

Lecture 6: Static labor supply problem

Economía Laboral

Junghanss, Juan Cruz

Universidad del CEMA

2nd Semester 2023

Today's lecture content:

- Labor supply problem solution:
 - Labor Supply characteristics
 - Reservation Wage characteristics
 - Labor Supply Elasticity: meaning review and characteristics
 - Labor Income Tax effects
- Labor and Income Taxes in Argentina

Algunas definiciones:

- Margen **Extensivo**: la decisión de trabajar o no trabajar (i.e. entrar al mercado laboral) \implies Relación con salario de reserva.
- Margen **Intensivo**: cuántas horas trabajar.

Labor Supply characteristics

Algunas definiciones:

- **Added Worker Effect:** el efecto de “trabajador adicional” relaciona la gente secundaria que se incorpora a la fuerza laboral por necesidad ante una recesión. \implies Relación entre la tasa de actividad y el ciclo económico: la fuerza laboral aumenta en recesiones y disminuye en expansiones.
- **Discouraged Worker Effect:** el efecto de “trabajador desmotivado” relaciona a aquellos desempleados que en una recesión encuentran difícil poder buscar trabajo y por ende, salen de la fuerza laboral. \implies Relación entre la tasa de actividad y el ciclo económico: comportamiento pro-cíclico, la fuerza laboral disminuye en recesiones y aumenta en expansiones.

Labor Supply characteristics

Added Worker & Discouraged Worker Effect:

Está claro que un ciclo económico genera ambos efectos **en simultáneo**, pero empíricamente se encuentra que la correlación entre la tasa de participación laboral y el desempleo es **negativa**, lo que significa que el Discouraged Worker Effect domina por sobre el otro.

Por este motivo, puede haber una distorsión en la medición de la tasa de desempleo durante recesiones: esta puede subestimarse debido a que se mide menos desempleados sobre un cociente de PEA apenas un poco menor:

$$\frac{Unemployed}{Unemployed + Employed} \Rightarrow \frac{\downarrow\downarrow}{\downarrow} \downarrow$$

De aquí la discusión sobre si debería incluirse a los trabajadores desmotivados en la medición.

Labor Supply Problem characteristics

Características del problema:

- Parámetros:
 - Función objetivo (curva de indiferencia): $U = f(c, l)$
 - Restricción: $c = wT + A - wl$
- La pendiente de la función objetivo es $-\frac{UM_{ocio}}{UM_{consumo}}$
- La **cantidad de horas** que trabajará (cantidad de consumo y ocio) se determinará en la tangencia de la función objetivo y la restricción (i.e. la curva de indiferencia y restricción presupuestaria).

Labor Supply Problem characteristics

En la **tangencia**, donde se igualan las dos pendientes, por las FOC llegamos a:

$$\frac{UM_{ocio}}{UM_{consumo}} = w$$

que se puede reexpresar como:

$$\frac{UM_{ocio}}{w} = UM_{consumo}$$

Entonces, tenemos el **costo de oportunidad del ocio** (el cociente izquierdo representa la utilidad recibida por gastar un dólar más en ocio) y el **costo de oportunidad del consumo** (que previamente definimos el consumo como cada dólar gastado en bienes, por lo que la utilidad marginal ya representa la utilidad recibida por gastar un dólar más. Consideren $P_{consumo} = 1$).

Labor Supply Problem Algorithm

Recordando de la clase pasada:

Algorithm Algorithm for Labor Supply Problem

Require: Utility function $U(l, c)$ with leisure l and consumption c

Require: Budget constraint equation $w \cdot h + A = c$

Require: Time constraint equation $T = h + l$

- 1: compute Lagrangian from $\max U(l, c)$ s.t. to $wT + A - wl - c = 0$
 - 2: compute FOCs \mathcal{L}_l ; \mathcal{L}_c ; \mathcal{L}_λ
 - 3: *leisure demand* \leftarrow Set FOCs equations equal and solve for $l(w, A, T)$
 - 4: *consumption demand* \leftarrow Substitute *leisure demand* $l(w, A, T)$ in $TMS = w$ and solve for $c(w, T, A)$
 - 5: *labor supply* \leftarrow Substitute *leisure demand* $l(w, A, T)$ in time supply $T = h + l$ and solve for $h(w, A, T)$
-

Labor Supply characteristics

FIGURE 2-11 Deriving a Labor Supply Curve for a Worker

The labor supply curve traces out the relationship between the wage rate and hours of work. At wages below the reservation wage (\$10), the person does not work. At wages higher than \$10, the person enters the labor market. The upward-sloping segment of the labor supply curve implies that substitution effects are stronger initially; the backward-bending segment implies that income effects may dominate eventually.

