ln \frac{s-a}{s-b}$$

$$40. \frac{2(1 - \cos kt)}{t}$$

$$\ln \frac{s^2 + k^2}{s^2}$$

$$41. \frac{2(1 - \cosh kt)}{t}$$

$$\ln \frac{s^2 - k^2}{s^2}$$

$$42. \frac{\sin at}{t}$$

$$\arctan\left(\frac{a}{s}\right)$$

$$43. \frac{\sin at \cos bt}{t}$$

$$\frac{1}{2} \arctan \frac{a+b}{s} + \frac{1}{2} \arctan \frac{a-b}{s}$$

$$44. \delta(t)$$

$$1$$

$$45. \delta(t - t_0)$$

$$e^{-st_0}$$

$$46. e^{at} f(t)$$

$$F(s-a)$$

$$47. f(t-a) \mu(t-a)$$

$$e^{-as} F(s)$$

$$48. \mu(t-a)$$

$$\frac{e^{-as}}{s}$$

$$49. f^{(n)}(t)$$

$$s^n F(s) - s^{(n-1)} f(0) - \dots - f^{(n-1)}(0)$$

$$50. t^n f(t)$$

$$(-1)^n \frac{d^n}{ds^n} F(s)$$

$$51. \int_0^t f(\tau) g(t-\tau) d\tau$$

$$F(s) G(s)$$



**UNIVERSIDAD NACIONAL DE INGENIERIA**  
Facultad de Ingeniería Industrial y de Sistemas  
**ÁREA DE CIENCIAS BÁSICAS**

CURSO	: ECUACIONES INTEGRAL	CICLO	: 2015 - I
CODIGO	: CB.142		
DOCENTE	: G. ARÁMBULO, R. ACOSTA, R. CHUNG	FECHA	: 26.06.15

**PRÁCTICA CALIFICADA N° 4**  
Tiempo: 110 minutos

1.- Resuelva las siguientes ecuaciones diferenciales:

a)  $x^2 y'' - 4xy' + 6y = x^2 e^x + 12$  (4.0 pts.)

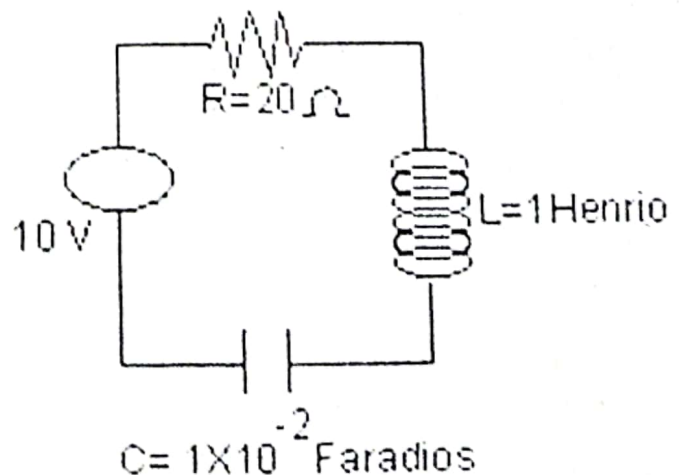
b)  $(3x-4)^2 y'' + 3(3x-4)y' + 36y = 36 \operatorname{sen}(2 \operatorname{Ln}(3x-4)) + 18 \operatorname{Ln}^6(3x-4)$   
(4.0 pts.)

2.- Utilizando el transformada de Laplace resuelva:

$y'' + 4y' + 13y = 1 - e^{-t}$  ,  $y(0) = y'(0) = 0$  (4.0 pts)

3.- Resuelva la siguiente ecuación  $y'(t) + 2y(t) - 3 \int_0^t y(\tau) d\tau = 5 + 5t$  , si se sabe que cuando  $t = 0$  ,  $y(0) = 2$  (4.0 pts.)

