Paper summary

AI VISION Lab

1. 공부한 논문의 제목, 게재된 학회 혹은 저널 등 논문 기본 정보를 적으세요.
   A. **이름: Diffusion Schrödinger Bridge with Applications to Score-Based Generative Modeling**
   B. **저널: NeurIPS**
   C. **도메인: Diffusion Bridge**
   D. **출판연도: 2021**
   E. **저자: Valentin De Bortoli et al**

2. 논문에서 제안한 알고리즘 및 프레임워크에 대해 본인이 이해한대로 다이어그램을 그려보세요. **논문 Figure를 그대로 따라 그리면 안됩니다.**
   A. **SGM 논문의 단점은, continuous한 step을 모델이 예측 가능할 정도로 작은 규모임과 동시에 P_data에 근사할 정도의 충분한 크기의 step으로 쪼갤 필요가 있다는 점임.**

   B. **이런 근사 과정은 오차를 크게 만들고, 큰 step이 필요하다는 점 때문에 많은 반복과정이 필요하다는 단점이 있음.**

   C. **해당 단점을 본 논문에서는 이전에 연구되었던 SB (Schrödinger Bridge)를 가져와 Diffusion에 적용한 DSB 모델을 제안함.**

   D. **첫번째, SGM 과 동일한 step을 적용**

   E. **두번째(반복) SGM step의 output을 SB problem으로 처리함. Optimal transfer, 최적의 output p(x0)를 찾아가는 과정을 처리하는 효율적인 과정을 제안함.**

3. 본인이 생각하는 이 논문의 장점이 무엇이라고 생각하나요? **논문 Contribution bullet을 그대로 따라 적으면 안됩니다.**
   A. DSB 모델의 가장 큰 장점은, 충분한 크기의 T를 설정해야만 한다는 이전 연구의 구조적 한계(많은 step 필요)를 해결할 아이디어(SB)를 적용해 해결했다는 점임. (step량이 상당히 감소되었음)

4. 이 논문을 읽으면서 느낀 점, 혹은 배운 점이 있으면 적어보세요.
    A. Diffusion의 관점에서는 새롭다고 할 수 있는, SB를 적용했음. 그런데 SB의 경우 과거부터 존재했던 개념이라는 점에서 절대 고칠 수 없어 보이던

5. 이 논문의 한계점이 있다면 무엇이라고 생각하나요?
    A. 1회 과정만으로는 우수한 성능의 model을 구할 수 없음. 반복 필요.

6. 본인의 연구에 접목시켜볼 점이 있을지 생각하고 적어보세요.
    A. Diffusion 선행연구

7. 본 Summary를 작성하는 과정에서 생성형AI를 사용했나요?
    A. 아니요

날짜: 2025-07-17

이름: 신준원

Diffusion Schrödinger Bridge with Applications to Score-based Generative modeling

Introduction

SDE 기반 Diffusion

(2021, Yang song).

한계: ① 충분한 크기의 T (Gaussian distribution 도달 위해)
② 충분한 크기일때, 이산화 (discretization) 과정의 error control 이 쉬워짐.

SB (schrödinger Bridge) problem

즉, SDE ⇒ continuous to discretize 과정의 error 발생 ↑.

SB는 최적의 운송 (optimal transport)
→ Data distribution 에서 ~~[illegible] 시간~~ 유한한 시간 내에 sampling을 가능하게 함.

DSB (Diffusion SB)

SB ⇒ entropy-regularized optimal transport problem
→ 최솟값 ⇒ ex) KL divergence
→ 최적값. 찾기) → 반복.

IPF (Iterative Proportional Fitting) 근사 방식. ⇒ SB 해결 방안.

□ → □ → □ → . . . → □

optimal 값 진행 > 과정 ⇒ distance.

related work

(2021, Yang-Song) SGM = (SBGM)

Score-Based Generative model

step 1) noise 주입, data distribution → perturbed distribution.

⇒ Gaussian distribution

왜 Gaussian?) 다루기 쉬움 – sampling 난이도↓

step2) neural-network ⇒ reverse process 학습에 사용

↳ $\nabla_x \log p(\tilde{x})$, score 기반

⇒ inhomogeneous.

단점1 ⇒ sampling 비용이 비싸다.

단점2 ⇒ 충분한 크기의 timstep T : prior 분포 cover 위해 $p(x_T)$

단점3 ⇒ 각 step size는 작게 : 작은 step size = 예측 난이도↓

SB 관찰을 위해서, ...

finite time T, data distribution (X_0), prior distribution (X_T) 필요.

SB 문제 해결은...

$X_T \to X_0$, 가장 가까운. 확산 route 찾기와 동일. ⇒ 결과적으로 X_0, X_T] → marginal.

SB → reverse 과정의 생성.

