

수치해석 과제#7

2015111113 김준기

[선형 regression 문제]

1번 문제 코드

```
편집기 - C:\Users\JunGiKim\Desktop\수치해석\과제7\prob1.m
prob1.m x control.m x prob2.m x prob3.m x +
1  function result = prob1(x, y)
2      disp("문제 1-1번 입니다");
3      disp("pseudoo inverse matrix 이용하기");
4      a = use_pseudo_inverse(x, y);
5
6      disp("a0 와 a1은 각각 아래와 같습니다")
7      disp(a)
8
9      disp("-----")
10     disp("equation 이용하기")
11     a = use_equation(x, y);
12
13     disp("a0 와 a1은 각각 아래와 같습니다")
14     disp(a)
15
16     disp("Coefficients of determination 값은 ")
17     r2 = COD(x, y, a);
18     disp(r2);
19     disp("=====")
20
21     result = a;
22     % 문제 4번에서 모든 fitting model에 대해 그래프 그릴때
23     % 사용할 계수 return 값
24
25 end
26
27 function solution = use_pseudo_inverse(x, y)
28 % Pseudo inverse matrix를 이용하며
29 % a0와 a1을 계산해주는 함수입니다.
30
31 A = [numel(x) sum(x); sum(x) sum(x.^2)];
32 b = [sum(y); sum(x.*y)];
33
34 x = A\b;
35
36 solution = x;
37 end
```

```

37 -   end
38
39 -   function solution = use_equation(x, y)
40 -   % Sum of squared error값을 미분하여 0이 되는 식을
41 -   % 연립방정식을 통해 유도한 식을 이용하여 a0, a1값을
42 -   % 구하는 함수입니다.
43 -   n = numel(x);
44
45 -   a1 = ( n*sum(x.*y) - sum(x)*sum(y) )/( n*sum(x.^2) - (sum(x))^2 );
46
47 -   a0 = sum(y)/n - a1*(sum(x)/n);
48
49 -   solution = [a0; a1];
50 -   end
51
52 -   function r2 = COD(x, y, a)
53 -   % 최고차항이 1인 선형 모델에 대한
54 -   % Coefficients of determination을 계산해주는 함수입니다.
55 -   % a값은 계수로 이루어진 벡터값이어야 합니다.
56 -   a0 = a(1);
57 -   a1 = a(2);
58
59 -   Sr = sum((y - a0 - a1*x).^2);
60
61 -   y_mean = sum(y)/numel(y);
62
63 -   St = sum( (y - y_mean).^2 );
64
65 -   r2 = (St - Sr)/St;
66
67 -   end

```

2번 문제 코드

```
편집기 - C:\Users\JunGiKim\Desktop\수치해석\과제7\prob2.m
prob1.m x control.m x prob2.m x prob3.m x +
1 function result = prob2(x, y)
2     disp("문제 1-2번 입니다");
3     using_linearization(x, y);
4     result = using_pseudo_inverse(x, y);
5 end
6
7 function result = using_pseudo_inverse(x, real_y)
8     y = log(real_y)';
9
10    Z = [ones(size(x')) x'];
11    % 주의 Z matrix 생성하려면 x, y를 column 벡터로 고려해야함
12    a = Z\y;
13    a(1) = exp(a(1));
14    disp("linearization한 다음, pseudo inverse 이용하기");
15    disp("Alpha와 Beta는 각각 아래와 같습니다")
16    disp(a);
17
18    St = sum((real_y - mean(real_y)).^2);
19    Sr = sum((real_y - a(1)*exp(a(2)*x)).^2);
20
21    r2 = (St - Sr)/St;
22
23    disp("Coefficients of determination 값은 ");
24    disp(r2);
25    disp("=====")
26
27    result = a;
28
29 end
30
31 function using_linearization(x, real_y)
32     y = log(real_y);
33
34     n = numel(x);
35
36     a1 = ( n*sum(x.*y) - sum(x)*sum(y) )/( n*sum(x.^2) - (sum(x))^2 );
37
38     a0 = sum(y)/n - a1*(sum(x)/n);
39
40     real_a0 = exp(a0);
41
42     a = [real_a0 ; a1];
43     disp("linearization한 다음, equation 이용하기")
44     disp("Alpha와 Beta는 각각 아래와 같습니다")
45     disp(a)
46     disp("-----")
47 end
```

