Universidade Estadual de Campinas Faculdade de Engenharia Mecânica

Robótica Industrial – ES827

Relatório



Ana Marina Araujo Santos - RA134911

Eric William Baptistucci - RA120888

Francesco Carella - RA264363

Luca Genovese - RA264364

Pedro Ribeiro Menotti - RA147652

Valdir de Souza Junior - RA231045

1. Introdução

O seguinte trabalho consiste na produção de um estudo de caso no Braço Robótico de modelo UR5, fabricado pela Universal Robots, sendo voltado a produzir um modelo computacional do robô executando uma tarefa de movimentação, para isso serão estudados detalhes de sua fabricação, informações técnicas e por fim produção de fórmulas matemáticas para representar sua cinemática assim como sua cinemática inversa por meio de técnica utilizadas pela literatura de Engenharia Mecânica.

1.1 Dados do Braço Robótico UR5

A série de Robôs UR são robôs com seis graus de liberdade e seis eixos rotacionais com uma carga máxima limitada de 5 kilogramas. Como pode ser visto em sua carga limitada, é um robô de força limitada projetado para trabalhar lado a lado com humanos. O Robô possui esquemas de detecção de colisão, portanto, ao detectar uma possível detecção sua força é diminuída de maneira a reduzir o impacto.



Figura 1 - Braço Robótico UR5

A inovação que esse robô trouxe foi em seu potencial colaborativo, sendo possível substituir operadores humanos em trabalhos repetitivos e com riscos de acidentes. A maioria dos robôs dessa série opera fora de uma gaiola de segurança

lado a lado com operadores operadores humanos. Seu sistema de segurança foi aprovado pela TÜV (The German Technical Inspection Association).

1.2 Esquemático do Braço Robótico UR5

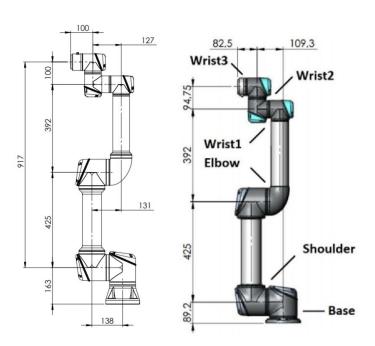


Figura 2 - Esquemático do Robô UR5

O UR5 é um modelo extremamente compacto, possui um alcance de 85 centímetros, tem uma massa de 18,4 quilogramas e é composto por seis juntas rotacionais, denominadas *base*, *shoulder*, *elbow*, *wrist1*, *wrist2*, *wrist3*. Cada uma dessas juntas rotacionais são capazes de fazerem rotações de 360 graus, ou seja, rotação completa com um velocidade média de 180 graus por segundo.

Possui software próprio para configuração das funções e atua com uma potência média de 200 Watts num programa genérico.

Sua carga máxima é de cinco quilogramas, sendo adequado para trabalhos ao lado de humanos ou trabalhos de alta precisão. Por possuir uma velocidade extremamente alta de rotação, é ideal para trabalhos colaborativos tanto entre humanos quanto outros braços robóticos.

1.3 Workspace do UR5

O robô UR5 é composto por seis elos rotativos, que não têm limitação ao movimento, nem físico nem construtivo. Por esse motivo, o espaço de trabalho do robô é uma esfera completa que possui a extensão máxima do braço robótico como uma viga.

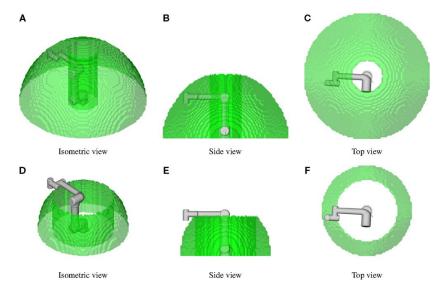


Figura 3 - Workspace do UR5 na área de ultra som.

A figura 3 demonstra a área máxima de trabalho do robô utilizando um efetuador final de ultra som, utilizando uma matriz de rotação fixa que representa a posição que o efetuador esteve fixa durante o cálculo da área máxima.

Para calcular numericamente a área de trabalho do robô, operamos da seguinte maneira: um vetor grande foi criado para cada link que contém valores aleatórios dentro dos limites dessa junção, após o qual a posição do robô foi calculada, através da cinemática direta final do robô usando todos esses ângulos.

Dessa forma, você obtém uma nuvem muito densa de posições possíveis, o que indica qual é o espaço de trabalho do robô. Nesse caso, uma nuvem esférica é obtida sem áreas sem pontos; portanto, após esse cálculo, pode-se dizer que o espaço de trabalho do robô é uma esfera completa.

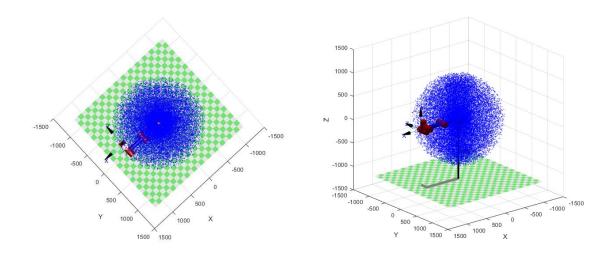


Figura 4 - Workspace do UR5 calculado numericamente.

