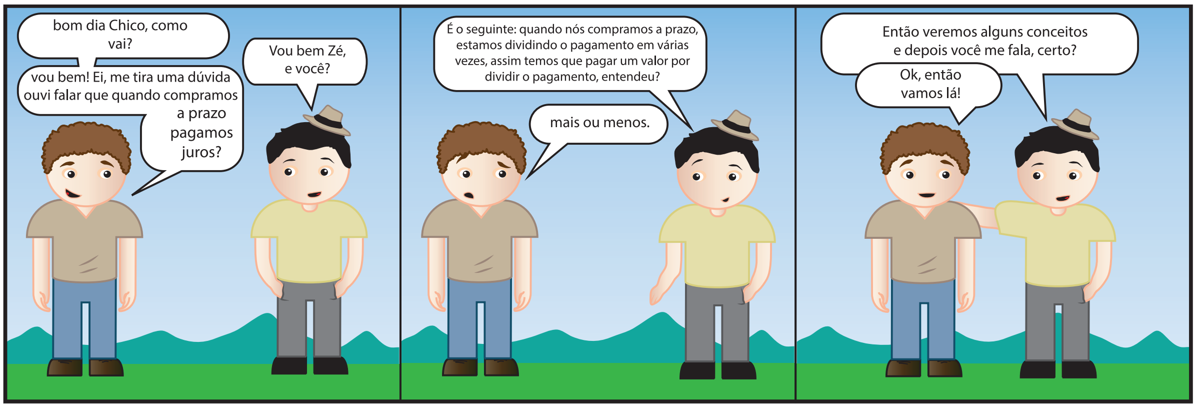
Conceitos essenciais de juros simples e compostos

A disciplina Matemática Financeira é um ramo que estuda as alterações do valor do dinheiro com o passar do tempo, assim como apresenta diversos mecanismos que permitem avaliar como essas alterações ocorrem com o passar do tempo. Possui linguagem própria, que possibilita a leitura e interpretação pelo olhar das finanças. Deste modo, alguns conceitos são fundamentais para esta leitura na ótica das finanças.

Banco de Dados/NEaD

Entender Matemática Financeira é entender como funciona o mundo do dinheiro, as transações de compra e venda, empréstimo, prestações, juros, dívidas e todas as operações que envolvem dinheiro. O intuito principal é analisar o valor do dinheiro no tempo, pois R$ 1.000,00 hoje não terá o mesmo poder de compra que R$ 1.000,00 daqui a 1 ano e vice-versa, assim descobrir como e porque o valor do dinheiro muda ao longo do tempo é o objetivo principal da Matemática Financeira.

E para aprendermos o conteúdo da Matemática Financeira alguns conceitos são essenciais, sem os quais não é possível ler e aprender sobre o tema. Segue alguns destes conceitos:



AGENTE ECONÔMICO

É uma pessoa física ou jurídica que pratica um evento financeiro, como uma compra, venda ou empréstimo que possua consequências financeiras. Como exemplo, podemos citar quando você vai ao supermercado e faz compras: você está realizando um evento financeiro.

CAPITAL (C), CAPITAL INICIAL (C0) OU PRINCIPAL (P)

É o valor disponível representado por moeda (dinheiro) ou outro bem que uma pessoa ou uma empresa possui, como uma máquina, mercadorias, um imóvel; enfim, tudo que pode ser convertido em dinheiro. Este capital permite que aconteçam as trocas entre bens, possibilitando os eventos financeiros.

OPERAÇÃO FINANCEIRA

É a transferência de capital entre quem possui capital (o credor) e quem necessita desse capital (o tomador), desde que estabelecidas as condições necessárias para a realização da operação. Tais condições estabelecem: valor da operação, prazo, taxa de juros contratada, garantias por parte do tomador, etc.

JURO (J)
É o valor remunerado (pago) ao capital acordado entre as partes, o tomador e o credor em uma operação financeira.

MONTANTE (M) ou (Cn)
Podemos conceituar montante como a soma do capital (C) mais os juros (J) de uma operação financeira.

VALOR PRESENTE (VP)
É o valor de uma operação financeira hoje. É um valor intermediário entre o montante (M) e o capital (C).

