# Trabajo Práctico Nº1

Economía Laboral

**Prof. Junghanss Juan Cruz**

2nd Semester 2024

**Aclaraciones:**

- **Fecha de entrega:** hasta 27 de agosto inclusive.
- **Formato:** Word o LaTeX en formato PDF (*la entrega en LaTeX sumará un punto bonus*).
- El ejercicio de programación debe realizarse con R.

# 1 Estadísticas del Mercado Laboral

A partir de los datos de la Encuesta Permanente de Hogares (EPH) del 2º trimestre 2003, 2007, 2011, 2015, 2019 y 2023, **usen la del 2023, elijan otra y analicen intertemporalmente (comparando y comentando)** lo siguiente:

a) Calcule la tasa de participación laboral por edad (entre 25 y 34, 35 y 44, 45 y 54 y entre 55 y 64 años) para todos los trabajadores primero y luego para hombres y mujeres por separado. Comente.

b) Vuelva a realizar a) pero diferenciando por región. Explique.

c) Calcule la tasa de participación laboral de las mujeres (distinguiendo entre solteras, casadas o unidas, separadas o divorciadas, viudas) por edad (entre 25 y 34, 35 y 44, 45 y 54 y entre 55 y 64 años). Comente.

d) Calcule la tasa de participación laboral de los hombres por edad (entre 25 y 34, 35 y 44, 45 y 54 y entre 55 y 64 años), y por nivel educativo (Primario completo o menos, Secundario completo o menos, Terciario incompleto o más). Comente.

e) Calcule la tasa de participación laboral de las mujeres por edad (entre 25 y 34, 35 y 44, 45 y 54 y entre 55 y 64 años), y por nivel educativo (Primario completo o menos, Secundario completo o menos, Terciario incompleto o más). Comente.

f) Vuelva a estimar a) sólo para el caso de las mujeres, distinguiendo si hay o no hijos menores de 18 años en el hogar. Comente.

# 2 COVID-19 Crisis

a) The first lesson of economics is that there are trade-offs, and choices are inevitable. What are the main two costs associated with the Pandemic?

b) What is the main trade-off faced at the individual level that the Pandemic poses? What are the externalities (if any) associated to the Pandemic?

c) According to an article of The Economist entitled "Working life has entered a new era":

   "Yet although offices will not disappear, it is hard to imagine that working life will return to BC (Before Coronavirus) ways. For more than a century workers have stuffed themselves onto crowded trains and buses, or endured traffic jams, to get into the office, and back, five days a week. For the past two months they have not had to commute, and will have enjoyed the hiatus. Employers, for their part, have maintained expensive digs in city centres because they needed to gather staff in one place. The rent is only part of the cost; there is the cleaning, lighting, printers, catering and security on top. When you work at home, you pay for your own utilities and food. Many businesses and employees may thus have had their "Wizard of Oz" moment: the corporate HQ is shown to be an old man behind the curtain. Faith in the centralised office may never be restored." When the price of gasoline increase, people start driving and buying (if the price of gasoline stay up) smaller or more fuel-efficient cars. There are other margins of adjustment in the long run. Cities could build public transportation or people could move closer to work. What would happen if the price go back to where used to be? It is amazing how far back we actually came. When gas prices went up, cars became much more fuel efficient; then gas prices went down and the 8-cilinder car came back (see Chicago Price Theory, Chap 6).

Do you think that working life will not return to BC ways after the Pandemic is over, as stated in the Economist's article? What factors will determine the adjustment?

# 3 Método de Multiplicadores de Lagrange

Generalmente, en economía trabajamos con modelos que involucran optimización con restricciones. Por ejemplo, en el problema de elección del consumidor nos interesa encontrar la canasta de mercado que maximiza el bienestar del consumidor (i.e., la función de utilidad) sujeto a su restricción presupuestaria (i..e, la canasta de mercado optima tiene que ser accesible). En este trabajo práctico estudiaremos (o repasaremos) un método, el método de los multiplicadores de Lagrange, que permite encontrar la solución a este tipo de problemas. Como mencionamos anteriormente, la mayoría de los problemas en economía poseen la siguiente estructura:

