

UNIVERSIDAD NACIONAL DE SAN AGUSTIN
FACULTAD DE INGENIERIA DE PRODUCCION Y SERVICIOS
ESCUELA PROFESIONAL DE INGENIERIA MECANICA



**DESARROLLO E IMPLEMENTACIÓN DE UNA APLICACIÓN
COMPUTACIONAL PARA EL CÁLCULO DE COMPONENTES DE SISTEMAS DE
TRANSMISION DE POTENCIA UTILIZANDO MÉTODOS DE ELEMENTOS FINITOS
Y ANALÍTICOS**

PRESENTADO POR EL BACHILLER:

JUNIOR JOEL AGUILAR HANCCO

PARA OPTAR EL TITULO PROFESIONAL DE:

INGENIERO MECANICO

ASESOR:

MG. JORGE LUIS APAZA GUTIERREZ

AREQUIPA – PERU

2024

DEDICATORIA

A mi madre Rosa María Hancco Churata, por
haberme enseñado y demostrado desde pequeño, que
nada es gratis o fácil en la vida, que los sueños
requieren de esfuerzo y sacrificio para ser logrados,
y que siempre debemos aspirar a grandes cosas,
mientras tengamos la vida para hacerlo.

AGRADECIMIENTOS

A Dios, por haberme guardado bajo su protección, y darme la perseverancia y la determinación para seguir adelante a pesar de las adversidades de la vida.

A cada uno de los miembros de mi familia, por el apoyo y la confianza que me proporcionaron y que lo siguen haciendo hasta el día de hoy.

A cada uno de los maestros que tuve y que realmente aportaron en mi formación educativa y personal.

Finalmente, a mí, por haber puesto el esfuerzo y haber asumido el sacrificio requerido para lograr este objetivo.

PRESENTACION

SEÑOR DECANO DE LA FACULTAD DE INGENIERÍA DE PRODUCCIÓN Y SERVICIOS:

DR(A) VÍCTOR HUGO CORNEJO SOLORIZANO

SEÑOR DIRECTOR DE LA ESCUELA PROFESIONAL DE INGENIERÍA MECÁNICA:

DR(A). LUIS RODOLFO RODRÍGUEZ BEJARANO

De conformidad con las disposiciones vigentes del Reglamento de Grados y Títulos de la Facultad de Ingeniería de Producción y Servicios, y de la Escuela Profesional de Ingeniería Mecánica pongo a vuestra disposición la presente tesis de investigación denominada “DESARROLLO E IMPLEMENTACIÓN DE UNA APLICACIÓN COMPUTACIONAL PARA EL CÁLCULO DE COMPONENTES DE SISTEMAS DE TRANSMISIÓN DE POTENCIA UTILIZANDO MÉTODOS DE ELEMENTOS FINITOS Y ANALÍTICOS” cuya aprobación me permitirá obtener el Título Profesional de Ingeniero Mecánico.

Junior Joel Aguilar Hancco

Bachiller en Ingeniería Mecánica

DICTAMEN DEL ASESOR

RESUMEN

La presente tesis describe el desarrollo de una aplicación computacional denominada Power System Transmission Calculator (en adelante, P.S.T.C.), la cual permite calcular y diseñar elementos de transmisión de potencia, de manera rápida, precisa y óptima; pudiendo ser utilizada por cualquier persona interesada en ello. Dichos componentes son: correas planas de la marca Forbo, correas en V de la marca Optibelt, cadenas de rodillos de la marca Renold, engranajes cilíndricos rectos, cilíndricos helicoidales, cilíndricos bihelicoidales y cónicos rectos según la norma ANSI / AGMA 2101-D04, y ejes de transmisión de potencia bajo los modelos de Euler-Bernoulli y Timoshenko.

En el capítulo 1, se expone sobre la realidad problemática que aborda este trabajo de investigación. Así mismo se plantean los objetivos, la justificación correspondiente y se establecen las delimitaciones de la investigación.

En el capítulo 2, se efectúa una revisión exhaustiva sobre investigaciones pasadas relacionadas al tema de la presente tesis, y se ahonda en el marco teórico y conceptual necesario para la investigación.

En el capítulo 3, se desarrollan los algoritmos de cálculo para cada uno de los componentes propuestos. Se detallan las secuencias de cálculo establecidas, los modelos matemáticos utilizados y las propuestas de mejora por parte del autor en los mismos.

En el capítulo 4, se abarca el diseño de la interfaz gráfica en Matlab, junto con la implementación de los algoritmos desarrollados. Además, se detalla sobre la elaboración de la documentación, la integración con GitHub y el despliegue del sitio web correspondiente, donde se ubican los accesos y tutoriales de uso para cada uno de los módulos de la aplicación desarrollada.

En el capítulo 5, se valida la efectividad de cada uno de los módulos desarrollados. La validación se enfatiza para el módulo de ejes de transmisión de potencia, para lo cual, se abordó el caso de estudio propuesto en el libro: “Diseño en ingeniería mecánica de Shigley”. Los resultados obtenidos por medio de P.S.T.C. se comparan con los obtenidos por el autor del citado libro y con los ofrecidos por otros programas más especializados.

En el capítulo 6, se explica el uso de P.S.T.C. a través de un caso real de optimización de diseño. Para ello, se describe paso a paso el proceso de mejora del diseño de los componentes del sistema de transmisión de potencia de una maquina trituradora de Tereftalanado de Polietileno, fabricada y comercializada por la empresa H&C INDUSTRIAS DEL PERU.

Finalmente, se presentan las conclusiones y recomendaciones correspondientes al presente proyecto de investigación.

Palabras Clave: Aplicación computacional, Elementos finitos, Matlab, GitHub, Streamlit, Ansys

ABSTRACT

This thesis describes the development of a computational application called Power System Transmission Calculator (hereinafter, P.S.T.C.), which allows calculating and designing power transmission elements, quickly, accurately and optimally; It can be used by anyone interested in it. These components are: Forbo brand flat belts, Optibelt brand V belts, Renold brand roller chains, straight cylindrical, helical cylindrical, bihelical cylindrical and straight bevel gears according to the ANSI / AGMA 2101-D04 standard, and power transmission axles under the Euler-Bernoulli and Timoshenko models.

Chapter 1 explains the problematic reality that this research work addresses. Likewise, the objectives, the corresponding justification and the delimitations of the research are established.

In chapter 2, an exhaustive review of past research related to the topic of this thesis is carried out, and the theoretical and conceptual framework necessary for the research is delved into.

In chapter 3, the calculation algorithms are developed for each of the proposed components. The established calculation sequences, the mathematical models used and the author's proposals for improvement are detailed.

Chapter 4 covers the design of the graphical interface in Matlab, along with the implementation of the developed algorithms. In addition, details are given about the preparation of the documentation, the integration with GitHub and the deployment of the corresponding website, where the access and usage tutorials are located for each of the modules of the developed application.

In chapter 5, the effectiveness of each of the developed modules is validated. Validation is emphasized for the power transmission shaft module, for which the case study proposed in the

book: "Shigley Mechanical Engineering Design" was addressed. The results obtained through P.S.T.C. They are compared with those obtained by the author of the aforementioned book and with those offered by other more specialized programs.

Chapter 6 explains the use of P.S.T.C. through a real case of design optimization. To do this, the process of improving the design of the power transmission system components of a Polyethylene Terephthalate crushing machine, manufactured and marketed by the company H&C INDUSTRIAS DEL PERU, is described step by step.

Finally, the conclusions and recommendations corresponding to this research project are presented.

Keywords: Computational application, Finite elements, Matlab, GitHub, Streamlit, Ansys

ÍNDICE DE CONTENIDOS

DEDICATORIA	2
AGRADECIMIENTOS	3
PRESENTACION.....	4
DICTAMEN DEL ASESOR	5
RESUMEN	6
ABSTRACT.....	8
ÍNDICE DE CONTENIDOS	10
ÍNDICE DE FIGURAS.....	15
INDICE DE TABLAS	19
INTRODUCCIÓN	20
1. CAPÍTULO I: PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA	21
1.1 Planteamiento general	21
1.1.1 Descripción de la realidad problemática	21
1.2 Formulación del problema	21
1.3 Objetivos	22
1.3.1 Objetivo General	22
1.3.2 Objetivos Específicos.....	22
1.3.3 Hipótesis de la investigación.....	23

1.4	VARIABLES E INDICADORES	23
1.4.1	VARIABLES INDEPENDIENTES.....	23
1.4.2	VARIABLE DEPENDIENTE.....	23
1.5	VIABILIDAD DE LA INVESTIGACIÓN.....	24
1.5.1	VIABILIDAD TÉCNICA.....	24
1.5.2	VIABILIDAD OPERATIVA.....	24
1.5.3	VIABILIDAD ECONÓMICA.....	24
1.6	JUSTIFICACIÓN E IMPORTANCIA DE LA INVESTIGACIÓN.....	24
1.6.1	JUSTIFICACIÓN PRÁCTICA	24
1.6.2	IMPORTANCIA DE LA INVESTIGACIÓN.....	24
1.7	ALCANCES	25
1.8	LIMITACIONES DE LA INVESTIGACIÓN	25
1.9	TIPO Y NIVEL DE INVESTIGACIÓN	25
1.9.1	TIPO DE INVESTIGACIÓN	25
1.9.2	NIVEL DE INVESTIGACIÓN.....	25
1.10	MÉTODO Y DISEÑO DE LA INVESTIGACIÓN	25
1.10.1	MÉTODO DE LA INVESTIGACIÓN	25
1.10.2	DISEÑO DE LA INVESTIGACIÓN.....	26
1.11	TÉCNICAS E INSTRUMENTOS DE LA RECOLECCIÓN DE INFORMACIÓN	26
1.11.1	TÉCNICAS.....	26

1.11.2	Instrumentos	26
1.12	Cobertura de estudio.....	26
1.12.1	Universo	26
1.12.2	Muestra.....	26
2.	CAPÍTULO II: MARCO TEÓRICO	27
2.1	Antecedentes	27
2.2	Estado del arte	34
2.3	Marco conceptual	36
2.3.1	Correas planas	36
2.3.2	Correas en V.....	36
2.3.3	Cadenas de rodillos	37
2.3.4	Engranajes	37
2.3.5	Ejes de transmisión de potencia	37
2.3.6	Modelo de viga de Euler-Bernoulli.....	38
2.3.7	Modelo de viga de Timoshenko	38
2.3.8	Entorno de desarrollo integrado de MATLAB	39
3.	CAPÍTULO III: DESARROLLO DE LOS ALGORITMOS	40
3.1	Conceptos establecidos	40
3.1.1	Nodos y tramos.....	40
3.1.2	Marco de referencia.....	40

3.1.3	Cargas.....	41
3.1.4	Apoyos	42
3.1.5	Magnitud de las fuerzas en relación al sentido de giro y posición del eje	42
3.2	Secuencia de cálculo para el cálculo de factores provenientes de gráficos	44
3.3	Modelo matemático para el cálculo de correas planas	46
3.4	Modelo matemático para el cálculo de correas en V	47
3.5	Modelo matemático para el cálculo de cadenas de rodillos	47
3.6	Modelo matemático para el cálculo de engranajes.....	48
3.7	Modelo matemático para el cálculo de ejes de transmisión de potencia.....	49
3.7.1	Modelo de Euler y Bernoulli.....	49
3.7.2	Modelo de Timoshenko.....	52
3.7.3	Análisis estático.....	53
3.7.4	Análisis dinámico.....	61
3.7.5	Análisis de rigidez	64
3.7.6	Análisis vibracional.....	65
3.8	Modelo matemático para el cálculo de elementos bidimensionales	66
3.8.1	Mallado.....	66
3.8.2	Esfuerzos y deformaciones.....	67
4.	CAPÍTULO IV: DESARROLLO DE LA APLICACIÓN COMPUTACIONAL .	69
4.1	Implementación de los algoritmos en una interfaz gráfica	69

4.2	Integración de la aplicación desarrollada con GitHub	74
4.3	Elaboración de la documentación y despliegue del sitio web de P.S.T.C.....	75
5.	CAPÍTULO V: VALIDACION DE LA APLICACIÓN COMPUTACIONAL	77
5.1	Análisis del caso de estudio teórico	77
6.	CAPÍTULO VI: APLICACIÓN PRÁCTICA	84
6.1	Análisis del caso de estudio práctico.....	84
	CONCLUSIONES	96
	RECOMENDACIONES	97
	REFERENCIAS.....	98

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1	27
Figura 2	28
Figura 3	28
Figura 4	29
Figura 5	30
Figura 6	31
Figura 7	32
Figura 8	33
Figura 9	34
Figura 10	39
Figura 11	40
Figura 12	41
Figura 13	43
Figura 14	43
Figura 15	45
Figura 16	46
Figura 17	54
Figura 18	56
Figura 19	58
Figura 20	59
Figura 21	59
Figura 22	61

Figura 23	62
Figura 24	66
Figura 25	69
Figura 26	70
Figura 27	70
Figura 28	71
Figura 29	71
Figura 30	72
Figura 31	72
Figura 32	73
Figura 33	73
Figura 34	74
Figura 35	75
Figura 36	75
Figura 37	76
Figura 38	77
Figura 39	78
Figura 40	78
Figura 41	79
Figura 42	79
Figura 43	80
Figura 44	80
Figura 45	81

Figura 46	81
Figura 47	82
Figura 48	82
Figura 49	84
Figura 50	84
Figura 51	85
Figura 52	85
Figura 53	86
Figura 54	86
Figura 55	87
Figura 56	87
Figura 57	88
Figura 58	88
Figura 59	89
Figura 60	89
Figura 61	90
Figura 62	90
Figura 63	91
Figura 64	91
Figura 65	92
Figura 66	92
Figura 67	92
Figura 68	93

Figura 69	94
Figura 70	94
Figura 71	95

INDICE DE TABLAS

Tabla 1.....	34
Tabla 2.....	41
Tabla 3.....	42
Tabla 4.....	48
Tabla 5.....	49
Tabla 6.....	50
Tabla 7.....	51
Tabla 8.....	52
Tabla 9.....	54
Tabla 10.....	54
Tabla 11.....	62
Tabla 12.....	63
Tabla 13.....	83

INTRODUCCIÓN

La mayoría de máquinas industriales se encuentran acopladas, por medio de un sistema de transmisión de potencia, a motores eléctricos o de combustión interna, los cuales se encargan de alimentarlos con la energía necesaria para su funcionamiento; razón por la cual, el cálculo y diseño de un sistema de transmisión de potencia es un proceso frecuente a nivel industrial que permite abaratar costos y mejorar el rendimiento general de los procesos, si es que se realiza adecuadamente. Así mismo, el cálculo de estos sistemas está en función a los requerimientos de la máquina y a las condiciones de trabajo de la misma, por lo que no hay una metodología que pueda cubrir todas las posibilidades. Como consecuencia, el proceso de cálculo de estos sistemas deviene en un proceso extenso, complejo e iterativo.

Por otra parte, si bien en la actualidad existen programas que permiten calcular los componentes de los sistemas descritos, la mayoría de estos son complicados de utilizar, costosos, limitados o de difícil acceso. Es por ello que, la presente tesis aborda el desarrollo de una aplicación computacional de libre acceso, que permita el cálculo de dichos elementos, con el objetivo de reducir el tiempo a emplear, optimizar el proceso de diseño y satisfacer los requerimientos de transmisión establecidos.

1. CAPÍTULO I: PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

1.1 Planteamiento general

1.1.1 Descripción de la realidad problemática

El sector industrial nacional se mueve gracias a la producción en masa de sus productos o servicios, y es accionado por mecanismos impulsados por sistemas de transmisión de potencia. Así mismo, el cálculo y la selección de los componentes que conforman dichos sistemas, suele ser un proceso extenso, complejo e iterativo debido a la búsqueda de la solución más eficiente.

La respuesta a este problema, teniendo en cuenta la tendencia actual, requiere de un enfoque fundamentado en conocimientos relacionados a la mecánica e informática, no obstante, las soluciones existentes bajo el enfoque descrito, son por lo general, complejas de implementar, costosas, limitadas o de acceso restringido.

En base a lo expuesto, resulta necesario el desarrollo de una aplicación computacional que permita abordar el problema descrito, y que no cuente con las limitaciones que presentan las alternativas relacionadas ya existentes.

1.2 Formulación del problema

Debido a la complejidad del proceso requerido para calcular de manera óptima, los elementos que conforman un sistema de transmisión de potencia, y de las limitaciones advertidas en las soluciones ya existentes, se propone desarrollar un módulo computacional que aborde la problemática descrita de la manera más eficaz.

1.3 Objetivos

1.3.1 *Objetivo General*

Desarrollar un módulo computacional de acceso libre, que permita el diseño óptimo de componentes de transmisión de potencia.

1.3.2 *Objetivos Específicos*

- Desarrollar el algoritmo para el cálculo de los factores necesarios para el diseño de los elementos de transmisión de potencia, haciendo uso del procesamiento de imágenes.
- Desarrollar los algoritmos para el cálculo de correas planas, correas en V, cadenas de rodillos y engranajes.
- Desarrollar el algoritmo para el cálculo de las reacciones y deformaciones presentes en los ejes de transmisión de potencia, considerando las teorías de Euler-Bernoulli y Timoshenko.
- Desarrollar el algoritmo para el cálculo de ejes de transmisión de potencia bajo un enfoque estático, dinámico, vibracional, de vida y de rigidez, considerando los efectos de las cargas axiales y cortantes.
- Desarrollar el algoritmo para el cálculo de los esfuerzos y deformaciones en elementos bidimensionales de espesor constante, mediante el método de los elementos finitos.
- Implementar los algoritmos desarrollados en una interfaz gráfica.
- Validar la aplicación desarrollada por medio de un caso de diseño teórico.
- Ejemplificar el uso de la aplicación desarrollada mediante un caso de diseño real.
- Hacer accesible la aplicación desarrollada para cualquier usuario.
- Elaborar la documentación y tutoriales de uso de los módulos del aplicativo.

1.3.3 *Hipótesis de la investigación*

Es posible desarrollar una aplicación computacional que permita el diseño óptimo de elementos de transmisión de potencia, tales como correas planas, correas en V, cadenas de rodillos, engranajes y ejes de transmisión de potencia.

1.4 Variables e indicadores

1.4.1 *Variables independientes*

Eficiencia de los algoritmos desarrollados para el cálculo de los elementos de transmisión de potencia seleccionados.

A. Indicadores

- Complejidad algorítmica

B. Índices

- Selección del lenguaje de programación
- Selección del entorno de desarrollo

1.4.2 *Variable dependiente*

Desarrollo de una aplicación computacional de acceso libre para el diseño óptimo de elementos de transmisión de potencia.

A. Indicadores

- Módulos de la aplicación

B. Índices

- Efectividad de la aplicación

1.5 Viabilidad de la investigación

1.5.1 Viabilidad técnica

Resulta técnicamente viable el desarrollo de la investigación, toda vez que se cuentan con los conocimientos necesarios en diseño mecánico y programación.

1.5.2 Viabilidad operativa

Es operativamente viable el desarrollo de la investigación, gracias a las herramientas informáticas actuales que existen y el libre acceso a la información.

1.5.3 Viabilidad económica

El desarrollo de la investigación no presenta restricciones económicas.

1.6 Justificación e importancia de la investigación

1.6.1 Justificación práctica

Considerando que el sector industrial es uno de los pilares de la economía de un país, que este es impulsado por sistemas mecánicos automatizados, lo complejo y extenso que resulta el proceso de diseño de componentes de transmisión de potencia, deviene en necesario implementar una mejor propuesta como la que se plantea en el presente proyecto de investigación.

1.6.2 Importancia de la investigación

El desarrollo de la presente investigación permitirá que cualquier usuario interesado en el diseño de componentes de transmisión de potencia, este en la capacidad de hacerlo con menos limitaciones que las que presentan las soluciones actuales.

1.7 Alcances

- Los elementos de transmisión de potencia que se contemplan son: correas planas, correas en V, cadenas de rodillos, engranajes y ejes.
- Las metodologías de cálculo están fundamentadas en las establecidas por los fabricantes, normativas internacionales y libros de diseño en ingeniería mecánica.
- Se emplean modelos de cálculo basados en métodos analíticos y de elementos finitos.

1.8 Limitaciones de la investigación

- La investigación no contempla a todos los elementos que pueden conformar un sistema de transmisión de potencia mecánico.
- Las metodologías de cálculo empleadas podrían no ser las más actualizadas.

1.9 Tipo y nivel de investigación

1.9.1 Tipo de investigación

Investigación aplicativa

1.9.2 Nivel de investigación

Aplicativo con generación de nuevos aportes tecnológicos

1.10 Método y diseño de la investigación

1.10.1 Método de la investigación

El método es analítico.

1.10.2 Diseño de la investigación

El diseño consiste en establecer los algoritmos de cálculo para cada uno de los componentes propuestos, para luego implementarlos en una interfaz gráfica que pueda ser utilizada por cualquier usuario. Posteriormente, validar cada uno de los módulos desarrollados e integrarlos con una plataforma colaborativa para efectuar el despliegue en la nube, obteniendo como producto final, una aplicación computacional de acceso libre para el diseño óptimo de componentes de transmisión de potencia. Finalmente elaborar la documentación respectiva y los tutoriales correspondientes para su uso.

1.11 Técnicas e instrumentos de la recolección de información

1.11.1 Técnicas

Revisión sobre el cálculo de componentes de transmisión de potencia, desarrollo de interfaces gráficas y despliegue de aplicaciones.

1.11.2 Instrumentos

Investigaciones, normativas, artículos y publicaciones.

1.12 Cobertura de estudio

1.12.1 Universo

Elementos de máquinas.

1.12.2 Muestra

Elementos de máquinas de transmisión de potencia mecánica.

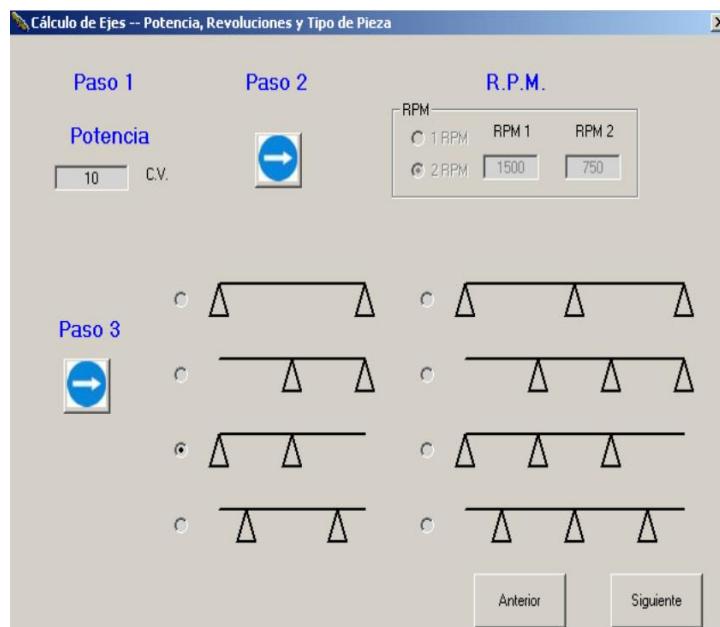
2. CAPÍTULO II: MARCO TEÓRICO

2.1 Antecedentes

(Sanchez Sanchez, 2003, Salamanca - España) en su tesis titulada PROGRAMA DE CÁLCULO DE EJES, desarrolla un programa que permite el diseño de ejes de transmisión de potencia bajo un enfoque estático y dinámico, considerando para ello un total de ocho casuísticas específicas de cálculo.

Figura 1

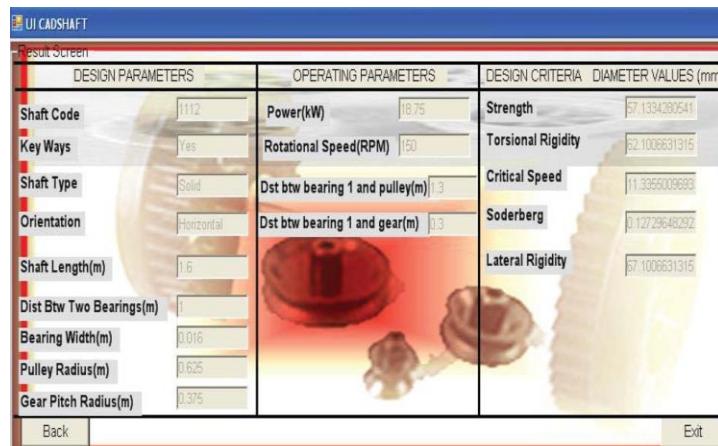
Interfaz gráfica del software desarrollado en la tesis: Programa de cálculo de ejes



(D.A. Fadare y O.Y. Akanbi, 2010, Ibadan - Nigeria) en su paper titulado DEVELOPMENT OF A COMPUTER AIDED SOFTWARE FOR POWER TRANSMISSION SHAFT DESIGN WITH MULTIPLE CRITERIA, desarrollan un programa para el diseño de ejes de transmisión de potencia considerando múltiples criterios tales como: resistencia estática, resistencia dinámica, rigidez torsional, rigidez lateral y vibraciones.

Figura 2

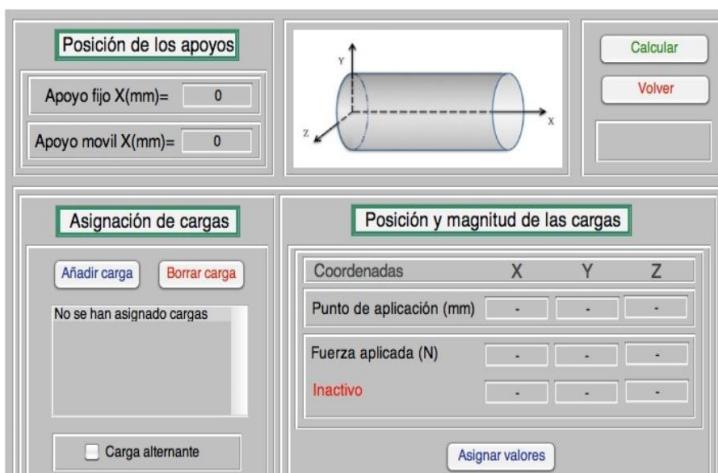
Interfaz gráfica del software desarrollado en el paper: Development of a computer aided software for power transmission shaft design with multiple criteria



(Mata Aroco, 2011, Madrid - España) en su tesis titulada DESARROLLO DE UN PROGRAMA PARA EL DISEÑO Y VERIFICACIÓN DE EJES SOMETIDOS A FATIGA, desarrolla un programa que permite el diseño de ejes de transmisión de potencia bajo un enfoque estático y dinámico, considerando para ello únicamente la presencia de dos apoyos.