VALOR FUTURO (VF ou FV)
É o valor de um recurso ou operação em uma data futura. Por vezes, é citado como sinônimo de montante.

TAXA DE JUROS
A taxa de juros é a relação entre o capital emprestado e o juro devido.

DATA FOCAL
É a data a ser considerada como base de comparação de valores referidos a datas diferentes, é conhecida também como data de avaliação ou data de referência.

EQUAÇÃO DE VALOR
É a equação que possibilita realizar a igualdade de capitais diferentes, em períodos diferentes, trazidos para uma mesma data focal com taxa de juros fixada.

CUSTO DE OPORTUNIDADE DO CAPITAL
Representa a ação de você abrir mão de uma decisão por outra, como por exemplo, deixar o dinheiro na poupança ou investir em uma renda fixa.

FLUXO DE CAPITAIS
Representa um deslocamento do capital (dinheiro), ou seja, é o movimento do dinheiro. Geralmente quando falamos deste tema nos referimos aos recursos que circulam em âmbito de países como o fluxo de capital entre os países em desenvolvimento principalmente os pertencentes aos BRIC'S que são: Brasil, Rússia, Índia, China e África do Sul.

ANUIDADES OU RENDAS CERTAS
São pagamentos ou recebimentos feitos ao longo do tempo.

AMORTIZAÇÃO
É o processo de pagamento de uma dívida.

CAPITALIZAÇÃO
É o processo de constituição de um capital futuro.

TERMOS OU PARCELAS
Representam os valores que devem ser pagos ou recebidos ao longo do tempo.

PERÍODO
Representa o intervalo de tempo existente entre dois termos consecutivos.

PRAZO
É o tempo de duração da renda.

CREDOR
Pessoa ou instituição que fornece o empréstimo.

DEVEDOR
Pessoa ou instituição que recebe o empréstimo.

ENCARGOS FINANCEIROS
Custo da operação (juros) para o devedor que retorna para o credor.

AMORTIZAÇÃO
Pagamento do principal (capital emprestado), geralmente por meio de parcelas periódicas.

IOF
Imposto sobre Operações Financeiras.

SALDO DEVEDOR
Valor da dívida em um determinado momento, depois de deduzido o valor já pago ao credor a título de amortização.

PRESTAÇÃO
É composta pela soma do valor da amortização mais os encargos financeiros devidos em determinado período.

CARÊNCIA
É o período concedido ao credor para início do pagamento do principal. Pode também ser utilizada para postergar o início do pagamento dos juros.

RECOMENDAÇÕES

Antes de seguir ao próximo tópico veja as seguintes questões, se tiver dúvida em responder alguns dos conceitos faça uma releitura do material e apenas em seguida continue. Se não tiver dúvida siga em frente.

1. Defina juros capital
2. Defina juros
3. Defina operação financeira

TÓPICOS ADICIONAIS	ONDE ENCONTRAR / O QUE FAZER
LINKS DA INTERNET	1. www.financasforever.com.br; 2. www.somatematica.com.br; 3.www.bcb.gov.br; 4.www.concurseirosdeelite.blogspot.com.br/2012/02/download-matematica-financeira-para.html
SUGESTÕES DE LEITURA	1. Capítulo 1 do livro Matemática Financeira e suas aplicações de Assaf Neto (2012). 2.Capítulo 1 do livro Matemática Financeira de Washington Franco Mathias e José Maria Gomes.

SAIBA MAIS

POR QUE SE COBRA JURO?

É comum questionarmos por que se cobra uma taxa de juros tão elevada nas operações financeiras. A composição da taxa de juros leva em conta que o possuidor do dinheiro, ao se dispor a emprestar seu patrimônio, está atento para os seguintes fatores:

- Nem sempre o tomador do empréstimo paga sua dívida ao possuidor do dinheiro (risco de crédito);
- É possível que o tomador do empréstimo atrase o pagamento da sua dívida (risco de liquidez);
- O possuidor do dinheiro deseja ter lucro ao emprestar seu patrimônio;
- O possuidor do dinheiro precisa precaver-se quanto a uma possível desvalorização do capital ao longo do tempo;
- Todo empréstimo implica despesas operacionais, contratuais e tributárias tais como impostos;
- Existe a possibilidade de perdas em função do risco-país; e
- Há a possibilidade do não-retorno do investimento em função de problemas operacionais da instituição onde os recursos foram aplicados.