1.4 Tarefa Executada pelo UR5

A tarefa escolhida pelo grupo consiste na aplicação do manipulador em na área de saúde executando *pick and place*. Mais precisamente, a tarefa se resume a manipular amostras de sangue ao lado de operadores de laboratório.

O robô é posicionado de forma que tenha acesso a uma caixa de amostras deve levá-las até a seção correta, dessa forma organizando e ordenando as amostras para facilitar o trabalho dos operadores.

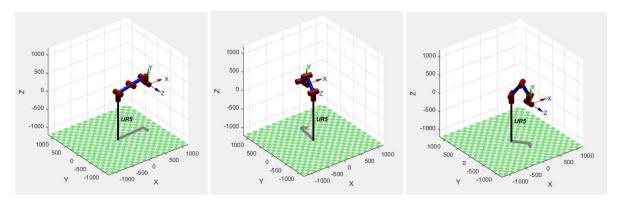


Figura 5 - Simulação do robô UR5 posicionado na esteira e destinando objetos à sua esquerda e direita, respectivamente.

O robô trabalha em velocidade constante, trabalha pegando as amostras que estão dentro de uma caixa e levando cada uma ao seu local respectivo. O operador pode intervir a qualquer instante, recolhendo amostras para análise ou as recolhendo para outro fim.



Figura 6 - Robô UR manipulando amostras de sangue.

Este tipo de trabalho com um robô é justificado por ser executado com maior velocidade comparado ao homem. Uma vez que os movimentos são precisos e controlados, a tarefa pode ser aplicada em produtos de grande fragilidade. Devido a

natureza do trabalho ser na área médica, o robô UR5 foi escolhido por conta de ser um robô colaborativo e que iria trabalhar lado a lado com operadores. Existe ainda a possibilidade de aplicação em outros ambientes estéreis ou com higienização controlada, como a manipulação de alimentos ou produtos farmacêuticos.

2. Cinemática Direta

Cinemática direta se refere ao uso de equações cinemáticas do robô de maneira a computar a posição final do efetuador tendo como entrada as configurações de cada junta.

2.1 Graus de Liberdade

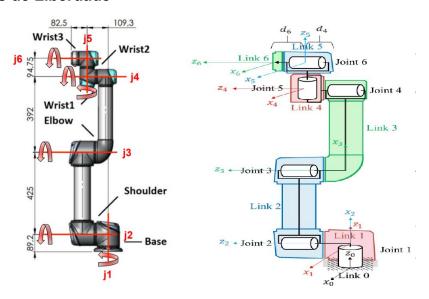


Figura 7 - Esquema de Links e Joints do UR5.

De acordo com o critério de Kutzbach é possível classificar os números de graus de liberdade de um sistema robótico através da seguinte equação:

$$M = 6 \cdot (L - 1) - 5 \cdot J_1 - 4 \cdot J_2 - 3 \cdot J_3 - 2 \cdot J_4 - 1 \cdot J_5$$
 [ref-1]

Onde L corresponde ao número de Links ou Elos, e J_i corresponde a uma junta com i graus de liberdade.

De acordo com a Figura X, é possível observar que há 6 juntas rotacionais, que por sua vez tem 1 grau de liberdade, identificadas de j1 a j6, portanto, J_1 = 6.

Contando o número de Elos, na figura X é possível observar com clareza que há 6 Elos, adicionando o elo correspondente ao *ground* temos que L = 7.

Logo,
$$M = 6 \cdot (7 - 1) - 5 \cdot 6 = 6$$

Portanto, temos que o número de graus de liberdade é 6 (seis).

2.2 Parâmetros de Denavit-Hartenberg

Denavit e Hartenberg introduziram em 1955, uma convenção a fim de padronizar as coordenadas de sistemas de referências para ligações espaciais. Os parâmetros DH, como também são conhecidos, se dividem em quatro, e são associados a uma convenção para fixar sistemas de referências aos elos de um manipulador robótico. Ou seja, é um método sistemático de descrever a posição e a orientação entre ligamentos consecutivos. [2]

Neste método, os sistemas de coordenadas são fixados a dois elos de articulação, e, então é associada uma transformação a articulação [Z] e ao elo [X]. Assim, a matriz de transformação [T], pode ser representada da seguinte maneira, para um robô com n elos:

$$[T] = [Z_1][X_1][Z_2][X_2] \dots [X_{n-1}][Z_n],$$

Para determinar as transformações de [Z] e [X], as articulações conectadas os elos são consideradas como juntas rotacionais ou prismáticas. Cada uma tendo uma linha S no espaço que é o eixo da articulação e define o movimento relativo de dois elos. A matriz [Z], onde θ_i é rotação e d_i a distância ao longo do eixo z, é:

$$[Z_i] = egin{bmatrix} \cos heta_i & -\sin heta_i & 0 & 0 \ \sin heta_i & \cos heta_i & 0 & 0 \ 0 & 0 & 1 & d_i \ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