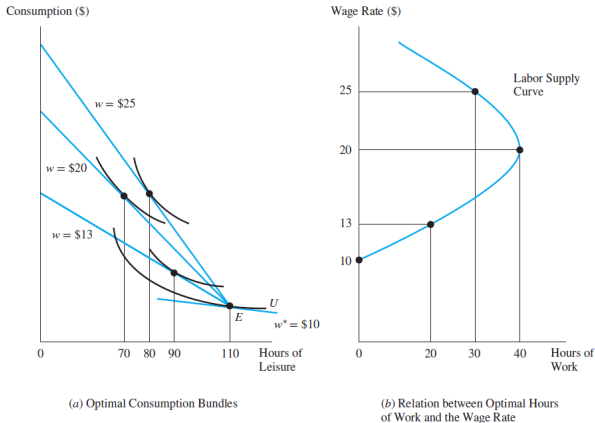
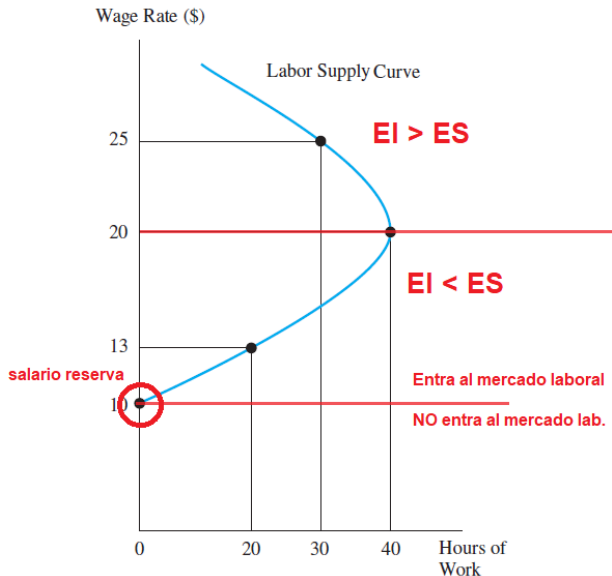
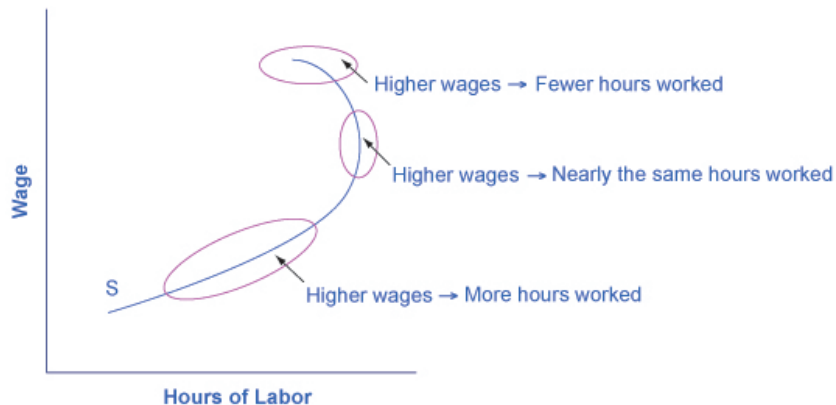


Figure: Borjas, Labor Economics, chapter 2

Labor Supply characteristics



Labor Supply characteristics



Estática comparada: margen intensivo

- **Aumento ingreso NO laboral:** $\uparrow A$ conduce a un *desplazamiento vertical* paralelo en la recta presupuestaria.
 - Si el ocio es un bien **común**, las horas de trabajo **caen**.
 - Si el ocio es un bien **inferior**, las horas de trabajo **aumentan**.