Figura 3

Interfaz gráfica del software desarrollado en la tesis: Desarrollo de un programa para el diseño y verificación de ejes sometidos a fatiga

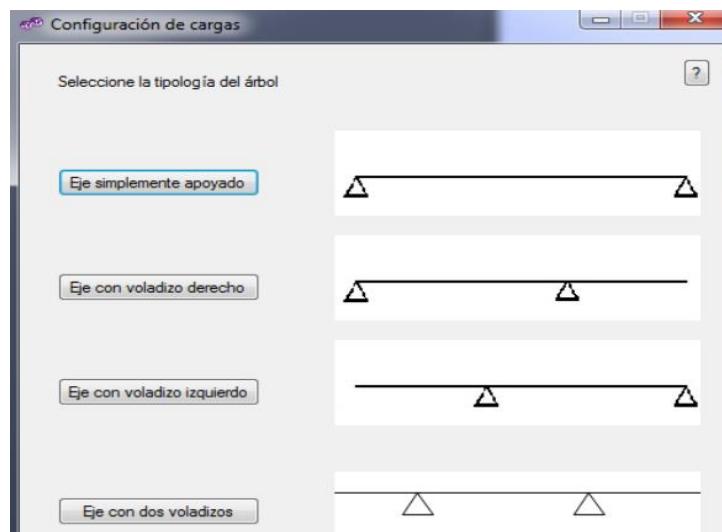


(A.A. Adukenle, S.B. Adejuyigbe y O.T. Arulogun, 2012, Oyo State - Nigeria) en su paper titulado DEVELOPMENT OF CAD SOFTWARE FOR SHAFT UNDER VARIOUS LOADING CONDITIONS, desarrollan un programa para el diseño de ejes de transmisión de potencia sometidos a diferentes condiciones de carga, considerando para ello un enfoque estático y dinámico. Adicionalmente, el programa desarrollado permite determinar las deflexiones en ejes de transmisión mediante el método de la doble integración.

(Soto Jaimes, 2015, Lima - Perú) en su tesis titulada DESARROLLO DE UN ALGORITMO PARA EL DISEÑO DE ÁRBOLES DE TRANSMISIÓN DE CAJAS REDUCTORAS DE ENGRANAJES CILÍNDRICOS, desarrolla un programa que permite el diseño de ejes de transmisión de potencia bajo un enfoque estático y dinámico, considerando para ello cuatro casuísticas de cálculo relacionadas a cajas reductoras de engranajes cilíndricos.

Figura 4

Interfaz gráfica del software desarrollado en la tesis: Desarrollo de un algoritmo para el diseño de árboles de transmisión de cajas reductoras de engranajes cilíndricos



(Regalado Gonzales, 2015, Madrid - España) en su tesis titulada CÁLCULO Y DISEÑO DE ENGRANAJES CONFORME A LA NORMA ANSI / AGMA 2101 - 04, desarrolla un

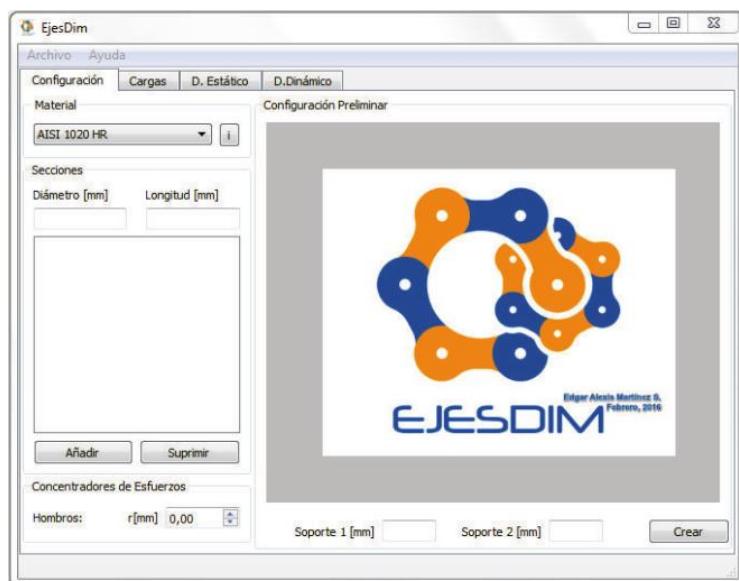
programa que permite el diseño de engranajes cilíndricos rectos y helicoidales conforme a la norma ANSI / AGMA 2101 – 04, considerando para ello las fallas por fluencia y picadura superficial.

(Buelvas Hernandez, Olier Arroyo y Carazo Tordecilla, 2016, Cartagena - Colombia) en su tesis titulada DESARROLLO DE APLICACIÓN PARA EL DISEÑO ESTOCÁSTICO DE EJES DE TRANSMISIÓN DE POTENCIA, desarrollan un programa para el diseño de ejes bajo un enfoque estocástico en lugar de uno determinístico, lo que permite determinar el tiempo de vida del mismo mediante un análisis dinámico.

(Martínez Sarmiento, 2016, Quito - Ecuador) en su tesis titulada DESARROLLO DE UN SOFTWARE PARA EL DISEÑO ASISTIDO DE EJES SOMETIDOS A CARGAS ESTÁTICAS Y DINÁMICAS, desarrolla un programa que permite el diseño de ejes de transmisión de potencia bajo un enfoque estático, dinámico y paramétrico, este último enfoque mediante el software de modelado tridimensional FreeCAD. El programa solo considera solo la presencia de dos apoyos.

Figura 5

Interfaz gráfica del software desarrollado en la tesis: Desarrollo de un software para el diseño asistido de ejes sometidos a cargas estáticas y dinámicas



(Ortiz Cadena y Marroquin Cifuentes, 2016, Madrid - España) en su tesis titulada DESARROLLO DE SOFTWARE PARA EL CÁLCULO Y SELECCIÓN DE POLEAS TRAPEZOIDALES PARA CORREAS DE ALTA CAPACIDAD Y MÉTRICAS, desarrollan un programa que permite el cálculo, selección y modelamiento 3D de poleas tipo trapezoidal de alta capacidad y métricas, basado en la norma BS 3790 e ISO 4184.

Figura 6

Interfaz gráfica del software desarrollado en la tesis: Desarrollo de software para el cálculo y selección de poleas trapezoidales para correas de alta capacidad y métricas

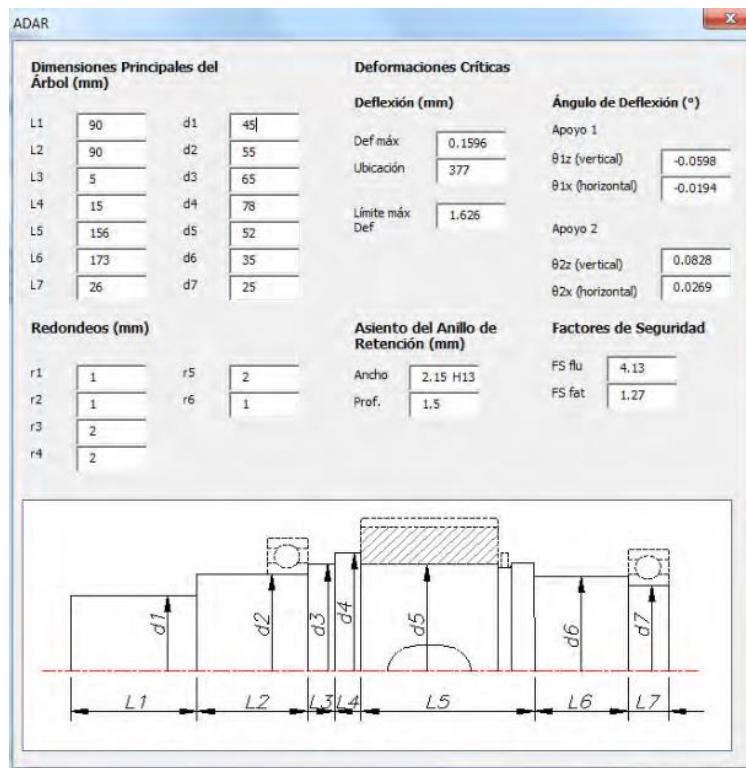
(N.F. Timerbaev, A.R. Sadrdinov y R.G. Safin, 2017, Kazán - Rusia) en su paper titulado SOFTWARE SYSTEMS APPLICATION FOR SHAFT STRENGTH ANALYSIS IN MECHANICAL ENGINEERING, desarrollan un programa que permite el diseño de ejes de transmisión de potencia bajo un enfoque estático, dinámico y de rigidez de manera numérica.

(López Ochoa, 2018, Lima - Perú) en su tesis titulada DESARROLLO DE UN ALGORITMO PARA EL DISEÑO DE ÁRBOLES EN CAJAS REDUCTORAS DE VELOCIDAD CON ENGRANAJES CILÍNDRICOS Y EJES HORIZONTALES PARALELOS CONSIDERANDO RESISTENCIA A LA FLUENCIA, RESISTENCIA A LA FATIGA Y DEFLEXIONES, desarrolla un programa que permite el diseño de ejes de transmisión de potencia

bajo un enfoque estático, dinámico y de rigidez, destinados a cajas reductoras de velocidad con engranajes cilíndricos y ejes horizontales paralelos.

Figura 7

Interfaz gráfica del software desarrollado en la tesis: Desarrollo de un algoritmo para el diseño de árboles en cajas reductoras de velocidad con engranajes cilíndricos y ejes horizontales paralelos considerando resistencia a la fluencia, resistencia a la fatiga y deflexiones

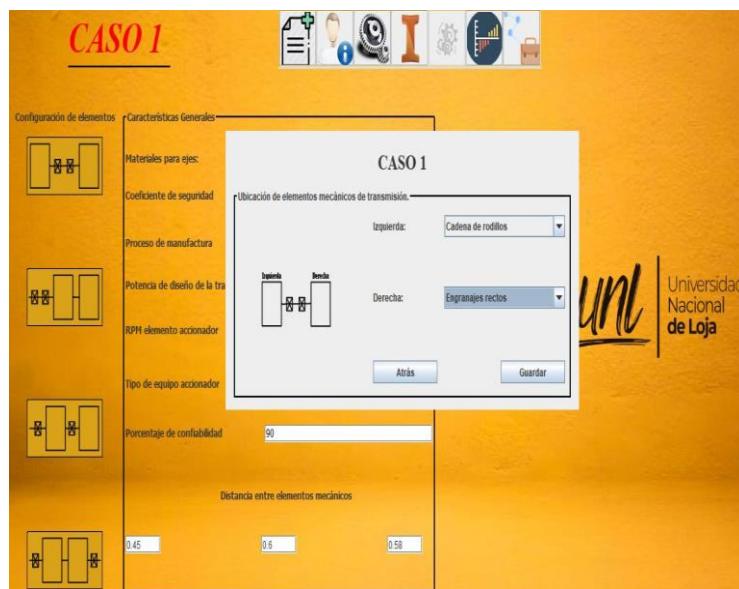


(Gonzalez Garcia, 2019, Sevilla - España) en su tesis titulada **HERRAMIENTA PARA EL DISEÑO Y CÁLCULO DE SISTEMAS DE TRANSMISIÓN POR ENGRANAJES CILÍNDRICOS DE DIENTES RECTOS Y EJES PARALELOS**, desarrolla un programa que permite el diseño, cálculo y selección de los elementos mecánicos que constituyen un sistema de transmisión por engranajes cilíndricos de dientes rectos y ejes paralelos. Dichos elementos los constituyen los ejes de transmisión de potencia, engranajes y rodamientos.

(Rivera Estupiñan, 2020, Loja - Ecuador) en su tesis titulada DISEÑO Y DESARROLLO DE UNA HERRAMIENTA COMPUTACIONAL PARA EL CÁLCULO DEL DIÁMETRO MÍNIMO DE EJES DE TRANSMISIÓN, BAJO LA ACCIÓN DE CARGAS CÍCLICAS, desarrolla un programa que permite el diseño de ejes de transmisión de potencia bajo un enfoque estático, dinámico y de rigidez, considerando además, a otros componentes que intervienen en la transmisión de potencia mediante bandas, cadenas de rodillo y engranajes rectos.

Figura 8

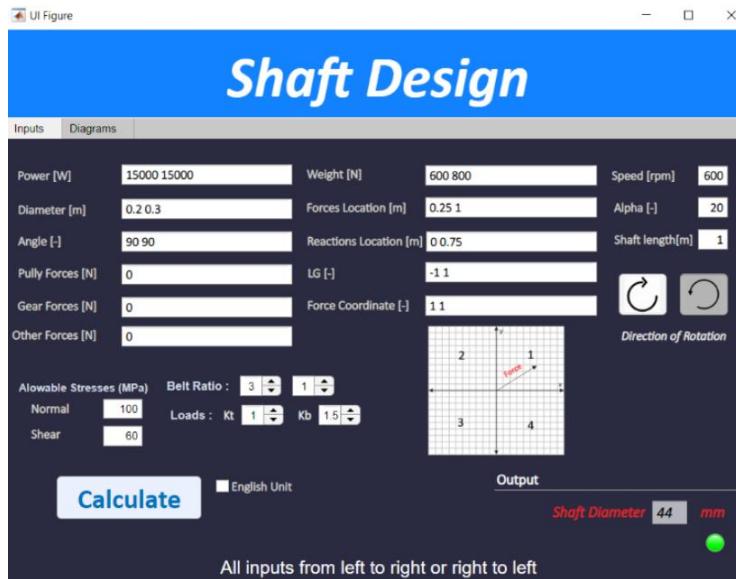
Interfaz gráfica del software desarrollado en la tesis: Diseño y desarrollo de una herramienta computacional para el cálculo del diámetro mínimo de ejes de transmisión, bajo la acción de cargas cíclicas



(M. Helal, H. Alghtani, F. Felemban, A. Alharthi, E. Fathallah, A. Elsherbiny y H. Eleashy, 2021, Makkah – Arabia Saudita) en su paper titulado A NEW MODEL FOR SHAFT DESIGN OF ENGINE USING MATLAB-GUI, desarrollan un programa que permite el diseño de ejes de transmisión de potencia bajo un enfoque estático y dinámico, considerando para ello únicamente la presencia de dos apoyos.

Figura 9

Interfaz gráfica del software desarrollado en el paper: A new model for shaft design of engine using Matlab-GUI



2.2 Estado del arte

Los aspectos más relevantes de los trabajos de investigación citados en los antecedentes, se resumen en la siguiente tabla:

Tabla 1

Principales contribuciones y limitaciones de los antecedentes del proyecto de investigación

Investigación	Contribuciones y limitaciones
• Sanchez Sanchez, 2003, Salamanca	Cuenta con una biblioteca de materiales para ejes, pero está limitada a analizar ejes con dos y tres apoyos.
• D.A. Fadare y O.Y. Akanbi, 2010, Ibadan - Nigeria	Considera criterios de diseño como la rigidez torsional y lateral, pero es de acceso limitado.

-
- Mata Aroco, 2011, Madrid - España Permite la selección del sistema de unidades, pero está limitada a analizar ejes con dos apoyos.
 - A.A. Adukenle, S.B. Adejuyigbe y Cuenta con una biblioteca de materiales para ejes y O.T. Arulogun, 2012, Oyo State - permite el cálculo de estos con diámetros variables, Nigeria pero es de acceso limitado.
 - Soto Jaimes, 2015, Lima - Perú Enfocado al diseño de ejes para cajas reductoras, pero está limitada a analizar solo cuatro configuraciones.
 - Regalado Gonzales, 2015, Madrid - Permite el guardado de los archivos, pero varios de los España factores deben ser ingresados manualmente.
 - Buelvas Hernandez, Olier Arroyo y Emplea un enfoque estocástico, lo cual incrementa el Carazo Tordecilla, 2016, Cartagena - realismo en el análisis de ejes, sin embargo, la propuesta Colombia no cuenta con una interfaz gráfica.
 - Martínez Sarmiento, 2016, Quito - Permite el modelado CAD del eje calculado, pero está Ecuador limitada a analizar ejes con dos apoyos.
 - Ortiz Cadena y Marroquin Permite el modelado CAD de la correa calculada, pero Cifuentes, 2016, Madrid - España no considera el desnivel entre los componentes.
 - N.F. Timerbaev, A.R. Sadrtdinov y Permite el cálculo de ejes con diámetros variables, pero R.G. Safin, 2017, Kazán - Rusia es de acceso limitado.
 - López Ochoa, 2018, Lima - Perú Enfocado al diseño de ejes para cajas reductoras, pero está limitada a analizar ejes con dos apoyos.
 - Gonzalez Garcia, 2019, Sevilla - Cuenta con una biblioteca de materiales, pero esta España limitada a analizar ejes con dos apoyos.
-

-
- Rivera Estupiñan, 2020, Loja - Permite el modelado CAD del eje calculado, pero está Ecuador limitada a analizar solo cuatro configuraciones.
 - M. Helal, H. Alghtani, F. Felemban, Permite la selección del sistema de unidades y definir la A. Alharthi, E. Fathallah, A. dirección bajo la cual actuaran las fuerzas sobre el eje Elsherbiny y H. Eleashy, 2021, de transmisión de potencia, pero está limitada a analizar Makkah – Arabia Saudita ejes con dos apoyos.
-

2.3 Marco conceptual

2.3.1 Correas planas

Las bandas planas se fabrican con uretano y también con tela impregnada con caucho reforzado con alambre de acero o cuerdas de nylon para soportar la carga de tensión. Una o ambas superficies pueden tener un recubrimiento superficial para reducir la fricción. Las bandas planas son silenciosas, son eficientes a altas velocidades y pueden transmitir enormes cantidades de potencia a grandes distancias entre los centros. Por lo general, dichas bandas se compran por laminación y corte y los extremos se unen mediante juegos de accesorios especiales que proporcionan los fabricantes. Para formar un sistema de banda de transportación, por lo general se utilizan dos o más bandas planas que trabajan una a lado de la otra, en lugar de una sola banda ancha (Budynas R. G., 2021).

2.3.2 Correas en V

Una banda en V está hecha de tela y cuerda, por lo general de algodón, rayón o nylon e impregnada de goma. En contraste con las bandas planas, las bandas en V se utilizan con gavillas similares y a distancias de centro a centro más cortas. Las bandas en V son ligeramente menos

eficientes que las bandas planas, pero un gran número de estas pueden utilizarse con una sola gavilla para formar, de esta forma, un accionador múltiple. Las bandas en V están hechas solo en ciertas longitudes y no tienen uniones (Budynas R. G., 2021).

2.3.3 Cadenas de rodillos

Las transmisiones por cadena generalmente se emplean para velocidades bajas a moderadas, transmisión de par alto y aplicaciones en las que se deben mantener relaciones de velocidad precisas. La cadena de rodillos es el tipo de cadena más popular, en la que los rodillos de cada pasador giran durante sus contactos con los dientes de las ruedas dentadas y proporcionan una baja fricción entre la cadena y las ruedas dentadas y, como resultado, una alta eficiencia de transmisión (Yaghoubi y Tavakoli, 2022).

2.3.4 Engranajes

Los engranajes son ruedas dentadas que se utilizan ampliamente para la transmisión de potencia y movimiento entre ejes giratorios. En comparación con otros medios de transmisión de potencia mecánica, como las transmisiones por correa y por cadena, las transmisiones por engranajes poseen ventajas que incluyen alta eficiencia, confiabilidad y durabilidad, diseño compacto, relación de transmisión uniforme, sincronización precisa y transmisión de una amplia gama de velocidades y relaciones de velocidad. No obstante, los costes de fabricación de los engranajes suelen ser más elevados que los de las cadenas y correas (Yaghoubi y Tavakoli, 2022).

2.3.5 Ejes de transmisión de potencia

Un eje es un elemento importante de la máquina que transmite potencia y/o movimiento de rotación. Componentes como engranajes, poleas, volantes, manivelas, ruedas dentadas y

acoplamientos están montados o unidos a estos para realizar las transmisiones de potencia. Los ejes son en su mayoría cilíndricos (macizos o huecos), suelen ser elementos giratorios y están unidos a un marco o carcasa fijo mediante soporte de cojinetes (llamados ejes de transmisión). Estos ejes suelen ser escalonados y soportan momentos tanto de flexión como de torsión (Yaghoubi y Tavakoli, 2022).

2.3.6 *Modelo de viga de Euler-Bernoulli*

La ecuación diferencial que gobierna el comportamiento elemental lineal-elástico de una viga de Euler-Bernoulli, se basa en que las secciones transversales planas y perpendiculares al eje centroidal y longitudinal de la viga, permanecerán así incluso después de que se produzca la flexión. En la práctica, esto ocurre sólo cuando existe un par puro o un momento constante en la viga, sin embargo, es una suposición razonable que produce ecuaciones que predicen con bastante precisión el comportamiento de la mayoría de las vigas.

$$EI \frac{d^4v}{dx^4} = 0 \quad (1)$$

2.3.7 *Modelo de viga de Timoshenko*

La matriz de ecuaciones que gobierna el comportamiento elemental lineal-elástico de una viga de Timoshenko, se basa en que las secciones transversales planas y perpendiculares al eje centroidal y longitudinal de la viga, no permanecerán así después de que se produzca la flexión. Esto ocurre debido al efecto de rotación generado por las fuerzas cortantes, el cual era ignorado en el modelo de Euler-Bernoulli.

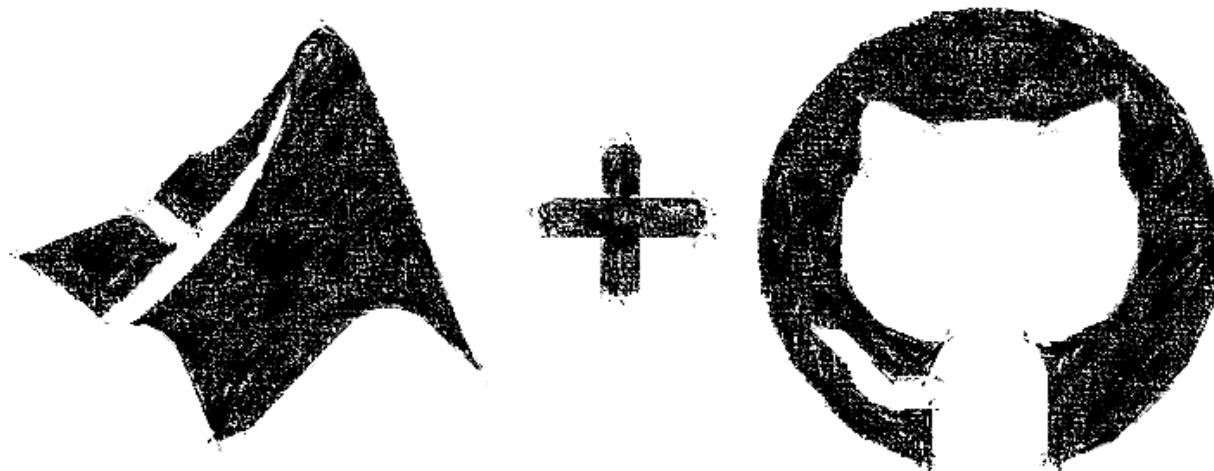
$$\begin{bmatrix} F_1 \\ M_1 \\ F_2 \\ M_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 12 & 6L & -12 & 6L \\ 6L & (4+\varphi)L^2 & -6L & (2-\varphi)L^2 \\ -12 & -6L & 12 & -6L \\ 6L & (2-\varphi)L^2 & -6L & (4+\varphi)L^2 \end{bmatrix} x \begin{bmatrix} \delta_1 \\ \theta_1 \\ \delta_2 \\ \theta_2 \end{bmatrix} \quad (2)$$

2.3.8 Entorno de desarrollo integrado de MATLAB

App Designer es un entorno de desarrollo interactivo para diseñar una aplicación y programar su comportamiento. Proporciona una versión totalmente integrada del editor de MATLAB® y un gran conjunto de componentes interactivos de la IU. Su integración con GitHub permite compartir las aplicaciones desarrolladas de manera gratuita y con los requerimientos mínimos para su uso.

Figura 10

Integración entre Matlab y GitHub



3. CAPÍTULO III: DESARROLLO DE LOS ALGORITMOS

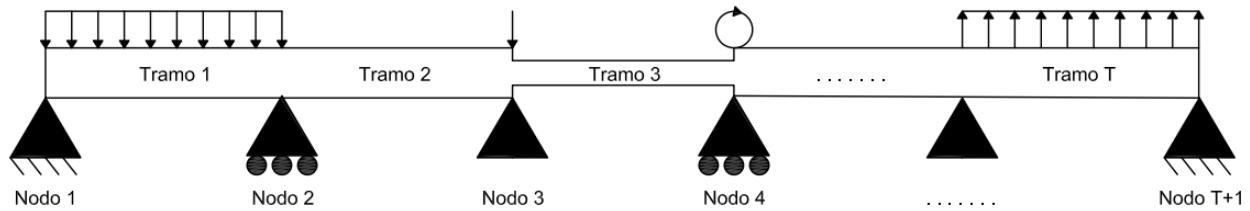
3.1 Conceptos establecidos

3.1.1 Nodos y tramos

Los nodos se establecen bajo la presencia de un apoyo, una carga, un cambio en la sección geométrica del eje y un cambio en el material que lo compone. Así mismo, los extremos inicial y final de un eje en su totalidad, se consideran también nodos.