E a matriz [X], onde $\alpha_{i,i+1}$ e $r_{i,i+1}$ definem as dimensões do elo em termos de ângulo e distância, respectivamente:

$$[X_i] = egin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & r_{i,i+1} \ 0 & \coslpha_{i,i+1} & -\sinlpha_{i,i+1} & 0 \ 0 & \sinlpha_{i,i+1} & \coslpha_{i,i+1} & 0 \ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Os 4 parâmetros associados a denavit-hartenberg estão demonstrados e explicados abaixo, utilizando nosso modelo de robô:

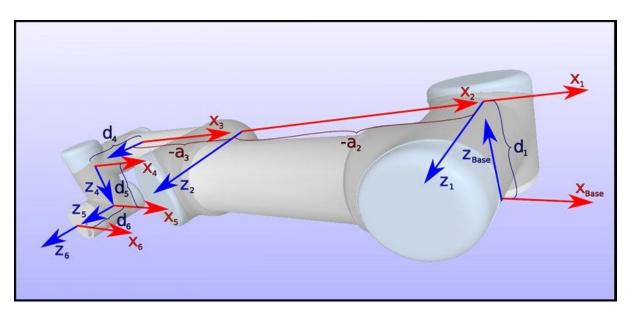


Figura 8 - Esquema

Cinemática	0 [rad]	a [m]	d [m]	α [rad]
Junta 1	0	0	0.089159	π/2
Junta 2	0	-0.425	0	0
Junta 3	0	-0.39225	0	0
Junta 4	0	0	0.10915	π/2
Junta 5	0	0	0.09465	-π/2
Junta 6	0	0	0.0823	0

Tabela 1 - Parâmetros de Denavit-Hartenberg

O parâmetro θ , nos indica uma rotação em torno do eixo Z_{n-1} , necessário para alinhar X_{n-1} com X_n (positivo quando a rotação é no sentido anti-horário). É sempre 0, devido aos sistemas de referência estarem organizados em um sentido, portanto não é necessário executar uma nenhuma rotação para alinhar X_{n-1} com X_n .

O parâmetro a indica a distância entre os eixos Z_{n-1} e Z_n : portanto, conforme mostrado na figura 8, pode-se observar que a_2 e a_3 são diferentes de zero com sinal negativo, pois a direção do eixo x aponta para o sistema i-1. Os valores correspondem ao comprimento do braço. Como não há distâncias entre os outros eixos das juntas e/ou estão no mesmo plano (nenhuma transação é necessária) a_1 , a_4 , a_5 , a_6 é igual a 0.

O parâmetro d indica a distância ao longo do Z_{n-1} até a normal comum. As juntas 2 e 3 possuem uma distância a entre si, portanto não têm uma distância ao

até uma normal comum, portanto d = 0. Todas as outras juntas possuem uma distância com a normal comum, e, então possuem um parâmetro d diferente de 0 que corresponde ao comprimento do braço. Os valores estão indicados na tabela.

O parâmetro α indica o ângulo de rotação em torno da normal comum (ou seja, em torno de X_n) para alinhar o eixo Z_{n-1} a Z_n (positivo quando a rotação é no sentido anti-horário). Podemos observar que: α_2 , α_3 e α_6 já estão alinhados com os eixos Z_{n-1} e Z_n , e, portanto, não é necessário rotacionar em torno de X_n . $\alpha_1 = \pi/2$, pois Z_0 realiza uma rotação de 90° para alinhar com Z_1 (sentido anti-horário). $\alpha_4 = \pi/2$, pois Z_3 realiza uma rotação de 90° para alinhar com Z_4 (sentido anti-horário). $\alpha_5 = -\pi/2$, pois Z_4 realiza uma rotação de -90° para alinhar com Z_5 (sentido horário).

2.3 Matrizes Homogêneas

Para o cálculo das matrizes homogêneas que representam as transformações que ocorrem para cada link correspondente, usamos a seguinte fórmula:

$$T_i^{i-1} = \begin{bmatrix} c_{\theta i} - s_{\theta i} c_{\alpha i} & s_{\theta i} s_{\alpha i} & a_i c_{\theta i} \\ s_{\theta i} & c_{\theta i} c_{\alpha i} & -c_{\theta i} s_{\alpha i} & a_i s_{\theta i} \\ 0 & s_{\alpha i} & c_{\alpha i} & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Os parâmetros de Denavit-Hartenberg obtidos anteriormente foram utilizados. Como o número de juntas é igual a seis, o número de matrizes homogêneas também será igual a seis, ou seja, uma para cada junta. essas seis matrizes serão então multiplicadas para obter a matriz de transformação homogênea entre o sistema de referência fixo e móvel no final do braço, usando a seguinte fórmula:

$$T_6^0 = T_2^1 T_3^2 T_4^3 T_5^4 T_6^5$$
 (equação 2.3)