Extraído da obra de Castanheira e Macedo (2008)

EXERCÍCIO PROPOSTO

Faça as palavras cruzadas abaixo com perguntas ligadas ao nosso conteúdo

1. Pagamentos feitos ao longo do tempo.
2. Valor disponível representado por moeda (dinheiro).
3. Valor de remuneração ao capital.
4. É a soma do capital mais os juros.
5. Pessoa ou instituição que empresta dinheiro.
6. Quem toma ou recebe dinheiro emprestado.
7. Quem deve e não paga fica.
8. Parte dos recursos guardados por uma pessoa.
9. Aumento de preço de um produto é chamado.
10. Período concedido ao credor para o início do pagamento.

D	I	J	X	C	C	V	B	N	M	J	K	J	L	Q
A	N	U	I	D	A	D	E	C	F	H	G	T	A	W
X	F	R	S	E	R	U	I	R	Y	F	C	V	S	E
C	L	O	A	V	E	Q	P	E	D	E	F	E	D	R
A	A	B	U	E	N	L	O	D	P	L	N	T	E	P
P	Ç	N	U	D	C	Ç	P	O	U	P	A	N	C	A
I	A	M	M	O	I	P	I	R	B	O	M	C	R	T
T	O	R	T	R	A	M	I	R	A	T	O	S	T	Y
A	A	A	X	B	N	N	M	B	V	C	U	R	V	I
L	C	M	O	N	T	A	N	T	E	A	S	D	C	U
H	F	D	S	E	R	T	Q	A	D	R	I	O	P	O
I	N	A	D	I	M	P	L	E	N	T	E	B	C	V

Juros simples

Conceito de Juro(s)


Banco de Dados/NEaD

O termo juro (s) vem de uma premissa básica da economia que diz que os recursos são escassos. Voltando um pouco ao passado, na época do escambo tínhamos a troca de bens entre indivíduos que não possuíam uma moeda. Foi a partir da invenção da moeda que as trocas entre bens ficaram mais bem evidenciadas ou compreensíveis. A moeda trouxe outro avanço importante: a possibilidade de ao invés de trocar bens por outros, trocá-los por dinheiro.

Mathias e Gomes (2013) definem juro como o custo do crédito ou a remuneração de uma aplicação; é o pagamento pela utilização do poder aquisitivo durante um período de tempo. Logo, quem toma dinheiro emprestado pagará juros e quem empresta receberá juros. Mathias e Gomes (2013) acrescentam ainda que as pessoas têm pref erência temporal em consumir ao invés de poupar. Assim temos a seguinte fórmula para calcular os juros:

$$J = C \; x \; i \; x \; n$$

Onde:

J = juro

C = capital

i = taxa de juros

n = prazo de aplicação

Taxa de juros

Segundo Mathias e Gomes (2013), a Taxa de Juros é determinada por meio de um coeficiente referido a um intervalo de tempo. Este coeficiente corresponde à remuneração do capital empregado por um prazo igual àquele da taxa. A taxa de juros é a relação entre o capital emprestado e o juro devido.

Portanto, conclui-se que taxa de juros é a razão entre os juros (J) e o principal (P) ou capital (C). Simbolicamente, representamos o juro pela letra "i", onde $i = \frac{J}{P}$

Onde,

i = corresponde à taxa de juros;

J = representa o juro; e

P = é o valor principal ou presente.

A taxa de juros pode ser apresentada de duas formas, a saber:

Em termos percentuais, a mais utilizada em nosso cotidiano, representa o valor pago a cada cem unidades financeiras na unidade de tempo. É o que se obtém depois de dividir o capital por 100.

EXERCÍCIO RESOLVIDO

1 - Um indivíduo tomou R$ 100.000,00 emprestados no banco e pagou R$ 140.000,00 após um ano.

Pergunta-se:

a) Quanto foi o juro pago?

b) Qual foi a taxa de juros aplicada nessa operação?