Figura 11

Representación esquemática de un eje de transmisión de potencia bajo distintas condiciones



Por otra parte, un tramo está delimitado por dos nodos, por lo que es posible definir el número de tramos a partir del número de nodos bajo la siguiente relación:

$$T = N - 1 \quad (3)$$

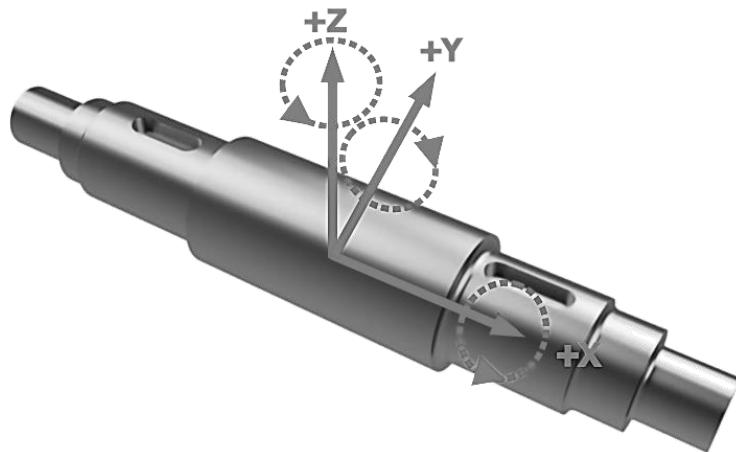
Los nodos que unen a los tramos, es decir, todos menos los nodos de los extremos, se consideran como uno solo, esto se traduce en que, dos tramos vecinos comparten un mismo nodo.

3.1.2 Marco de referencia

El marco de referencia establecido, presenta a sus ejes X, Y y Z positivos tal y como se muestra en la Figura 12, por lo que, tanto las fuerzas y momentos que presenten dicha dirección se consideraran como positivos. Para el caso de los momentos, el sentido de rotación del mismo, se obtiene aplicando la regla de la mano derecha.

Figura 12

Sistema de coordenadas establecido para el análisis de ejes de transmisión de potencia



3.1.3 Cargas

Se plantea trabajar con 3 tipos de cargas, las cuales presentan comportamientos físicos distintos y que, por otra parte, son las más utilizados en el análisis de ejes. La Tabla 2 muestra dichas cargas junto con su representación matemática y las direcciones en las que estas actúan.

Tabla 2

Tipos de carga de trabajo y sus respectivas direcciones y representaciones

Tipo de carga	Representación gráfica	Representación matemática
Fuerza puntual que actúa en X, Y y Z	A horizontal line segment labeled 'a' has a vertical arrow pointing downwards at its right end, labeled 'P'. This represents a point load of magnitude P at position a along the X-axis.	$V(x) = -F_N$
Fuerza distribuida que actúa en Y y Z	A horizontal line segment labeled 'a' has five vertical arrows pointing downwards evenly spaced along its length. This represents a uniformly distributed load of magnitude w over a length a.	$V(x) = -w_T(x - x_N)$
Momento puntual que actúa en X, Y y Z	A horizontal line segment labeled 'a' has a curved arrow at its right end, labeled 'M', indicating a clockwise moment about that point.	$M(x) = M_N$

3.1.4 Apoyos

Se establece trabajar con 3 tipos de apoyos, los cuales presentan comportamientos físicos distintos y que, por otra parte, son los más utilizados en el análisis de ejes. La Tabla 3 muestra dichos comportamientos físicos en relación a las reacciones y desplazamientos.

Tabla 3

Tipos de apoyos y sus respectivos comportamientos físicos en función de la dirección

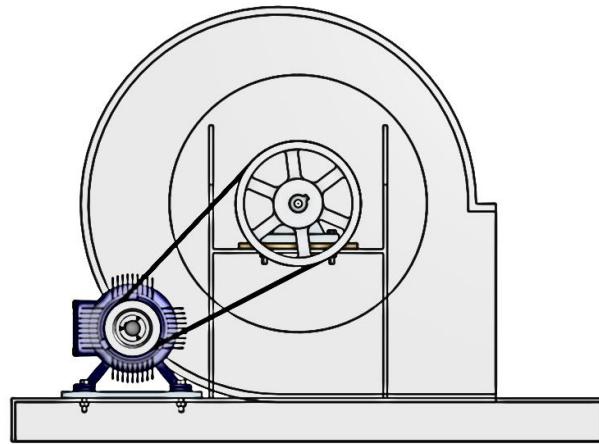
	Apoyo Simple	Apoyo Elástico	Apoyo Fijo
Reacción de fuerza en Z	SI	SI	SI
Reacción de fuerza en Y	SI	SI	SI
Reacción de fuerza en X	NO	SI	SI
Reacción de momento en Z	NO	NO	SI
Reacción de momento en Y	NO	NO	SI
Reacción de momento en X	NO	NO	SI
Desplazamiento lineal en Z	NO	NO	NO
Desplazamiento lineal en Y	NO	NO	NO
Desplazamiento lineal en X	SI	NO	NO
Desplazamiento angular en Z	SI	SI	NO
Desplazamiento angular en Y	SI	SI	NO
Desplazamiento angular en X	SI	SI	NO

3.1.5 Magnitud de las fuerzas en relación al sentido de giro y posición del eje

En general, la trasmisión de potencia hacia el eje se dará de manera indirecta, es decir, por medio de corras o cadenas, por lo que podría presentarse la siguiente situación:

Figura 13

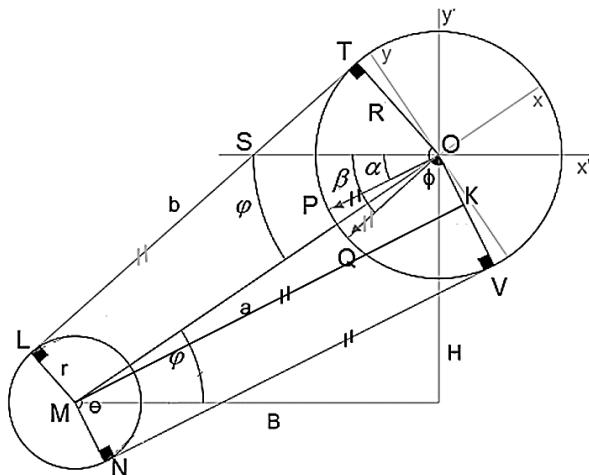
Configuración típica de un sistema de transmisión de potencia



En este caso, para efectos de un análisis más preciso, las fuerzas que actúan en el eje producto de la transmisión de potencia, deben de descomponerse en ejes alineados en las direcciones paralela y perpendicular a la gravedad. El siguiente diagrama representa dicha configuración:

Figura 14

Análisis de la descomposición de fuerzas en transmisiones de potencia flexibles



El ángulo φ representa el desfase entre los sistemas de coordenadas xy y $x'y'$. Los ángulos de descomposición α y β se calculan mediante el siguiente procedimiento.

De la gráfica y específicamente del triángulo MKO:

$$\phi = \frac{|\angle TOV|}{2} = |\angle MOT| = \arccos\left(\frac{R-r}{a}\right) \quad (4)$$

Por otra parte,

$$|\angle SOT| = |\angle MOT| - |\angle MOS| = \phi - \varphi \quad (5)$$

Así mismo,

$$\beta = |\angle QOT| - |\angle SOT| = 90^\circ - (\phi - \varphi) = \varphi - \phi + 90^\circ \quad (6)$$

Finalmente,

$$\alpha = |\angle TOV| - |\angle SOT| - |\angle POV| = 2\phi - (\phi - \varphi) - 90^\circ = \varphi + \phi - 90^\circ = 2\varphi - \beta \quad (7)$$

Considerando dichos ángulos, las fuerzas en el nuevo sistema se calcularán dependiendo del sentido de rotación del eje, el cual, a su vez depende del sentido de rotación del motor:

Si el motor gira en sentido anti horario:

$$\begin{aligned} F_{x'} &= F_{\max} \cos(\beta) + F_{\min} \cos(\alpha) \\ F_{y'} &= F_{\max} \sin(\beta) + F_{\min} \sin(\alpha) \end{aligned} \quad (8)$$

Si el motor gira en sentido horario:

$$\begin{aligned} F_{x'} &= F_{\min} \cos(\beta) + F_{\max} \cos(\alpha) \\ F_{y'} &= F_{\min} \sin(\beta) + F_{\max} \sin(\alpha) \end{aligned} \quad (9)$$

En ambos casos, los valores de F_{\max} y F_{\min} dependen de los valores de las tensiones que se presenten en las correas y cadenas.

3.2 Secuencia de cálculo para el cálculo de factores provenientes de gráficos

En el proceso de cálculo de los componentes de transmisión de potencia, resulta indispensable hacer uso de parámetros numéricos exclusivos de cada uno de estos componentes, que, por lo general se presentan y determinan mediante gráficos y tablas. Mediante el

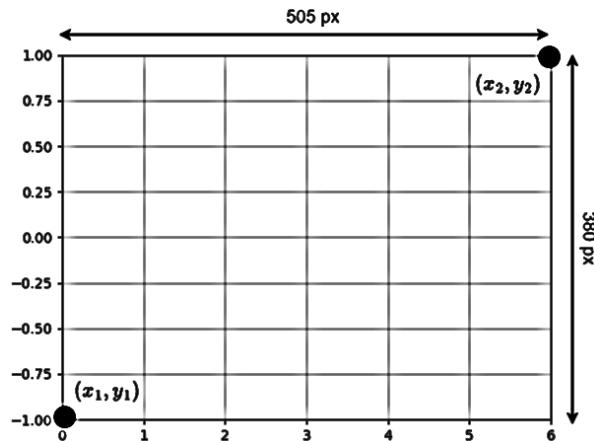
procesamiento de imágenes, se pueden extraer los datos de las gráficas para tabularlos y posteriormente, mediante interpolaciones, conseguir el parámetro numérico deseado.

Para un mayor entendimiento sobre este procedimiento, el cual resulta crucial para los fines del presente proyecto de investigación, se detallarán los pasos antes mencionados, empezando por el procesamiento de imágenes.

La Figura 15 muestra una cuadricula y dos puntos ubicados en las esquinas de dicha cuadricula. Se puede apreciar que ambos puntos presentan valores distintos, dependiendo del sistema de referencia que se elija, es decir que, para esta imagen en particular, (x_2, y_2) podría valer $(6,1)$ o $(505, 380)$.

Figura 15

Gráfica bidimensional con sistemas de coordenadas yuxtapuestos



Independientemente de las escalas y valores que presenten ambos sistemas, se puede determinar el equivalente de ambos, mediante una interpolación lineal simple tomando como base a los valores de los pares coordenados (x_1, y_1) y (x_2, y_2) , correspondientes a ambos sistemas. Es así que, para cualquier gráfica, los valores de un punto (x_n, y_n) correspondientes a uno de los sistemas en relación al otro, se pueden calcular mediante las siguientes expresiones:

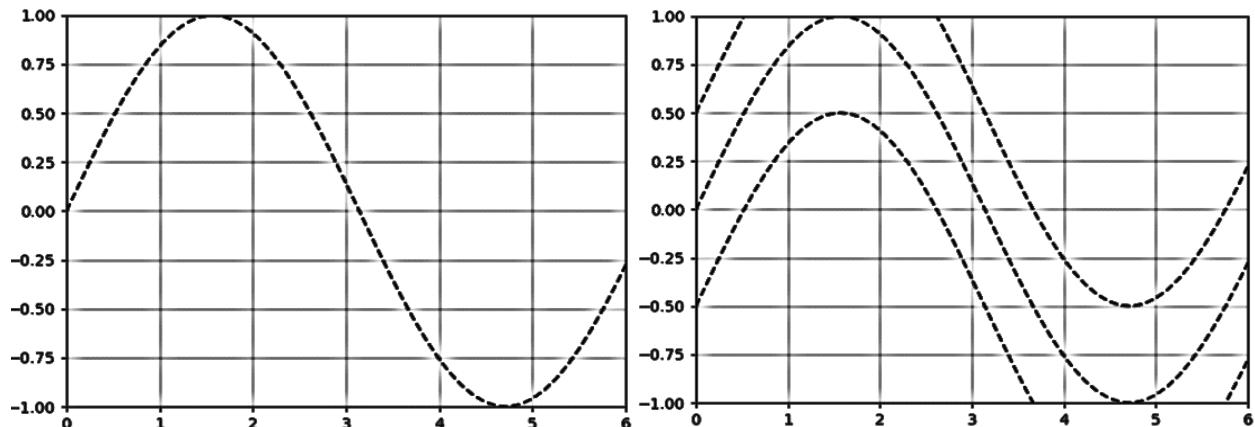
$$x_{n_{a,b}} = \frac{x_{n_{b,a}} - x_{l_{b,a}}}{x_{2_{b,a}} - x_{l_{b,a}}} (x_{2_{a,b}} - x_{l_{a,b}}) + x_{l_{a,b}} \quad (10)$$

$$y_{n_{a,b}} = \frac{y_{n_{b,a}} - y_{l_{b,a}}}{y_{2_{b,a}} - y_{l_{b,a}}} (y_{2_{a,b}} - y_{l_{a,b}}) + y_{l_{a,b}} \quad (11)$$

Una vez obtenidos los valores deseados, se los puede tabular en tablas con dimensiones que dependen del tipo de grafica procesada. Para el presente proyecto, la Figura 16 representa a los dos tipos de graficas que se han procesado:

Figura 16

Función unidimensional (izquierda) y función bidimensional (derecha)



Dependiendo del tipo de gráfica, la obtención de nuevos valores a partir de los ya tabulados, se realizará mediante una interpolación unidimensional o bidimensional. Para las gráficas representadas mediante la función $y = f(x)$ se usa la interpolación unidimensional, y para las gráficas representadas mediante la función $z = f(x, y)$ se utiliza la interpolación bidimensional.

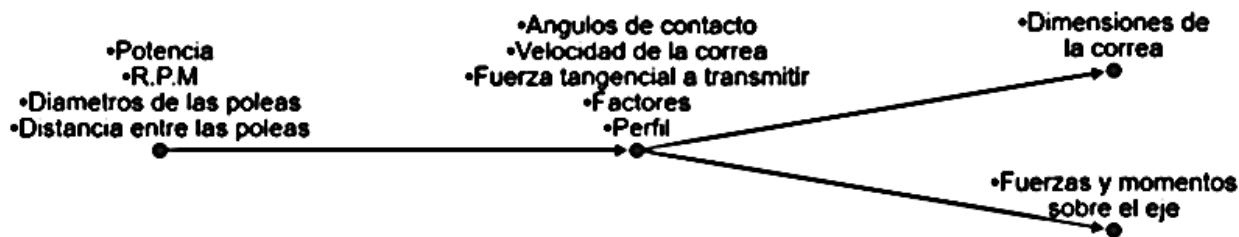
3.3 Modelo matemático para el cálculo de correas planas

Se analizan bajo la metodología desarrollada por la empresa Forbo, la cual, mediante datos de entrada conocidos como la potencia y revoluciones del motor, los diámetros de las poleas y la

distancia entre las mismas, permite calcular las dimensiones del tipo de correa elegida junto con las fuerzas que se transmitirán al eje de transmisión de potencia.

Figura 17

Secuencia de cálculo de correas planas

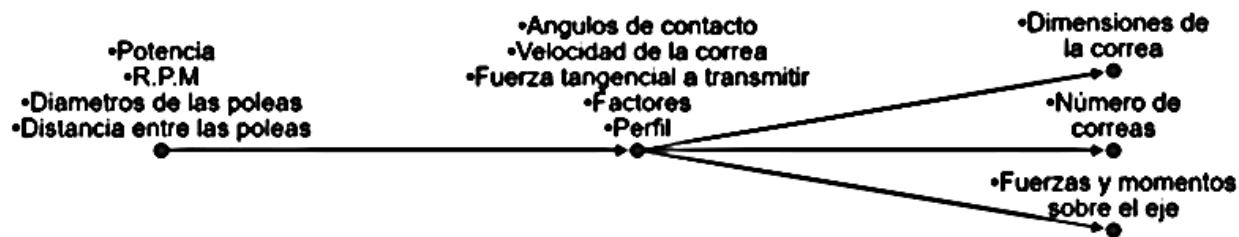


3.4 Modelo matemático para el cálculo de correas en V

Se analizan bajo la metodología desarrollada por la empresa Optibelt, la cual, mediante datos de entrada conocidos como la potencia y revoluciones del motor, los diámetros de las poleas y la distancia entre las mismas, permite calcular el número de correas a emplear, las dimensiones del tipo de correa elegida junto con las fuerzas que se transmitirán al eje de transmisión de potencia.

Figura 18

Secuencia de cálculo de correas en V



3.5 Modelo matemático para el cálculo de cadenas de rodillos

Se analizan bajo la metodología desarrollada por la empresa Renold, la cual, mediante datos de entrada conocidos como la potencia y revoluciones del motor, el número de dientes de

los sprokets y la distancia entre los mismos, permite calcular el número de cadenas a emplear, las dimensiones del tipo de cadena elegida junto con las fuerzas que se transmitirán al eje de transmisión de potencia.

Figura 19

Secuencia de cálculo de cadenas de rodillos



3.6 Modelo matemático para el cálculo de engranajes

A diferencia de los componentes anteriores, el cálculo de engranajes está basado en la norma ANSI / AGMA 2101-D04. Bajo esta normativa, se definen cuatro tipos de fallas, de las cuales las más importantes son la falla por picadura y la falla por flexión.

Tabla 4

Ecuaciones de diseño según el tipo de falla bajo la norma ANSI / AGMA 2101-D04

	Falla por picadura	Falla por flexión
Esfuerzo	$\sigma_h = Z_e \sqrt{\frac{F_t K_o K_v K_s K_h Z_r}{d_{w1} b Z_i}}$	$\sigma_f = \frac{F_t K_o K_v K_s K_h K_b}{b m_t Y_j}$
Esfuerzo admisible	$\sigma_{ha} = \frac{\sigma_{hp} Z_n Z_w}{S_h Y_\theta Y_z}$	$\sigma_{fa} = \frac{\sigma_{fp} Y_n}{S_f Y_\theta Y_z}$
Potencia	$P_{az} = \frac{\pi \omega_1 b Z_i}{6 \cdot 10^7 K_o K_v K_s K_h Z_r} \left(\frac{d_{w1} \sigma_{hp} Z_n Z_w}{Z_e S_h Y_\theta Y_z} \right)^2$	$P_{ay} = \frac{\pi \omega_1 d_{w1} b m_t Y_j \sigma_{fp} Y_n}{6 \cdot 10^7 K_o K_v K_s K_h K_b S_f Y_\theta Y_z}$

Estas fórmulas se aplican a cada uno de los engranajes involucrados, ya que, en la mayoría de casos, estos no son idénticos. Por otra parte, para un adecuado diseño debe de verificarse que

el esfuerzo calculado sea menor al esfuerzo admisible correspondiente, y que la potencia calculada sea mayor a la que se pretende transmitir.

3.7 Modelo matemático para el cálculo de ejes de transmisión de potencia

3.7.1 *Modelo de Euler y Bernoulli*

Se ha desarrollado en base a ecuaciones analíticas, las cuales permiten calcular las reacciones y desplazamientos que se presentan en los tres ejes coordenados, siempre y cuando estén sujetas a las condiciones y al planteamiento apropiado.

Ahora bien, teniendo en cuenta solo a las fuerzas cortantes y momentos flexionantes, se pueden establecer las siguientes ecuaciones (método de la integración consecutiva) que corresponden a cada uno de los tramos que componen al eje.

Tabla 5

Ecuaciones simbólicas de cortantes, momentos, pendientes y deflexiones del eje de transmisión

Ecuación	Aplicativa: para $k = 1 \rightarrow T$ donde T es el número de tramos del eje
Cortantes	$V_i(x) = -\sum_{i=1}^k F_i - w_i(x - x_i) - \sum_{i=1}^k w_{i-1}(x_i - x_{i-1})$
Momentos	$M_i(x) = -x \sum_{i=1}^k F_i - \frac{1}{2} w_i(x - x_i)^2 - x \sum_{i=1}^k w_{i-1}(x_i - x_{i-1}) + C_{1_i} + M_i$
Pendientes	$E_i I_i \theta_i(x) = -\frac{x^2}{2} \sum_{i=1}^k F_i - \frac{1}{6} w_i(x - x_i)^3 - \frac{x^2}{2} \sum_{i=1}^k w_{i-1}(x_i - x_{i-1}) + C_{1_i} x + M_i x + C_{2_i}$
Deflexiones	$E_i I_i y_i(x) = -\frac{x^3}{6} \sum_{i=1}^k F_i - \frac{1}{24} w_i(x - x_i)^4 - \frac{x^3}{6} \sum_{i=1}^k w_{i-1}(x_i - x_{i-1}) + \frac{C_{1_i} x^2}{2} + \frac{M_i x^2}{2} + C_{2_i} x + C_{3_i}$

Las ecuaciones de cortantes se plantean a partir de las fuerzas cortantes que actúan en el eje de transmisión, es decir, de las fuerzas puntuales y distribuidas que estén presentes. Al integrar estas ecuaciones y considerando a los momentos puntuales, se establecen las ecuaciones de momentos mediante la siguiente secuencia de cálculo:

Tabla 6

Algoritmo de cálculo de la variable C_{l_T}

Tramo	Cortantes	Momentos	Sustitución	Resultados
$x_1 \rightarrow x_2$	$V_1(x) = \int w_1(x)$	$M_0(x_1) = \int V_1(x) + C_{l_1} + M_1$ $M_1(x) = \int V_1(x) + C_{l_1} + M_1$	$x = x_1$ $x = x_2$	C_{l_1} $M_1(x_2)$
$x_2 \rightarrow x_3$	$V_2(x) = \int w_2(x)$	$M_1(x_2) = \int V_2(x) + C_{l_2} + M_2$ $M_2(x) = \int V_2(x) + C_{l_2} + M_2$	$x = x_2$ $x = x_3$	C_{l_2} $M_2(x_3)$
\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots
$x_T \rightarrow x_{T+1}$	$V_T(x) = \int w_T(x)$	$M_{T-1}(x_T) = \int V_T(x) + C_{l_T} + M_T$ $M_T(x) = \int V_T(x) + C_{l_T} + M_T$	$x = x_T$ $x = x_{T+1}$	C_{l_T} $M_T(x_{T+1})$

Durante este procedimiento, se advierte que el valor de la variable C_{l_T} no representa a una incógnita que deba de ser calculada, dado que queda definida mediante la siguiente ecuación:

$$C_{l_T} = M_{T-1}(x_T) - \int V_T(x_T) - M_T \quad (12)$$

A partir de las ecuaciones de momentos, se generan las ecuaciones de pendientes y deflexiones mediante la integración consecutiva de dichas ecuaciones, considerando para ello, a las propiedades referidas al módulo de elasticidad y momento de inercia de cada tramo del eje.

En este punto, teniendo en cuenta el comportamiento físico de los apoyos junto con las ecuaciones de pendientes y deflexiones previamente descritas, es posible determinar el número total de incógnitas a calcular, mediante la siguiente ecuación:

$$\text{Número total de incognitas: } 4T + 2AS + 3AE + 6AF \quad (13)$$

En consecuencia, es necesario establecer un sistema de ecuaciones de dimensión igual al número total de incógnitas a calcular. Tal sistema se conforma a partir de las condiciones de frontera y de las del equilibrio estático, y es el siguiente:

Tabla 7

Sistema de ecuaciones analíticas para el cálculo general de ejes de transmisión de potencia

Condicion	Ecuación	Número de ecuaciones
$\delta_x = 0$	$\sum_{i=1}^T \frac{F_{x_i}(x_{i+1} - x_i)}{E_i A_i} = 0$	$AE + AF - 1$
$\delta_y = 0$	$y_{(x)_T} = 0$	$AS + AE + AF$
$\delta_z = 0$	$z_{(x)_T} = 0$	$AS + AE + AF$
$\theta_x = 0$	$\sum_{i=1}^T \frac{M_{x_i}(x_{i+1} - x_i)}{J_i G_i} = 0$	$AF - 1$
$\theta_y = 0$	$\alpha_{(x)_T} = 0$	AF
$\theta_z = 0$	$\beta_{(x)_T} = 0$	AF
$\delta_{T_2} = \delta_{T+1_1}$	$y_{(x_2)_T} = y_{(x_1)_{T+1}}$ $z_{(x_2)_T} = z_{(x_1)_{T+1}}$	$T - 1$ $T - 1$
$\theta_{T_2} = \theta_{T+1_1}$	$\alpha_{(x_2)_T} = \alpha_{(x_1)_{T+1}}$ $\beta_{(x_2)_T} = \beta_{(x_1)_{T+1}}$	$T - 1$ $T - 1$
$\sum F_x = 0$	$\sum_{i=1}^T F_{x_i} = 0$	1
$\sum F_y = 0$	$\sum_{i=1}^{T+1} F_{y_i} + \sum_{i=1}^T w_{y_i}(x_{i+1} - x_i) = 0$	1
$\sum F_z = 0$	$\sum_{i=1}^{T+1} F_{z_i} + \sum_{i=1}^T w_{z_i}(x_{i+1} - x_i) = 0$	1
$\sum M_x = 0$	$\sum_{i=1}^T M_{x_i} = 0$	1
$\sum M_y = 0$	$\sum_{i=1}^{T+1} M_{y_i} + \sum_{i=1}^T x_{i+1} F_{y_{i+1}} + \sum_{i=1}^T \frac{w_{y_i}(x_{i+1} - x_i)(x_{i+1} + x_i)}{2} = 0$	1
$\sum M_z = 0$	$\sum_{i=1}^{T+1} M_{z_i} + \sum_{i=1}^T x_{i+1} F_{z_{i+1}} + \sum_{i=1}^T \frac{w_{z_i}(x_{i+1} - x_i)(x_{i+1} + x_i)}{2} = 0$	1
	Número total de ecuaciones	$4T + 2AS + 3AE + 6AF$

Dado que el número de ecuaciones que se pueden establecer es igual al número de incógnitas que se deben de calcular, se infiere que, sin importar el tipo o la cantidad de apoyos y

cargas presentes, siempre será posible calcular todas las reacciones y desplazamientos a los que se encuentre sometido un eje de transmisión de potencia, bajo el modelo de Euler y Bernoulli.

