zu erhöhen, haben die Herausgeber am Schlusse eine lange Reihe von Erläuterungen hinzugefügt, die über eventuelle Schwierigkeiten hinweghelfen sollen und für manche Dinge eine so einfache und elegante Darstellung gegeben, wie sie heute möglich ist. Es sind dies vor allem die Stellen, an denen die Wohlordnung und die transfinite Induktion eingehen. Weiter ist ein Abriß der Galoisschen Theorie angefügt, welcher die entsprechenden Steinitzschen Ausführungen ergänzt. — Es ist also alles getan worden, um jedem Anspruche gerecht zu werden. *Nöbeling.*

P. Bachmann, Grundlehren der neueren Zahlentheorie. 3. Aufl. Mit einem Gedächtnisworte herausgegeben von R. Haußner. (Göschens Lehrbücherei, 1. Gruppe, Bd. 3.) Walter de Gruyter, Berlin 1931. Preis geh. RM 9,50.

Nur unwesentlich unterscheidet sich die Neuauflage von den früheren Auflagen. Eine ausführliche Besprechung des Buches erfolgte in dieser Zeitschrift, Bd. 19, S. 49. Das Buch stellt nach wie vor eines der besten einführenden Lehrbücher der Zahlentheorie dar und kann allen, die in dieses Gebiet der Mathematik eindringen wollen, nur wärmstens empfohlen werden. *Hofreiter.*

B. Kletler, Magische Zahlenquadrate. Mechanische gemeinverständliche Lösungen für alle Arten von Quadraten. W. Braumüller, Wien—Leipzig. Preis geh. S 3,—.

In leicht verständlicher Art werden zahlreiche magische Quadrate besprochen und Methoden zu ihrer Bestimmung angegeben. Das Buch werden in erster Linie Nichtmathematiker lesen, die an den interessanten Eigenschaften der ganzen Zahlen Gefallen finden. *Hofreiter.*

G. Vivanti, Lezioni di analisi matematica, Vol. II. Applicazioni geometriche, equazioni differenziali, appendice. S. Lattes, Torino 1930. 469 S.

Der erste Band dieses nunmehr vollständig vorliegenden Werkes wurde in Band 37 dieser Zeitschrift besprochen. Was damals dem ersten Bande nachgerühmt wurde, trifft auch auf den zweiten zu, so daß wir uns diesmal auf die Feststellung beschränken können, daß das Werk Vivantis eine ausgezeichnete Einführung in die höhere Analysis darstellt, die jedem der italienischen Sprache Mächtigen wärmstens empfohlen werden kann. Der vorliegende Band bringt zunächst die Differentiation und Integration der Funktionen mehrerer Veränderlicher, dann nach einer kurzen Einführung in die Vektorenrechnung die üblichen geometrischen Anwendungen der Differential- und Integralrechnung (einschließlich der Elemente der Differentialgeometrie), sodann die elementaren Methoden zur Integration der gewöhnlichen Differentialgleichungen und der partiellen Differentialgleichungen erster Ordnung. Eine knappe, aber sehr verständliche Einführung in die Variationsrechnung beschränkt sich auf die Gewinnung der Eulerschen Gleichung für das einfachste und das isoperimetrische Problem und eine Aufzählung komplizierterer Probleme der Variationsrechnung. Im Anhange werden die Potenzreihen und die elementaren Funktionen bei komplexer Veränderlichen behandelt und es wird darauf hingewiesen, wie manche im Buche reell behandelte Probleme sich bei Benützung des Komplexen vereinfachen. *Hans Hahn.*

W. Schöbe, Beiträge zur Funktionentheorie in nichtarchimedisch bewerteten Körpern. (Universitätsarchiv Bd. 42; zugleich Mathematische Abteilung Bd. 2, herausgeg. von H. Hasse). 61 Seiten. Helios-Verlag G. m. b. H., Münster i. W. 1930. Preis geh. RM 6,—.

Die von Kürschak eingeführte Bewertung ermöglicht es, die Fragestellungen der Funktionentheorie des komplexen Zahlkörpers auf beliebige abstrakte Körper zu übertragen. Es werden dabei zwei Fälle unterschieden: 1. Die Bewertung ist archimedisch. Nach Ostrowski läßt sich in diesem Falle der bewertete Körper eineindeutig, isomorph und mit Beibehaltung aller Limesbeziehungen auf einen Teilkörper des durch den absoluten Betrag bewerteten Körpers der komplexen Zahlen abbilden. 2. Für je zwei Elemente a und b des Körpers gilt die Beziehung

$$|a+b| \leq \mathrm{Max}\ (|a|, |b|),$$

was eine schärfere Forderung als die für die absoluten Beträge geltende Ungleichung ist. Diese Bewertungen werden nicht archimedisch genannt. Der