Es lógico suponer que el ocio es un bien normal y hay evidencia que respalda esto, así que suele ser el caso de análisis más usual. El efecto ingreso, por lo tanto, implica que un aumento en el ingreso no laboral, *ceteris paribus* el salario w , reduce las horas de trabajo.

Labor Supply characteristics

Estática comparada: margen intensivo

- **Aumento ingreso laboral:** $\uparrow w$ conduce a una *rotación* de la recta presupuestaria y puede implicar un aumento o caída en la oferta laboral. Hay un *efecto ambiguo*.
 - **Efecto ingreso:** el mayor salario aumenta la demanda de ocio y el resto de bienes \Rightarrow reduce horas de trabajo.
 - **Efecto sustitución:** el mayor salario hace que el ocio sea más caro \Rightarrow aumenta horas de trabajo.

En resumen:

- Un aumento en el salario aumenta las horas de trabajo si el efecto sustitución domina el efecto ingreso.
- Un aumento en el salario disminuye las horas de trabajo si el efecto ingreso domina el efecto sustitución.

Un incremento en el salario genera un efecto ingreso si y solo si el individuo ya se encuentra trabajando.

Salario de reserva \Leftrightarrow Margen extensivo

w_r normalmente dependerá de las preferencias laborales de la persona, lo que ayuda a determinar la pendiente de la curva de indiferencia, así como muchos otros factores. Por ejemplo, la suposición de que el ocio es un bien normal implica que el salario de reserva aumenta a medida que aumenta el ingreso no laboral ($\uparrow A$).

Reservation wage Algorithm

$$h^*(w, T, A) = 0 \implies w_r$$

Algorithm Algorithm for Labor Supply Problem

Require: Labor supply function $h^*(w, A, T)$

- 1: $w_r \leftarrow$ set labor supply $h^*(w, A, T) = 0$
 - 2: solve for w
-

Labor Supply Elasticity characteristics

La elasticidad de la oferta laboral σ brinda el cambio porcentual en las horas de trabajo asociado a un cambio del 1 por ciento en el salario. El signo de la elasticidad de la oferta de trabajo depende de:

- si la oferta posee pendiente positiva (upward sloping $\Delta h / \Delta w > 0$)
si $ES > EI \implies \sigma > 0$
- si la oferta posee pendiente negativa (downward sloping $\Delta h / \Delta w < 0$)
si $EI > ES \implies \sigma < 0$

Nótese que no será positiva para todo nivel de salario w , dotación T e ingresos no laborales A .

Labor Supply Elasticity Algorithm

$$\sigma = \frac{\Delta h/h}{\Delta w/w} = \frac{\Delta h}{\Delta w} \cdot \frac{w}{h}$$

Algorithm Algorithm for Labor Supply Problem

Require: Labor supply function $h(w, A, T)$

- 1: $\sigma \leftarrow$ compute first derivative h_w with respect to wage w
 - 2: multiply h_w with $\frac{w}{h(w, A, T)}$
-

Appendix: Elasticity Meaning Review

Otra forma de interpretar a la elasticidad nace en el análisis numérico. Supongan que el input de una función no es exacto, es decir, no se sabe con precisión su valor:

$$y = f(x) = x^3 \quad ; \quad x \approx 2.50$$

Appendix: Elasticity Meaning Review

Otra forma de interpretar a la elasticidad nace en el análisis numérico. Supongan que el input de una función no es exacto, es decir, no se sabe con precisión su valor:

$$y = f(x) = x^3 \quad ; \quad x \approx 2.50$$

El output, por consiguiente, no será preciso tampoco.

$$y \approx 15.625$$

Appendix: Elasticity Meaning Review

Otra forma de interpretar a la elasticidad nace en el análisis numérico. Supongan que el input de una función no es exacto, es decir, no se sabe con precisión su valor:

$$y = f(x) = x^3 \quad ; \quad x \approx 2.50$$

El output, por consiguiente, no será preciso tampoco.

$$y \approx 15.625$$

Sin embargo, supongan que tenemos como dato cuan poco preciso puede ser el input, es decir, qué **error numérico** tiene.

$$x = 2.50 \pm 0.01$$

Ese desvío no es ni más ni menos que un diferencial $\Delta x = 0.01$, llamado **error absoluto**.