Sabemos que o juro é a diferença entre o que tomamos emprestado e o que pagamos. Assim, temos: R$ 140.000,00 - R$ 100.000,00 = R$ 40.000,00

Temos que encontrar a razão entre o valor pago referente aos juros e o valor do capital. Logo, temos:

$$\text{Taxa de juros} = \frac{40.000,00}{200.000,00} = 0,20$$

Ou em termos percentuais = $\frac{20}{100}$ que é igual a 20% a.a.

Exemplo: Qual o juro pago em um empréstimo de R$ 1.000,00 aplicado por dois anos a taxa de 5% ao ano?

Resolução:

O primeiro passo é transformar a taxa que está em percentual (5%) para taxa unitária, logo teremos $5\% = \frac{5}{100} = 0,05$

Assim temos: Juro = 1.000,00 x 0,05 x 2 → R$ 10,00 x 5 x 2 = R$ 100,00

Logo, R$ 100,00 é o juro pago pelo empréstimo em dois anos.

Em termos unitários, é o valor cobrado ou pago por uma unidade financeira na unidade de tempo.

Para transformar de percentual para unitária, basta dividir por 100 e de unitária para percentual multiplicar por 100.

Forma percentual	Transformação	Forma unitária
15% a.a.	$\frac{15}{100}$	0,15 a.a.
10% a.s.	$\frac{10}{100}$	0,10 a.s.
3% a.t.	$\frac{3}{100}$	0,03 a.t.
1% a.m.	$\frac{1}{100}$	0,01 a.m.

Então, sempre que estivermos calculando juros temos que realizar as transformações necessárias.

Cálculo do juro

Quando trabalhamos com juros simples, a remuneração do capital (principal) é diretamente proporcional ao seu valor e ao tempo de aplicação. A fórmula básica para o cálculo é:

$$J = C \times i \times n$$

Onde:

J = juro;

C = capital inicial ou principal;

i = taxa de juros (unitária);

n = prazo de aplicação.

Exemplo: Admita um empréstimo de R$ 2.000,00 em um prazo de dois anos e com taxa de 10% a.a. Qual o valor pago como juro?

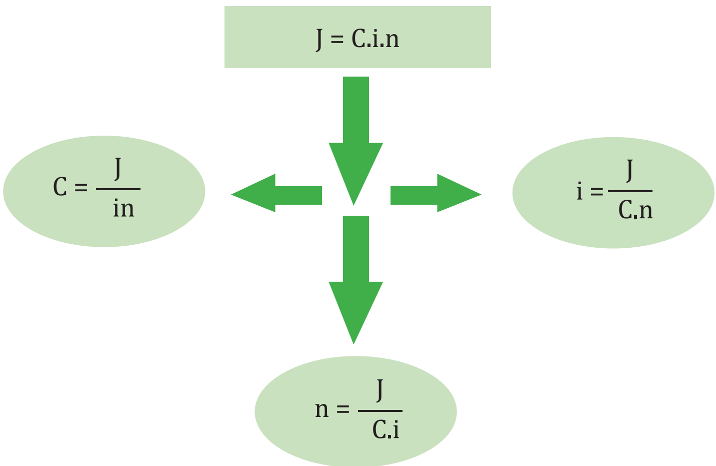
Resolução: Capital inicial (C) = R$ 2.000,00

Taxa de juros (i) = 10% a.a.

Número de períodos (n) = 2 anos

Desta forma, temos: J=C×i×n. Logo, J = 2.000,00 x 0,10 x 2 = R$ 400,00

A fórmula básica de juros pode ser descrita de forma algébrica da seguinte forma



Em Matemática Financeira com 03 elementos da fórmula podemos obter o quarto elemento que falta, então geralmente o elemento faltante é o que queremos determinar.

Cálculo do montante

Como vimos anteriormente, o montante é a soma do capital com os juros. Logo, temos a fórmula M = C + J. Como vimos que J = C x i x n, podemos derivar a fórmula de montante para M = C + Cin. Desta maneira, temos que:

$$M = C\ (1 + i\ n).$$

Exemplo: Admita um empréstimo de R$ 2.000,00 em um prazo de dois anos e com uma taxa de 10% a.a. Qual o montante após dois anos?