3.7.2 *Modelo de Timoshenko*

Se ha desarrollado en base a la teoría de los elementos finitos, la cual permite calcular las reacciones y desplazamientos que actúan en los tres ejes coordenados, siempre y cuando estas estén sujetas a las condiciones y al planteamiento apropiado.

En este caso, a diferencia del modelo de análisis de Euler y Bernoulli, se pueden establecer de manera directa, los siguientes sistemas de ecuaciones matriciales que corresponden a cada uno de los elementos que componen al eje de transmisión de potencia.

Tabla 8

Matrices numéricas para el cálculo general de ejes de transmisión de potencia

Matriz de f y m	Matriz de rigidez local k	Matriz de δ y θ
$\begin{bmatrix} F_{1x} \\ F_{2x} \\ \vdots \end{bmatrix}$	$\frac{AE}{L} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} \delta_{1x} \\ \delta_{2x} \\ \vdots \end{bmatrix}$
$\begin{bmatrix} M_{1x} \\ M_{2x} \\ \vdots \end{bmatrix}$	$\frac{JG}{L} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} \theta_{1x} \\ \theta_{2x} \\ \vdots \end{bmatrix}$
$\begin{bmatrix} F_1 \\ M_1 \\ F_2 \\ M_2 \\ \vdots \end{bmatrix}$	$\frac{EI}{L^3(1+\varphi)} \begin{bmatrix} 12 & 6L & -12 & 6L \\ 6L & (4+\varphi)L^2 & -6L & (2-\varphi)L^2 \\ -12 & -6L & 12 & -6L \\ 6L & (2-\varphi)L^2 & -6L & (4+\varphi)L^2 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} \delta_1 \\ \theta_1 \\ \delta_2 \\ \theta_2 \\ \vdots \end{bmatrix}$

La solución global que contiene a las reacciones y desplazamientos a los que está sometido el eje de transmisión de potencia, se obtiene estableciendo la matriz global de rigidez, para

posteriormente aplicar la siguiente ecuación junto con las condiciones de frontera correspondientes a cada uno de los apoyos que presenta el eje:

$$[F] = [K][d] \quad (14)$$

De los términos que componen a los sistemas de ecuaciones matriciales para el modelo de análisis bajo la teoría de Timoshenko, se advierte la presencia de uno desconocido representado mediante el símbolo φ . Este término marca la diferencia con el modelo de análisis bajo la teoría de Euler y Bernoulli, dado que toma en cuenta la deformación transversal producto de las fuerzas cortantes que actúan en un eje de transmisión de potencia. Se computa mediante la siguiente ecuación:

$$\varphi = \frac{12EI}{K_s AGL^2} \quad (15)$$

En la ecuación anterior, al término K_s se le conoce como factor de área y presenta distintos valores según la sección geométrica que se analice. Para el caso de secciones geométricas circulares, de manera general, se puede calcular mediante la siguiente expresión:

$$K_s = \frac{6(1+\nu)(1+m^2)^2}{(7+6\nu)(1+m^2)^2 + (20+12\nu)m^2} \quad (16)$$

Donde m es la relación entre el radio menor y el radio mayor, y ν es el coeficiente de Poisson, el cual adquiere un valor equivalente a 0.3 para la mayoría de materiales, tales como el acero, a partir del cual se fabrican los ejes de transmisión de potencia por lo general.

3.7.3 Análisis estático

Para el cálculo de los esfuerzos que actúan en cualquiera de los tres ejes coordenados, resulta necesario hacer uso de las siguientes ecuaciones:

Tabla 9

Ecuaciones para el cálculo de los esfuerzos normales y transversales que actúan sobre el eje

Esfuerzos	Normales	Transversales
En X	$\sigma_x = \frac{F_x}{A}$	$\tau_x = \frac{M_x c}{J}$
En Y	$\sigma_y = \frac{M_y c}{I}$	$\tau_y = \frac{F_y Q}{It}$
En Z	$\sigma_z = \frac{M_z c}{I}$	$\tau_z = \frac{F_z Q}{It}$

Las fuerzas y momentos se calculan mediante cualquiera de los dos modelos matemáticos previamente descritos (dependiendo de la esbeltez del eje), no siendo este el caso, de las propiedades geométricas. Dichas propiedades se determinan con las siguientes expresiones:

Tabla 10

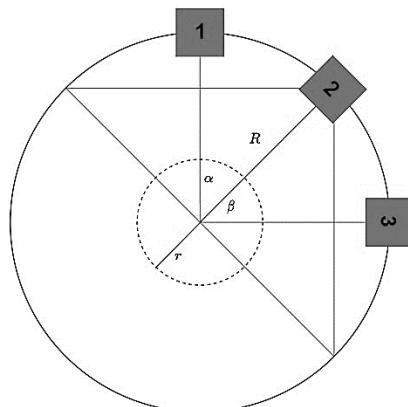
Ecuaciones para el cálculo de las propiedades geométricas del eje de transmisión de potencia

Área	Momento polar de inercia	Segundo momento de área	Primer momento de área	Espesor
$A = \pi(R^2 - r^2)$	$J = \frac{\pi(R^4 - r^4)}{2}$	$I = \frac{\pi(R^4 - r^4)}{4}$	$Q = \frac{2(R^3 - r^3) \sin^3 \alpha}{3}$	$t = 2(R - r) \sin \alpha$

Ahora bien, estas últimas ecuaciones se definen a partir de los radios del eje, y de la posición del elemento que se analice, no obstante, hasta este punto tal elemento no se ha definido.

Figura 20

Elementos a analizar en la sección transversal del eje de transmisión de potencia



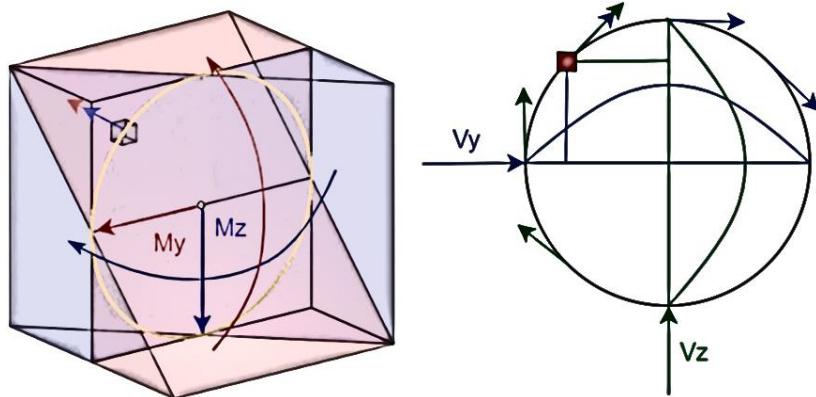
La Figura 20 representa la sección transversal de un eje hueco, junto con la ubicación de tres posibles elementos a analizar en el contorno de esta, debido a que a priori, se sabe que los esfuerzos adquieren su valor máximo en los elementos presentes en el citado contorno. Ahora bien, si solo se analizara el elemento 1, solo se considerarían los esfuerzos generados por las fuerzas y momentos que actúen en el eje Y. De manera análoga, si solo se analizara el elemento 3, solo se tendrían en cuenta a los esfuerzos generados por las fuerzas y momentos que actúen en el eje Z. Ambas situaciones serían correctas, solo en los casos en los que estén presentes dichas cargas de manera individual, es decir, que solo actúen cargas en el eje Y o en el eje Z, ya que, si estuviesen presentes ambas situaciones, al analizar cualquiera de los dos elementos mencionados, se estaría ignorando la presencia de algunas de estas cargas. Para evitar esto último, se debe analizar de manera adicional, algún elemento que esté ubicado en una posición distinta a la de los elementos uno y tres, dado que en este se podrá tomar en cuenta a las cargas que actúan en los ejes Y y Z de manera colectiva. Por lo expuesto, es necesario establecer donde estará ubicado el elemento dos, para lo cual, se tomarán las siguientes consideraciones:

- Consideración 1: A diferencia de los esfuerzos generados por las cargas que actúan en los ejes Y y Z, los esfuerzos productos de las cargas que actúan en el eje X trabajan de manera independiente, lo que significa que mantienen una magnitud constante en todo el contorno del eje, por lo que no resultan relevantes al momento de determinar la ubicación del elemento dos.
- Consideración 2: En línea con la consideración 1, solo queda pendiente analizar a los esfuerzos cortantes y a los esfuerzos flectores, sin embargo, por lo general se suele omitir la evaluación de los esfuerzos cortantes, toda vez que en la mayoría de los casos, tales esfuerzos son ínfimos en comparación con los demás. Si bien, en el presente

proyecto de investigación no se los está omitiendo, esto no altera el hecho de que no sean tan relevantes en comparación con los otros esfuerzos, por lo que para determinar la ubicación del elemento dos, se hará mayor énfasis en los esfuerzos flectores.

Figura 21

Representación de la dirección en la que actúan las fuerzas cortantes y los momentos flectores



De conformidad con las consideraciones expuestas, el elemento dos estará ubicado donde se presente la combinación máxima de los esfuerzos flectores. Ahora bien, el esfuerzo flector combinado correspondiente a cualquier elemento del contorno circular, se puede calcular mediante la siguiente ecuación:

$$\sigma_{yz} = \frac{4R(M_y \sin \beta + M_z \cos \beta)}{\pi(R^4 - r^4)} \quad (17)$$

Al derivar esta ecuación e igualar a cero dicha derivada, se obtiene el ángulo β que define el valor máximo de la ecuación anterior.

$$\beta = \arctan \frac{M_y}{M_z} \quad (18)$$

En este punto, podría pensarse que se conoce la ubicación exacta del elemento dos, no obstante, tal afirmación no es correcta, toda vez que, para encontrar el valor máximo del esfuerzo flector combinado, se debe tener en cuenta que el sentido de los momentos que actúan sobre dicho

elemento debe ser el mismo, lo cual no puede saberse mediante las ecuaciones desarrolladas. No obstante, siempre habrá un elemento en el cual el sentido de los momentos que actúan sobre este, coincidirán.

Por lo expuesto, en cuanto a la posición, únicamente se puede decir que el elemento dos estará ubicado en el sector donde el sentido de los momentos que actúen sobre este coincidan, y que estará desfasado a un ángulo β respecto de dicho sector. Por otra parte, la magnitud de los esfuerzos para dicho elemento se pueden calcular sin ningún problema y mediante las siguientes ecuaciones:

$$\sigma_{\text{axial}} = \frac{F_x}{\pi(R^2 - r^2)} \quad (19)$$

$$\tau_{\text{torsional}} = \frac{2M_x R}{\pi(R^4 - r^4)} \quad (20)$$

$$\sigma_{\text{flector}} = \frac{4R \left[M_y \sin \left(\arctan \frac{M_y}{M_z} \right) + M_z \cos \left(\arctan \frac{M_y}{M_z} \right) \right]}{\pi(R^4 - r^4)} \quad (21)$$

$$\tau_{\text{cortante}} = \frac{4(R^2 + Rr + r^2) \left[F_y \sin^2 \left(\arctan \frac{M_y}{M_z} \right) + F_z \cos^2 \left(\arctan \frac{M_y}{M_z} \right) \right]}{3\pi(R^4 - r^4)} \quad (22)$$

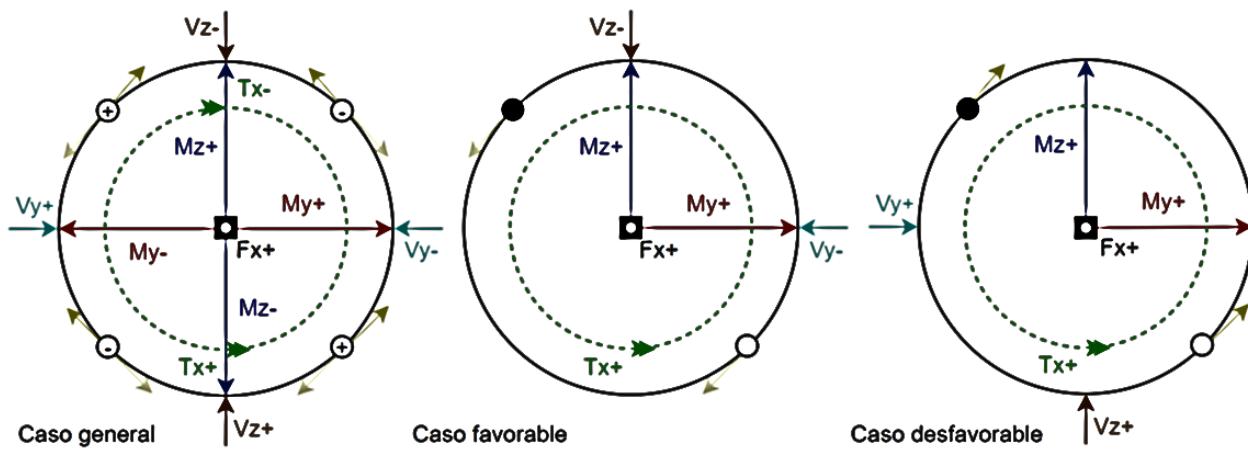
Podría pensarse que estas ecuaciones solo son compatibles con el elemento dos, no obstante, se advierte que si las cargas solo están presentes en un eje, como para los casos descritos de los elementos uno y tres, dichas ecuaciones se convierten en ecuaciones aplicables para tales elementos sin ningún inconveniente, por lo que en realidad son aplicables para cualquier elemento que se encuentre en el contorno de cualquier sección trasversal del eje, siempre y cuando, se busque

determinar el elemento con los esfuerzos axial, de torque y flector máximos, junto con el esfuerzo cortante correspondiente.

Ahora bien, para determinar el valor del esfuerzo máximo al cual estará sometido el elemento dos, es necesario tomar en cuenta a la magnitud de los esfuerzos previamente calculados de manera conjunta. Al respecto, se puede afirmar que, siempre existirá un caso en el cual los esfuerzos normales y transversales tendrán la misma orientación, aunque no necesariamente de manera simultánea.

Figura 22

Representación de las fuerzas cortantes y momentos flectores actuando simultáneamente



Por ejemplo, si se elige el caso en el cual los esfuerzos normales tendrán la misma dirección, no es posible saber con las ecuaciones planteadas, si ocurrirá lo mismo con los esfuerzos transversales y viceversa, por lo que resulta necesario establecer una orientación a priori para ambos esfuerzos, aunque ello implique incurrir en un error. Por lo tanto, teniendo en cuenta que, uno como ingeniero siempre debe ponerse en el peor de los casos, se elegirá el caso en el cual los esfuerzos normales tendrán la misma orientación y se establecerá que ocurrirá lo mismo con los esfuerzos transversales, aunque esto último no sea siempre correcto. En consecuencia, los esfuerzos normales y transversales combinados se calcularán con las siguientes ecuaciones:

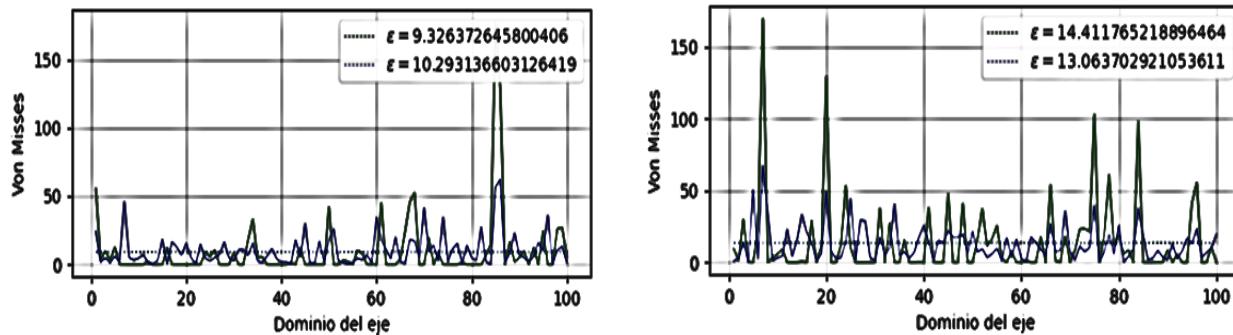
$$\sigma_n = \sigma_{\text{flector}} + \sigma_{\text{axial}} \quad (23)$$

$$\tau_t = \tau_{\text{torsional}} + \tau_{\text{cortante}} \quad (24)$$

Dado que se está incurriendo en un error voluntario, resulta pertinente comparar el error de considerar al esfuerzo cortante con el error de ignorarlo, en el cálculo de los esfuerzos combinados bajo el criterio de Von Mises, al ser dicho criterio el más usado para el diseño de ejes.

Figura 23

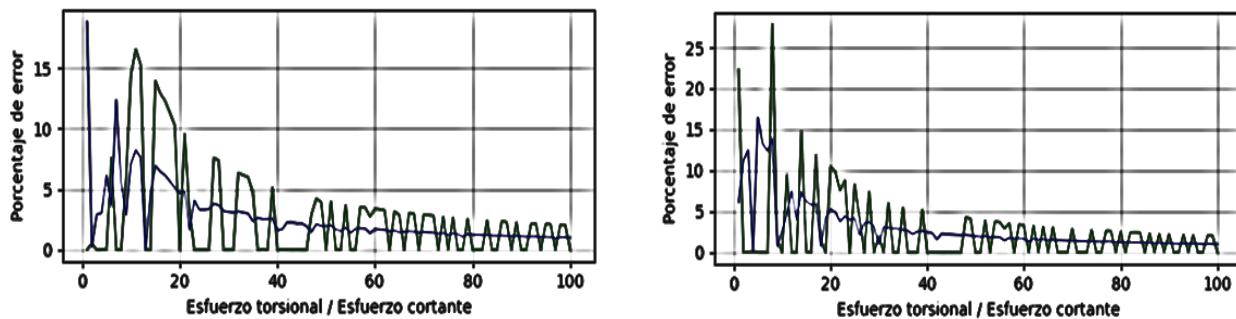
Análisis del error en el esfuerzo resultante al ignorar y considerar a los esfuerzos cortantes



De las gráficas presentadas, se aprecia que, en promedio, para ambos casos previamente descritos, el error es muy similar, es decir que, a pesar de estar considerando a los esfuerzos cortantes en el cálculo del esfuerzo de Von Mises, esto no ha significado un incremento considerable en el error en el que se incurría al ignorarlos para dicho cálculo.

Figura 24

Variación del error en función de la relación entre el esfuerzo torsional y el esfuerzo cortante



Por otra parte, se advierte que cuando la relación entre el esfuerzo torsional y el esfuerzo cortante es mayor a 20 (lo cual sucede casi siempre), el error en el cálculo del esfuerzo de Von Mises disminuye por debajo del 10% a medida que dicha relación se incrementa. En otras palabras, haber considerado a los esfuerzos cortantes en el presente proyecto de investigación, de la manera en la que se hizo, en general no ha significado mayores diferencias con lo que se solía hacer, lo cual era ignorarlos. Sin embargo, a diferencia de este último caso, en las situaciones favorables, el haberlos considerados proporcionara un resultado más preciso; y en las situaciones no favorables, simplemente hará que el diseño sea un poco más conservador.

Considerando lo anterior, el cálculo del esfuerzo máximo combinado (esfuerzos normales y transversales), considerando tres tipos de criterios de falla, se realizará mediante las siguientes expresiones:

$$\text{Von Mises} = \sqrt{\sigma_n^2 + 3\tau_t^2} \quad (25)$$

$$\text{Tresca} = \sqrt{\sigma_n^2 + 4\tau_t^2} \quad (26)$$

$$\text{Rankine} = \frac{1}{2}(\sigma_n + \sqrt{\sigma_n^2 + 4\tau_t^2}) \quad (27)$$

Por lo general, existen zonas en las cuales se concentran los esfuerzos, principalmente debido a discontinuidades geométricas. En tales zonas, dicha concentración se toma en cuenta considerando a los factores de concentración de esfuerzos estáticos, mediante las siguientes ecuaciones:

$$\sigma_k = K_f \sigma_{\text{flector}} + K_a \sigma_{\text{axial}} \quad (28)$$

$$\tau_k = K_t \tau_{\text{torsional}} + \tau_{\text{cortante}} \quad (29)$$

Aplicando las ecuaciones a los criterios de falla definidos, los esfuerzos en tales zonas se calculan con las siguientes formulas:

$$\text{Von Mises} = \sqrt{\sigma_k^2 + 3\tau_k^2} \quad (30)$$

$$\text{Tresca} = \sqrt{\sigma_k^2 + 4\tau_k^2} \quad (31)$$

$$\text{Rankine} = \frac{1}{2}(\sigma_k + \sqrt{\sigma_k^2 + 4\tau_k^2}) \quad (32)$$

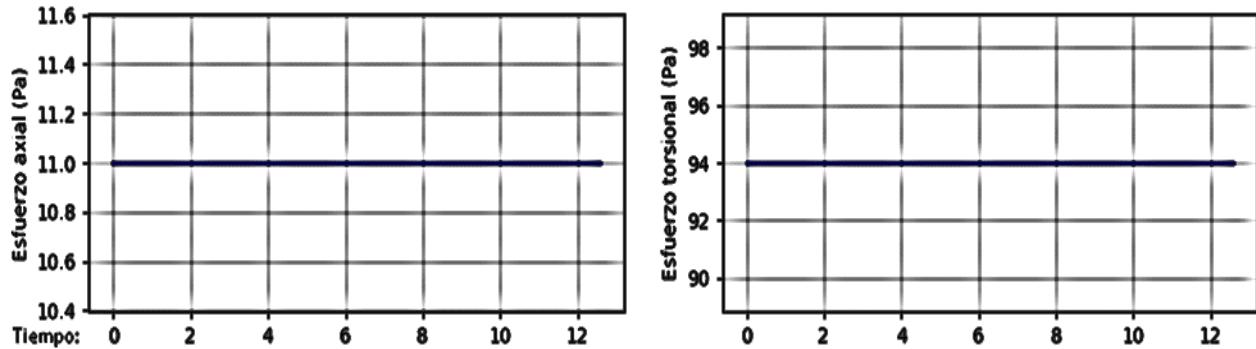
3.7.4 Análisis dinámico

En los ejes de transmisión de potencia, algunos de los esfuerzos que actúan sobre estos fluctúan en relación al tiempo, debido al comportamiento de las cargas que los generan. Si se analiza al elemento 2, en su recorrido alrededor del contorno circular del eje, se obtiene que:

Para el caso de los esfuerzos axiales y torsionales, estos presentan un comportamiento constante, es decir que, tanto su magnitud como sentido no se alteran a medida que el eje da un giro entero.

Figura 25

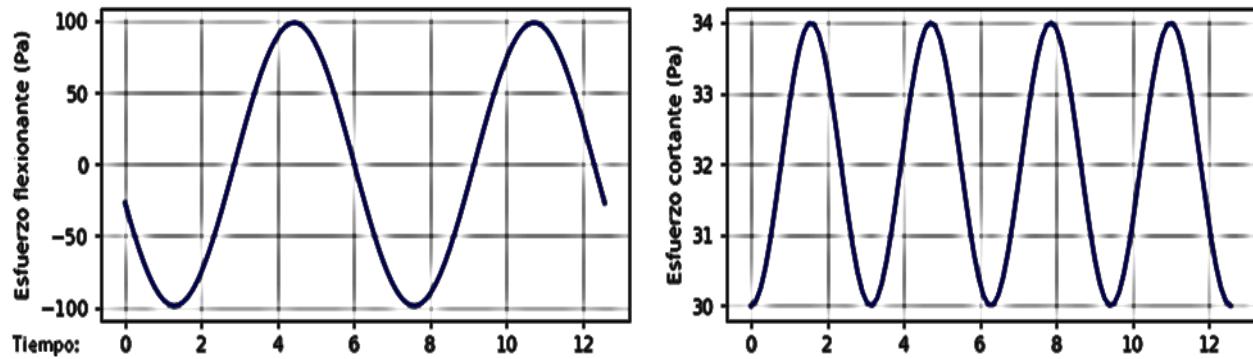
Representación gráfica del comportamiento constante de los esfuerzos axial y torsional



Para el caso de los esfuerzos flexionantes y cortantes, estos presentan un comportamiento fluctuante, dado que tanto su magnitud como sentido se alteran a medida que el eje da un giro entero. Particularmente para el caso de los esfuerzos flexionantes, estos presentan un comportamiento completamente invertido.

Figura 26

Representación gráfica del comportamiento fluctuante de los esfuerzos cortante y flector



Ahora bien, considerando lo previamente expuesto, se establecen las siguientes ecuaciones en relación a los componentes medio y alterante de cada uno de los esfuerzos presentes en el eje:

Tabla 11

Esfuerzos medio y alterante según el tipo de esfuerzo a analizar

Esfuerzo	Máximo	Mínimo	Medio	Alterante
Axial	σ_{axial}	σ_{axial}	σ_{axial}	0
Torsional	$\tau_{\text{torsional}}$	$\tau_{\text{torsional}}$	$\tau_{\text{torsional}}$	0
Flexionante	$\sigma_{\text{flexionante}}$	$-\sigma_{\text{flexionante}}$	0	$\sigma_{\text{flexionante}}$
Cortante	$\tau_{\text{cortante máximo}}$	$\tau_{\text{cortante mínimo}}$	$\frac{\tau_{\text{cortante máximo}} + \tau_{\text{cortante mínimo}}}{2}$	$\frac{\tau_{\text{cortante máximo}} - \tau_{\text{cortante mínimo}}}{2}$

En este punto, los componentes de los esfuerzos medio y alterante de los esfuerzos axial, torsional y flexionante son ya conocidos, no siendo el caso de los correspondientes a los esfuerzos cortantes, por lo que, para este caso, se requiere de un análisis más profundo.