3번 문제 코드

```
편집기 - C:\Users\JunGiKim\Desktop\수치해석\과제 7\prob3.m
prob1.m x control.m x prob2.m x prob3.m x +
1 function result = prob3(x, y)
2     disp("문제 1-3번 입니다");
3     a = using_pseudo_inverse(x, y);
4     using_equation(x, y);
5
6     St = sum( (y - mean(y)).^2 );
7     Sr = sum( (y - a(1)*x.^(a(2))) .^2 );
8
9     r2 = (St - Sr)/St;
10
11     disp("Coefficients of determination은 ");
12     disp(r2);
13     disp("=====")
14
15     result = a;
16 end
17
18 function result = using_pseudo_inverse(real_x, real_y)
19     y = log10(real_y)';
20     x = log10(real_x)';
21
22     Z = [ones(size(x)) x];
23
24     a = Z\y;
25
26     a(1) = 10^(a(1));
27     % alpha값
28     % a(2)값은 베타
29
30     disp("linearization한 다음, pseudo inverse 이용하기");
31     disp("Alpha와 Beta는 각각 아래와 같습니다")
32     disp(a);
33
34     result = a;
35
36 end
37
38 function using_equation(real_x, real_y)
39     x = log10(real_x);
40     y = log10(real_y);
41     a1 = (numel(real_x)*sum(x.*y) - sum(x)*sum(y)) / (numel(x)*sum(x.^2)...
42         - (sum(x))^2 );
43     a0 = mean(y) - a1*mean(x);
44
45     a0 = 10^(a0);
46     a = [a0; a1];
47
48     disp("=====")
49     disp("linearization한 다음, equation 이용하기");
50     disp("Alpha와 Beta는 각각 아래와 같습니다")
51     disp(a);
52
53 end
```

1, 2, 3번 문제 결과

```
명령 창
MATLAB을 처음 사용한다면 시작하기를 참조하십시오.

>> control
문제 1-1번 입니다
pseudo inverse matrix 이용하기
a0 와 a1은 각각 아래와 같습니다
    -23.4286
     19.4702

-----

equation 이용하기
a0 와 a1은 각각 아래와 같습니다
    -23.4286
     19.4702

Coefficients of determination 값은
    0.8805

=====

문제 1-2번 입니다
linearization한 다음, equation 이용하기
Alpha와 Beta는 각각 아래와 같습니다
     3.4012
     0.5285

-----

linearization한 다음, pseudo inverse 이용하기
Alpha와 Beta는 각각 아래와 같습니다
     3.4012
     0.5285

Coefficients of determination 값은
     0.2373

=====

문제 1-3번 입니다
linearization한 다음, pseudo inverse 이용하기
Alpha와 Beta는 각각 아래와 같습니다
     2.6433
     1.9842

-----

linearization한 다음, equation 이용하기
Alpha와 Beta는 각각 아래와 같습니다
     2.6433
     1.9842

Coefficients of determination은
     0.8088

=====

summary answer
    -23.4286
     19.4702

     3.4012
     0.5285

     2.6433
     1.9842

fx >>
```

4번 문제 코드 및 결과

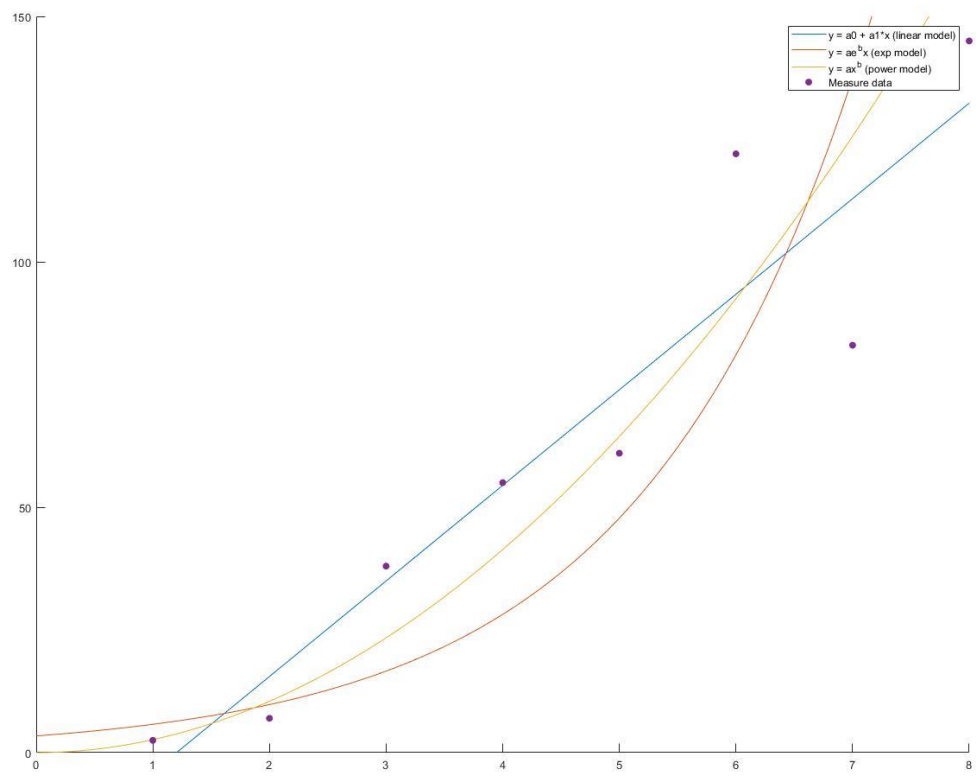
편집기 - C:\Users\JunGiKim\Desktop\수치해석\과제7\control.m