Appendix: Elasticity Meaning Review

Ahora sabemos un poco más acerca del posible output:

$$f(2.5 - 0.01) = 15.4382$$

$$f(2.5) = 15.625$$

$$f(2.5 + 0.01) = 15.8132$$

Appendix: Elasticity Meaning Review

Ahora sabemos un poco más acerca del posible output:

$$f(2.5 - 0.01) = 15.4382$$

$$f(2.5) = 15.625$$

$$f(2.5 + 0.01) = 15.8132$$

En otras palabras, $y \in [15.4382 ; 15.8132]$, o mejor dicho:

$$y = y^* \pm \Delta y \quad \implies \quad y = 15.625 \pm 0.18$$

Appendix: Elasticity Meaning Review

Ahora sabemos un poco más acerca del posible output:

$$f(2.5 - 0.01) = 15.4382$$

$$f(2.5) = 15.625$$

$$f(2.5 + 0.01) = 15.8132$$

En otras palabras, $y \in [15.4382 ; 15.8132]$, o mejor dicho:

$$y = y^* \pm \Delta y \quad \implies \quad y = 15.625 \pm 0.18$$

¿Hasta ahora que datos tenemos? Un valor aproximado para $x \approx 2.5$, su error absoluto $\Delta x = 0.01$, un valor aproximado para $y \approx 15.625$ y su error absoluto $\Delta y = 0.18$

Appendix: Elasticity Meaning Review

Pero, si tenemos un valor aproximado y un error absoluto, podemos también calcular un **error relativo**:

$$r_x = \frac{\Delta x}{x} \implies r_x = \frac{0.01}{2.5} = 0.004$$

$$r_y = \frac{\Delta y}{y} \implies r_y = \frac{0.18}{15.625} = 0.01152$$

Appendix: Elasticity Meaning Review

Finalmente, podemos pensar en buscar un valor explícito que nos vincule el error relativo del parámetro (x) con el error relativo de la variable endógena (y), tal que:

$$r_y = \mathbf{f}_x \cdot r_x$$

Este valor \mathbf{f}_x , sería la expresión numérica de **cuánto** impacta el error de x sobre el error de y , en otras palabras, cómo se propaga/amplifica ese error y en definitiva, qué tan **sensible** termina siendo nuestro output y a la incertidumbre del input x .

Appendix: Elasticity Meaning Review

¿Y si reordenamos algebraicamente la expresión $r_y = \mathbf{f}_x \cdot r_x$?

$$r_y = \mathbf{f}_x \cdot r_x$$

$$\mathbf{f}_x = \frac{r_y}{r_x}$$

Appendix: Elasticity Meaning Review

¿Y si reordenamos algebráicamente la expresión $r_y = \mathbf{f}_x \cdot r_x$?

$$r_y = \mathbf{f}_x \cdot r_x$$

$$\mathbf{f}_x = \frac{r_y}{r_x}$$

reemplazando la expresión del error relativo en cada uno:

$$\mathbf{f}_x = \frac{\frac{\Delta y}{y}}{\frac{\Delta x}{x}} = \frac{\Delta y}{\Delta x} \cdot \frac{x}{y} \quad (1)$$

Appendix: Elasticity Meaning Review

¿Y si reordenamos algebraicamente la expresión $r_y = \mathbf{f}_x \cdot r_x$?

$$r_y = \mathbf{f}_x \cdot r_x$$

$$\mathbf{f}_x = \frac{r_y}{r_x}$$

reemplazando la expresión del error relativo en cada uno:

$$\mathbf{f}_x = \frac{\frac{\Delta y}{y}}{\frac{\Delta x}{x}} = \frac{\Delta y}{\Delta x} \cdot \frac{x}{y} \quad (1)$$

donde (1) no es ni más ni menos que la elasticidad o sensibilidad de la función, tal como la conocíamos.