Resolução: Capital inicial (C) = R$ 2.000,00

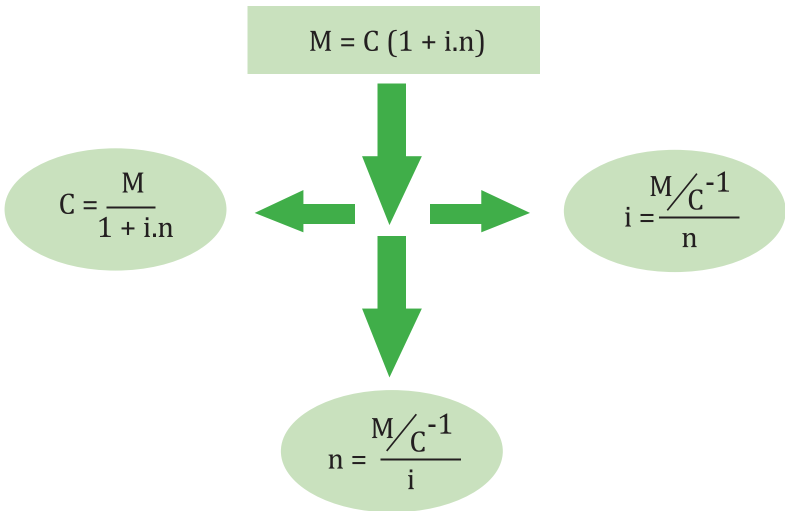
Taxa de juros (i) = 10% a.a.;

Número de períodos (n) = 2 anos;

M = C (1+in);

M = 2.000,000 (1+ 0,10 x 2) = R$ 2.400,00.

Assim como no caso da fórmula dos juros, a fórmula do montante também apresenta derivações que permitem você encontrar um dos fatores que falta. Volto a repetir que esse fator geralmente é o que se pergunta nas questões.



Taxa proporcional

Conforme Assaf Neto (2012) a compreensão destas taxas exige o reconhecimento de que toda operação envolve dois prazos a saber: (a) o prazo a que se refere a taxa de juros; e (b) o prazo de capitalização de ocorrência dos juros.

Considere duas taxas de juros distintas i_1 e i_2 relacionadas a dois períodos também distintos n1 e n2. Dizemos que essas taxas são proporcionais se o quociente das taxas e o quociente dos períodos forem iguais:

$$\frac{i_1}{i_2} = \frac{n_1}{n_2}$$

Exemplo: Verifique se as taxas de 4% ao bimestre e 24% ao ano são proporcionais.

Resolução:

i_1 = 4% a.b. = 0,04 a.b.

i_2 = 24% a.a = 0,24 a.a

n_1 = 2 meses

n_2 = 12 meses

Assim: $\frac{i_1}{i_2} = \frac{n_1}{n_2}$

$$\frac{0{,}04}{0{,}24} = \frac{2}{12}$$

Temos que são grandezas proporcionais, uma vez que o produto dos meios (0,24 x 2) é igual ao produto dos extremos (0,04 x 12). Conclui-se, portanto, que são taxas proporcionais.

Taxa equivalente

Como saberemos se duas taxas são equivalentes? Aplicamos um mesmo capital às taxas em um mesmo intervalo de tempo; se ambas produzirem o mesmo juro serão consideradas equivalentes. Sejam a taxa de juros i referente ao período 1 e i_m referente a fração 1/m teoricamente equivalentes. Quando trabalhamos com juros simples, taxas de juros proporcionais são equivalentes.

Exemplo: Suponha um capital de R$ 20.000,00, aplicado de duas formas: 2% a.m. ou 24% a.a., aceitando um prazo de três anos. Verifique se são equivalentes.

Resolução:

Aplicando a 2% a.m. em um prazo de três anos (36 meses), temos: J = 20.000,00 x 0,02 x 36 = R$ 14.400,00

Agora aplicando a 24% a.a. em um prazo de três anos (36 meses), temos: J = 20.000,00 x 0,24 x 3 = R$ 14.400,00

Logo, constata-se que o valor pago a título de juros é o mesmo para as duas operações.

Concluímos, portanto, que 2% a.m. é equivalente a 24% a.a.