El esfuerzo cortante combinado correspondiente a cualquier elemento del contorno circular del eje se puede calcular mediante la siguiente ecuación:

$$\tau_{yz} = \frac{4(R^2 + Rr + r^2)(F_y \sin^2 \beta + F_z \cos^2 \beta)}{3\pi(R^4 - r^4)} \quad (33)$$

Derivando e igualando el resultado a 0 para obtener los valores máximos y mínimos, se obtiene que:

$$\beta = \frac{k\pi}{2} \rightarrow k = [0, 1, 2, \dots] \quad (34)$$

Considerando lo anterior, se obtiene que los valores máximo y mínimo de la función del esfuerzo cortante combinado son:

$$\tau_{\text{cortante m\'aximo}} = \frac{4(R^2 + Rr + r^2) \max([F_y, F_z])}{3\pi(R^4 - r^4)} \quad (35)$$

$$\tau_{\text{cortante m\'aximo}} = \frac{4(R^2 + Rr + r^2) \min([F_y, F_z])}{3\pi(R^4 - r^4)} \quad (36)$$

En consecuencia, los componentes de los esfuerzos medio y alterante de los esfuerzos cortantes quedarían como:

$$\tau_{\text{medio cortante}} = \frac{2(R^2 + Rr + r^2)(F_y + F_z)}{3\pi(R^4 - r^4)} \quad (37)$$

$$\tau_{\text{alterante cortante}} = \frac{2(R^2 + Rr + r^2)|F_y - F_z|}{3\pi(R^4 - r^4)} \quad (38)$$

Por lo tanto, los esfuerzos medio y alterante para cada uno de los esfuerzos presentes en el eje de manera individual, resultarían como:

Tabla 12

Esfuerzos medio y alterante simplificados seg\'un el tipo de esfuerzo a analizar

Esfuerzo	Medio	Alterante
Axial	$\sigma_{m_a} = \sigma_{\text{axial}}$	$\sigma_{a_a} = 0$
Torsional	$\tau_{m_t} = \tau_{\text{torsional}}$	$\tau_{a_t} = 0$
Flexionante	$\sigma_{m_f} = 0$	$\sigma_{a_f} = \sigma_{\text{flexionante}}$
Cortante	$\tau_{m_c} = \tau_{\text{medio cortante}}$	$\tau_{a_c} = \tau_{\text{alterante cortante}}$

Con base en lo establecido, ya se pueden calcular los esfuerzos medio y alterante de los esfuerzos combinados bajo los criterios de falla utilizados en el análisis estático, y si se considera además a los factores de concentración de esfuerzos dinámicos, dicho cálculo se efectuaría mediante las siguientes expresiones:

$$\text{Von Mises} \left\{ \begin{array}{l} \sigma_a = \left[(K_{f_f} \sigma_{a_f})^2 + 3\tau_{a_c}^2 \right]^{\frac{1}{2}} \\ \sigma_m = \left[(K_{f_a} \sigma_{m_a})^2 + 3(K_{f_t} \tau_{m_t} + \tau_{m_c})^2 \right]^{\frac{1}{2}} \end{array} \right. \quad (39)$$

$$\text{Tresca} \left\{ \begin{array}{l} \sigma_a = \left[(K_{f_f} \sigma_{a_f})^2 + 4\tau_{a_c}^2 \right]^{\frac{1}{2}} \\ \sigma_m = \left[(K_{f_a} \sigma_{m_a})^2 + 4(K_{f_t} \tau_{m_t} + \tau_{m_c})^2 \right]^{\frac{1}{2}} \end{array} \right. \quad (40)$$

$$\text{Rankine} \left\{ \begin{array}{l} \sigma_a = 0.5 \left\{ (K_{f_f} \sigma_{a_f}) + \left[(K_{f_f} \sigma_{a_f})^2 + 4\tau_{a_c}^2 \right]^{\frac{1}{2}} \right\} \\ \sigma_m = 0.5 \left\{ (K_{f_a} \sigma_{m_a}) + \left[(K_{f_a} \sigma_{m_a})^2 + 4(K_{f_t} \tau_{m_t} + \tau_{m_c})^2 \right]^{\frac{1}{2}} \right\} \end{array} \right. \quad (41)$$

Finalmente, los esfuerzos dinámicos máximos se calculan en base al criterio de falla estático que se considere conveniente y bajo los siguientes criterios de falla dinámicos:

$$\text{Soderberg: } \frac{\sigma_a}{S_e} + \frac{\sigma_m}{S_y} = \frac{1}{n} \quad (42)$$

$$\text{Goodman: } \frac{\sigma_a}{S_e} + \frac{\sigma_m}{S_u} = \frac{1}{n} \quad (43)$$

$$\text{ASME: } \left(\frac{\sigma_a}{S_e} \right)^2 + \left(\frac{\sigma_m}{S_y} \right)^2 = \frac{1}{n^2} \quad (44)$$

3.7.5 Análisis de rigidez

Las deformaciones resultantes para cada punto del eje, se pueden determinar con las pendientes y deflexiones previamente ya calculadas, mediante las siguientes ecuaciones:

$$\delta_R = \sqrt{\delta_x^2 + \delta_y^2 + \delta_z^2} \quad (45)$$

$$\theta_R = \sqrt{\theta_x^2 + \theta_y^2 + \theta_z^2} \quad (46)$$

3.7.6 Análisis vibracional

El cálculo de los límites del rango de operación en el cual estará situado la velocidad crítica fundamental del eje de transmisión de potencia, se efectúa siguiendo las ecuaciones de Rayleigh y Ritz:

$$\text{Límite inferior: } RPM = \frac{30}{\pi} \sqrt{\frac{g}{\max(\delta_R)}} \quad (47)$$

$$\text{Límite superior: } RPM = \frac{30}{\pi} \sqrt{g \frac{\sum_{i=1}^n m_i y_i}{\sum_{i=1}^n m_i y_i^2}} \quad (48)$$

Para el cálculo del límite superior, resulta necesario primeramente dividir al eje en sectores, luego calcular la masa de cada uno de ellos, y finalmente determinar la deflexión en el punto medio de cada uno de estos sectores. Una vez calculados estos valores, recién se puede hallar el valor deseado, sin embargo, la precisión de este resultado depende del número de divisiones del eje, lo cual significa que, a mayor número de divisiones, mayor precisión en el resultado, sin embargo, esto a su vez implica mayores cálculos debido a los pasos comentados previamente. Teniendo en cuenta lo anterior, se ha visto por conveniente modificar la ecuación en cuestión, de la siguiente manera:

$$\text{Límite superior: } RPM = \frac{30}{\pi} \sqrt{g \frac{\sum_{i=1}^T \sum_{j=1}^n m_j y_j}{\sum_{i=1}^T \sum_{j=1}^n m_j y_j^2}} \quad (49)$$

Llevando al límite el número de divisiones del eje y reemplazando el valor de la masa correspondiente a cada una de estas divisiones, se tiene que:

$$\sum_{j=1}^n m_j y_j = \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{j=1}^n \Delta m_j \cdot y_j = \rho A \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{j=1}^n \Delta x_j \cdot y_j = \rho A \int y_t dx \quad (50)$$

$$\sum_{j=1}^n m_j y_j^2 = \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{j=1}^n \Delta m_j \cdot y_j^2 = \rho A \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{j=1}^n \Delta x_j \cdot y_j^2 = \rho A \int y_t^2 dx \quad (51)$$

Reemplazando en la ecuación inicial:

$$\text{Límite superior: RPM} = \frac{30}{\pi} \sqrt{g \frac{\sum_{i=1}^T \rho_i A_i \int y_i dx}{\sum_{i=1}^T \rho_i A_i \int y_i^2 dx}} \quad (52)$$

Esta ecuación debería ofrecer un resultado más preciso, dado que el número de divisiones se ha elevado al infinito, lo cual ha permitido convertir las sumatorias en integrales, y que, por otra parte, resulta conveniente en este caso, toda vez que las deflexiones en el eje han sido calculadas mediante funciones analíticas y numéricas que se pueden integrar de manera rápida y precisa.

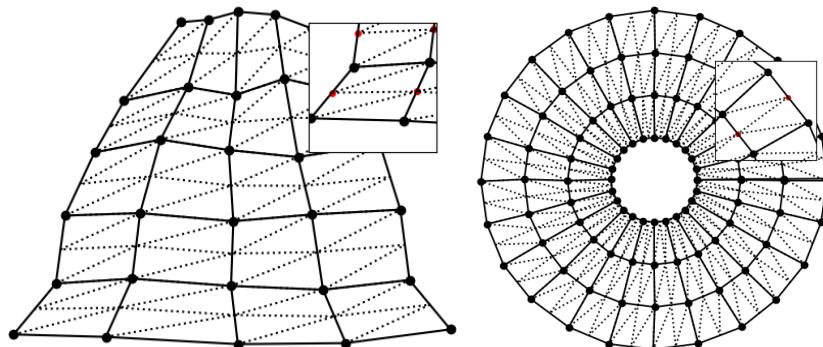
3.8 Modelo matemático para el cálculo de elementos bidimensionales

3.8.1 *Mallado*

Se ha desarrollado un algoritmo de mallado basado en elementos triangulares, y el cual permite trabajar con objetos completos y huecos. Además, permite el refinamiento de la malla dependiendo de la precisión que se desee en los resultados.

Figura 27

Mallado bidimensional computado de una figura abierta (izquierda) y cerrada (derecha)



3.8.2 Esfuerzos y deformaciones

Una vez efectuado el mallado del objeto a analizar, se sigue el siguiente procedimiento para la determinación de los esfuerzos y deformaciones presentes en cada uno de los elementos que conforman dicho mallado.

Dado que se han utilizado elementos triangulares, cada uno de estos estará definido geométricamente por tres pares de coordenadas (x_i, y_i) , (x_j, y_j) y (x_m, y_m) , a partir de los cuales se pueden establecer las siguientes expresiones:

$$\begin{aligned}\beta_i &= y_j - y_m & \beta_j &= y_m - y_i & \beta_m &= y_i - y_j \\ \gamma_i &= x_m - x_j & \gamma_j &= x_i - x_m & \gamma_m &= x_j - x_i\end{aligned}\quad (53)$$

Ahora bien, considerando estas expresiones junto con el área, módulo de elasticidad y el coeficiente de Poisson correspondientes a cada uno de los elementos, se describen las siguientes matrices:

$$[B] = \frac{1}{2A} \begin{bmatrix} \beta_i & 0 & \beta_j & 0 & \beta_m & 0 \\ 0 & \gamma_i & 0 & \gamma_j & 0 & \gamma_m \\ \gamma_i & \beta_i & \gamma_j & \beta_j & \gamma_m & \beta_m \end{bmatrix} \quad (54)$$

$$[D] = \frac{E}{1-v^2} \begin{bmatrix} 1 & v & 0 \\ v & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-v}{2} \end{bmatrix} \quad (55)$$

A partir de estas y considerando el espesor de cada elemento, se puede formular la matriz de rigidez respectiva mediante la siguiente ecuación:

$$[k] = [B]^T [D] [B] t A \quad (56)$$

Con las matrices de rigidez individuales se plantea la matriz de rigidez global $[K]$, junto con las matrices de fuerzas $[F]$ y desplazamientos $[d]$, las cuales se redimensionan en base a las condiciones de frontera y posteriormente se resuelven mediante la ecuación $[F]=[K][d]$. De esta manera se calculan las fuerzas y desplazamientos correspondientes a los nodos de cada uno de los elementos de la malla.

Con los desplazamientos ya calculados, se procede a calcular los esfuerzos de cada elemento, mediante la siguiente formula:

$$\begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{bmatrix} = [D][B][d] \quad (57)$$

Finalmente, se calculan los esfuerzos de Von Mises de cada elemento mediante las siguientes expresiones:

$$\sigma_1 = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2} \quad (58)$$

$$\sigma_2 = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} - \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2} \quad (59)$$

$$\sigma_{von\ mises} = \sqrt{\frac{\sigma_1^2 + (\sigma_1 - \sigma_2)^2 + \sigma_2^2}{2}} \quad (60)$$

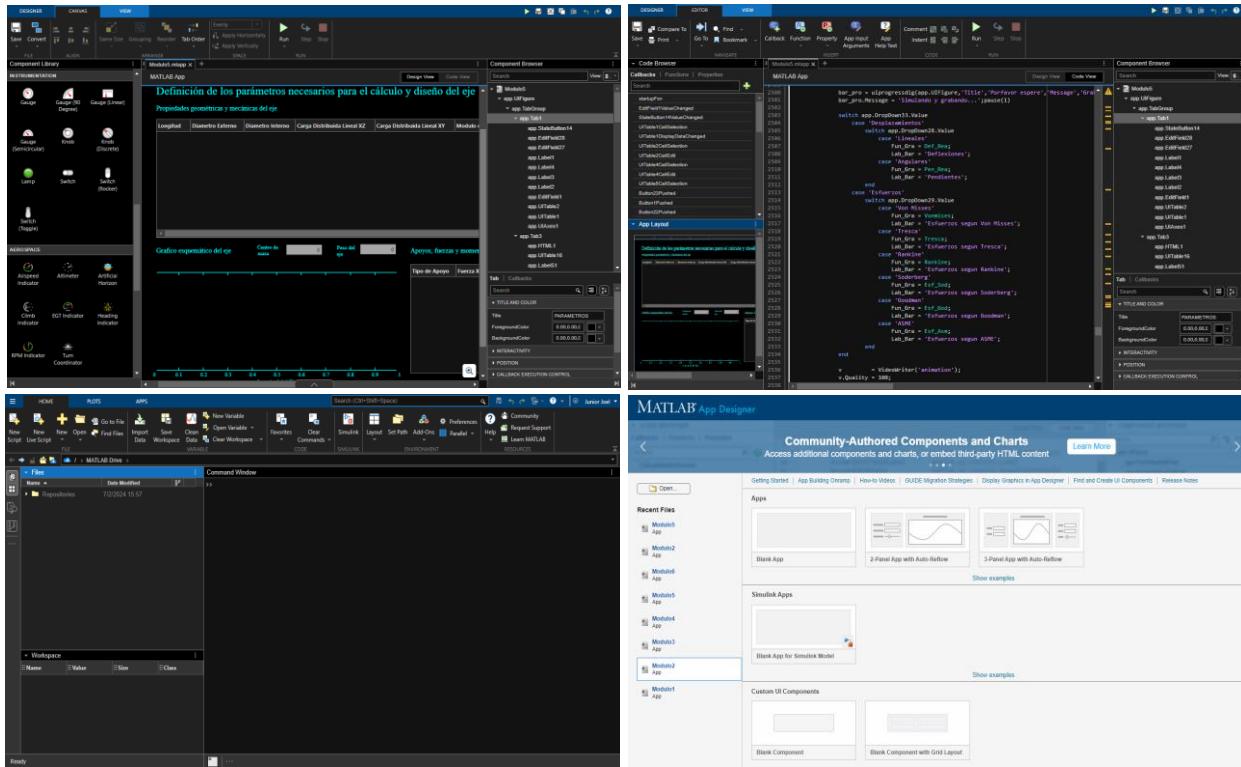
4. CAPÍTULO IV: DESARROLLO DE LA APLICACIÓN COMPUTACIONAL

4.1 Implementación de los algoritmos en una interfaz gráfica

Con las secuencias de cálculo definidas para cada uno de los componentes propuestos a analizar, se inicia con la implementación de los mismos en interfaces gráficas mediante la herramienta computacional AppDesigner de Matlab, la cual permite crear aplicaciones complejas y programar el comportamiento de cada uno de los elementos que conforman dichas interfaces.

Figura 28

Entorno de desarrollo de aplicaciones de Matlab AppDesigner

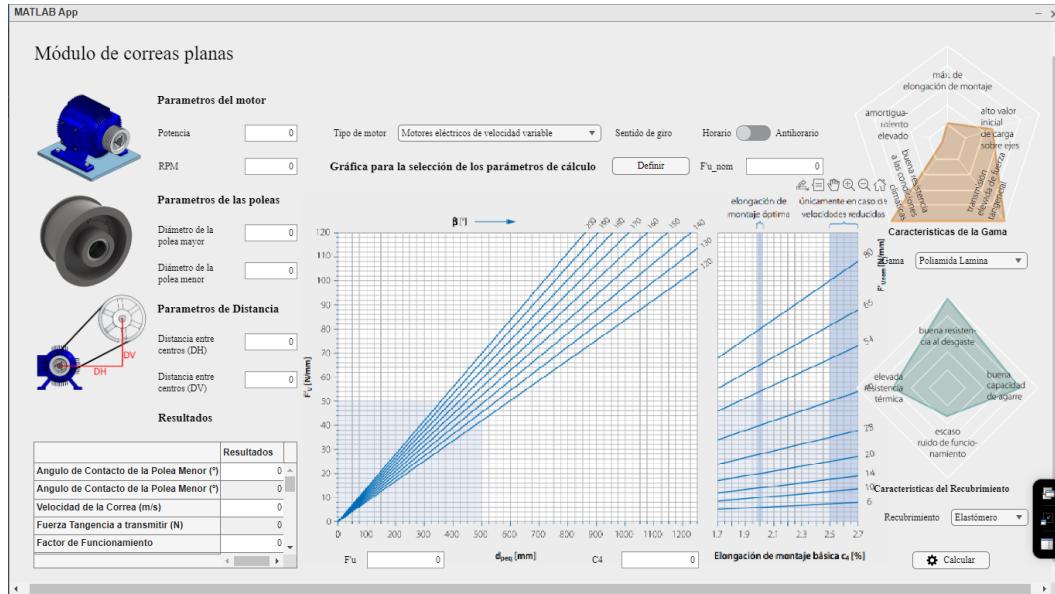


En el diseño de las interfaces gráficas para cada componente, se tuvo como objetivo que estas sean intuitivas, que requieran el mínimo de entradas por parte del usuario y que estén optimizadas para los cambios y mejoras en el diseño inicial establecido. Con base en lo anterior, se diseñaron las siguientes interfaces gráficas:

- Interfaz gráfica del módulo de correas planas

Figura 29

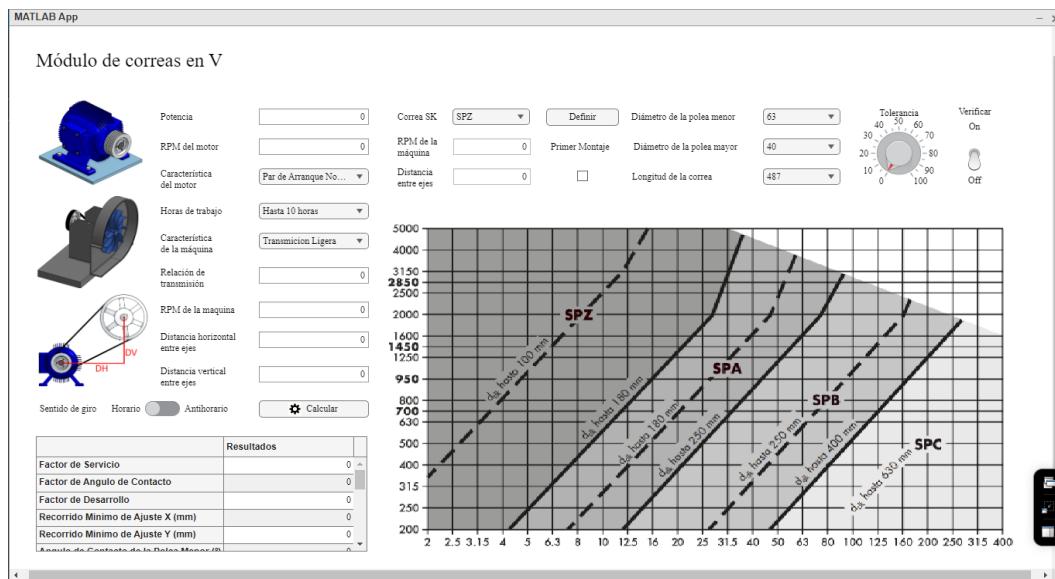
Interfaz gráfica del módulo de correas planas de P.S.T.C.



- Interfaz gráfica del módulo de correas en V

Figura 30

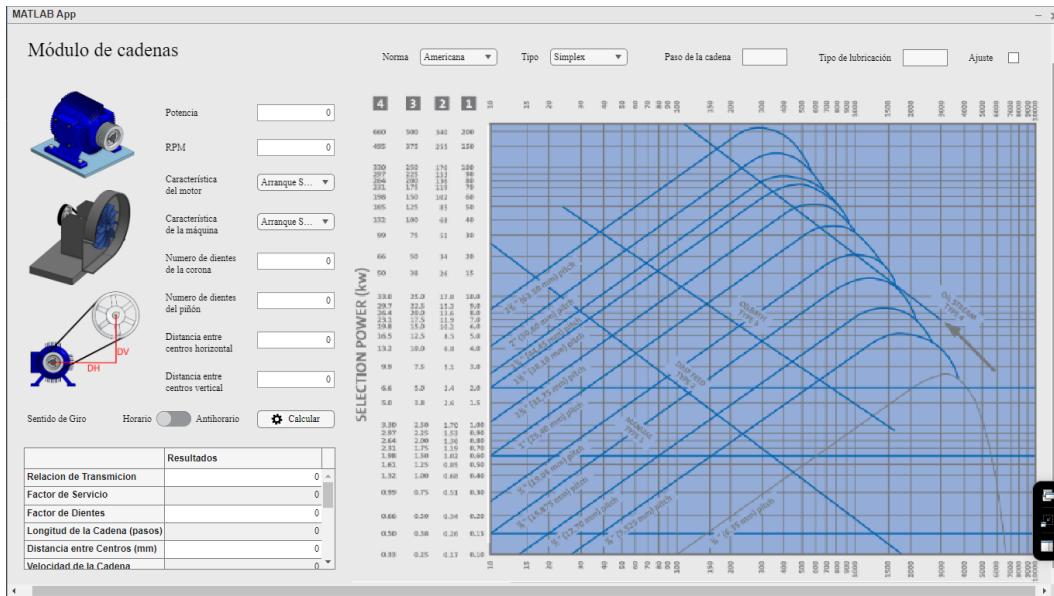
Interfaz gráfica del módulo de correas en V de P.S.T.C.



- Interfaz gráfica del módulo de cadenas de rodillos

Figura 31

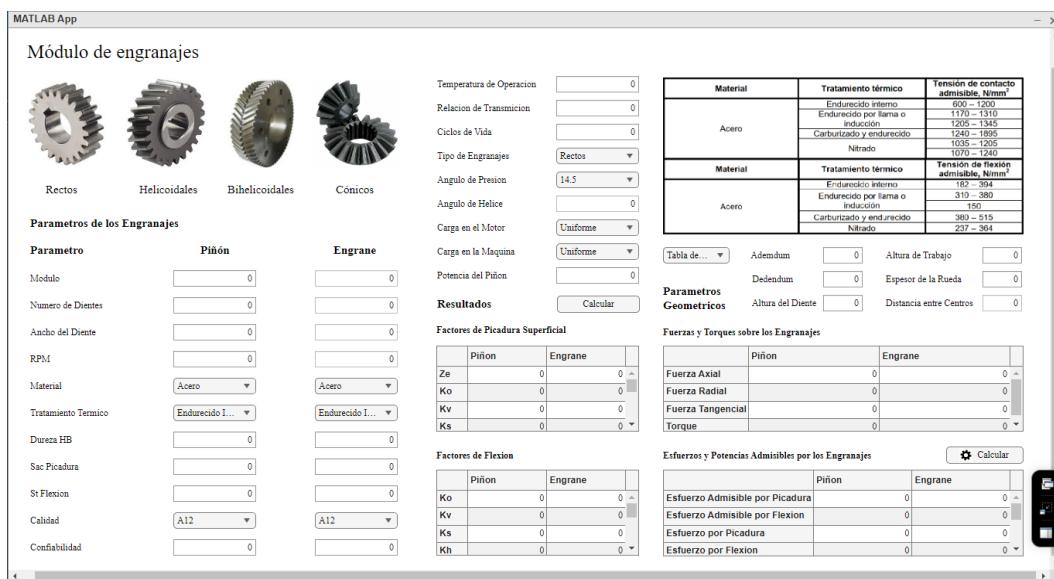
Interfaz gráfica del módulo de cadenas de rodillos de P.S.T.C.



- Interfaz gráfica del módulo de engranajes

Figura 32

Interfaz gráfica del módulo de engranajes de P.S.T.C.



- Interfaces gráficas del módulo de ejes de transmisión de potencia

Figura 33

Interfaz gráfica del sub módulo de parámetros de diseño de ejes de P.S.T.C.



Figura 34

Interfaz gráfica del sub módulo de factores de diseño de ejes de P.S.T.C.

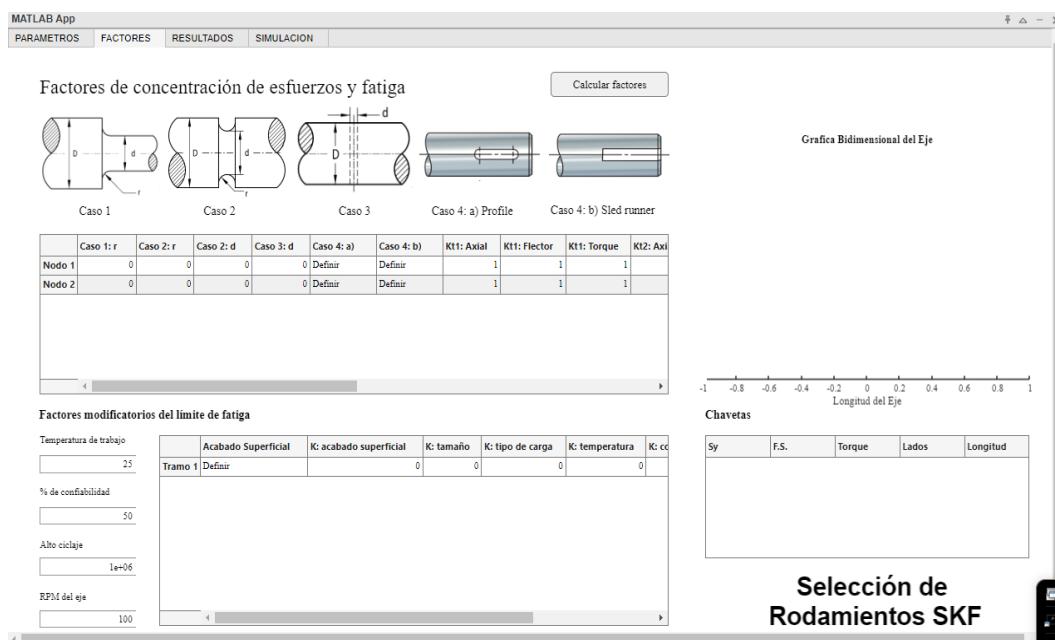


Figura 35

Interfaz gráfica del sub módulo de resultados de ejes de P.S.T.C.