Appendix: Elasticity Meaning Review

Cerremos el ejemplo con su solución. Para esto, consideremos el Teorema del Valor Medio de Lagrange. Diferenciando la función:

$$\frac{dy}{dx} = 3 \cdot x^2$$

Appendix: Elasticity Meaning Review

Cerremos el ejemplo con su solución. Para esto, consideremos el Teorema del Valor Medio de Lagrange. Diferenciando la función:

$$\frac{dy}{dx} = 3 \cdot x^2$$

Dividiendo por y :

$$\frac{dy}{y \cdot dx} = \frac{3 \cdot x^2}{y}$$

$$\frac{\delta_y}{y} = \frac{3 \cdot x^2 \cdot \delta_x}{x^3}$$

$$r_y = 3 \cdot \frac{\delta_x}{x} = 3 \cdot r_x$$

Appendix: Elasticity Meaning Review

Cerremos el ejemplo con su solución. Para esto, consideremos el Teorema del Valor Medio de Lagrange. Diferenciando la función:

$$\frac{dy}{dx} = 3 \cdot x^2$$

Dividiendo por y :

$$\frac{dy}{y \cdot dx} = \frac{3 \cdot x^2}{y}$$

$$\frac{\delta_y}{y} = \frac{3 \cdot x^2 \cdot \delta_x}{x^3}$$

$$r_y = 3 \cdot \frac{\delta_x}{x} = 3 \cdot r_x$$

Reordenando:

$$\frac{r_y}{r_x} = 3 \quad (2)$$

Para $r_x = 0.004$ y $f_x = 3$ obtenemos: $r_y = 3(0.004) \approx 0.12$.

Labor Taxes in Argentina

Antes de analizar el efecto de un impuesto al ingreso laboral en nuestro problema de optimización, veamos un poco sobre cuestiones empíricas de los impuestos involucrados en la participación laboral de un individuo (en Argentina) para desarrollar la intuición.

Labor Taxes in Argentina

Antes de analizar el efecto de un impuesto al ingreso laboral en nuestro problema de optimización, veamos un poco sobre cuestiones empíricas de los impuestos involucrados en la participación laboral de un individuo (en Argentina) para desarrollar la intuición.

Como verán en la teoría y los ejercicios microeconómicos, los impuestos laborales no recaen pura y exclusivamente sobre uno de los agentes (salvo soluciones de esquina con elasticidades especiales). Generalmente, según las elasticidades de la oferta y demanda laboral, terminan pagando ambos, las empresas y los empleados. En Argentina, ¿cuánto pagamos?

Tabla de Aportes y Contribuciones - Seguridad Social

Contribuciones	Empleador	Trabajador
Jubilación	16%	11%
PAMI	2%	3%
Obra Social	6%	3%
Fondo Nacional de Empleo	1,5%	-
Seguro de Vida Obligatorio	00,3%	-
ART	(Lo que cotice la ART)	-

Fuente: argentina.gob.ar

Esas contribuciones en Argentina son las denominadas “**cargas sociales**”, que una persona física o jurídica paga en concepto de **impuesto al trabajo**/labor tax. Se clasifican en:

- **Aportes:** son los impuestos de ley que todo asalariado/empleado debe abonar y se los retiene la empresa, ya que por ley está obligada a ser el agente de retención. A los aportes también se los denomina “descuentos”.
- **Contribuciones:** son los impuestos que todo empleador/empresa abona cada mes al Estado mediante la AFIP.

Labor Taxes in Argentina

Consideremos un ejemplo de un sueldo de \$120.000 BRUTO. Un 17% se retiene (impuestos que paga el empleado) y queda un sueldo de \$99.600 NETO. Además, sobre el bruto, la empresa paga aprox. un 25.8% en impuestos. En total, la carga impositiva laboral asciende al 42.5%.



Income Taxes in Argentina

En la representación microeconómica vemos impuestos al ingreso laboral (w) y al no laboral (A).