Verfasser zeigt in sehr übersichtlicher Weise, wie weit und unter welchen Voraussetzungen die Sätze der komplexen Analysis in nicht archimedisch perfekt bewerteten Körpern gelten. Um diese Voraussetzungen zu formulieren, zeigt es sich als zweckmäßig, die bewerteten Körper nach den folgenden zwei Gesichtspunkten einzuteilen in 1. Körper mit dichter und Körper mit diskreter Bewertung, je nachdem die Menge der Beträge in der Menge der positiven Zahlen dicht liegt oder nicht; 2. in Körper mit endlichem und Körper mit unendlichem Index. Unter dem Index eines Körpers wird der Index der Gruppe aller Elemente $|x| < 1$ innerhalb der additiven Gruppe $|x| \leqq 1$ verstanden. (Dabei wird vorausgesetzt, daß bei der Bewertung ein Element a mit $0 < |a| < 1$ existiert, was natürlich keine Einschränkung ausmacht.) Die algebraisch abgeschlossenen Körper nehmen in vielen funktionentheoretischen Sätzen eine Ausnahmsrolle ein; sie haben stets dichte Bewertung und unendlichen Index. — Wesentliche Eigenheiten der Funktionentheorie in nicht archimedisch bewerteten Körpern zeigen sich für den Begriff der Konvergenz unendlicher Reihen, des Integrals und der analytischen Fortsetzung in den folgenden Sätzen: Eine unendliche Reihe $\sum\limits_{n=0}^{\infty} a_n$ konvergiert dann und nur dann, wenn $\lim\limits_{n \to \infty} a_n = 0$. — Verstehen wir unter der Umgebung eines Elementes a eine Menge $|x-a| < \rho$ oder $|x-a| \leqq \rho$, $\rho > 0$, so ist jede Umgebung von a zugleich offen und abgeschlossen. Der nicht archimedisch bewertete Körper ist also ein nulldimensionaler metrischer Raum. Kurvenintegrale haben daher in dem Körper keinen Sinn. — Differenzierbarkeit einer Funktion an einer Stelle und Möglichkeit einer Potenzreihenentwicklung für eine Umgebung der Stelle sind in nicht archimedisch bewerteten Körpern nicht äquivalent. Auch folgt aus der Differenzierbarkeit einer Funktion noch nicht, daß sie mehrmals differenzierbar ist. Bei Fragen der analytischen Fortsetzung muß man also festsetzen, ob man Differenzierbarkeit oder Möglichkeit der Potenzreihenentwicklung als Kriterium der Regularität ansieht. Durch Umbildung einer Potenzreihe $\mathfrak{P}(x)$ in eine Potenzreihe $\mathfrak{P}(x-c)$ kann keine Fortsetzung der durch $\mathfrak{P}(x)$ dargestellten Funktion geliefert werden. Dagegen kann eine Umbildung einer $\mathfrak{P}(x-a)$ in eine „Potenzreihe um ∞“ $\mathfrak{Q}\left(\frac{1}{x}\right)$ mitunter zu einer analytischen Fortsetzung Anlaß geben. Die Fortsetzung mit Hilfe von Funktionalgleichungen oder mittels der Hadamardschen Methode der Multiplikation mit einer geeigneten ganzen rationalen Funktion läßt sich in manchen Fällen für bewertete Körper übertragen. Der Verfasser untersucht auch eingehend die Gültigkeit der Cauchyschen Abschätzungsformel und den Wertevorrat von Potenzreihen in nicht archimedisch bewerteten Körpern. Die Abhandlung enthält vorwiegend eigene Resultate des Verfassers und liefert einen wertvollen Beitrag zum Studium der für abstrakte Körper geltenden Gesetze. *Taussky.*

E. Landau, Darstellung und Begründung einiger neuerer Ergebnisse der Funktionentheorie. 2. Auflage. J. Springer, Berlin 1929. 122 S. Preis RM 9,60.

Mit größter Freude begrüßen wir die Neuauflage dieses mustergültigen Werkes, in dem der Leser in unübertrefflicher Klarheit und mit den denkbar einfachsten Mitteln in einigen der wichtigsten Kapiteln der neueren Funktionentheorie bis an die Grenzen unseres heutigen Wissens geführt wird. Überflüssig, zu sagen, daß, wo die behandelten Probleme in den dreizehn seit dem Erscheinen der ersten Auflage verflossenen Jahren weiter gefördert wurden, dies überall berücksichtigt wurde. Im 1. Kapitel (Über beschränkte Potenzreihen) wurden einige Bemerkungen von J. Schur und Rogosinski verwertet, und es wurde nun auch der bekannte Satz von Fatou über die Existenz der Grenzwerte bei radialer Annäherung an den Rand des Konvergenzkreises aufgenommen. Im 3. Kapitel (Umkehrungen des Abelschen Stetigkeitssatzes) wurden erhebliche Vereinfachungen angebracht. Im 5. Kapitel (Beziehungen der Koeffizienten einer Potenzreihe zu Singularitäten der Funktion auf dem Rande) wurde ein allgemeiner Satz von Pringsheim neu herangezogen und es wurde der allgemeine Fabrysche Lückensatz aufgenommen, von dem in