A convenção usada nesse fórmulas são:

$$c_{\theta i} = cos(\theta_i)$$
 $s_{\theta i} = sin(\theta_i)$

As matrizes foram calculadas, e eles são:

$$T_{1}^{0} = \begin{bmatrix} c_{\theta 1} & 0 & s_{\theta 1} & 0 \\ s_{\theta 1} & 0 & -c_{\theta 1} & 0 \\ 0 & 1 & 0 & d_{1} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$T_{2}^{1} = \begin{bmatrix} c_{\theta 2} & -s_{\theta 2} & 0 & a_{2}c_{\theta 2} \\ s_{\theta 2} & c_{\theta 2} & 0 & a_{2}s_{\theta 2} \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$T_{3}^{2} = \begin{bmatrix} c_{\theta 3} & -s_{\theta 3} & 0 & a_{3}c_{\theta 3} \\ s_{\theta 3} & c_{\theta 3} & 0 & a_{3}s_{\theta 3} \\ s_{\theta 3} & c_{\theta 3} & 0 & a_{3}s_{\theta 3} \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$T_{4}^{3} = \begin{bmatrix} c_{\theta 4} & 0 & s_{\theta i} & 0 \\ s_{\theta 4} & 0 & -c_{\theta 4} & 0 \\ 0 & 1 & 0 & d_{4} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$T_{5}^{4} = \begin{bmatrix} c_{\theta 5} & 0 & -s_{\theta 5} & 0 \\ s_{\theta 5} & 0 & c_{\theta 5} & 0 \\ 0 & -1 & 0 & d_{5} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$T_{6}^{5} = \begin{bmatrix} c_{\theta 6} & -s_{\theta 6} & 0 & 0 \\ s_{\theta 6} & c_{\theta 6} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d_{6} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Para obter a matriz de homogenea final, ou seja, elas foram multiplicadas como mostrado na equação 2.3 . Para representar melhor a matriz, a convenção aqui utilizada será:

$$c_{\Theta i} = c_i$$
 $s_{\Theta i} = s_i$

Além disso, devido a complexidade da matriz e de seus termos, não foi possível escrever a matriz; Portanto, cada um de seus termos foram escritos.

$$\begin{split} T_6^0(1,1) &= c_6 \left(s_1 s_5 - c_5 \left(c_4 (c_1 s_3^2 - c_1 c_2 c_3) + s_4 (c_1 c_2 s_3 + c_1 c_3 s_3) \right) \right) \\ &\quad + s_6 \left(s_4 (c_1 s_3^2 - c_1 c_2 c_3) - c_4 (c_1 c_2 s_3 + c_1 c_3 s_3) \right) \\ T_6^0(2,1) &= s_6 \left(s_4 (s_1 s_3^2 - c_2 c_3 s_1) - c_4 (c_2 s_1 s_3 + c_3 s_1 s_3) \right) \\ &\quad - c_6 \left(c_5 \left(c_4 (s_1 s_3^2 - c_2 c_3 s_1) + s_4 (c_2 s_1 s_3 + c_3 s_1 s_3) \right) + c_1 s_5 \right) \\ T_6^0(3,1) &= s_6 \left(c_4 (c_2 c_3 - s_2 s_3) - s_4 (c_2 s_3 + c_3 s_2) \right) + c_5 c_6 \left(c_4 (c_2 s_3 + c_3 s_2) + s_4 (c_2 c_3 - s_2 s_3) \right) \\ T_6^0(4,1) &= 0 \end{split}$$

$$T_6^0(1,2) = s_6 \left(s_4(s_1s_3^2 - c_2c_3s_1) - c_4(c_2s_1s_3 + c_3s_1s_3) \right) - c_6 \left(c_5 \left(c_4(s_1s_3^2 - c_2c_3s_1) + s_4(c_2s_1s_3 + c_3s_1s_3) \right) + c_1s_5 \right)$$

$$T_6^0(2,2) = c_6 \left(s_4(s_1s_3^2 - c_2c_3s_1) - c_4(c_2s_1s_3 + c_3s_1s_3) \right) + s_6 \left(c_5 \left(c_4(s_1s_3^2 - c_2c_3s_1) + s_4(c_2s_1s_3 + c_3s_1s_3) \right) + c_1s_5 \right)$$

$$T_6^0(3,2) = c_6 \left(c_4(c_2c_3 - s_2s_3) - s_4(c_2s_3 + c_3s_2) \right) - c_5s_6 \left(c_4(c_2s_3 + c_3s_2) + s_4(c_2c_3 - s_2s_3) \right)$$

$$T_6^0(4,2) = 0$$

$$T_6^0(1,3) = c_5s_1 + s_5 \left(c_4(c_1s_3^2 - c_1c_2c_3) + s_4(c_1c_2s_3 + c_1c_3s_3) \right)$$

$$T_6^0(2,3) = s_5 \left(c_4(s_1s_3^2 - c_2c_3s_1) + s_4(c_2s_1s_3 + c_3s_1s_3) \right) - c_1c_5$$