En Argentina, aparte de los impuestos laborales (i.e. al trabajo), está por supuesto el impuesto al ingreso laboral y no laboral, en otras palabras, el **impuesto a las ganancias**.

Income Taxes in Argentina

En la representación microeconómica vemos impuestos al ingreso laboral (w) y al no laboral (A).

En Argentina, aparte de los impuestos laborales (i.e. al trabajo), está por supuesto el impuesto al ingreso laboral y no laboral, en otras palabras, el **impuesto a las ganancias**.

Las categorías en las que se divide el impuesto son 4:

- Ganancia de primera categoría: corresponde a las ganancias generadas por el usufructo de los inmuebles urbanos y rurales.
- Ganancia de segunda categoría: ingresos obtenidos por acciones, intereses, dividendos, etc.
- Ganancia de tercera categoría: ganancias de las sociedades y empresas unipersonales.
- Ganancia de cuarta categoría: las obtenidas por el trabajo personal.

¿Qué se considera **trabajo personal** (cuarta categoría)?

Los ingresos provenientes de cargos públicos, privados en relación de dependencia, profesionales independientes, etc. *incluyendo jubilaciones, pensiones, retiros o cualquier subsidio* con “origen” en el trabajo personal.

Las alícuotas del impuesto a las ganancias asciende hasta un 35%, dependiendo del monto total de ingresos, deducciones, etc. Para mayor referencia pueden consultar la website de [AFIP](#).

TP N°2. Ejercicio 4. (g) Analice el efecto de un impuesto al ingreso laboral sobre la oferta de trabajo, el salario de reserva y el consumo.

Sea el impuesto al ingreso laboral τ_h , los nuevos ingresos laborales netos del individuo serán $(1 - \tau_h)wh$, y el problema de optimización queda de la forma:

$$\begin{aligned} \max_{l, c} \quad & U(l, c) = l^\alpha \cdot c^{1-\alpha} \\ \text{s.t.} \quad & (1 - \tau_h) \cdot w \cdot T + A = (1 - \tau_h) \cdot w \cdot l + c \end{aligned}$$

Construyendo la función Lagrangiana:

$$\mathcal{L} = l^\alpha \cdot c^{1-\alpha} + \lambda \cdot [(1 - \tau_h) \cdot w \cdot T + A - (1 - \tau_h) \cdot w \cdot l - c]$$

Income Taxes in Labor Supply

Condiciones de primer orden:

- FOC respecto al ocio:

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial l} = 0 \implies \alpha \cdot l^{\alpha-1} c^{1-\alpha} - \lambda(1 - \tau_h)w = 0 \implies \lambda = \frac{\alpha \cdot l^{\alpha-1} \cdot c^{1-\alpha}}{(1 - \tau_h) \cdot w} \quad (3)$$

- FOC respecto al consumo:

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial c} = 0 \implies (1 - \alpha) \cdot l^{\alpha} c^{1-\alpha-1} - \lambda \cdot 1 = 0 \implies \lambda = (1 - \alpha) \cdot l^{\alpha} \cdot c^{-\alpha} \quad (4)$$

- FOC respecto al multiplicador de Lagrange:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda} = 0 &\implies (1 - \tau_h) \cdot w \cdot T + A - (1 - \tau_h) \cdot w \cdot l - c = 0 \\ &\implies (1 - \tau_h)wT + A = (1 - \tau_h)wl + c \end{aligned} \quad (5)$$

Income Taxes in Labor Supply

Igualamos FOC de ocio (3) y consumo (4):

$$\frac{\alpha \cdot l^{\alpha-1} \cdot c^{1-\alpha}}{(1 - \tau_h) \cdot w} = (1 - \alpha) \cdot l^{\alpha} \cdot c^{-\alpha}$$

operando algebraicamente:

$$c = \frac{(1 - \alpha)}{\alpha} \cdot l \cdot (1 - \tau_h) \cdot w \quad (6)$$

Introducimos la expresión anterior (6) en (5):

$$(1 - \tau_h) \cdot w \cdot T + A = (1 - \tau_h) \cdot w \cdot l + \frac{(1 - \alpha)}{\alpha} \cdot l \cdot (1 - \tau_h) \cdot w$$

operando algebraicamente:

$$l^*(w, \tau_h, A, T) = \alpha \left[T + \frac{A}{(1 - \tau_h) \cdot w} \right] \quad (7)$$

Ésta última (7), es la demanda de ocio.