prob1.m x control.m x prob2.m x prob3.m x +

```
1 function control()
2     x = 1:1:8;
3     y = [2.5 7 38 55 61 122 83 145];
4
5     result_a_1 = prob1(x, y);
6     result_a_2 = prob2(x, y);
7     result_a_3 = prob3(x, y);
8
9     disp("summary answer");
10    disp(result_a_1);
11    disp(result_a_2);
12    disp(result_a_3);
13
14    x_s = x;
15    % scatter에 쓰일 x 변수값들
16
17    x = 0:0.1:8;
18
19    model1 = result_a_1(1) + result_a_1(2)*x;
20    model2 = result_a_2(1)*exp(result_a_2(2)*x);
21    model3 = result_a_3(1)*x.^(result_a_3(2));
22
23    hold on
24    plot(x, model1, x, model2, x, model3);
25
26
27    scatter(x_s, y, 'filled');
28    legend('y = a0 + a1*x (linear model)', 'y = ae^(bx) (exp model)', ...
29          'y = ax^b (power model)', 'Measure data')
30    ylim([0 150])
31    hold off
32
33
34    end
```

control.m파일에서 문제 1
번과 2번, 3번에 대응되는
함수와 solution을 출력합
니다.

4번 문제에 대해 measure data값
을 scatter 그래프로 출력하고, 문
제1번, 문제2번, 문제3번에서 구한
coefficient를 통한 model그래프로
출력합니다.



5번 문제 코드

```
편집기 - C:\Users\JunGiKim\Desktop\수치해석\과제7\prob5.m
prob5.m x +
1 function prob5()
2     x = 1:1:8;
3     x = x';
4     y = [2.5 7 38 55 61 122 83 145];
5     y = y';
6
7     Z1 = [ones(size(x)) x x.^2 x.^3 ];
8     Z2 = [ones(size(x)) x x.^2 x.^3 x.^4 x.^5];
9     Z3 = [ones(size(x)) x x.^2 x.^3 x.^4 x.^5 x.^6];
10
11     first_a = Z1\y;
12     second_a = Z2\y;
13     third_a = Z3\y;
14
15     x_s = x;
16     x = 1:0.1:8;
17
18     y1 = first_a(1) + first_a(2)*x + first_a(3)*x.^2 + first_a(4)*x.^3;
19
20     y2 = second_a(1) + second_a(2)*x + second_a(3)*x.^2 + ...
21         second_a(4)*x.^3 + second_a(5)*x.^4 + second_a(6)*x.^5;
22
23     y3 = third_a(1) + third_a(2)*x + third_a(3)*x.^2 + ...
24         third_a(4)*x.^3 + third_a(5)*x.^4 + third_a(6)*x.^5 + ...
25         third_a(7)*x.^6;
26
27
28     hold on;
29
30     plot(x, y1, x, y2, x, y3);
31     scatter(x_s, y, 'filled');
32     legend('m=3', 'm=5', 'm=6', 'Measure Data');
33     ylim([-40 160]);
34     hold off;
35
36     disp("m=3 일 때, coefficients는")
37     disp(first_a);
38
39     disp("m=5 일 때, coefficients는")
40     disp(second_a);
41
42     disp("m=6 일 때, coefficients는")
43     disp(third_a);
44
45
46
47 end
```

각각 최고차항이 m=3, 5, 6인 model에 대한 basis matrix Z입니다.

명령 창

MATLAB을 처음 사용한다면 [시작하기](#)를 참조하십시오.