$$T_6^0(3,3) = -s_5 \left(c_4(c_2s_3 + c_3s_2) + s_4(c_2c_3 - s_2s_3) \right)$$

$$T_6^0(4,4) = 0$$

$$T_6^0(4,4) = d_6 \left(c_5s_1 + s_5 \left(c_4(c_1s_3^2 - c_1c_2c_3) + s_4(c_1c_2s_3 + c_1c_3s_3) \right) \right) + d_4s_1$$

$$- d_5 \left(s_4(c_1s_3^2 - c_1c_2c_3) - c_4(c_1c_2s_3 + c_1c_3s_3) \right) + a_2c_1c_2 - a_3c_1s_3^2 + a_3c_1c_2c_3$$

$$T_6^0(2,4) = d_6(s_5(c_4(s_1s_3^2 - c_2c_3s_1) + s_4(c_2s_1s_3 + c_3s_1s_3)) - c_1c_5) - c_1d_4 - d_5(s_4(s_1s_3^2 - c_2c_3s_1) - c_4(c_2s_1s_3 + c_3s_1s_3)) - a_3s_1s_3^2 + a_2c_2s_1 + a_3c_2c_3s_1$$

$$T_6^0(3,4) = d_1 + a_2s_2 - d_5(c_4(c_2s_3 - s_2s_3) - s_4(c_2s_3 + c_3s_2)) + a_3c_2s_3 + a_3c_2s_2 - d_6s_5(c_4(c_2s_3 + c_3s_2) + s_4(c_2c_3 - s_2s_3))$$

Como esta matriz final também é homogênea, podemos representá-la da seguinte forma:

$$\begin{bmatrix} R & t \\ 0^t & 1 \end{bmatrix}$$

Dentro dela existe uma matriz R e um vetor posição t. Esses dois componentes representam a rotação do sistema de referência final, neste caso a extremidade do manipulador do robô, e a posição do manipulador.

A matriz R é de dimensão 3x3, representando a rotação do sistema, já o vetor t é do tamanho 3x1, e representam as coordenadas da posição final do sistema (x, y, z). A última linha da matriz serve para fazer desta uma matriz homogênea.

3. Cinemática inversa

Inicialmente, na cinemática direta, podemos estimar a posição do manipulador apenas determinando os ângulos desejados, ou seja, ao determinarmos $\theta_1, \theta_2, \theta_3, \theta_4, \theta_5$ e θ_6 podemos então saber qual será a posição final do manipulador. Mas, e se ao invés disso, apenas sabermos qual a posição final desejada, como seria possível determinar os ângulos de cada junta?

A resposta está na cinemática inversa, que nos permitirá saber quais os ângulos que nos fornecerão a posição desejada.

Basicamente há duas formas de se obter a solução desejada, uma forma analitica, e outra numérica. [ref-3]

Na forma analitica podemos ter ainda o metodo algébrico (equação cinemática), e os geométricos (baseiam-se em propriedades geométricas da estrutura).

Já no método numérico, podemos estimar a solução numericamente, ou seja, inicialmente chutamos valores iniciais, e utiliza-se interações para se obter uma solução possível.

Por se tratar de um robô com 6 graus de liberdade, onde a solução analítica seria complexa, vamos aqui descrever o método numérico, mais especificamente o método de Newton-Raphson.

3.1 Como obtemos o vetor posição:

Inicialmente, através das matrizes homogêneas, geradas através dos parâmetros DH, e de sua multiplicação foi possível obter então uma matriz de transformação T_6^0 , onde temos que :

$$H = \begin{bmatrix} R_n^0 & o_n^0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = T_n^0$$

Onde, teremos que R será uma matriz (3x3), que representará a matriz de rotação do sistema, e O um vetor (3x1) que representará a posição do sistema.

Basta agora notar que na matriz de transformação obtida teremos que:

$$T_6^0(1, 4) = X$$

$$T_6^0$$
 (2, 4) = Y

$$T_6^0(3, 4) = Z$$

Onde vale relembrar que:

$$T_{6}^{0}(1,4) = d_{6}\left(c_{5}s_{1} + s_{5}\left(c_{4}(c_{1}s_{3}^{2} - c_{1}c_{2}c_{3}) + s_{4}(c_{1}c_{2}s_{3} + c_{1}c_{3}s_{3})\right)\right) + d_{4}s_{1}$$

$$- d_{5}\left(s_{4}(c_{1}s_{3}^{2} - c_{1}c_{2}c_{3}) - c_{4}(c_{1}c_{2}s_{3} + c_{1}c_{3}s_{3})\right) + a_{2}c_{1}c_{2} - a_{3}c_{1}s_{3}^{2} + a_{3}c_{1}c_{2}c_{3}$$

$$T_{6}^{0}(2,4) = d_{6}(s_{5}(c_{4}(s_{1}s_{3}^{2} - c_{2}c_{3}s_{1}) + s_{4}(c_{2}s_{1}s_{3} + c_{3}s_{1}s_{3})) - c_{1}c_{5}) - c_{1}d_{4} - d_{5}(s_{4}(s_{1}s_{3}^{2} - c_{2}c_{3}s_{1}) - c_{4}(c_{2}s_{1}s_{3} + c_{3}s_{1}s_{3})) - a_{3}s_{1}s_{3}^{2} + a_{2}c_{2}s_{1} + a_{3}c_{2}c_{3}s_{1})$$