Maximizar $F(X_1, X_2, \cdots, X_k, B)$ sujeto a $G(X_1, X_2, \cdots, X_k, B) = M$

eligiendo $(X_1, X_2, \cdots, X_k)$

en donde nos referimos a la función $F$ como la "función objetivo" y $G$ como la "función restrictiva". Por ejemplo, en el problema de elección del consumidor con dos bienes, $F$ y $C$, el problema del individuo es el siguiente:

Maximizar $U(F, C)$ sujeto a $PF \cdot F + PC \cdot C = I$

eligiendo $F$ y $C$

En este caso en particular la función de utilidad es la función objetivo y la restricción presupuestaria es la función restrictiva.

A continuación, mostraremos como encontrar la solución a este problema (para el caso de dos variables). Pero el método es más general, ya que permite resolver el problema cuando están envueltas más de dos variables. La solución del problema del consumidor que se describe arriba puede encontrarse mediante la maximización de la siguiente función, conocida como la función Lagrangiana

$$L = U(F, C) + \lambda \left[ I - (PF \cdot F + PC \cdot C) \right] \tag{1}$$

en donde el multiplicador, $\lambda$ (el "multiplicador de Lagrange"), nos da el aumento de la utilidad (la función objetivo) como consecuencia del aumento en \$1 del ingreso (el nivel de la restricción) o lo que llamaremos la utilidad marginal del ingreso. La solución para los niveles de $F$ y $C$ estará dada en el punto en donde las derivadas de la función Lagrangiana con respecto $F$, $C$ y $\lambda$ son simultáneamente cero. Nos referimos a estas condiciones como las "condiciones de primer orden". Por lo tanto estas condiciones son:

$$\frac{\partial L}{\partial F} = \frac{\partial U(F,C)}{\partial F} - \lambda P_F = 0 \Longrightarrow \frac{\partial U(F,C)}{\partial F} = \lambda P_F \tag{2}$$

$$\frac{\partial L}{\partial C} = \frac{\partial U(F,C)}{\partial C} - \lambda P_C = 0 \Longrightarrow \frac{\partial U(F,C)}{\partial C} = \lambda P_C \tag{3}$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = I - PF \cdot F - PC \cdot C = 0 \Longrightarrow PF \cdot F - PC \cdot C = I \tag{4}$$

Las primeras dos ecuaciones nos indica que la solución óptima requiere que el impacto de cada variable en la función objetivo, $Y$ , sea proporcional al efecto sobre la función restrictiva, $PF$ y $PC$, siendo lambda ($\lambda$) el factor de proporcionalidad. La necesidad de estas condiciones siguen el siguiente argumento: si aumentamos $F$ en una pequeña cantidad $dF$ entonces el valor de la función restrictiva caería en $PFdF$ lo que obligaría al individuo a cambiar $C$ en una cantidad , para mantener el valor de $PF \cdot F + PC \cdot C$ igual a $I$. El efecto neto de esto en la función objetivo sería

$$dU = \frac{\partial U(F,C)}{\partial F} dF - \frac{\partial U(F,C)}{\partial C} \frac{P_F}{P_C} dF \tag{5}$$

En el óptimo, $dU$ tiene que ser cero (i.e. no existe la posibilidad de mejorar el bienestar del individuo mediante una reasignación del gasto en $F$ y $C$) lo que implica que

$$\frac{\frac{\partial U(F,C)}{\partial F}}{\frac{\partial U(F,C)}{\partial C}} = \frac{P_F}{P_C} \tag{6}$$

o que los efectos de $F$ y $C$ en la función objetivo ($U(F,C)$) tiene que ser proporcional a su efecto sobre la restricción.