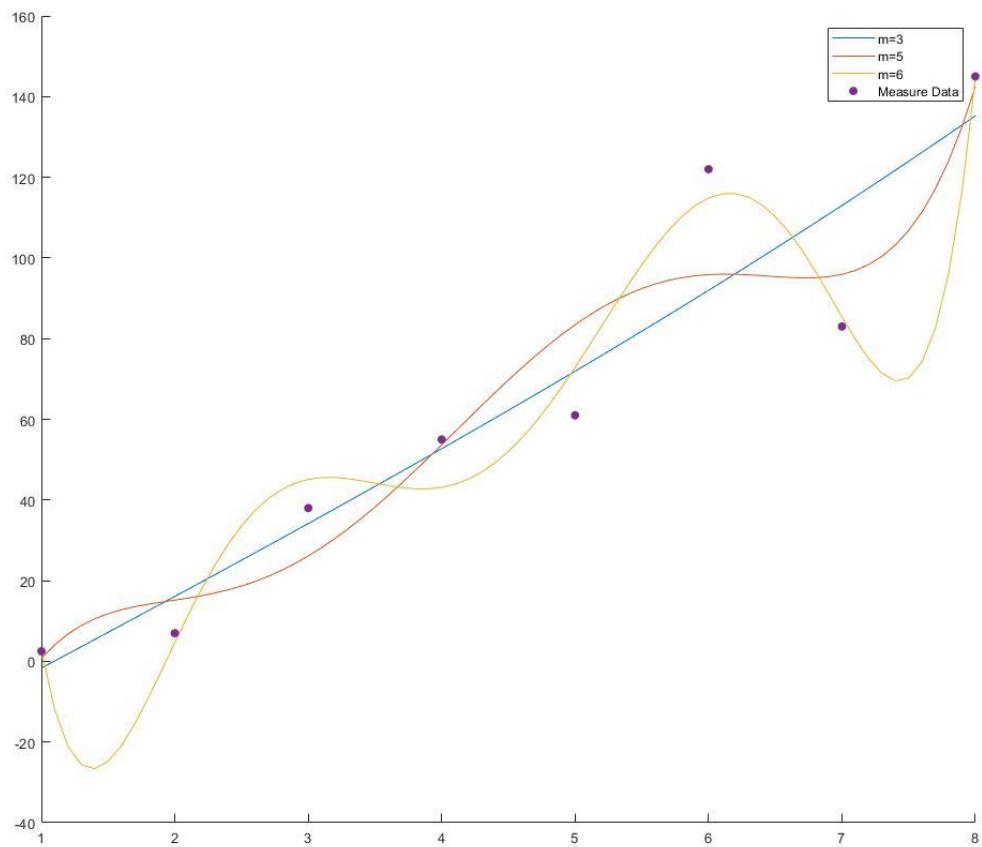
>> prob5
m=3 일 때, coefficients는
-19.2857
17.6176
-0.0200
0.0290