Income Taxes in Labor Supply

Insertamos (7) en la restricción de tiempo $T = l + h$ para despejar la oferta de trabajo:

$$h = T - l$$

$$h = T - \alpha \left[T + \frac{A}{(1 - \tau_h) \cdot w} \right]$$

operando algebraicamente:

$$h^*(w, \tau_h, A, T) = (1 - \alpha) T - \alpha \frac{A}{(1 - \tau_h) w} \quad (8)$$

Así, llegamos a (8), la oferta laboral del individuo bajo la imposición de un impuesto al ingreso laboral.

Conclusión N°1:

Del ejercicio (d), se sabe que la Oferta de Trabajo **sin impuesto** es:

$$h^*(w, A, T) = (1 - \alpha) \cdot T - \alpha \cdot \frac{A}{w} \quad (9)$$

Dado que $\tau_h > 0$, implica que (8) < (9) $\forall w$. En otras palabras, ante la imposición del impuesto a los ingresos laborales, el individuo ofrecerá menos horas de trabajo para cada nivel posible de salario.

Gráficamente, esto se denota como una contracción (un desplazamiento hacia arriba y a la izquierda) de la curva de oferta de trabajo.

Conclusión N°2:

Despejemos ahora la demanda del bien de consumo c . Sustituyendo la demanda de ocio (7) en la expresión (6) obtenemos:

$$c^*(w, \tau_h, T, A) = (1 - \alpha) [(1 - \tau_h)wT + A] \quad (10)$$

Del ejercicio (d) se sabe que el consumo **sin impuesto** laboral era:

$$c^*(w, A, T) = (1 - \alpha) (wT + A) \quad (11)$$

Nuevamente, como $\tau_h > 0$, esto quiere decir que (10) < (11), el consumo se reduce ante la imposición del impuesto a los ingresos laborales.

Conclusión N°3:

Por último, tenemos el salario de reserva al igualar la oferta laboral a cero:

$$(1 - \alpha) \cdot T - \alpha \frac{A}{(1 - \tau_h) \cdot w} = 0$$
$$w_r^{\tau_h} = \frac{\alpha}{1 - \alpha} \cdot \frac{A}{(1 - \tau_h) T} \quad (12)$$

Del ejercicio (f) se sabe que el salario de reserva **sin impuestos** es:

$$w_r = \frac{\alpha}{1 - \alpha} \cdot \frac{A}{T} \quad (13)$$

Como $\tau_h > 0$, se sigue que (12) > (13), esto es, el salario de reserva aumenta ante la imposición del impuesto a los ingresos laborales. Se puede explicar intuitivamente por el hecho de que el impuesto disminuye los incentivos del individuo a ingresar al mercado laboral, ya que reduce el salario que recibirá para cada nivel de empleo.

Income Taxes in Labor Supply

En síntesis, dada la estática comparada relativa al caso sin impuestos, *ceteris paribus*, llegamos a las siguientes conclusiones ante la introducción de un labor income tax:

- 1 La oferta laboral del individuo se contrae y ofrecerá menos horas de trabajo.
- 2 La demanda del bien a consumir se contrae y el individuo consumirá menos de dicho/s bien/es.
- 3 El salario de reserva aumenta y habrá niveles de salario para los que no participará del mercado laboral, cuando antes sí lo hubiera hecho.

Conservar esta intuición será importante para comparar este caso contra el de un impuesto al consumo o uno a los ingresos no laborales. Recordemos, siempre, que las conclusiones son parciales y relativas a nuestro marco de análisis, *ceteris paribus*.

Next lecture content

En la clase siguiente (Nº7) y última antes del parcial vamos a:

- rever conceptos de la **demanda laboral**.
- introducir el **análisis intertemporal** de la oferta laboral.

Luego del exámen, volveremos de lleno a los tópicos aplicados en R.