

HW1

2018100233 김정민

(2) 다음의 문제 크기 n 에 대해 알고리즘 A, B가 종료될 때까지의 시간을 측정하여 다음 테이블에 작성하라. (초 단위)

n	알고리즘 A	알고리즘 B
5,000	1.49113	0.03025
10,000	6.73383	0.06475
15,000	13.68088	0.10247
20,000	23.97265	0.14167
30,000	57.45465	0.23831
40,000	104.61178	0.29572
80,000		0.63970

(3) n 개의 데이터에 대해 알고리즘 A의 수행시간을 $fA(n)$, 알고리즘 B의 수행시간을 $fB(n)$ 로 표현한다. (2)항의 테이블 값을 이용해서 $n'/n = 2, 3, 4$ 일 때 $fA(n')/fA(n)$, $fB(n')/fB(n)$ 의 평균값을 계산하라. 즉, 데이터의 크기가 2배, 3배, 4배 될 때 수행시간의 비율을 구하는 것이다.

n'/n	$fA(n')/fA(n)$	$fB(n')/fB(n)$
2	4.15984609	2.18093738
3	8.85354001	3.53395067
4	15.8060457	4.58861107

(4) (3)의 결과에서 관찰한 내용과 $n=40,000$ 일 때의 결과를 이용하여 $n=50,000,000$ 일 때의 알고리즘 A의 수행시간을 추정한다. 추정 결과를 year 단위로 표시하라. 추정 방법에 대해 설명한다.

n	A	B	n'/n	fA(n')/fA(n)	fB(n')/fB(n)			
5,000	1.49113	0.03025	2	4.15984609	2.180937384			
10,000	6.73383	0.06475	3	8.85354001	3.533950668			
15,000	13.68088	0.10247	4	15.8060457	4.588611066			
20,000	23.97265	0.14167						
30,000	57.45465	0.23831						
40,000	104.61178	0.29572						
80,000	<div></div>	0.6397						
SUMMARY OUTPUT								
Regression Statistics					fA(50,000,000)/fA(40,000)	7271.011933		
Multiple R	0.99378874				fA(40,000)	104.61178		
R Square	0.98761607				fA(50,000,000)	760633.5008	0.02411953	
Adjusted R Square	0.97523214							
Standard Error	0.92215605							
Observations	3							
ANOVA								
	df	SS	MS	F	Significance F			
Regression	1	67.8169827	67.8169827	79.7498042	0.070992074			
Residual	1	0.85037178	0.85037178					
Total	2	68.6673544						
	Coefficients	Standard Error	t Stat	P-value	Lower 95%	Upper 95%	Lower 95.0%	Upper 95.0%
Intercept	-7.8628221	2.02734562	-3.8783827	0.16064669	-33.62269063	17.89704634	-33.62269063	17.89704634
n'/n	5.8230998	0.65206279	8.93027459	0.07099207	-2.462143566	14.10834317	-2.462143566	14.10834317