$$T_{6}^{0}(3,4) = d_{1} + a_{2}s_{2} - d_{5}\left(c_{4}(c_{2}c_{3} - s_{2}s_{3}) - s_{4}(c_{2}s_{3} + c_{3}s_{2})\right) + a_{3}c_{2}s_{3} + a_{3}c_{3}s_{2}$$

$$- d_{6}s_{5}(c_{4}(c_{2}s_{3} + c_{3}s_{2}) + s_{4}(c_{2}c_{3} - s_{2}s_{3}))$$

3.2 Obtendo um Jacobiano:

A matriz jacobiana é formada pelas derivadas parciais de primeira ordem de uma função vetorial. Como nosso robô possui 6 juntas, portanto a matriz jacobiana é calculada da seguinte forma:

$$J = \begin{bmatrix} \frac{\partial X}{\partial \theta_1} & \frac{\partial X}{\partial \theta_2} & \frac{\partial X}{\partial d_3} & \frac{\partial X}{\partial \theta_4} & \frac{\partial X}{\partial \theta_5} & \frac{\partial X}{\partial \theta_6} \\ \frac{\partial Y}{\partial \theta_1} & \frac{\partial Y}{\partial \theta_2} & \frac{\partial Y}{\partial d_3} & \frac{\partial Y}{\partial \theta_4} & \frac{\partial Y}{\partial \theta_5} & \frac{\partial Y}{\partial \theta_6} \\ \frac{\partial Z}{\partial \theta_1} & \frac{\partial Z}{\partial \theta_2} & \frac{\partial Z}{\partial d_3} & \frac{\partial Z}{\partial \theta_4} & \frac{\partial Z}{\partial \theta_5} & \frac{\partial Z}{\partial \theta_6} \end{bmatrix}$$

Porém, a matriz resultante não é quadrada, e portanto, devemos calcular a pseudo inversa, como mostrado abaixo:

$$J^+ = J^T (J \times J^T)^{-1}$$

Depois de obtida a matriz J^+ podemos iniciar o processo iterativo, uma vez que ela está associada ao erro.

3.3 Como funciona o método iterativo:

O método iterativo se inicia com a determinação dos ângulos iniciais em cada junta e a posição desejada **XYZ**_f do manipulador. Utilizando a cinemática direta e os ângulos iniciais, é possível determinar a posição inicial **XYZ**₀ do manipulador através da matriz de transformação. Com isso, calcula-se o **ERRO** entre a posição atual e a posição desejada.

Em seguida calcula-se a matriz pseudo inversa **J**⁺ aplicando-se os ângulos iniciais. Temos, então, como estimar os novos valores dos ângulos das juntas pelo método de Newton-Raphson aplicando:

$$\begin{bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \\ \theta_3 \\ \theta_4 \\ \theta_5 \\ \theta_6 \\ \theta_7 \\ \theta_8 \end{bmatrix}^{(i+1)} = \begin{bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \\ \theta_3 \\ \theta_4 \\ \theta_5 \\ \theta_6 \\ \theta_7 \\ \theta_8 \end{bmatrix}^{(i)} + J^+ \underbrace{\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}^i - \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}^i}_{\textbf{Erro}}$$

Na iteração seguinte, a nova posição, o valor do **ERRO** e a matriz pseudo inversa **J**⁺ são avaliados com os novos valores de ângulos estimados. Todo o processo se repete por um número pré-definido de iterações, ou até que o erro seja suficientemente pequeno. Ao final tem-se um conjunto de ângulos que são solução para a posição desejada.

É possível limitar ou definir um ou mais ângulos durante o processo, de modo que o manipulador seja forçado a evitar uma solução que seja inviável ou que haja uma colisão.

4. Resultados

Como mencionado anteriormente, necessitamos definir a orientação do manipulador e uma posição para que possamos aplicar o método interativo e obter os ângulos desejados.

Nesta tarefa, podemos perceber que por se tratar de uma amostra de sangue, por precaução, iremos definir que para qualquer posição o manipulador estará com a mesma orientação, ou seja, as amostras de sangue serão retiradas do ponto inicial, e levada ao ponto desejado, sem que elas sofram qualquer mudança de orientação, no nosso caso, as amostra serão consideradas sempre na vertical.