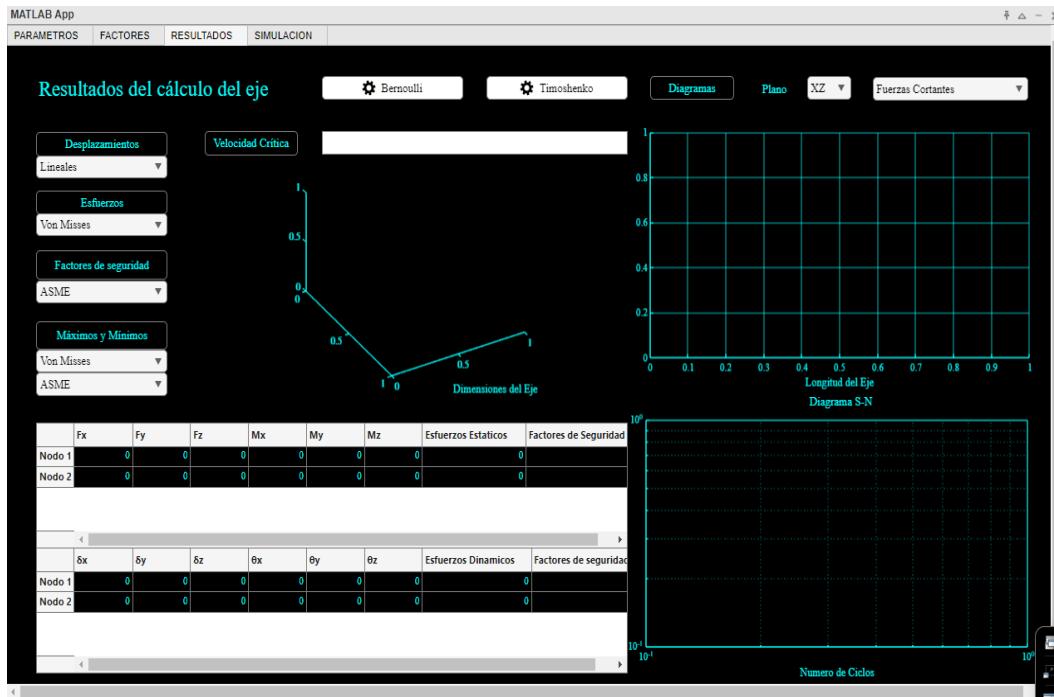
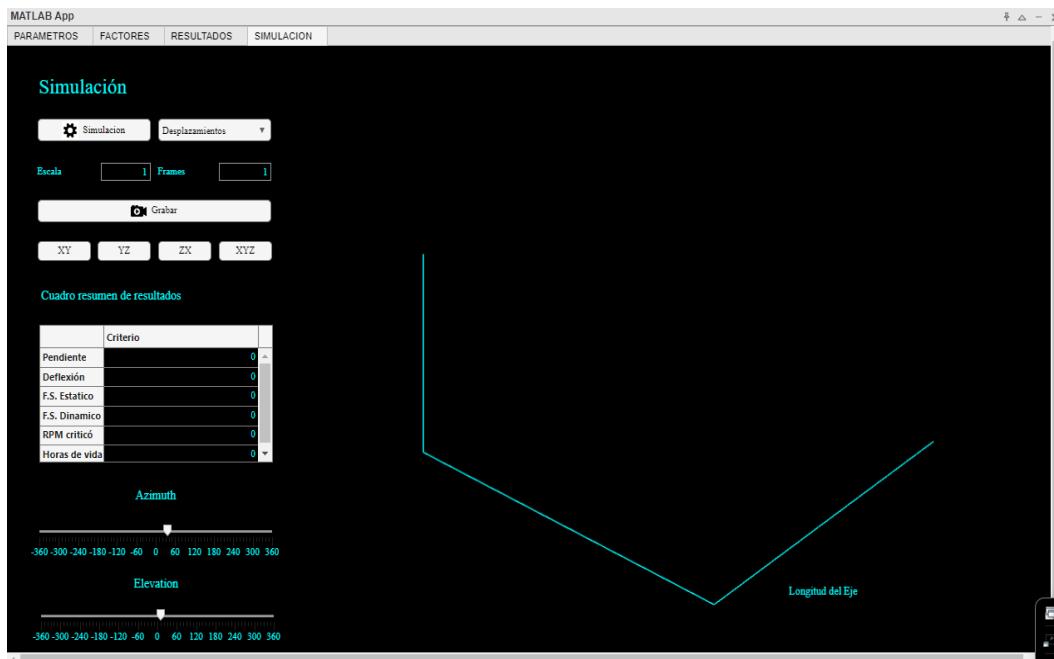


Figura 36

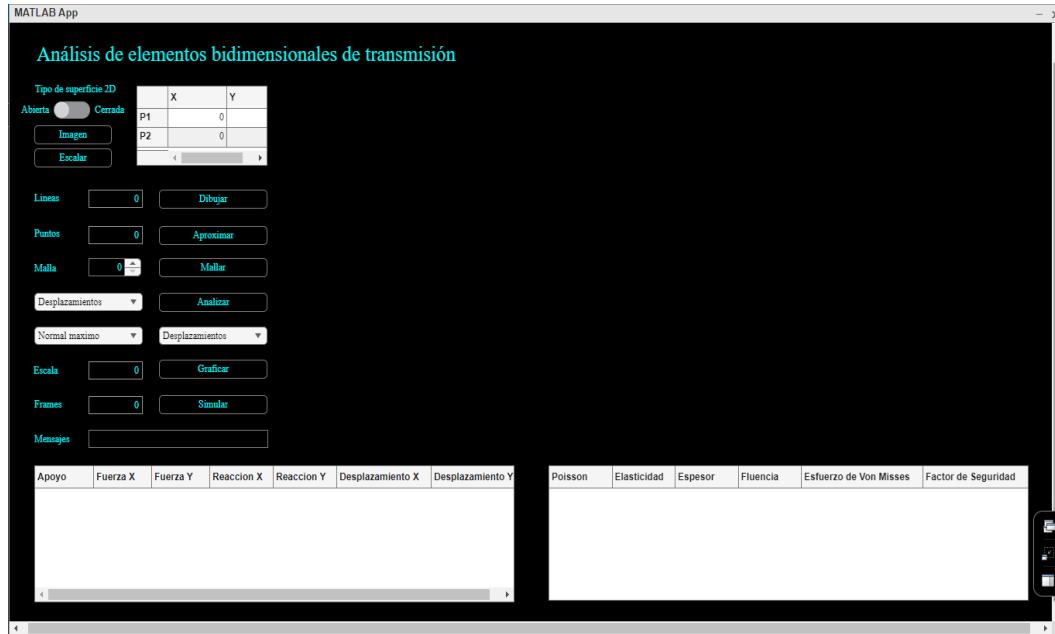
Interfaz gráfica del sub módulo de simulación de ejes de P.S.T.C.



- Interfaz gráfica del módulo de análisis bidimensional

Figura 37

Interfaz gráfica del módulo de análisis de elementos bidimensionales de P.S.T.C.



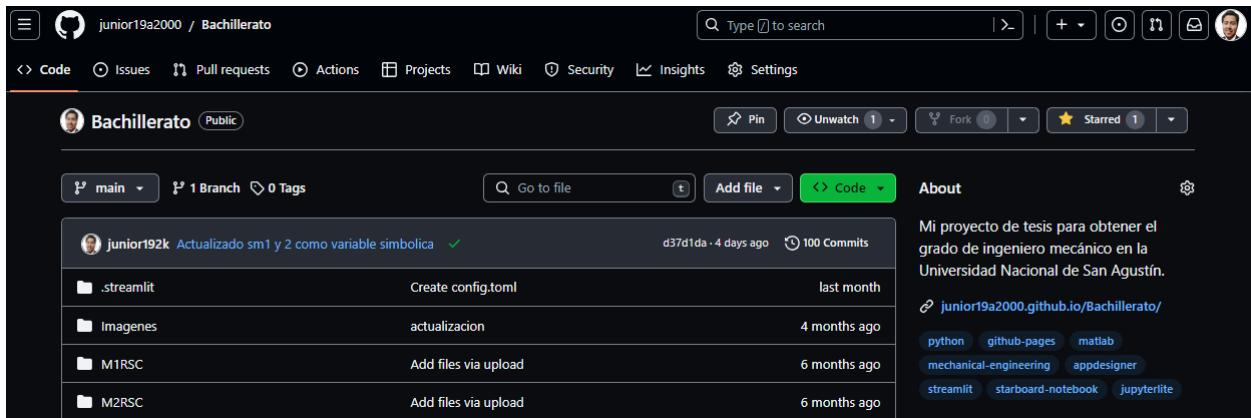
Con las interfaces graficas diseñadas, se escribió el código para cada uno de los elementos de la aplicación en función de los algoritmos desarrollados y de los objetivos planteados.

4.2 Integración de la aplicación desarrollada con GitHub

Para el despliegue de la aplicación en la nube, se creó un repositorio público en GitHub, en el cual se encuentran todos los archivos necesarios para que la aplicación puede ser ejecutada de manera no local. El repositorio es de acceso público, por lo cual puede ser duplicado por cualquier otro usuario, y en base a dicha copia, realizar las modificaciones que considere pertinente para adaptar la aplicación desarrollada a sus propias necesidades, o incluso proponer mejoras para que puedan ser consideradas como futuras actualizaciones para el aplicativo, con lo cual este último se convierte en un software de acceso libre y de actualización constante.

Figura 38

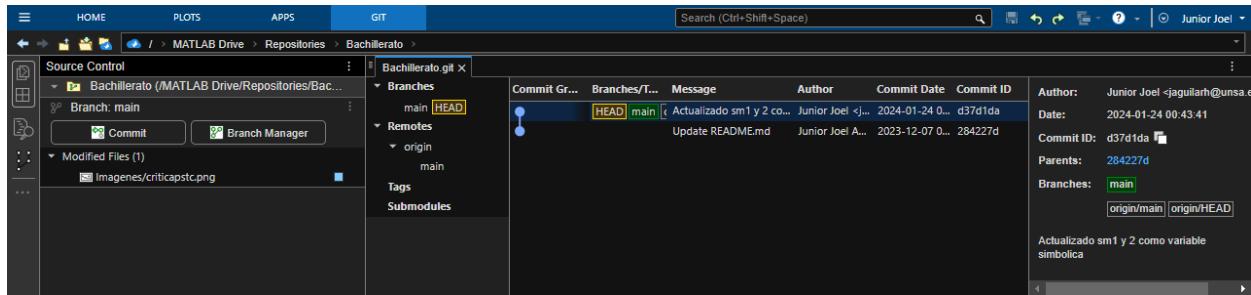
Repositorio de la aplicación Power System Transmission Calculator



Para la integración entre Matlab y GitHub, se crearon los tokens necesarios para que el repositorio pueda ser actualizado directamente desde Matlab Online, de ese modo la aplicación se mantendrá actualizada para los usuarios, en caso haya algún cambio en los archivos originales.

Figura 39

Actualización de los archivos del repositorio de P.S.T.C., efectuado desde Matlab Online



En el repositorio a parte de los archivos propios de P.S.T.C., se encuentra una descripción general del proyecto y el registro de los cambios que se han realizado desde su creación.

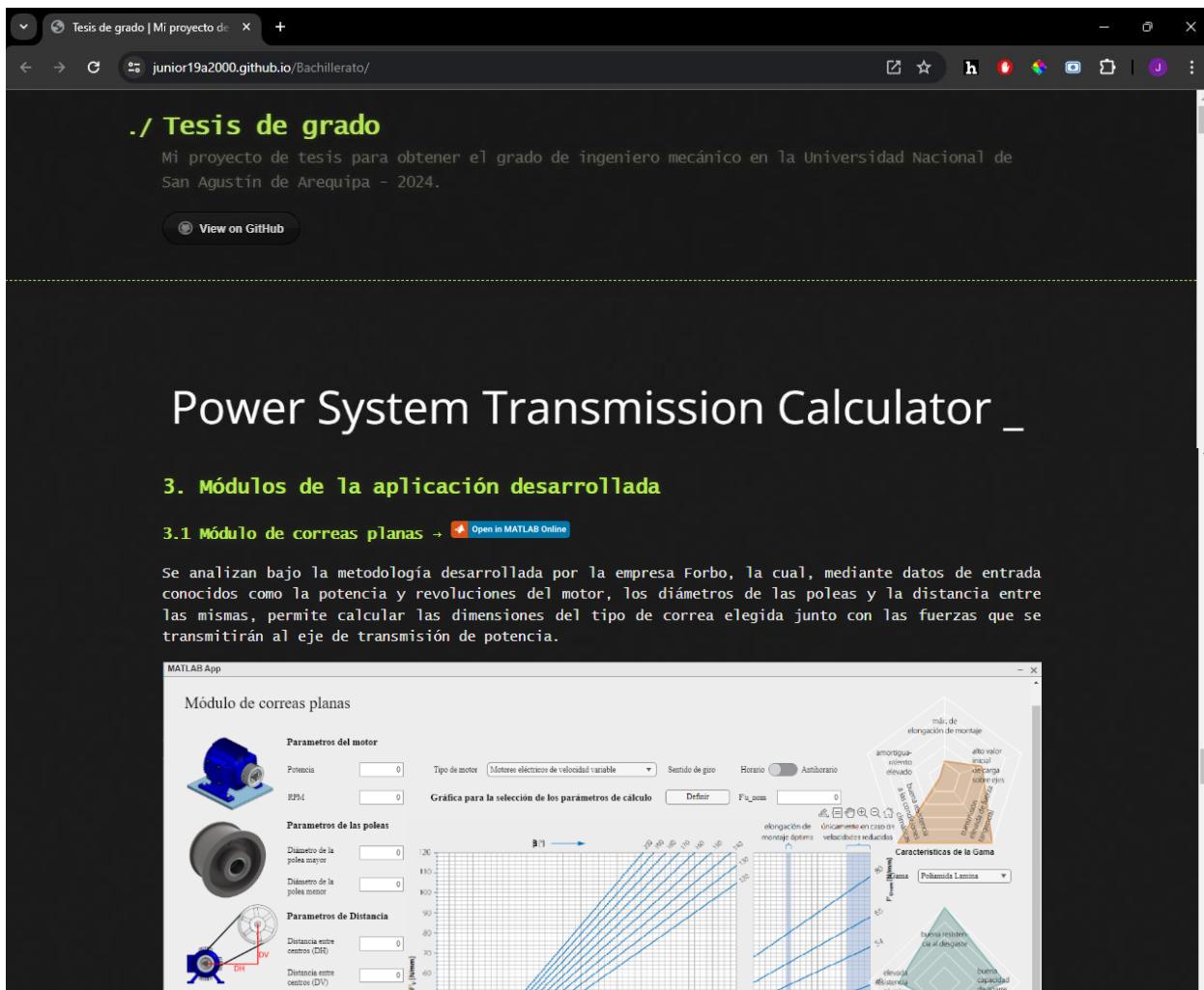
4.3 Elaboración de la documentación y despliegue del sitio web de P.S.T.C.

Con la aplicación ya desplegada, solo hace falta facilitar los accesos a los usuarios, así como la documentación respectiva para su uso correcto. Esto se abordó mediante el desarrollo de

un sitio web a partir del repositorio del proyecto. En este se describe el proyecto de manera general, se brindan los accesos directos a cada uno de los módulos desarrollados, así como a sus respectivos tutoriales de uso y, además, aloja el acceso a un sitio web creado con Streamlit, en el cual se describe de manera detallada el proyecto desarrollado. De esta manera, el usuario interesado en el uso de P.S.T.C. solo necesitará ingresar al sitio web del proyecto, revisar los tutoriales y estar registrado en MathWorks, lo cual es completamente gratuito.

Figura 40

Sitio web de Power System Transmission Calculator



5. CAPÍTULO V: VALIDACION DE LA APLICACIÓN COMPUTACIONAL

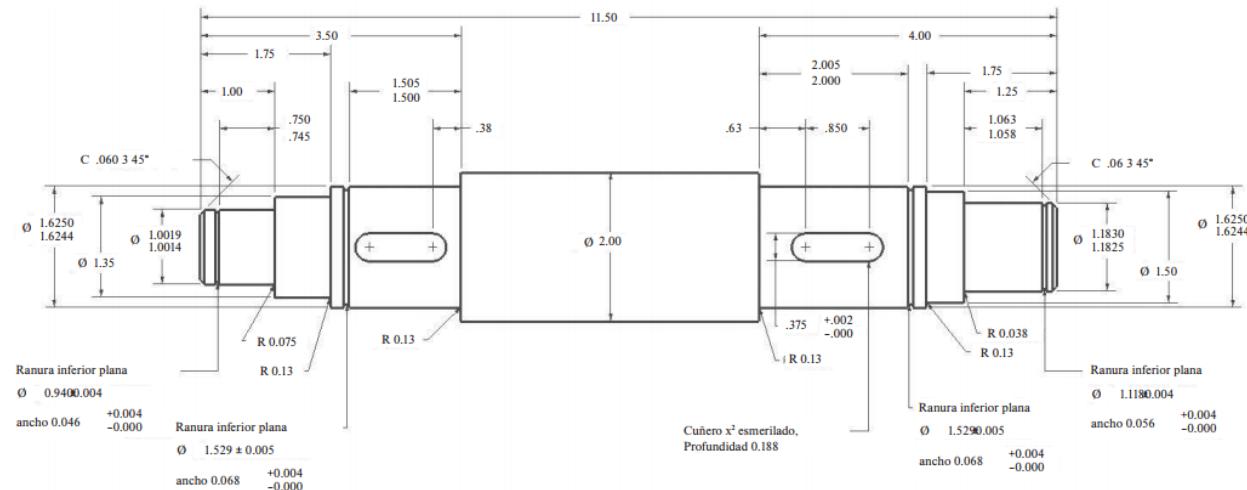
5.1 Análisis del caso de estudio teórico

Para la validación teórica del módulo de ejes, se ha visto por conveniente utilizar el caso de estudio abordado en el libro "Diseño en ingeniería mecánica de Shigley". Respecto al módulo de engranajes, se utilizó el caso de estudio descrito en el proyecto de fin de carrera "Cálculo y diseño de engranajes conforme a la norma ANSI/AGMA 2101-D04". Así mismo, para la validación del módulo de análisis bidimensional se utilizaron los problemas descritos en el libro "A first course in the finite element method". En cuanto a los demás componentes, se han utilizado los casos de diseño descritos en sus respectivos catálogos. A continuación, se describirá únicamente la validación del módulo de ejes, dado que todos los tutoriales se han realizado con los casos de validación correspondientes a cada componente.

Luego de los cálculos, iteraciones y verificaciones correspondientes, el autor establece las siguientes dimensiones finales para el eje de transmisión de potencia del caso de estudio:

Figura 41

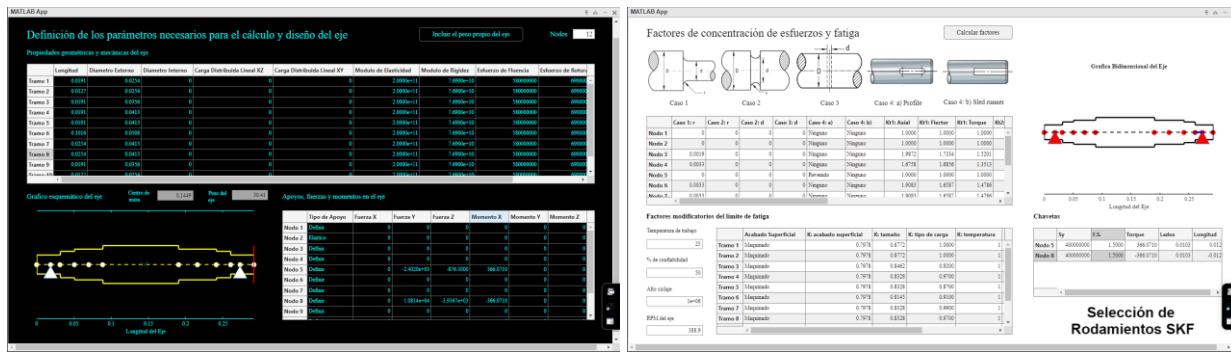
Plano de diseño del eje de transmisión de potencia del caso de estudio



En base a estas dimensiones, y a la información restante como las cargas y propiedades mecánicas, se inicia con el planteamiento de los mismos en P.S.T.C:

Figura 42

Ingreso de los parámetros y factores de diseño en los módulos correspondientes



Con la información registrada, se continua con el análisis del eje de transmisión de potencia mediante el modelo de Timoshenko debido a la esbeltez del caso. Los resultados del análisis, obtenidos en el submódulo de resultados y simulación, se muestran a continuación:

Figura 43

Resultados y simulación obtenidos con P.S.T.C. del análisis del caso de estudio



Gracias a ambos submódulos se puede efectuar un estudio a detalle del resultado que se requiera analizar. Ahora bien, en cuanto a los diagramas bidimensionales, se aprecia que los resultados obtenidos por P.S.T.C. y el libro antes citado, son idénticos, tal y como se aprecia en los diagramas de fuerzas cortantes y pendientes a continuación:

Figura 44

Comparación de los diagramas de fuerzas cortantes (a la derecha el obtenido con P.S.T.C.)

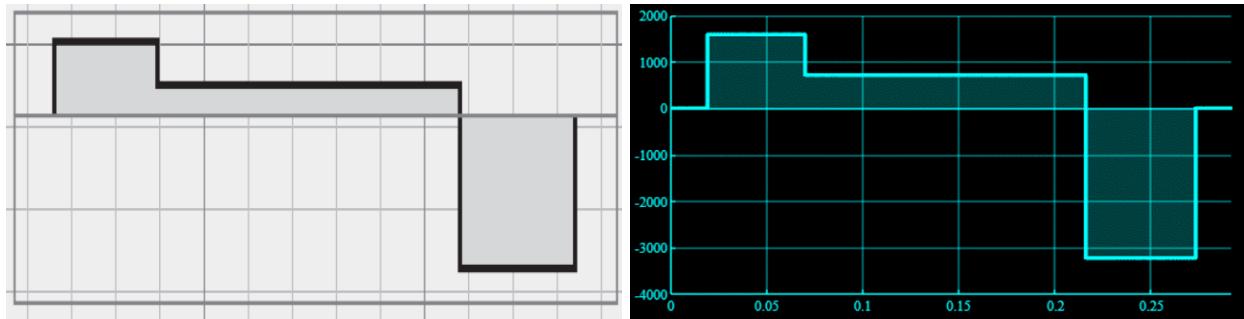
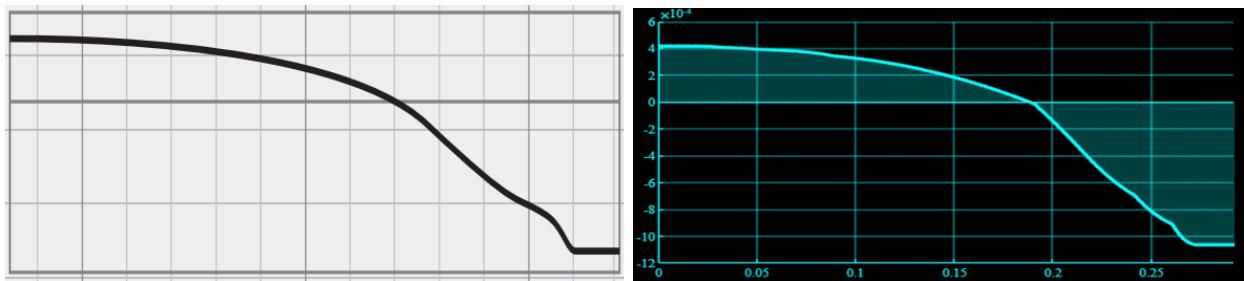


Figura 45

Comparación de los diagramas de pendientes (a la derecha el obtenido con P.S.T.C.)



Para el análisis de los esfuerzos y demás resultados, se ha visto por conveniente hacer uso de software de diseño asistido por computadora (CAE), dado que los resultados obtenidos por P.S.T.C. en este punto, se comparan mejor con los obtenidos por dichos programas. En línea con lo descrito, se efectuó el análisis de resistencia y rigidez del eje en el programa Ansys, para posteriormente analizar los resultados en el contorno del eje, con el programa Paraview. Para el análisis vibracional, se utilizó el programa Simscale, debido a su sencillez para dicha finalidad.

Como se explicó en el capítulo IV, P.S.T.C. calcula los resultados más críticos del eje en toda su longitud, los cuales se encuentran en el contorno del mismo. En consecuencia, era necesario extraer de los resultados obtenidos en Ansys, aquellos correspondientes al contorno del eje en toda su longitud. Esto se logró por medio de Paraview, a través de líneas de extracción y ploteo de

resultados, las cuales fueron ubicadas en el contorno del eje mediante tramos, tal y como se muestra en la siguiente figura:

Figura 46

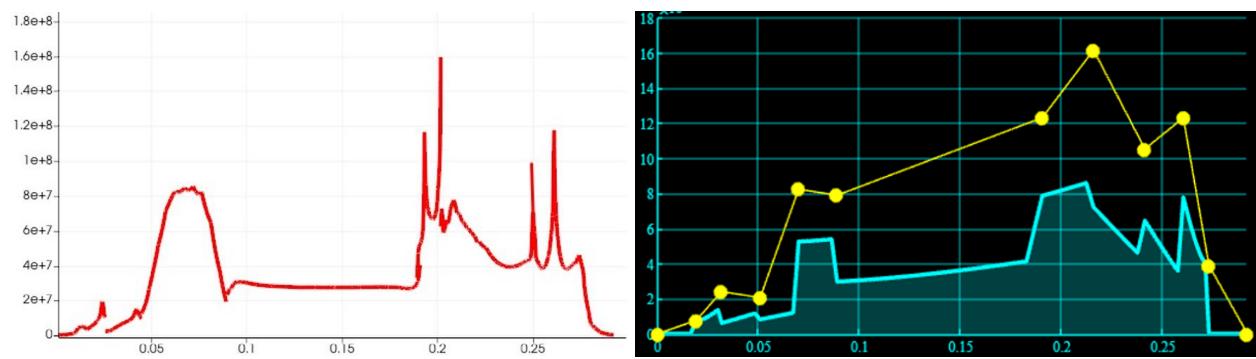
Procesamiento de los resultados obtenidos en Ansys con Paraview



Para el caso de los esfuerzos estáticos, se advierte que los resultados obtenidos en P.S.T.C. son prácticamente idénticos a los obtenidos con Ansys, presentándose un esfuerzo crítico equivalente a aproximadamente 160 MPa en ambos casos.