4.- En el circuito que se muestra obtenga, utilizando la transformada de Laplace, la carga y la corriente para cualquier tiempo; si en  $t = 0$ ,  $q = 0$ ,  $i = 0$ . (4.0 pts)





UNIVERSIDAD NACIONAL DE INGENIERIA  
Facultad de Ingeniería Industrial y de Sistemas  
**ÁREA DE CIENCIAS BÁSICAS**

CURSO	:	ECUACIONES DIFERENCIALES	CICLO	:	2014 - II
CODIGO	:	CB-142			
DOCENTE	:	C. ARAMBULO, R. CHUNG, J. CERNADES	FECHA	:	28.11.14

**PRACTICA CALIFICADA N° 4**  
**Tiempo: 110 minutos**

1.- Resolver las siguientes ecuaciones diferenciales:

a)  $x^2 y'' + 4xy' + 2y = 2x^{-2}$  (3,5 pts)

b)  $(1+2x)^3 y''' + 2(1+2x)^2 y'' - 8(1+2x)y' + 16y = 64(1+2x)^2 \text{sen}(\text{Ln}(1+2x))$  (4,5 pts)

2.- Utilizar la transformada de Laplace, para resolver la ecuación:

$$\frac{dy}{du} + 2y + \int_0^t y(\tau) d\tau = \begin{cases} t, & t < 1 \\ 2-t, & 1 \leq t \leq 2 \\ 0, & t > 2 \end{cases}$$

$= t + (2-2t)u_1(t) + (t-2)u_2(t)$

(4.0 pts)

3.- Resolver la siguiente ecuación diferencial con Transformada de Laplace

$$y^{(4)} + y = \begin{cases} 0, & t \leq 1 \\ t-1, & t > 1 \end{cases} \quad y(1) = y'(1) = 1 ; \quad y''(1) = y'''(1) = 0$$

(4.0 pts)

4.- Consideremos un circuito eléctrico simple RLC con  $R = 10\Omega$ ,  $L = 0,1\text{H}$  y  $C = 2 \times 10^{-3}\text{F}$  y con voltaje externo.  $E(t) = 122\text{sen}(10t)$ . Si para  $t = 0$ , la intensidad y la carga son nulos, determine la intensidad de corriente en el circuito en cada instante  $t$ . Use Transformada de Laplace, para la solución (4.0 pts)





UNIVERSIDAD NACIONAL DE INGENIERA  
Facultad de Ingeniería Industrial y de Sistemas  
ÁREA DE CIENCIAS BÁSICAS

CURSO	:	ECUACIONES DIFERENCIALES	CICLO	:	2014-I
CODIGO	:	CB-142			
DOCENTE	:	C. ARAMBULO, J. ECHEANDIA, R. CHUNG	FECHA	:	27.06.14

**PRACTICA CALIFICADA N° 4**  
**Duración 110 minutos**

1.- Resolver las siguientes ecuaciones diferenciales:

a)  $y''' + \frac{3}{x}y'' - \frac{2}{x^2}y' + \frac{2}{x^3}y = 6x \ln x - x$  (4.0 pts.)

b)  $(x-1)^3 y''' + 2(x-1)^2 y'' - 4(x-1)y' + 4y = 4 \ln(x-1)$  (4.0 pts.)

2.- Utilizando el transformado de Laplace resuelva:

$y'' + 4y' + 13y = 1 - e^{-t}$  ,  $y(0) = y'(0) = 0$  (4.0 pts.)

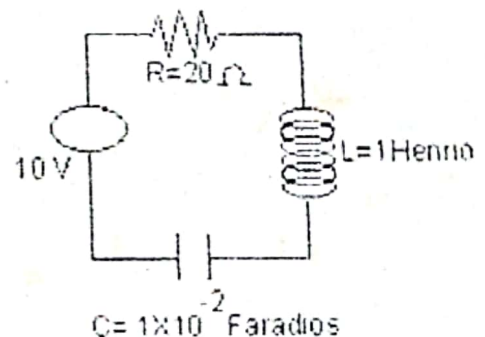
3.- Resuelva la siguiente ecuación

$y'(t) + 2y(t) - 3 \int_0^t y(\tau) d\tau = 5 + 5t$

Si se sabe que cuando  $t = 0$  ,  $y(0) = 2$  (4.0 pts.)