Logo, a orientação do manipulador desejado para os três pontos será a mesma, mudando apenas a posição desejada:

Ponto (X, Y, Z)	Γ	Matriz homogênea obtida				
(817, -191.8 , 100)	1.0000 0 0	0 0 1.0000 0	0 -1.0000 0 0	817.0000 -191.8000 100.0000 1.0000		
(191.8, 504.6, 100)	1.0000 0 0 0	0 0 1.0000 0	0 -1.0000 0	504.6000 100.0000		

(191.8, 504.6, 0)	1.0000	0	0	191.8000
	0	0	-1.0000	504.6000
	0	1.0000	0	0
	0	0	0	1.0000

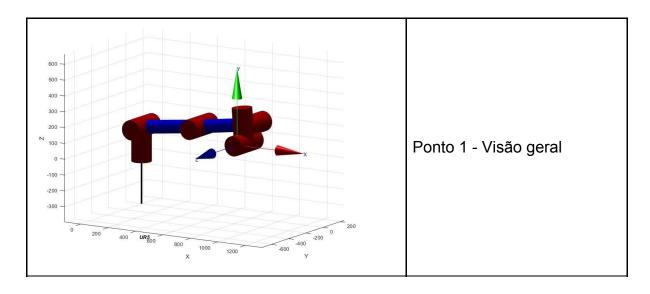
Agora tendo definido as orientações e posições de cada ponto podemos então aplicar o método interativo e obter os ângulos necessários para cada junta do robô. Os resultados obtidos estão apresentados a seguir:

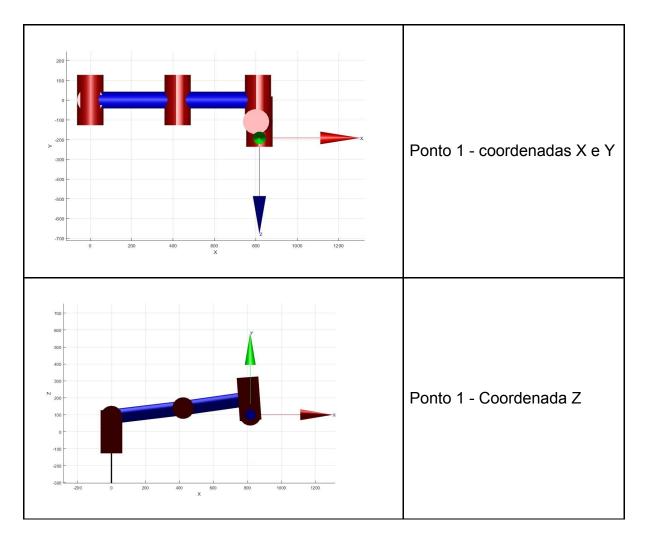
Ponto (X, Y, Z)			Ângulos c	alculados):	
(817, -191.8, 100)	(0.0000	0.1190	0.0215	-0.0679	-0.0000	-0.0725)
(191.8, 504.6, 100)	(1.4329	0.8524	-1.4312	0.5788	1.4329	-0.0000)
(191.8, 504.6, 0)	(1.4329	0.7052	-1.4647	0.7595	1.4329	-0.0000)

Onde temos que o primeiro elemento de cada vetor representa o valor de θ_1 , o segundo elemento θ_2 , o terceiro θ_3 , e assim sucessivamente. Ou seja, temos determinados cada um dos seis ângulos, ou seja, a orientação de cada junta.

Agora então podemos enfim, aplicar estes ângulos em cada junta e verificar se a posição desejada é satisfeita:

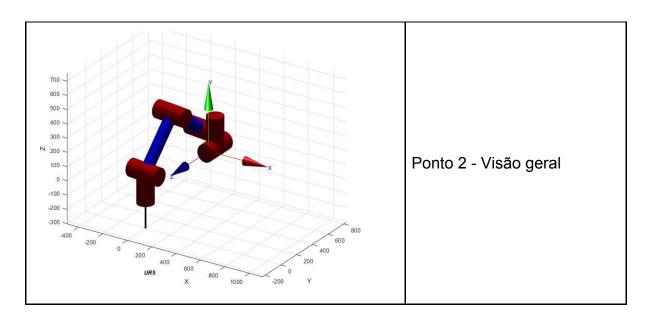
Ao aplicarmos então o primeiro conjunto de ângulos obtidos para o primeiro ponto, temos que:

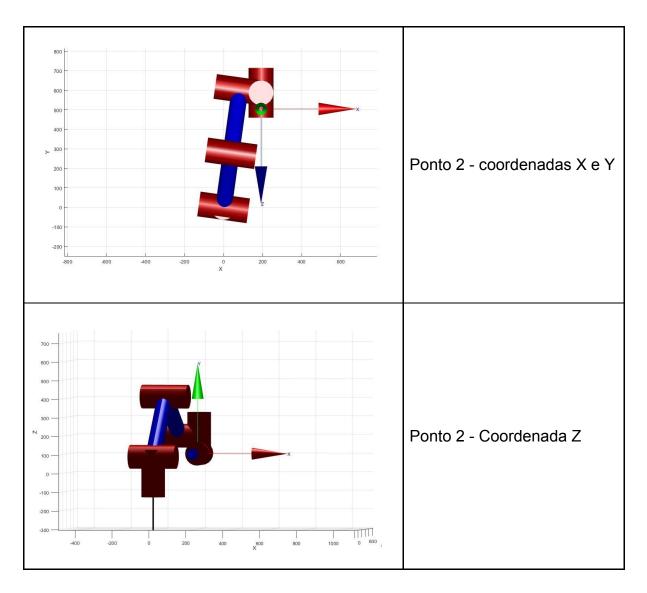




Podemos perceber que a solução encontrada realmente permite alcançar a posição desejada pelo ponto 1.