⇒ shorter-time interval.

Score-based diffusion 을 통한 SB 해결

SB 해결 ⇒ IPF 사용.

새로운 SB 해결 ⇒ IPF + Score-based diffusion technique

기존 해결방식	(DSB) 새로운 해결방식
→ discretizing the state-space	→ not require the discretizing state-space

→ Continuous to discritizing Error 해결함.

→ DSB step.

① initializing.

② 이후 과정 : 차이 감소 .용. ($X_0 \longleftrightarrow X_T$)

notation

$C = C([0,T], \mathbb{R}^d)$: the space of continuous functions from $[0,T]$ to $\mathbb{R}^d$

$\mathcal{B}(C)$: Borel sets of C

$\mathcal{P}(E)$: the space of probability measures on $(E, \mathcal{E})$

$\mathcal{P}_l((\mathbb{R}^d)^l) = \mathcal{P}_l$: $l \in \mathbb{N}$

$H(p) = -\int_{\mathbb{R}^d} p(x) \log p(x)\, dx$: entropy of p & $KL(p|q)$ = KL divergence

Schrödinger Bridge

$\to p_0(x_0) \cdot \prod_{k=0}^{N-1} p_{k+1|k}(x_{k+1}|x_k)$.

reference

$\pi_0 = p_{data}$. $\pi_N = p_{prior}$ / $\pi^* = \arg\min \{ KL(\pi|p) : \pi \in P_{N+1} \}$.

Gaussian distribution goal

① discrete time ~~설~~ / ② static

Sampling process : $X_k \sim \pi^*_{k|k+1}(\cdot | X_{k+1})$ $k \in \{N-1 \dots 0\}$

목표 ⇒ π^* 를 추정하는 것.

Static Schrödinger bridge problem

앞서 구한 π^* 의 경우 아래와 같이 static한 구조 → 변환가능 $\{N-1, N-2, \dots 0\}$.

$\Rightarrow KL(\pi|p) = KL(\pi_{0,N}|p_{0,N}) + E_{\pi_{0,N}}(KL(\pi_{|0,N}|p_{|0,N}))$

$\Rightarrow \pi^*(0;N) = \pi^{s,*}(x_0, x_N)\, p_{|0,N}(x_{1:N-1}|x_0, x_N)$

$\Rightarrow \pi^{s,*} = \arg\min \{ KL(\pi^s|p_{0,N}) : \pi^s \in P_2, \pi_0^s \in p_{data}, \pi_N^s = p_{prior} \}$

SB, generative ⇒ Continuous 한 과정은 존재 ⇒ 불가능

→ $\boxed{\text{Static 한 경우 문제로 재정의}}$ ☆

Link with optimal transport

static 문제로 정의 ⊕ optimal transport 차이. ⇒ entropy-regularized optimal transport problem.

$$\pi^{s,*} = \arg\min \{ -E_{\pi^s}[\log p_{N|0}(X_N|X_0)] - H(\pi^s) : \pi^s \in P_2, \pi_0^s = p_{data}, \pi_N^s = p_{prior} \}$$

with 가정 → ① $p_{k+1|k}(x_{k+1}|x_k) = N(x_{k+1}; x_k, \sigma_{k+1}^2)$

② $p_{N|0}(x_N|x_0) = N(x_N; x_0, \sigma^2)$, $\sigma^2 = \sum_{k=1}^{N} \sigma_k^2$

$$\Rightarrow \pi^{s,*} = \arg\min \{ E_{\pi^s}[\|X_0 - X_N\|^2] - 2\sigma^2 H(\pi^s) : \pi^s \in P_2, \pi_0^s = p_{data}, \pi_N^s = p_{prior} \}$$

→ SB + static + DDPM shape

$X_0 - X_N$

Iterative Proportional Fitting and time Reversal

일반적인 경우_ SB → closed form solution X. ⇒ Using IPF (Iterative Proportional Fitting)

↳ Iterative 과정 ⇒ 2t

$$\pi^{2n+1} = \arg\min \{ KL(\pi | \pi^{2n}) : \pi \in P_{N+1}, \pi_N = p_{prior} \}$$

$$\pi^{2n+2} = \arg\min \{ KL(\pi | \pi^{2n+1}) : \pi \in P_{N+1}, \pi_0 = p_{data} \}$$

→ ① $\tilde{\pi}_0 = p_{data}$

② $\tilde{\pi}_N = p_{prior}$.

③ $KL(\tilde{\pi} | p) < +\infty$

Experience

① Iteration ⇒ 20. → 장점 ⇒ step의 크기가 충분히 클 필요가 없음.

단점 ⇒ 반복 필요.

↳ no 만/ 20개중 9개에서도 연관을 있는 확인 가능

② Converge 간단