Períodos não-inteiros

Podemos ter situações nas quais o prazo da aplicação (n) não é um número inteiro de período em relação à taxa dada, sendo necessário levar em consideração as frações dos períodos. Nesses casos, temos dois passos a seguir: primeiramente calcula-se o juro da parte inteira do período. Em seguida, calculamos a taxa proporcional à fração de período restante e o juro correspondente. O somatório dos juros será o valor de juro pago nessa operação.

Exemplo: Determine o juro de um capital de R$ 3.000,00, aplicado a uma taxa de 6% ao semestre em um prazo de três anos e nove meses?

Resolução:

Como são 3 anos e 9 meses temos 7 semestres (3 anos + 1 semestre + 3 meses).

O 1º cálculo é determinar o juro do período inteiro: $J_1 = 3.000,00 \times 0,06 \times 7 = 1.260,00$

O 2º cálculo é determinar o juro do período não-inteiro:

O im representa a taxa equivalente trimestral, pois temos uma taxa semestral (6%a.s.) e queremos encontrar a taxa trimestral, uma vez que 01 semestre tem 02 trimestres.

$$i_m = \frac{i}{m} = \frac{0,06}{2} = 0,03 \text{ a.t.}$$

J2 = 3.000,00 x 0,03 x 1 = 90,00

De tal modo, o total de juros é 1.260,00 + 90,00 = R$ 1.350,00

Sabendo que três meses são iguais a 1/2 semestre, podemos resolver também das seguintes formas: 3.000,00 x 0,06 x 7,5 = R$ 1.350,00.

VOCÊ SABIA?

O ano civil tem 365 dias, mas no nosso caso vamos trabalhar com o ano comercial que tem 360 dias. Assim, nosso mês tem 30 dias. Fique ligado!

Juro exato e juro comercial

Geralmente nas operações de curto prazo o regime geralmente adotado é o de juros simples e os prazos são fixados em dias fazendo-se necessário determinar a taxa proporcional referente a 1 dia. Mathias e Gomes (2013) apresentam dois enfoques dependendo do número de dias adotado: (a) ano civil com 365 dias; e (b) ano comercial com 360 dias.

Na maioria das operações do cotidiano utilizamos o juro comercial e não o juro exato

Denomina-se juro exato aquele que é obtido quando o período (n) está disposto em dias e quando isso ocorre, adota-se a convenção de ano civil.

Onde: $$J = \frac{Cin}{365}$$

Já por juro comercial temos aquele que é obtido quando se adota como base o ano comercial.

Onde: $$J = \frac{Cin}{360}$$

Vejamos a diferença no resultado, com o seguinte exemplo:

Determinando a taxa de juros diária (juro exato e juro comercial) a partir de uma taxa anual de 15%. Onde:

Juro exato:

$$\frac{15\%}{365 \text{ dias}} = 0{,}032877\% \text{ ao dia}$$

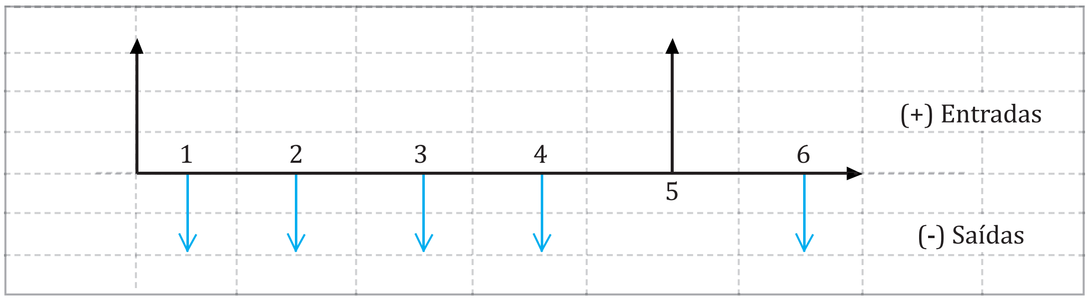
Juro comercial:

$$\frac{15\%}{360 \text{ dias}} = 0{,}033333\% \text{ ao dia}$$

O juro comercial diário é superior ao juro exato pelo menor número de dias considerado. No desconto comercial é necessário distinguir a taxa de desconto utilizada na operação e a taxa que efetivamente é cobrada na operação.