4.- En el circuito que se indica obtener la carga y la corriente para cualquier tiempo; si en  $t = 0$ ,  $q = 0$ ,  $i = 0$ , utilizando la transformada de Laplace

Asimismo grafique  $i(t)$  y  $q(t)$  y analice sus valores en el largo plazo (4.0 pts)





UNIVERSIDAD NACIONAL DE INGENIERIA  
Facultad de Ingeniería Industrial y de Sistemas  
ÁREA DE CIENCIAS BÁSICAS

CURSO	:	ECUACIONES DIFERENCIALES	CICLO	:	2010 - III
CODIGO	:	CB-142	FECHA	:	04-03.11
DOCENTE	:	CARLOS ARAMBULO			

PRACTICA CALIFICADA N° 4

1.- Resolver la siguiente ecuación diferencial:

1.-  $(3x+1)^2 y'' - 6(3x+1)y' + 18y = 27 \ln(3x+1) + 9 \cos(\ln(3x+1))$  (4.0 pts)

2.- Una partícula se mueve en línea recta con una aceleración  $a = \frac{9t^2 - s}{(2t+1)^2}$

donde  $s$  es la distancia recorrida por la partícula, en el instante  $t$ , desde el origen.  
Hallar la velocidad de la partícula en función del tiempo  $t$ , si ésta parte del reposo en el origen. (4.0 pts)

3.- Halle  $\mathcal{L}\{f(t)\}$ , si  $f(t) = t^2 e^{2t} + \mu_{\frac{\pi}{2}}(t) \cos 3t$  (3.0 pts)

4.- Resuelva el problema de valores iniciales:  $y^{(4)} + 2y'' + y = 4t e^t$

$y(0) = y'(0) = y''(0) = y'''(0) = 0$ , utilizando la Transformada de Laplace (5.0 pts)

5.- Hallar  $\mathcal{L}\left\{t e^{-3t} \int_0^t \frac{e^{-4t} \sin 2t}{t} dt\right\}$  (4.0 pts)



UNIVERSIDAD NACIONAL DE INGENIERIA  
Facultad de Ingeniería Industrial y de Sistemas

ÁREA DE CIENCIAS BÁSICAS

CURSO	:	ECUACIONES DIFERENCIALES	CICLO	:	2009 - I
CODIGO	:	CB-142			
DOCENTE	:	G. ARAMBULO, R. ACOSTA	FECHA	:	03.07.09

PRACTICA CALIFICADA 4

1.- Resolver  $xy'' - (x+2)y' + 2y = 0$  si  $y = e^x$  es una solución particular (4.0 pts)

2.- Encuentre  $f(t)$  si  $\mathcal{L}(f) = \frac{1}{s^2} \left( \frac{s+1}{s^2+1} \right)$  (4.0 pts)

3.- Resolver  $y'' + y = r(t)$ , donde  $r(t) = \begin{cases} \frac{1-t^2}{\pi^2}, & \text{si } 0 \leq t \leq \pi \\ 0 & , \text{si } t > \pi \end{cases}$   
 $y(0) = y'(0) = 0$  (4.0 pts)

4.- Resuelva el problema de valores iniciales:  $y^{(4)} + 2y'' + y = 4te^t$   
 $y(0) = y'(0) = y''(0) = y'''(0) = 0$ ; utilizando la Transformada de Laplace (4.0 pts)

5.- Resolver la siguiente ecuación diferencial:

$$x^3 y''' + x^2 y'' - 2xy' + 2y = 3x^2 - 2x \quad (4.0 \text{ pts})$$