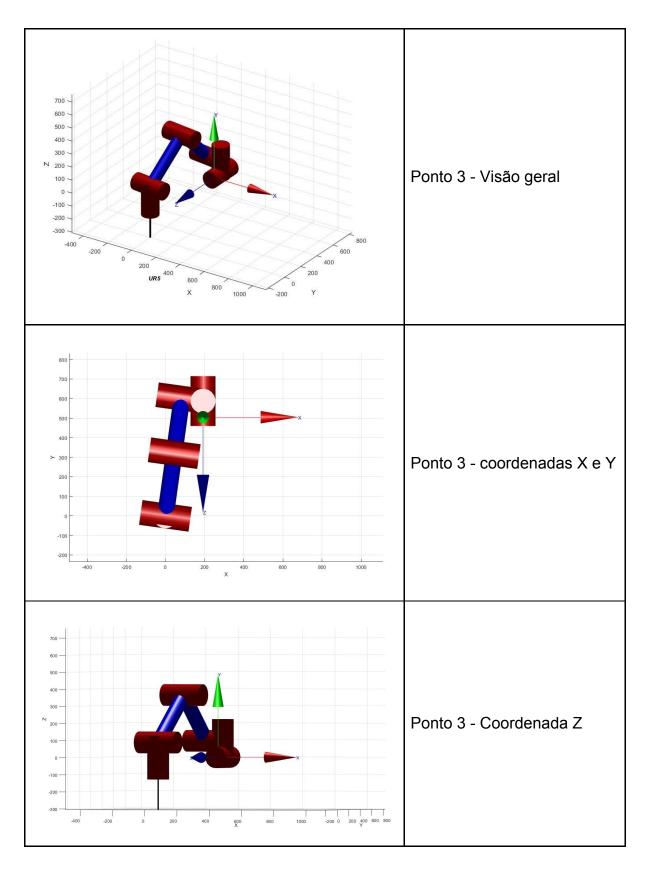
Ao aplicarmos o segundo conjunto de ângulos para o segundo ponto obtemos que:





Podemos perceber novamente que para o segundo conjunto de ângulos obtidos como solução, é justamente os ângulos necessário para alcançarmos a posição desejada pelo ponto 2.

Por fim, aplicamos o último conjunto de ângulos obtido e obtemos:



Podemos notar que para alcançar a posição desejada pelo ponto 3, o conjunto de ângulos aplicado é o correto.

5. Conclusão

O UR5, possui algumas vantagens e desvantagens técnicas: *Vantagens:*

- Juntas sem limitação Todas as juntas deste robô podem rotacionar 360°, em ambos os sentidos.
- Possui sensores para diminuir o dano em caso de colisão.
- Possui certificação para trabalhar sem gaiola(cage) Não necessita de uma gaiola de proteção, ele é um robô colaborativo que pode trabalhar próximo á humanos.
- Tem a capacidade de aprender movimento manual (Pode ser movimentado com as mãos) - Ele pode ser programado pelo operador apenas manipulando manualmente o robô até as posições desejadas e salvando este pontos.
- Superfície lisa, de maneira a diminuir o dano ao impacto com um operador.

Pequeno: por ser um robô de pequeno porte, ele não precisa de uma área muito grande para sua instalação.

Desvantagens:

- Baixa carga de carregamento (5 kg) este robô não poderia ser utilizado para tarefas que exigem a suspensão ou deslocamentos de cargas relativamente pesadas.
- Pequeno: também por ser um robô de pequeno porte não seria interessante usá-lo para tarefas que exigiam grandes deslocamentos de materiais por exemplo.

Podemos perceber que, através do erro é podemos verificar a precisão do metodo analitico;

Ponto (X, Y, Z)	Número de Iterações		
(817, -191.8, 100)	8		
(191.8, 504.6, 100)	9		
(191.8, 504.6, 0)	9		

Foram necessárias no máximo 9 iterações para alcançar o erro alvo de 1e-10 em todos o pontos, portanto fica claro que o método analítico é eficiente e atende os requisitos de desempenho.

Referências

- [1] Jorge Angeles, Clifford Truesdell (1989). Rational Kinematics. Springer. p. Chapter 6, p. 78ff. ISBN 978-0-387-96813-1.
- [2] Paul, Richard (1981). Robot manipulators: mathematics, programming, and control: the computer control of robot manipulators. Cambridge, MA: MIT Press. ISBN 978-0-262-16082-7
- [3] Tese de mestrado (ESTUDO DE MÉTODOS PARA A SOLUÇÃO DA CINEMÁTICA INVERSA DE ROBÔS INDUSTRIAIS PARA IMPLEMENTAÇÃO COMPUTACIONAL autor:JORGE LUIZ ERTHAL) disponível em: https://core.ac.uk/download/pdf/30432893.pdf