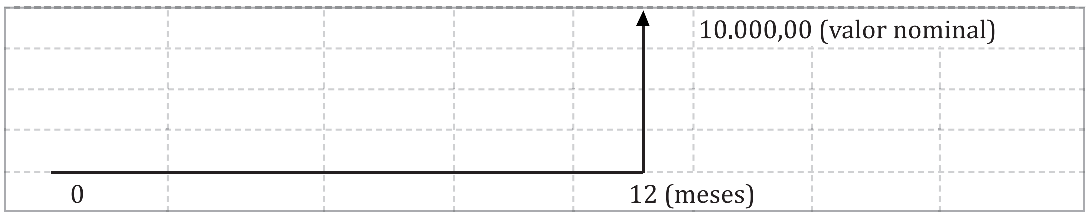
Valor nominal, valor atual e valor futuro

Os problemas financeiros dependem basicamente do fluxo do dinheiro no tempo e é mais conhecido na prática por fluxo de caixa. Esse fluxo representa as entradas e saídas de recursos, conforme disposto abaixo. (MATHIAS; GOMES, 2013)



O valor nominal define-se pelo valor de um compromisso na data de seu vencimento, passado o dia de pagamento e o saldo não tenha sido pago o valor nominal permanece e será acrescido os juros e multas acertados na data inicial da operação.

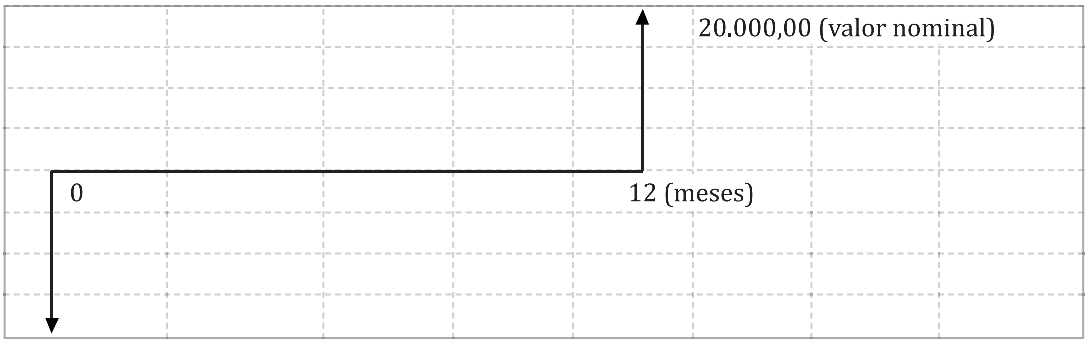
Vejamos a figura abaixo:



Pelo gráfico percebe-se que no 12º mês o valor do capital é de R$ 10.000,00. Ou seja, se um indivíduo aplicou determinada quantia hoje, dada uma taxa de juros, receberá esse valor daqui a 12 meses.

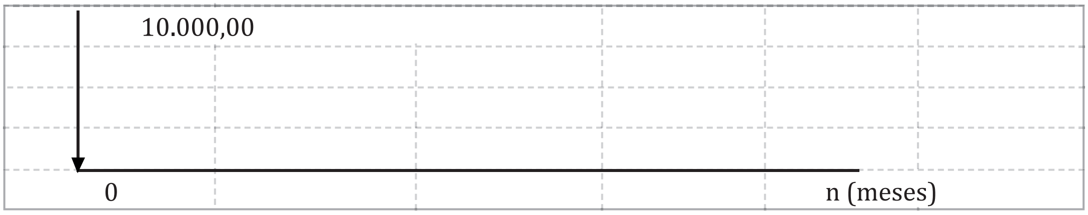
Já o valor atual é definido pelo valor de um compromisso antes da data de seu vencimento, para determinar esse valor necessitamos do valor nominal, uma data de cálculo e uma dada taxa de juros para utilização na operação.

Vejamos a figura abaixo:



E por fim temos o valor futuro que é definido pelo valor do título em momento posterior ao que estamos trabalhando.

Vejamos a figura abaixo:



SAIBA MAIS!

Quando estamos trabalhando com matemática financeira devemos sempre ter em mente que estamos a procura de determinado valor em uma data definida seja no presente, no passado ou no futuro, daí vem a utilização dos conceitos disposto acima. Tempo e dinheiro são um dos elementos mais relevantes quando estamos estudando matemática financeira.