Las 3 condiciones de primer orden (ecuaciones 2, 3 y 4) nos dan un sistema de 3 ecuaciones en 3 incógnitas, $F$, $C$ y $\lambda$. Podemos resolver para los valores óptimos de $F$ y $C$ utilizando las condiciones de optimalidad. Como las condiciones de primer orden dependen de los parámetros del modelo, $I$, $PF$ y $PC$, las soluciones de $F$, $C$y $\lambda$ también serán funciones de $I$, $PF$ y $PC$. Esto es:

$$F = F(PF, PC, I) \tag{7}$$

$$C = C(PF, PC, I) \tag{8}$$

$$\lambda = \lambda(PF, PC, I) \tag{9}$$

*Estática comparativa*:

Generalmente, en economía estamos interesados en analizar el efecto de cambios en los parámetros del modelo sobre las variables endógenas. Por ejemplo, en el modelo de elección del consumidor es interesante analizar el efecto de un cambio en el ingreso del consumidor sobre su elección óptima. Diferenciando el sistema se obtiene

$$\frac{\partial^2 U(F,C)}{\partial F^2}dF + \frac{\partial U(F,C)}{\partial F \partial C}dC - P_F d\lambda = 0 \tag{10}$$
$$\frac{\partial^2 U(F,C)}{\partial C \partial F}dF + \frac{\partial^2 U(F,C)}{\partial C^2}dC - P_C d\lambda = 0 \tag{11}$$
$$P_F dF + P_C dC = dI \tag{12}$$

o

$$\frac{\partial^2 U(F,C)}{\partial F^2}\frac{dF}{dI} + \frac{\partial U(F,C)}{\partial F \partial C}\frac{dC}{dI} - P_F \frac{d\lambda}{dI} = 0 \tag{13}$$
$$\frac{\partial^2 U(F,C)}{\partial C \partial F}\frac{dF}{dI} + \frac{\partial^2 U(F,C)}{\partial C^2}\frac{dC}{dI} - P_C \frac{d\lambda}{dI} = 0 \tag{14}$$
$$P_F \frac{dF}{dI} + P_C \frac{dC}{dI} = dI \tag{15}$$

Nuevamente tenemos un sistema de 3 ecuaciones (ecuaciones 13, 14 y 15) en 3 incógnitas, $\frac{dF}{dI}$, $\frac{dC}{dI}$ y $\frac{d\lambda}{dI}$, que se puede resolver, por ejemplo, con el método de la regla de Cramer.

*Ejercicio:* Sea una función de utilidad Cobb-Douglas (que se utiliza frecuentemente en la teoría de elección del consumidor) que se representa de la siguiente manera:

$$U(X,Y) = X^{\alpha} Y^{1-\alpha}$$

Adicionalmente asuma que el individuo tiene ingreso $I$ y que los precios de $F$ y $C$ están dados por $PF$ y $PC$ respectivamente. El problema del individuo es el de maximizar su utilidad, eligiendo $F$ y $C$, sujeto a su restricción presupuestaria.

a) Escriba la función Lagrangiana de este problema.

b) Calcule las condiciones de primer orden.

c) Resuelva para los niveles óptimos de $F$ y $C$.

d) Calcule la elasticidad precio de las demandas de $F$ y $C$.

e) Calcule la elasticidad cruzada de las demandas de $F$ y $C$.

f) Calcule la elasticidad ingreso de las demandas de $F$ y $C$. Asuma ahora que en la economía hay $N$ individuos iguales.

g) Calcule la demanda de mercado de $F$ y $C$.

h) Calcule la elasticidad precio de las demandas de $F$ y $C$.

i) Resuelva el punto c) asumiendo que la función de utilidad está dada por la siguiente función $U(F,C) = A \cdot F^{0.5}C^{0.5} + B$ en donde $A$ y $B$ son constantes mayores que cero.

Asuma ahora que la función de utilidad es de la forma Cobb-Douglas pero tiene $n$ bienes. Es decir

$$U(X_1, \cdots, X_n) = X_1^{\alpha}, \cdots, X_n^{1-\alpha_1-\cdots-\alpha_{n-1}}$$

Adicionalmente asuma que el individuo tiene ingreso $I$ y que los precios de $X_1, \cdots, X_n$ están dados por $P_1, \cdots, P_n$ respectivamente.

j) Escriba la función Lagrangiana de este problema.

k) Calcule las condiciones de primer orden.

l) Resuelva para los niveles óptimos de $Xi \;\; \forall i = 1, \cdots, n$