m=5 일 때, coefficients는
-101.5000
196.1273
-127.6927
38.6780
-5.1310
0.2460

m=6 일 때, coefficients는
1.0e+03 *

0.8044
-1.7811
1.4233
-0.5394
0.1054
-0.0102
0.0004

fx >>



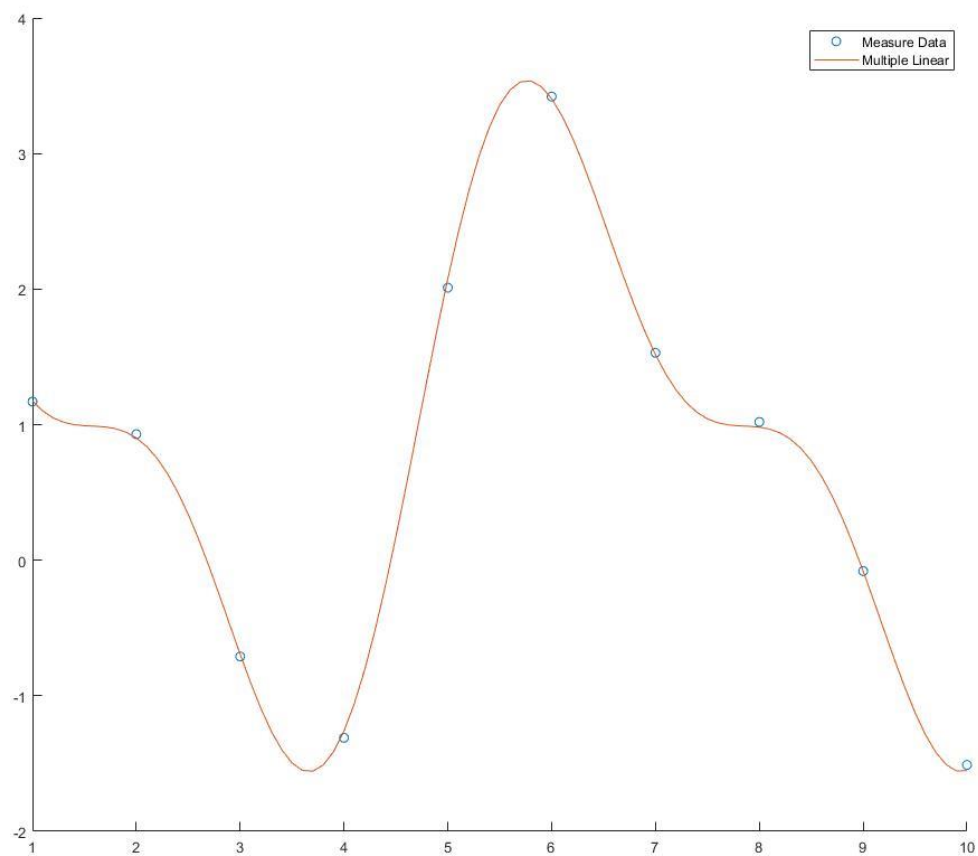
6번 문제 코드

```
편집기 - C:\Users\JunGiKim\Desktop\수치해석\과제7\prob6.m
prob6.m x +
1  function prob6()
2      % Multiple Linear Regression
3
4      x = 1 : 1: 10;
5      % 문제에서 주어진 건 degree값 같음
6
7      y = [1.17 0.93 -0.71 -1.31 2.01 3.42 1.53 1.02 -0.08 -1.51];
8      %x = rad2deg(x);
9      x = x';
10     y = y';
11
12     Z = [ones(size(x)) cos(x) sin(2*x)];
13
14     a = Z\y;
15
16     disp(a);
17     x_plot = 1:0.1:10;
18     y_plot = a(1) + a(2)*cos(x_plot) + a(3)*sin(2*x_plot);
19
20     hold on
21     scatter(x, y)
22     plot(x_plot, y_plot);
23     legend('Measure Data', 'Multiple Linear');
24
25     hold off
26
27     St = sum((y - mean(y)).^2);
28
29     Sr = sum((y - a(1) - a(2)*cos(x) - a(3)*sin(2*x)).^2);
30
31     r2 = (St - Sr)/St;
32
33     disp("Coefficients of determination 은")
34     disp(r2);
35
36
37 end
38
39
```

6번 문제 결과 및 그래프

```
명령 창
MATLAB을 처음 사용한다면 시작하기를 참조하십시오.
>> prob6
    0.9895
    1.9736
   -0.9700
}
    각각 a0, a1, a2입니다.

Coefficients of determination 은
    0.9995
fx >>
```