Figura 47

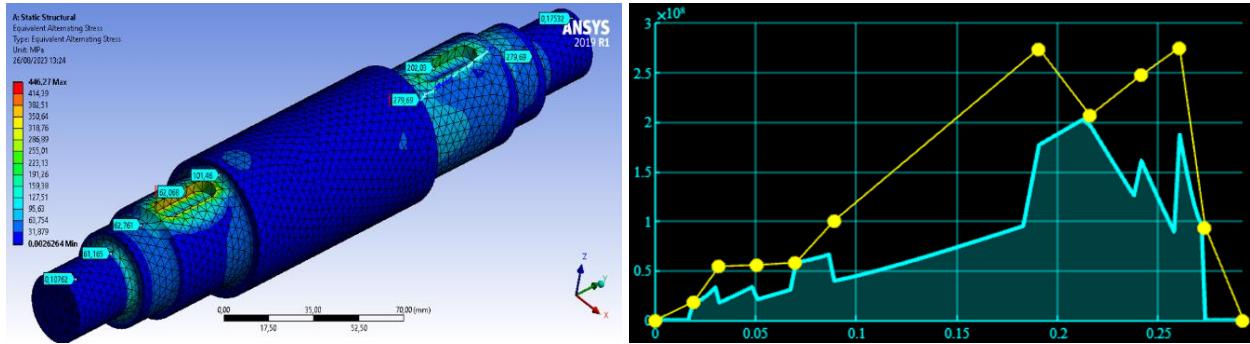
Comparación de los diagramas de esfuerzos estáticos



Para el caso de los esfuerzos dinámicos, se aprecia que, de manera similar al caso anterior, los resultados obtenidos por ambos programas son muy similares, presentándose para este caso, un esfuerzo crítico equivalente a aproximadamente 279 MPa.

Figura 48

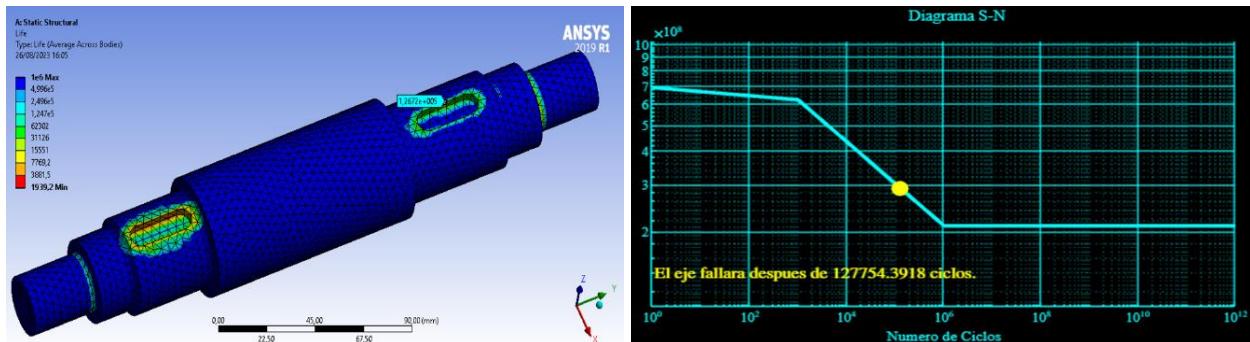
Comparación de los resultados obtenidos para los esfuerzos dinámicos



Respecto a los ciclos de vida del eje, ambos programas evidencian resultados próximos, siendo estos equivalentes a aproximadamente 127000 ciclos de vida. Para este caso, el resultado que proporciona P.S.T.C. es único y hace referencia al resultado de ciclos de vida mínimo en toda la extensión del eje de transmisión de potencia.

Figura 49

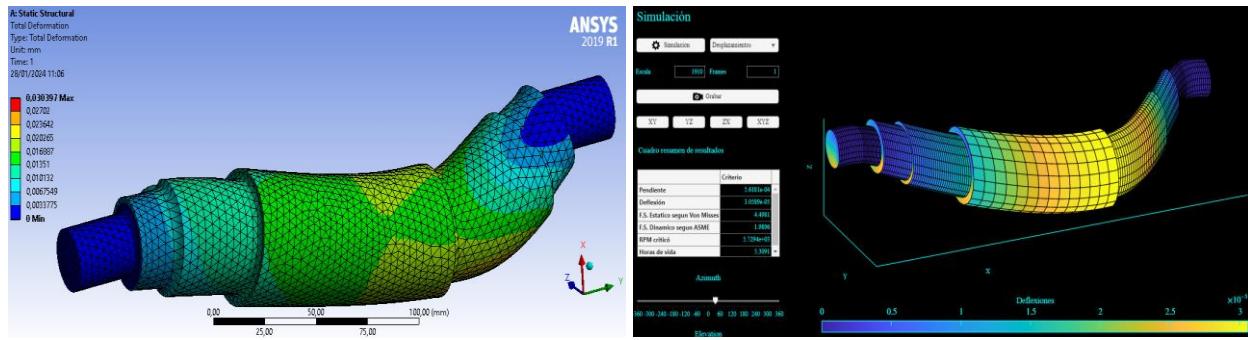
Comparación de los resultados obtenidos para el número de ciclos de vida



En relación a las deformaciones, se evidencia que tanto los resultados como la representación tridimensional de estos, son prácticamente idénticos para ambos programas.

Figura 50

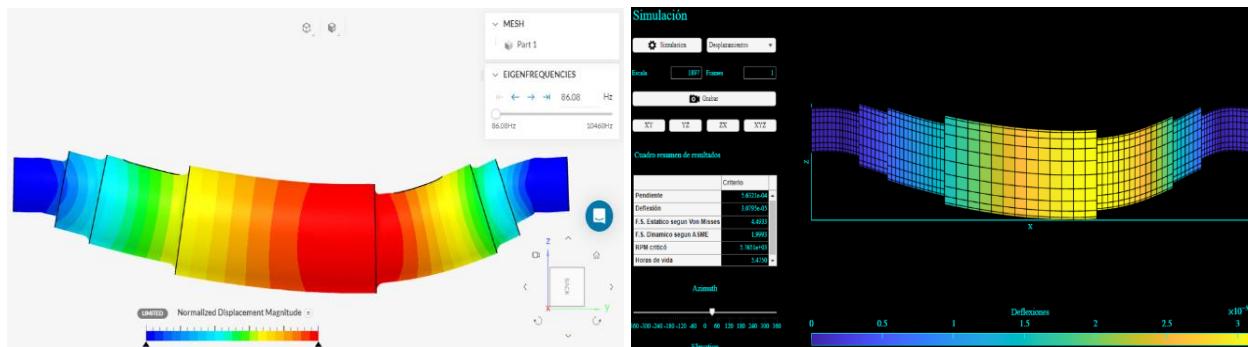
Comparación de los resultados obtenidos para las deformaciones



En cuanto al análisis vibracional, se visualiza que ambos programas ofrecen resultados cercanos, siendo este equivalente a 86.08 Hz (5164.8 rpm) para el caso de Simscale y 5765.1 rpm (promedio de los límites calculados para la velocidad crítica) para el caso de P.S.T.C.

Figura 51

Comparación de los resultados obtenidos para la velocidad crítica



El siguiente cuadro es un resumen de los resultados exactos obtenidos con P.S.T.C., junto con los resultados correspondientes obtenidos con los otros programas antes mencionados. Es notorio que la diferencia entre los valores obtenidos para cada resultado es mínima, siendo esta elevada únicamente en el caso de la velocidad crítica del eje de transmisión de potencia, dado que, para este resultado en particular, el valor calculado por P.S.T.C. corresponde al promedio de los límites calculados.

Tabla 13

Tabla comparativa de resultados entre los obtenidos por P.S.T.C. y otros software

Resultado	P.S.T.C.	Otros
Pendiente (rad)	0.00056321	0.00000000
Deflexiones (m)	0.00003079	0.00003039
F.S. Von Misses	4.4933	4.4943
F.S. ASME	1.9993	1.9882
RPM crítico	5765.1	5164.8
Horas de vida	5.4750	5.4307

6. CAPÍTULO VI: APLICACIÓN PRÁCTICA

6.1 Análisis del caso de estudio práctico

Para la aplicación práctica de P.S.T.C. se ha visto por conveniente hacer uso de esta herramienta, para mejorar el diseño de una máquina de trituración de Tereftalanado de Polietileno, fabricada y comercializada por la empresa H&C INDUSTRIAS DEL PERU.

Figura 52

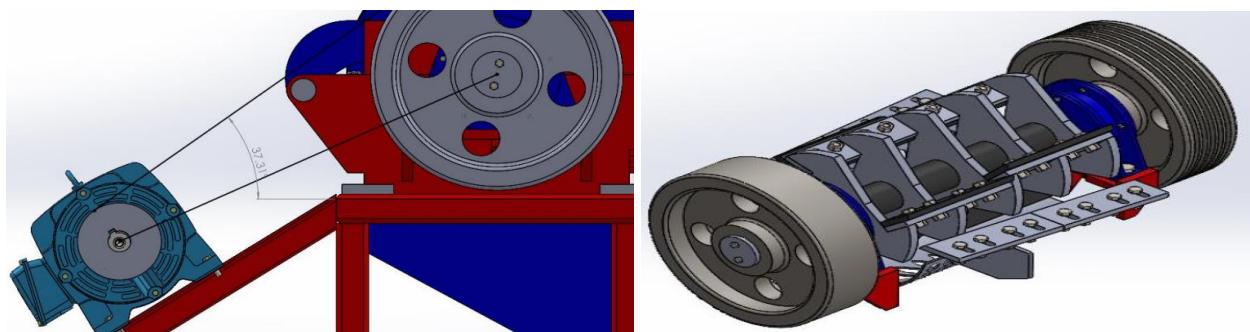
Toma fotográfica y modelado CAD de la máquina de trituración de Tereftalanado de Polietileno



La optimización del diseño por medio de P.S.T.C. se enfocará en el sistema de transmisión de potencia de la máquina, específicamente en las correas y el eje de transmisión.

Figura 53

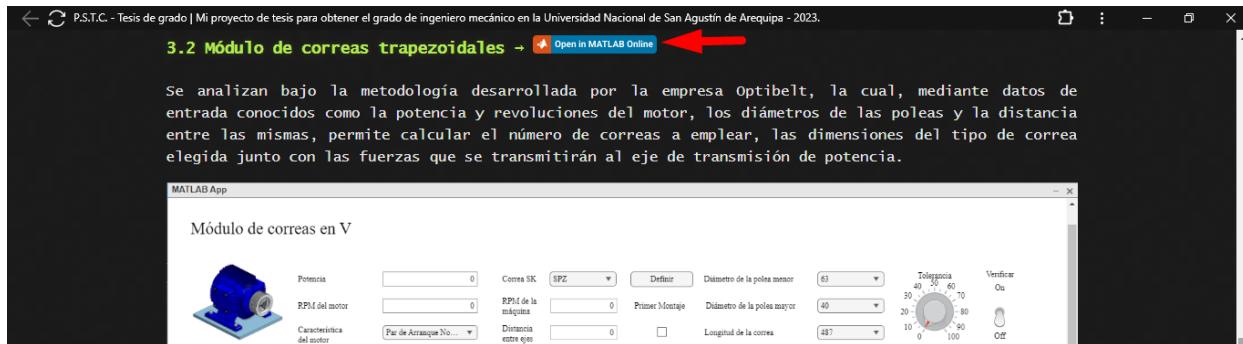
Configuración geométrica de la transmisión de potencia de la maquina trituradora



Como se mencionó en el capítulo V, el acceso al módulo de correas planas se encuentra en el sitio web P.S.T.C., por lo que el primer paso de este proceso de optimización es ingresar a la url y pinchar sobre el botón que dice “Open in MATLAB Online”, el cual se encuentra a lado del módulo correspondiente.

Figura 54

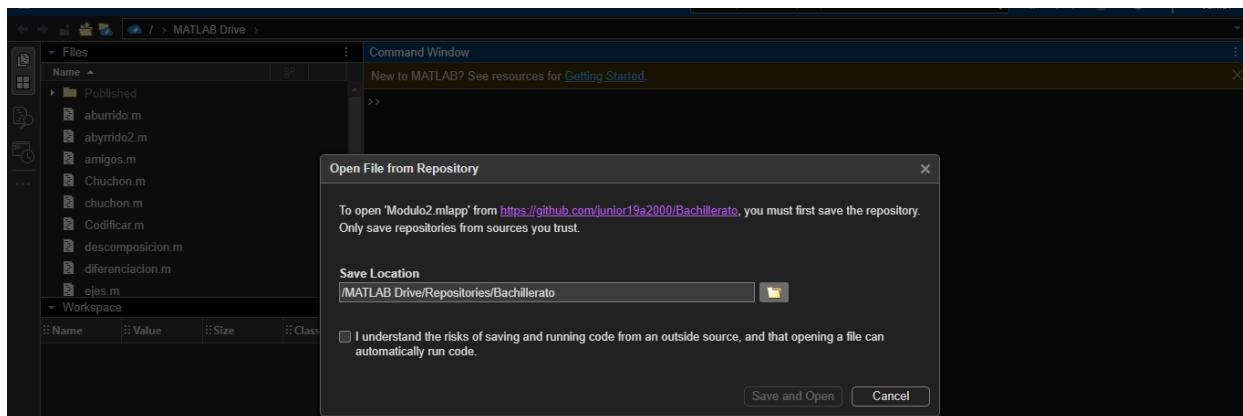
Acceso al módulo de correas en V mediante el sitio web de P.S.T.C.



El enlace redirige a una sesión de Matlab Online correspondiente a la cuenta de MathWorks previamente registrada. En dicha sesión aparecerá un cuadro de confirmación, mediante el cual se le solicitará al usuario guardar una copia del repositorio de P.S.T.C. Lo anterior, ocurrirá únicamente en la primera vez que se use P.S.T.C.

Figura 55

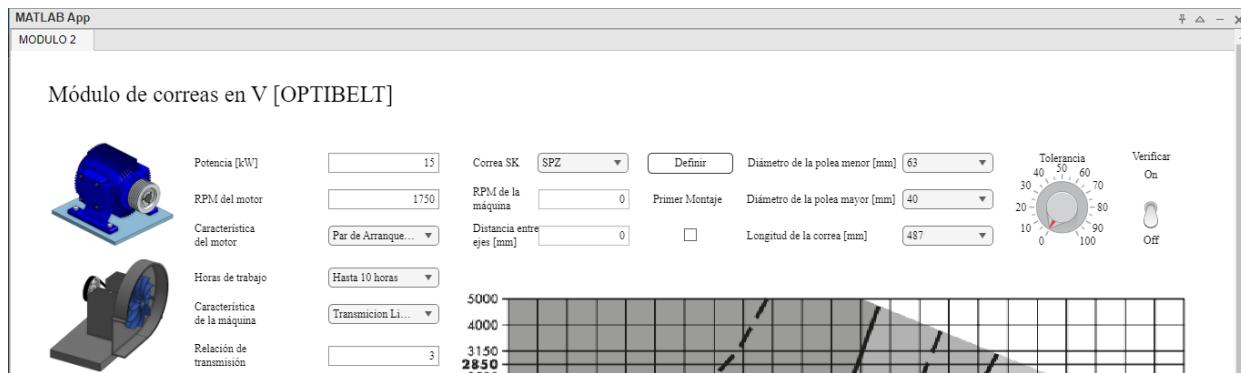
Acceso al módulo de correas en V con Matlab Online



Una vez guardado el repositorio, el módulo se ejecutará inmediatamente y estará listo para utilizarse directamente en el navegador. En base al modelo CAD de la maquina y la información de campo registrada, se llenan los recuadros ubicados en la parte izquierda del módulo y se pincha el botón “Definir”.

Figura 56

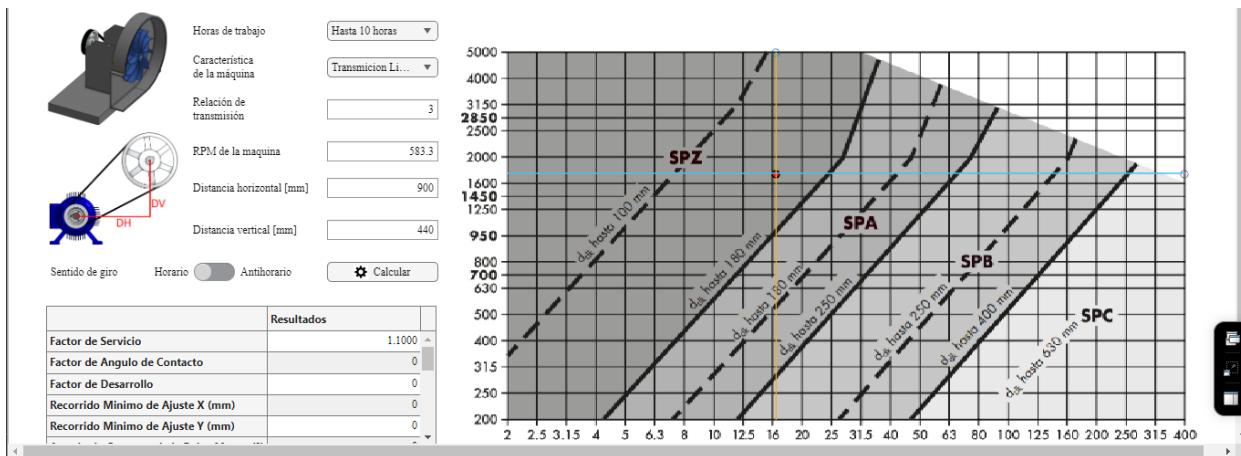
Ingreso de los parámetros de diseño iniciales en el módulo de correas en V



Producto de la acción anterior, el módulo recomendará el perfil de correa que debe de seleccionarse, en este caso, SPZ. No obstante, el usuario se encuentra en la libertad de elegir otro perfil, teniendo en cuenta el grafico de perfiles.

Figura 57

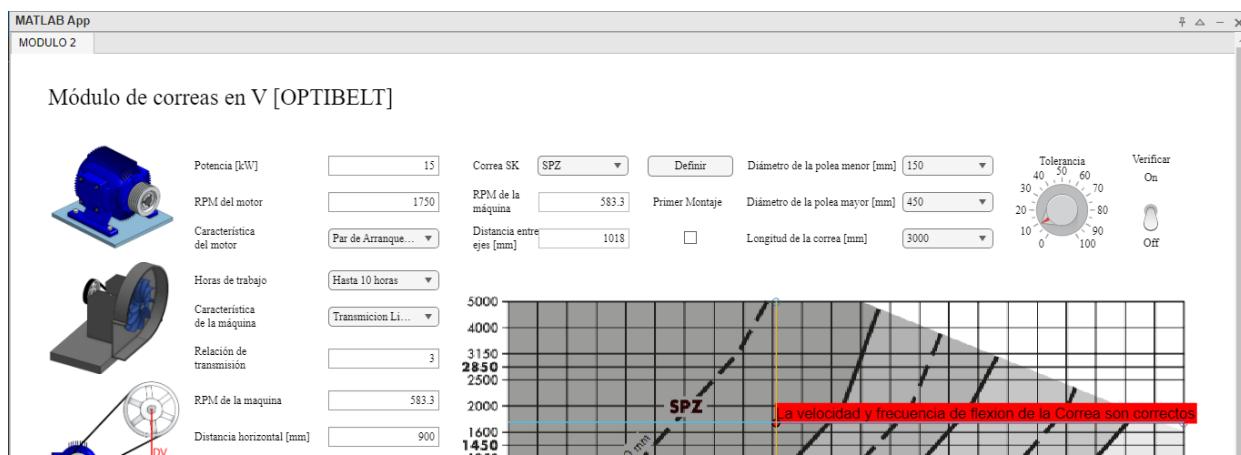
Perfil de correa recomendado por el módulo de correas en V



Una vez seleccionado el perfil de correa, se debe de verificar los valores de velocidad y frecuencia de flexión de las correas, en base a una tolerancia establecida, así como determinar los diámetros de las poleas y la longitud de la correa. Para ello, se pincha la palanca de verificación, con lo cual el módulo recomendará los diámetros de poleas a utilizar, calculará la longitud de la correa y advertirá sobre si los valores antes mencionados cumplen con la tolerancia establecida.

Figura 58

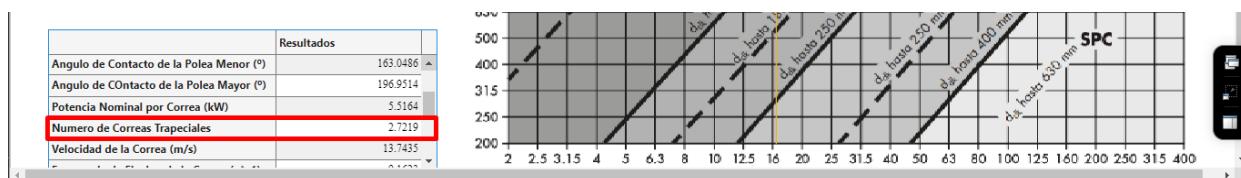
Verificación de los valores de velocidad y frecuencia de flexión de las correas en V



Luego de seleccionado el perfil, los diámetros de las poleas, la longitud de la correa y las verificaciones correspondientes, se procede con el cálculo de los resultados restantes. Para ello se pincha el botón “Calcular”, con lo cual se podrá saber el número de correas a utilizar, la magnitud de las cargas que actuarán sobre el eje de transmisión, entre otros. Para este caso en particular, el módulo recomienda utilizar 3 correas trapeciales de perfil SPZ, con una longitud de 3000 mm,

Figura 59

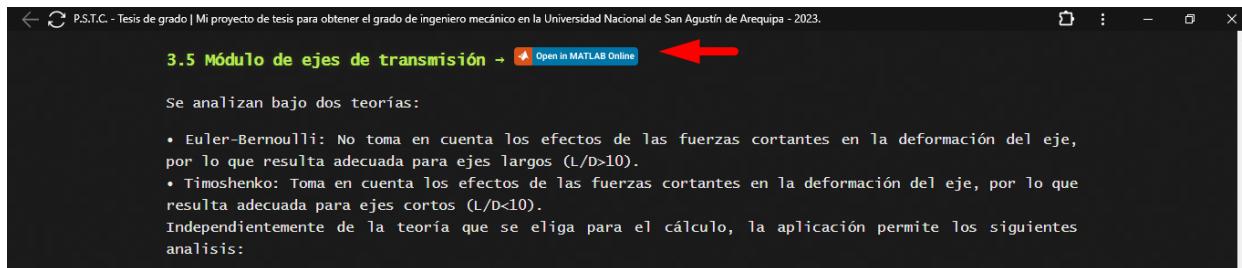
Número de correas en V recomendado por P.S.T.C.



Con las correas ya seleccionadas, continua el cálculo del eje de transmisión. Para ello, se busca el módulo de ejes en el sitio web de P.S.T.C. y se accede a este como en el caso anterior.

Figura 60

Acceso al módulo de ejes de transmisión de potencia mediante el sitio web de P.S.T.C.



Dado que el módulo de correas sigue abierto, la sesión de Matlab Online consultara si se desea trabajar en una nueva ventana, o continuar trabajando en la ventana que ya se encuentra abierta. En este caso, para trabajar con ambos módulos, debe de seleccionarse la opción de continuar en la ventana que ya se encuentra abierta.

Figura 61

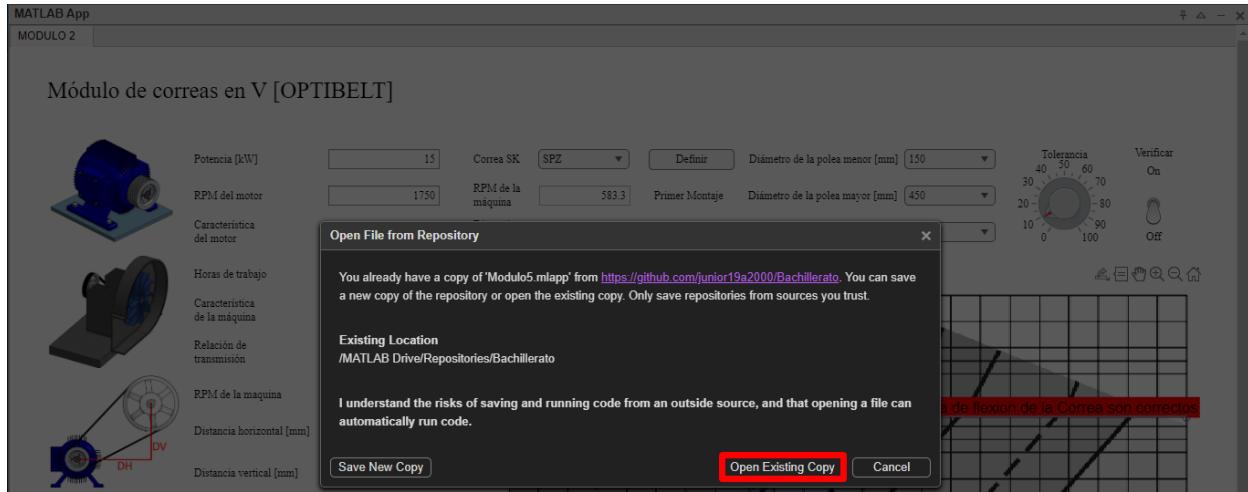
Acceso a uno de los módulos de P.S.T.C. cuando uno de estos ya se encuentra abierto



A continuación, aparecerá un cuadro de consulta sobre si se desea crear una nueva copia del repositorio, o en caso contrario, continuar con el ya existente. Este cuadro siempre aparecerá, y solo se debe de guardar una nueva copia cuando el repositorio base haya sufrido cambios. Para el presente caso, se continua con el ya existente.