답: 0.2411953 year

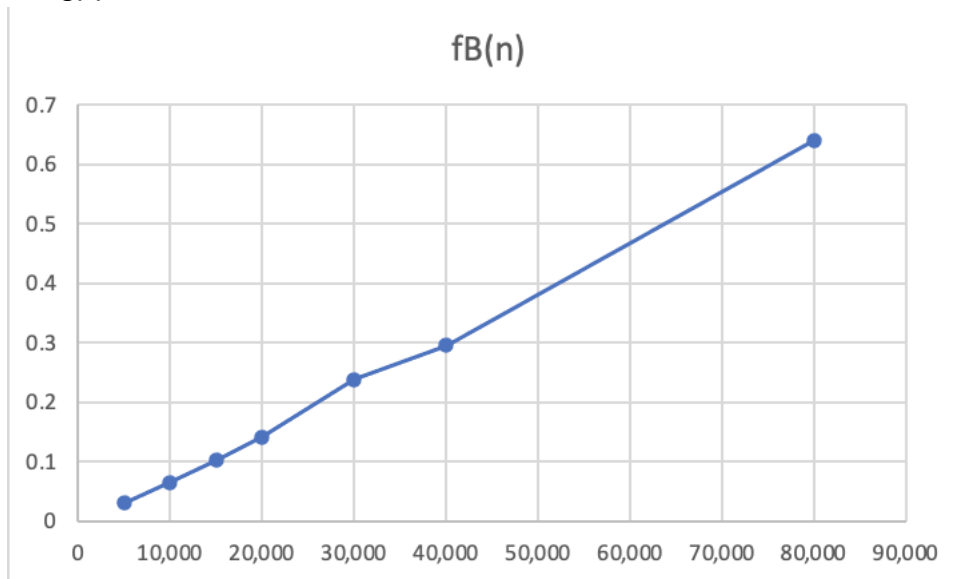
(3)항의 테이블을 가지고 엑셀에서 선형회귀분석을 통해, y 절편과 n 에 대한 계수를 구할 수 있다.

$fA(n')/fA(n) = -7.8628221 + 5.8230998 * (n'/n)$ 의 식을 가진다. n'/n 에 $50,000,000 / 40,000 = 1,250$ 을 대입

하면, 7271.011933(초)가 나온다. $f_A(50,000,000) = f_A(40,000) * 7,271.011933 = 760,633.5008$

이를 연 단위로 환산하면 $760,644,5008 / (60*60*24*365) = 0.2411953$ 이 나온다.

(5) (2)의 결과를 이용하여 가로축이 n , 세로축이 시간인 그래프에 $f_B(n)$ 를 표시하라. 이 그래프를 $a n \log(2)n$ 함수로 표시할 때 a 값을 추정하라. 추정 방법을 설명한다.



답: 4.90938E-07

$$T(n) = a * n * \log_2(n)$$

$$a = T(n) / (n * \log_2(n))$$

이 식을 통해 n 에 5,000부터 80,000까지 대입해보면

4.92362E-07

4.87292E-07

4.92431E-07

4.95776E-07

5.34111E-07

4.83591E-07

4.90938E-07

이 나온다.

따라서 a 는 80,000의 경우를 대표삼아 4.90938E-07로 추정된다.

(6) (5)의 결과를 이용하여 알고리즘 B를 컴퓨터로 1분간 수행할 때 해결할 수 있는 문제의 크기 n' 를 추정하라. 추정 방법을 설명한다.

답: 5,460,741

$60(\text{초}) \geq 4.90938E-07 * n * \log_2(n)$ 의 부등식을 푼다.

파이썬 코드로 while 문을 돌려 풀면,

```
1 import math
2
3 a = 4.90938e-07
4
5 max_n = 0
6
7 n = 80000
8 while True:
9     n_log_n = n * math.log2(n)
10
11     left_side = 60
12
13     if left_side >= a * n_log_n:
14         max_n = n
15     else:
16         break
17
18     n += 1
19
20 print("자연수 n의 최댓값:", max_n)
21
```

문제 출력 디버그 콘솔 터미널

+ Python Debug Console

```
/usr/bin/env /usr/local/bin/python3 /Users/kimjungmin/.vscode/extensions/ms-python.python-2023.14.0/pythonFiles/lib/python/debugpy/adapter/../../debugpy/launcher 60101 -- /Users/kimjungmin/Desktop/4-1/Algorithm/HW/HW1/6번.py
(base) kimjungmin@Jungminui-MacBookPro HW1 % /usr/bin/env /usr/local/bin/python3 /Users/kimjungmin/.vscode/extensions/ms-python.python-2023.14.0/pythonFiles/lib/python/debugpy/adapter/../../debugpy/launcher 60101 -- /Users/kimjungmin/Desktop/4-1/Algorithm/HW/HW1/6번.py
자연수 n의 최댓값: 5460741
(base) kimjungmin@Jungminui-MacBookPro HW1 %
```

해당하는 값을 구할 수 있다.