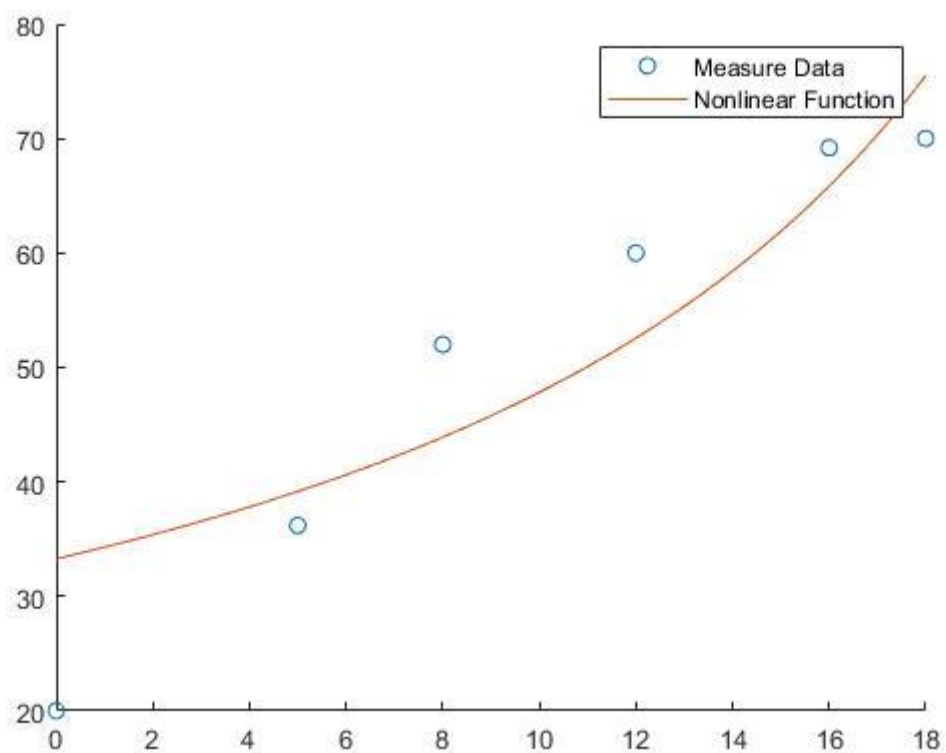


7번 문제 코드

```
편집기 - C:\Users\JunGiKim\Desktop\수치해석\과제7\prob7.m
prob7.m x +
1  function prob7()
2      x = [0 5 8 12 16 18];
3      y = [20 36.2 52 60 69.2 70];
4
5      options = optimset('PlotFcns',@optimplotfval);
6      a = fminsearch(@targetfunc, [1, 1, 1], options, x, y);
7
8      disp(a);
9
10     x_plot = 0:0.1:18;
11     y_plot = a(1)./( 1 + a(2)*exp(-a(3)*x_plot) );
12     figure();
13     hold on
14     scatter(x, y);
15     plot(x_plot, y_plot);
16
17     legend('Measure Data', 'Nonlinear Function');
18     hold off
19
20 end
21
22 function f = targetfunc(a, x, y)
23     b = a(1)./( 1 + a(2)*exp(-a(3)*x) );
24     f = sum((y - b).^2);
25 end
```

7번 문제 결과 및 그래프

```
명령 창
MATLAB을 처음 사용한다면 시작하기를 참조하십시오.
>> prob7
    5.0468   -0.8484   -0.0053
fx >> 각각 a, b, c입니다.
```

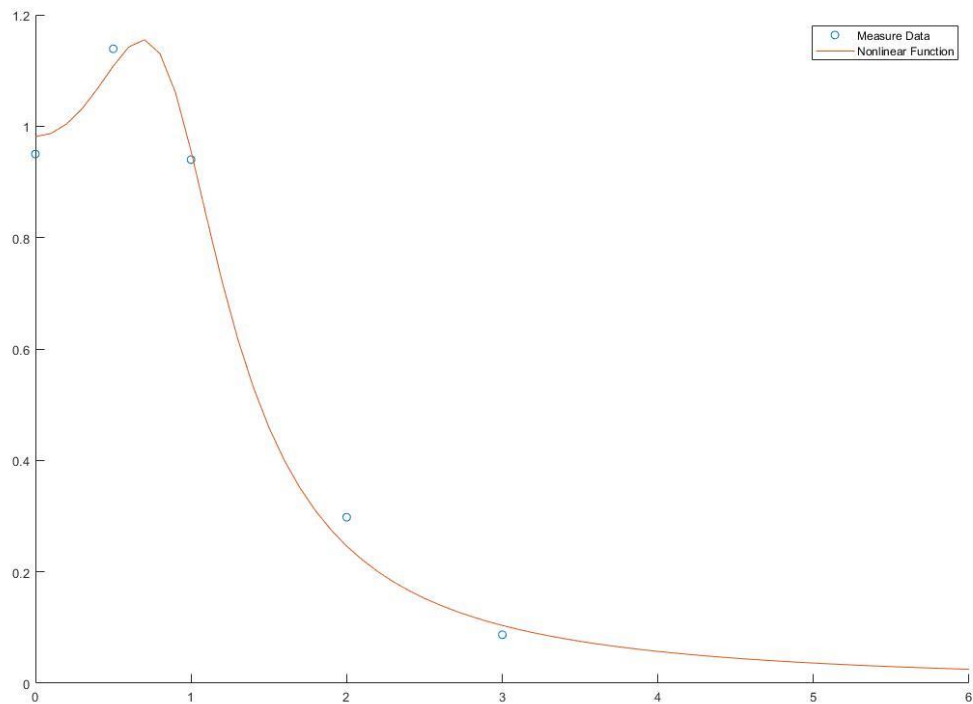


8번 문제 코드

```
편집기 - C:\Users\JunGiKim\Desktop\수치해석\과제7\prob8.m
prob9.m x prob8.m x +
1 function prob8()
2     x = [0 0.5 1 2 3];
3     y = [0.95 1.139 0.94 0.298 0.087];
4
5     a = fminsearch(@targetfunc, [1, 1, 1], [], x, y);
6     disp("K, a, b는 각각 아래와 같습니다.")
7     disp(a);
8     x_plot = 0:0.1:6;
9     y_plot = a(1)./( sqrt(x_plot.^4 + (a(2)^2 -2*a(3))*x_plot.^2 + a(3)^2 ) );
10
11     hold on;
12     scatter(x, y);
13     plot(x_plot, y_plot);
14
15     legend('Measure Data', 'Nonlinear Function');
16
17     hold off;
18 end
19
20 function f = targetfunc(a, x, y)
21     % K는 a(1)
22     % a와 b는 각각 a(2), a(3)
23
24     b = a(1)./( sqrt(x.^4 + (a(2)^2 -2*a(3))*x.^2 + a(3)^2 ) );
25
26     f = sum((y - b).^2);
27 end
```