Figura 62

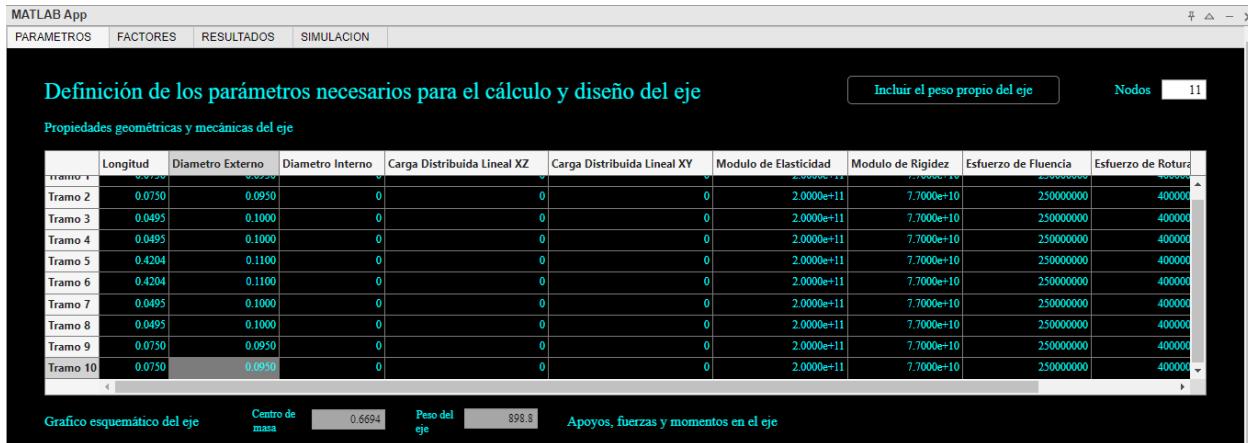
Cuadro de consulta sobre utilizar la copia del repositorio ya existente o crear una nueva



Inicialmente, se va a calcular el eje con las dimensiones con las que H&C INDUSTRIAS DEL PERU lo fabricó, para posteriormente optimizar el diseño inicial. En consecuencia, se debe ingresar las características geométricas y mecánicas del eje en el submódulo de parámetros.

Figura 63

Ingreso de datos al submódulo de parámetros de ejes de transmisión de potencia

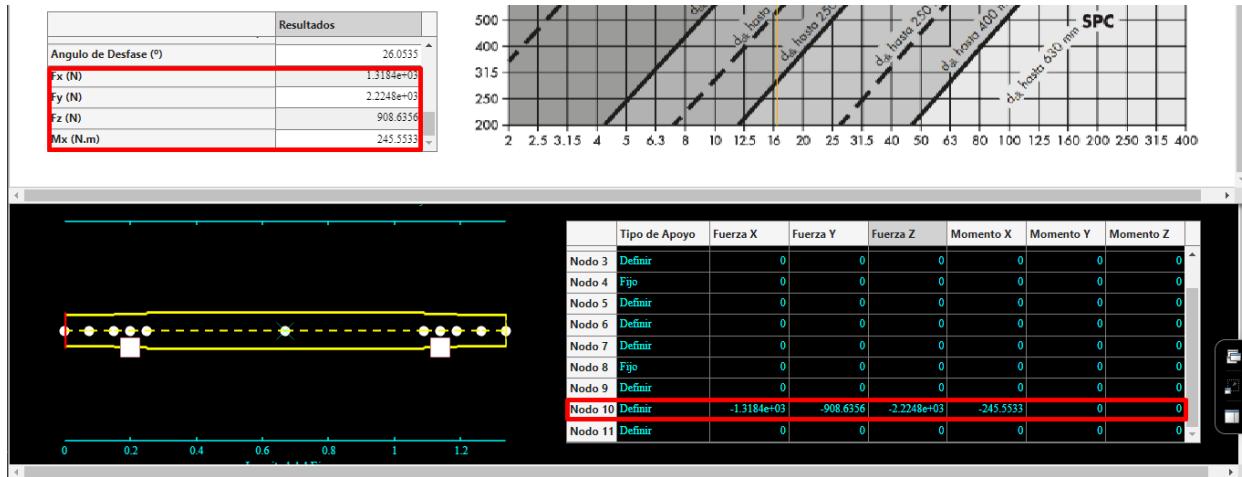


Para el caso de las cargas que actúan sobre el eje de transmisión, se hace uso de los resultados obtenidos en el módulo de correas en V. Además, se deben agregar las cargas

correspondientes a otros elementos acoplados al eje, como lo son para el presente caso, el juego de cuchillas, la polea y el volante.

Figura 64

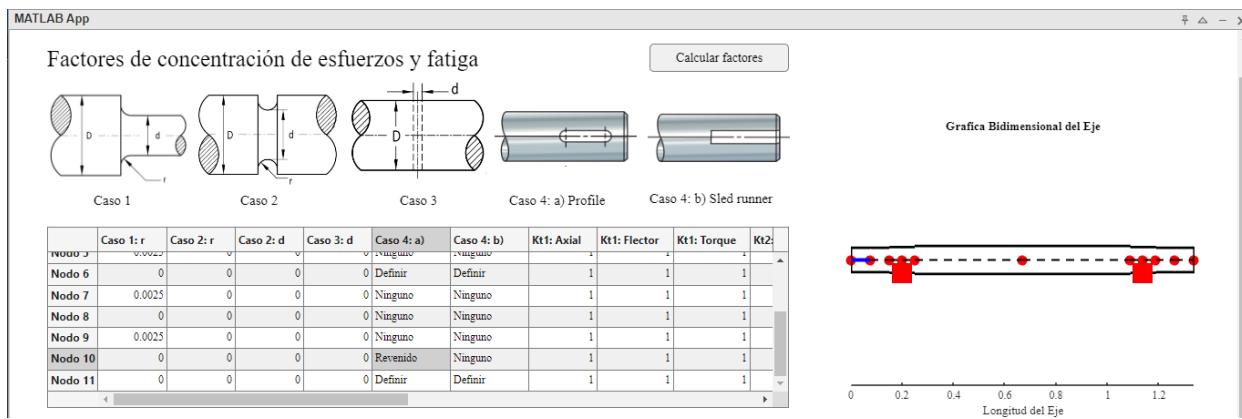
Traslado de resultados del módulo de correas en V al módulo de ejes de transmisión de potencia



De igual forma, se llena con la información correspondiente, el submódulo de factores, el cual está relacionado a las concentraciones de esfuerzos estáticos y dinámicos, así como al cálculo del límite de fatiga para cada tramo del eje. Adicionalmente, incorpora herramientas para el cálculo de chavetas cuadradas y selección de rodamientos SKF.

Figura 65

Ingreso de datos al submódulo de factores estáticos y dinámicos



Una vez llenada la información, se procede a pinchar el botón “Calcular factores” para efectuar los cálculos correspondientes, de esta manera, el usuario está en la posibilidad de revisar los resultados de estos, antes de efectuar el cálculo final.

Figura 66

Resultados proporcionados por el submódulo de factores estáticos y dinámicos



Con la información registrada y los factores de concentración ya determinados, corresponde ejecutar el cálculo general del eje, mediante el modelo de Bernoulli o Timoshenko. El módulo recomendará el modelo a elegir en base a la esbeltez del eje de transmisión, no obstante, el usuario tiene la libertad de elegir cual emplear.

Figura 67

Selección del modelo de cálculo del eje de transmisión de potencia



Una vez elegido el modelo, el usuario deberá pinchar el botón correspondiente a dicho modelo, para que el módulo pueda iniciar con los cálculos necesarios. Una vez estos terminados, el submódulo de resultados está en la capacidad de mostrar los resultados obtenidos de manera gráfica y numérica. A continuación, se muestran algunos de ellos para el caso en análisis:

Figura 68

Resultados en relación a los esfuerzos

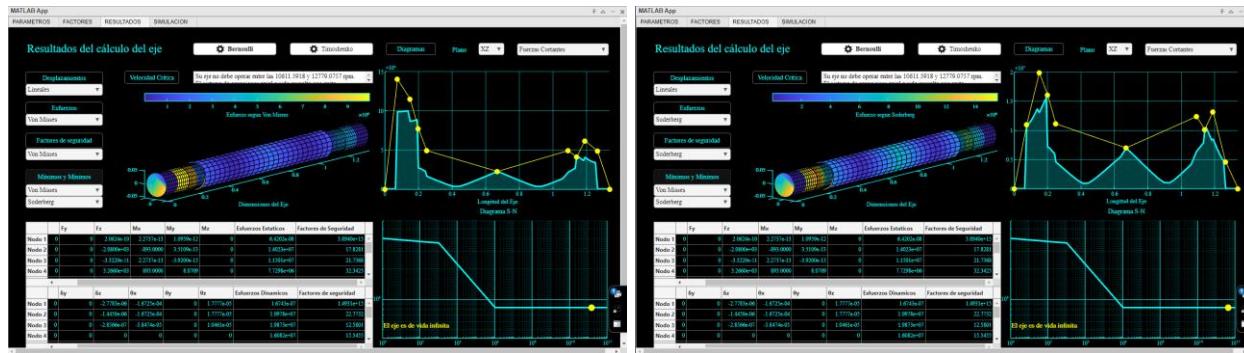


Figura 69

Resultados en relación a las deformaciones



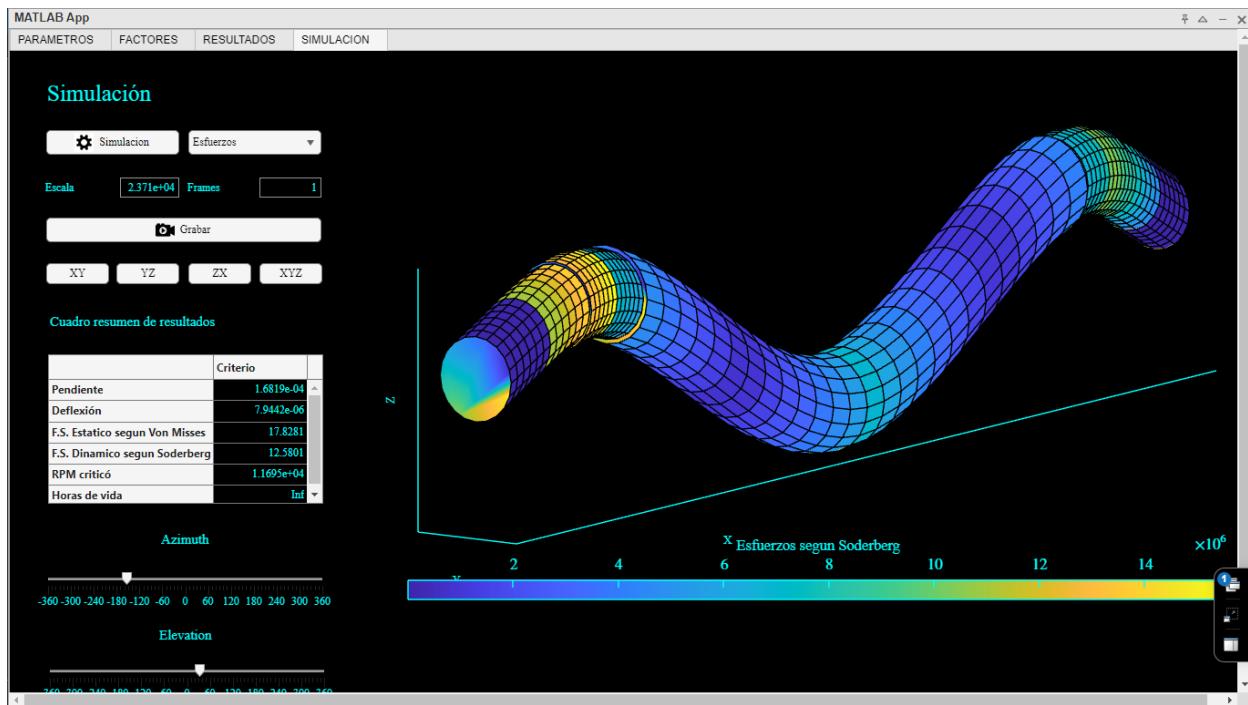
Figura 70

Resultados en relación a las velocidades críticas y el tiempo de vida



Figura 71

Resultados en relación a la simulación

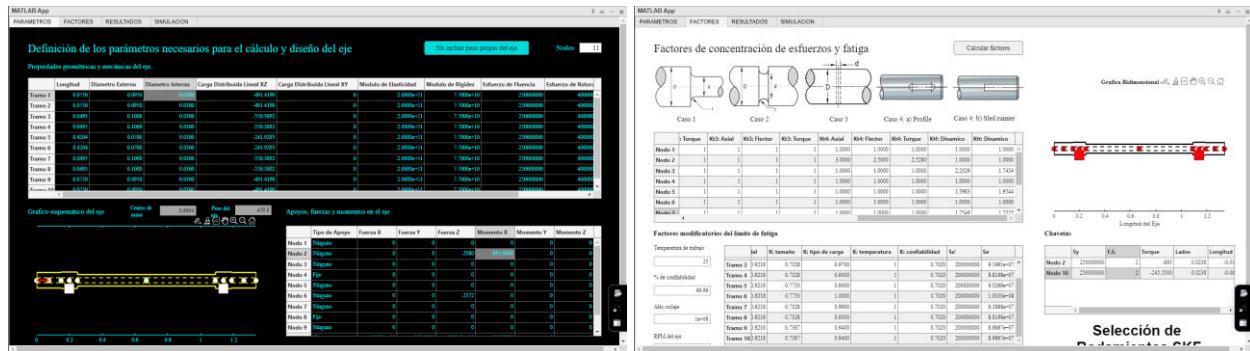


Del cuadro de resumen de resultados, se advierte que el eje esta sobredimensionado bajo todos los criterios, por lo que puede ser optimizado y admitir cambios en su geometría como en sus propiedades. En adición a lo anterior, para hacer el análisis más realista, se tomará en cuenta el peso propio del eje.

En línea con lo expuesto previamente, se modificó el diámetro central del eje de transmisión, pasando de 11 cm a 7 cm; se añadió un orificio interior de 3 cm en toda la longitud del eje de transmisión, y se añadieron las cargas distribuidas correspondientes al peso propio del eje de transmisión en cada tramo para un análisis más realista. Así mismo, se recalcularon los valores obtenidos a partir del submódulo de factores, principalmente debido a los cambios geométricos que ha sufrido el eje de transmisión, ya que estos afectan a los redondeos que están presenten en los cambios de diámetro.

Figura 72

Redimensionamiento del eje de transmisión de potencia y recálculo de los factores



Con los valores involucrados recalculados, se efectúa el cálculo general del eje de transmisión bajo el modelo seleccionado, a partir del cual se obtuvieron los siguientes resultados, los cuales son menos conservadores, pero aún confiables:

Figura 73

Resultados en relación al rediseño del eje de transmisión de potencia

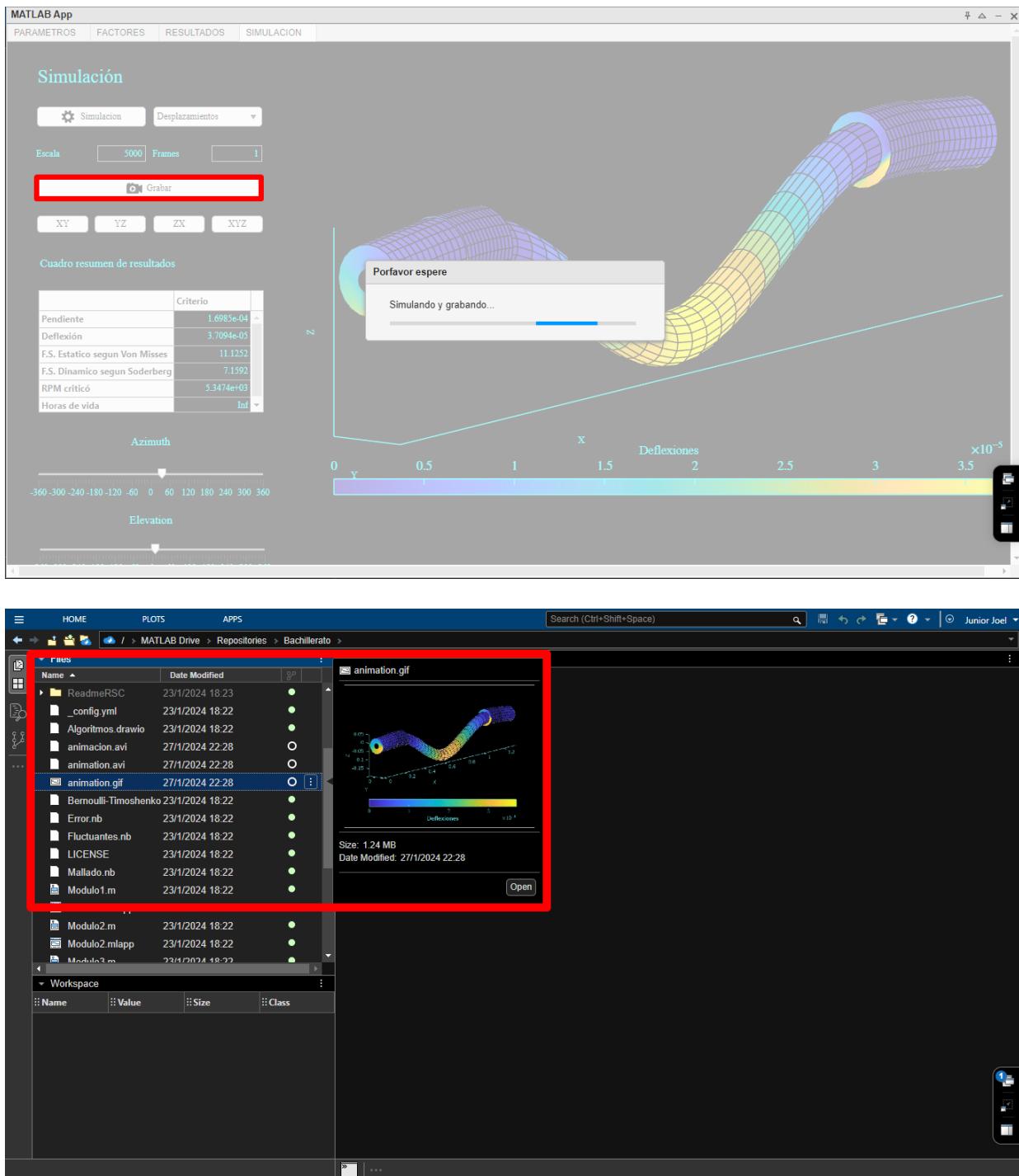


Se advierte que los factores de seguridad se han reducido en un 40% a causa de los cambios efectuados; no obstante, dichos factores siguen siendo bastante seguros, por lo que el eje de transmisión puede optimizarse aún más.

Finalmente, una vez optimizado el diseño, P.S.T.C. esta en la capacidad de generar una simulación tridimensional del eje con los resultados obtenidos, esto para una mejor representación y entendimiento de los mismos, tal y como se muestra en las siguientes figuras.

Figura 74

Generación de una animación sobre la simulación tridimensional de los resultados



CONCLUSIONES

1. Debido a la digitalización de diagramas, los factores necesarios en el diseño, son determinados sin la necesidad de que el usuario intervenga en ello, lo cual se traduce en una reducción de tiempo considerable en el proceso de cálculo general.
2. A diferencia de otros programas, el haber considerado la configuración geométrica de la transmisión de potencia y el sentido de giro del motor, permite que la descomposición y la determinación de las fuerzas sea más realista y, por lo tanto, un análisis más preciso del eje de transmisión.
3. Gracias al estudio e inclusión de diversas metodologías de cálculo, la aplicación está en la capacidad de analizar, calcular y diseñar cualquier tipo de eje de transmisión de potencia de manera óptima.
4. El no haber ignorado los efectos de las fuerzas cortantes en los análisis del eje de transmisión, no ha supuesto una diferencia significativa en los resultados, al menos cuando el eje es de proporciones genéricas.
5. Si bien, la aplicación desarrollada se centra en el diseño de ejes de transmisión, no se deja de lado a los componentes que, por lo general, permiten dicha transmisión, siendo en este caso: las correas planas, las correas en V, las cadenas de rodillos y los engranajes, los cuales se analizan bajo la metodología de fabricantes y normativas reconocidas mundialmente.
6. Se ha cumplido con los objetivos establecidos en el proyecto de investigación, ya que la aplicación desarrollada se caracteriza por su interfaz gráfica amigable, uso sencillo y acceso libre, lo cual la convierte en una gran opción para el diseño de componentes de transmisión de potencia de manera óptima.

RECOMENDACIONES

1. La precisión de las interpolaciones, en el proceso de la digitalización de los diagramas, podría incrementarse si se añade una mayor cantidad de datos.
2. Si bien se ha señalado que con la aplicación desarrollada se puede analizar cualquier tipo de eje de transmisión, es importante mencionar que, existen factores involucrados en el proceso, que dependen de ciertas propiedades, las cuales, si son atípicas, podrían hacer que dichos factores difieran de los utilizados en la aplicación, por lo que, para estos casos, el usuario debe ser alguien con la capacidad de estimar la precisión de los resultados obtenidos con la aplicación. En consecuencia, los algoritmos desarrollados deben actualizarse para abarcar mayores casuísticas que aún no se han contemplado.
3. Se han analizado los componentes principales de un sistema de transmisión de potencia, no obstante, existen otros que también deberían ser incluidos, como los motores, volantes de inercia, anillos de retención, etc.
4. Así mismo, los componentes abarcados en la aplicación, se calculan según el fabricante respectivo, sin embargo, existen otros fabricantes de igual relevancia, que podrían ser incluidos.
5. Este proyecto podría ser utilizado como base para el desarrollo de un laboratorio virtual, enfocado en el análisis y diseño de sistemas de transmisión de potencia.

REFERENCIAS

Barlam David, Nystrom Frederic y Klebanov Boris, (2007). Machine Elements Life and Design. Taylor & Francis Group

Marghitu Dan y Dupac Mihai, (2019). Machine Component Analysis with MATLAB. Elsevier, Inc

Spotts M. y Shoup T., (1999). Design of Machine Elements. Prentice Hall, Inc

Singh Ajeet, (2017). Fundamentals of Machine Design. Cambridge University Press

Staab George, Busby Henry y Collins Jack, (2009). Mechanical Design of Machine Elements and Machines, A Failure Prevention Perspective. John Wiley & Sons, Inc

H. Brown Thomas, (2005). Marks Calculations for Machine Design. The McGraw-Hill Companies, Inc

Dowling Norman, (2013). Mechanical Behavior of Materials. Pearson Education

Marshek Kurt y Juvinal Robert, (2017). Fundamentals of Machine Component Design. John Wiley & Sons, Inc

Budynas Richard y Nisbett Keith, (2019). Shigley's Mechanical Engineering Design. The McGraw-Hill Companies, Inc

Mott Robert, Vavrek Edward y Wang Jyhwen, (2018). Machine Elements in Mechanical Design. Pearson Education, Inc.

Norton Robert, (2020). Machine Design: an integrated approach. Pearson Education, Inc.

Ugural Ansel, (2015). Mechanical Design of Machine Components. Taylor & Francis Group

Bhandari V. B, (2018). Design of Machine Elements. The McGraw-Hill Companies, Inc

Jiang Wei, (2019). Analysis and Design of Machine Elements. John Wiley & Sons, Inc

Sanchez Sanchez, (2003). Programa de cálculo de ejes. Universidad de Salamanca

D.A. Fadare y O.Y. Akanbi, (2010). Development of a Computer Aided Software for Power Transmission Shaft Design with Multiple Criteria. Universidad de Ibadan

Mata Aroco, (2011). Desarrollo de un Programa para el Diseño y Verificación de ejes sometidos a fatiga. Universidad Carlos III de Madrid

A.A. Adukenle, S.B. Adejuyigbe y O.T. Arulogun, (2012). Development of cad software for shaft under various loading conditions. Universidad de Tecnología Ladoke Akintola

Soto Jaimes, (2015). Desarrollo de un algoritmo para el diseño de árboles de transmisión de cajas reductoras de engranajes cilíndricos. Pontificia Universidad Católica del Perú

Regalado Gonzales, (2015). Cálculo y diseño de engranajes conforme a la Norma ANSI / AGMA 2101 – 04. Universidad Carlos III de Madrid

Buelvas Hernandez, Olier Arroyo y Carazo Tordecilla, (2016). Desarrollo de aplicación para el diseño estocástico de ejes de transmisión de potencia. Universidad Tecnológica de Bolívar

Martínez Sarmiento, (2016). Desarrollo de un software para el diseño asistido de ejes sometidos a cargas estáticas y dinámicas. Escuela Politécnica Nacional

Ortiz Cadena y Marroquin Cifuentes, (2016). Desarrollo de software para el cálculo y selección de poleas trapezoidales para correas de alta capacidad y métricas. Universidad Distrital Francisco José de Caldas

N.F. Timerbaev, A.R. Sadrdinov y R.G. Safin, (2017). Software Systems Application for Shaft Strength Analysis in Mechanical Engineering. Universidad Nacional de Investigación Tecnológica de Kazan

López Ochoa, (2018). Desarrollo de un algoritmo para el diseño de árboles en cajas reductoras de velocidad con engranajes cilíndricos y ejes horizontales paralelos considerando

resistencia a la fluencia, resistencia a la fatiga y deflexiones. Pontificia Universidad Católica del Perú

Gonzalez Garcia, (2019). Herramienta para el diseño y cálculo de sistemas de transmisión por engranajes cilíndricos de dientes rectos y ejes paralelos. Universidad de Sevilla

Rivera Estupiñan, (2020). Diseño y desarrollo de una herramienta computacional para el cálculo del diámetro mínimo de ejes de transmisión, bajo la acción de cargas cíclicas. Universidad Nacional de Loja

M. Helal, H. Alghtani, F. Felemban, A. Alharthi, E. Fathallah, A. Elsherbiny y H. Eleashy, (2021). A New Model for Shaft Design of Engine Using Matlab-GUI. Universidad de Taif