8번 문제 결과 및 그래프

```
명령 창
MATLAB을 처음 사용한다면 시작하기를 참조하십시오.
>> prob8
K, a, b는 각각 아래와 같습니다.
    0.8876    0.9240    0.9045
fx >>
```



9번 문제 코드

```
편집기 - C:\Users\JunGiKim\Desktop\수치해석\과제7\prob9.m
prob9.m x +
1  function prob9()
2
3
4  -     [indep_var, dep_var] = fminsearch(@targetfunc, [1 0]);
5  -     disp("최소값을 가지는 x, y")
6  -     disp(indep_var)
7  -     disp("그 때의 함수값")
8  -     disp(dep_var)
9
10
11
12  -     [indep_var, dep_var] = fminsearch(@targetfunc, [-1 -2]);
13  -     disp("최소값을 가지는 x, y")
14  -     disp(indep_var)
15  -     disp("그 때의 함수값")
16  -     disp(dep_var)
17
18  -     x=linspace(-1,3,500) ;
19  -     y=linspace(-3,4,500) ;
20  -     [X,Y] = meshgrid(x,y);
21  -     Z=-0.02*sin(X+4*Y)-0.2*cos(2*X+3*Y)-0.3*sin(2*X-Y)+0.4*cos(X-2*Y);
22  -     h = surf(X,Y,Z);
23  -     %set(h, 'LineStyle', 'none')
24  -     xlabel('x');
25  -     ylabel('y');
26  -     zlabel('f(x,y)');
27
28  - end
29
30  function f = targetfunc(x)
31  -     f = -0.02*sin(x(1) + 4*x(2)) - 0.2*cos(2*x(1) + 3*x(2)) -...
32  -         0.3*sin(2*x(1) - x(2)) + 0.4*cos(x(1) - 2*x(2));
33  - end
```


9번 문제 결과

```
명령 창
MATLAB을 처음 사용한다면 시작하기를 참조하십시오.
>> prob8
>> prob8
>> prob9
최소값을 가지는 x, y
    0.8621    -0.7762

그 때의 함수값
    -0.6272

최소값을 가지는 x, y
   -0.2825   -1.8358

그 때의 함수값
   -0.8505

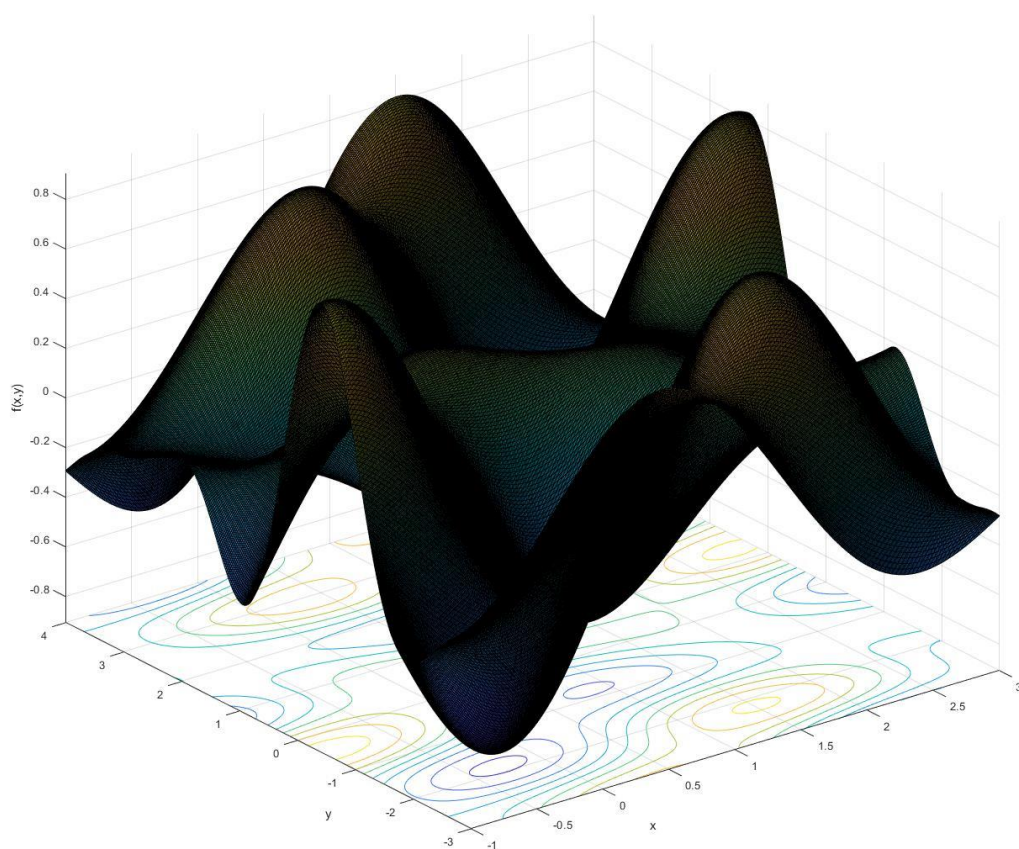
fx >>
```

9-1) 초기값이 $[1, 0]$ 일 때, x, y 의 값은 $x = 0.8621, y = -0.7762$

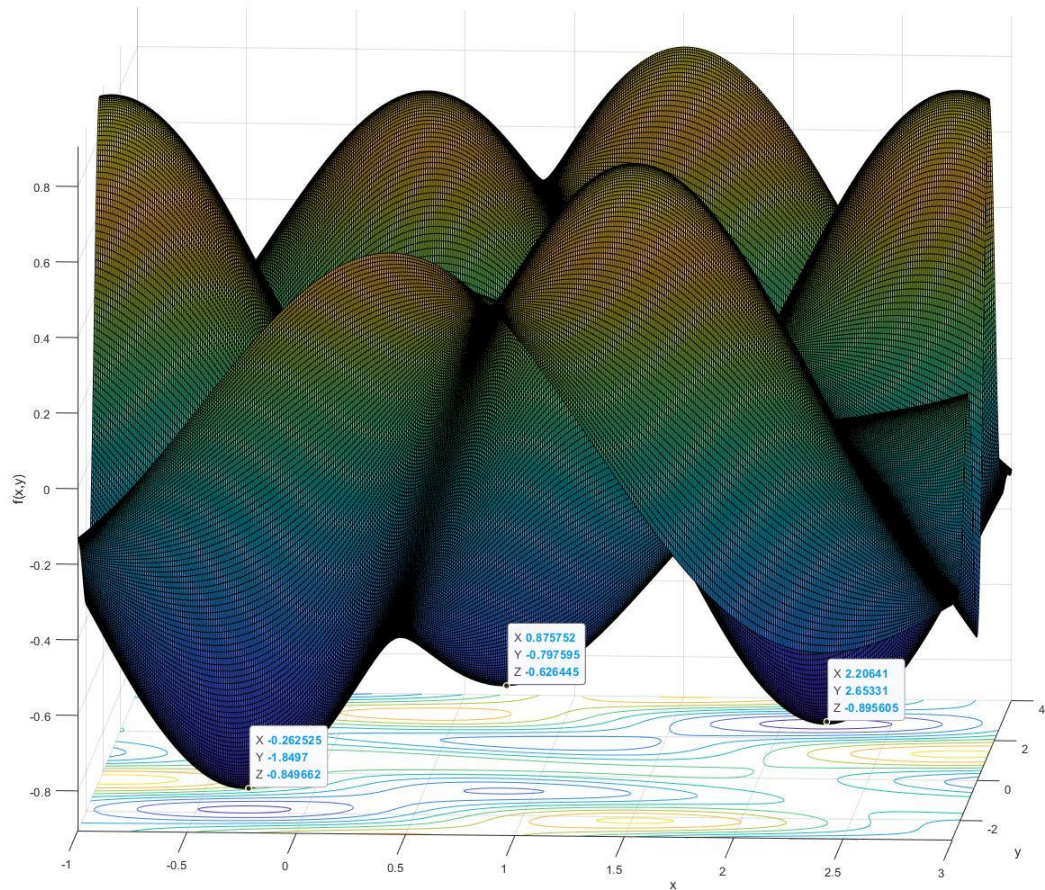
그 때의 함수값 $f(x, y) = -0.6272$

9-2) 초기값이 $[-1, -2]$ 일 때, x, y 의 값은 $x = -0.2825, y = -1.8358$

그 때의 함수값 $f(x, y) = -0.8505$



9-3) 값이 다른 이유



fminsearch함수의 경우, 주어진 함수의 최소값을 찾는 문제인 optimization에 이용될 수 있습니다.

이 때 iterative한 방법으로 최소값을 찾게 되는데, 이 iterative한 방법의 초기값이 어떤 값이냐에 따라 수렴하는 값이 다를 수 있습니다.

해당 문제의 경우, [1, 0]으로 초기값이 주어지면 그래프의 중간에 위치한 minimum값에 수렴하게 됩니다. 반대로 [-1, -2]로 초기값이 주어지면 그래프의 좌측에 위치한 minimum값에 수렴하게 됩니다.

따라서 초기값이 어떤값이냐에 따라 수렴하는 위치가 달라지니, 9번 문제의 결과값이 달라집니다.