Descontos

Sempre que realiza-se uma operação financeira entre dois ou mais agentes econômicos recebe-se um documento que comprove a execução da mesma, no geral são entregues títulos de crédito comercial, devendo estes documentos apresentar todas as características da operação, tais como: data da operação, valor, tipo de operação se à vista ou a prazo. Os títulos mais utilizados nas transações financeiras são: Nota Promissória, Duplicatas, Recibos, etc.

Segundo Mathias e Gomes (2013) existem dois tipos de desconto: (a) desconto racional ou "por dentro"; e (b) desconto comercial ou "por fora"

O desconto racional é definido como o desconto obtido pela diferença entre o valor nominal e o valor atual de um compromisso, representa em outras palavras a quantia a ser abatida do valor nominal. A fórmula do desconto racional é:

$$Dr=\frac{Nin}{1+in}$$

Onde:

N = valor nominal (ou montante);

n = número de períodos antes do vencimento;

i = taxa de desconto;

D_r = valor do desconto;

V_r = valor atual;

Se quisermos obter o valor descontado devemos utilizar a seguinte fórmula:

$$Vr=\frac{N}{1+in}$$

Exemplo:

José pretende saldar um título de R$ 4.000,00, três meses antes de seu vencimento, sabendo-se que a taxa de juros é de 20% a.a., qual será o desconto que ele vai obter?

Resolução: primeiro extraímos as informações disponíveis, depois entendemos o que o exemplo quer dizer, e ai é só resolver. Vamos lá!

N = 4.000,00

n = 3 meses

Calculamos a taxa proporcional, pois temos uma taxa anula e queremos realizar o pagamento três meses antes

$$i12 = \frac{0,20}{12} = 0,0166$$

O valor do desconto é:

$$Dr=\frac{Nin}{1+in}=\frac{4.000,00 \text{ x } 0,0166 \text{ x } 3}{(1+0,0166 \text{ x } 3)}=\frac{199,92}{1,05}=190,40$$

Logo o valor descontado é: R$ 4.000,00 - R$ 190,40 = R$ 3.809,60

O desconto comercial é definido como o valor que se obtém pelo cálculo do juros simples sobre o valor nominal do compromisso a ser quitado antes do seu vencimento. A fórmula do desconto comercial é:

$$Dc = Nin$$

Onde:

N = valor nominal (ou montante);

n = número de períodos antes do vencimento;

i = taxa de desconto;

D_c = desconto comercial;

V_c = valor atual;

Se quisermos obter o valor do desconto devemos utilizar a seguinte fórmula:

$$Vc=N\ (1\text{-}in)$$

Exemplo:

José pretende saldar um título de R$ 4.000,00, três meses antes de seu vencimento, sabendo-se que a taxa de juros é de 20% a.a., qual será o desconto que ele vai obter?

Resolução: o desconto comercial é obtido pela aplicação da fórmula. Vamos lá!

D_c = Nin

D_c = 4.000,00 x 0,01666 x 3

D_c = R$ 200,00

O valor do desconto comercial é:

V_c = N (1- in)

V_c = 4.000,00 (1- 0,01666 x 3)

V_c = 4.000,00 x 0,95

V_c = 3.800,00

Perceba o valor obtido no desconto do comercial para o racional. Assim podemos notar no desconto comercial que é necessária a separação entre a taxa de desconto utilizada na operação e a taxa efetivamente cobrada pelo banco. Podemos obter da seguinte forma:

$i' = \frac{200{,}00}{3.800{,}00}$ = 0,052 ao trimestre ou 0,208 a.a. em termos percentuais representa 20,8%

EXERCÍCIO RESOLVIDO

1 - Suponha que você aplicou na poupança o valor de R$ 18.000,00, e após quatro meses (tempo) resgatou a quantia de R$ 21.456,00. Determine a taxa de juros mensal cobrada nessa operação.

Resolução:

C = 18.000,00

M = 21.456,00

n = 4 meses

i = ?

M = C (1+i x n)

21.456,00 = 18.000,00 x (1 + i x 4)

$\frac{21.456{,}00}{18.000{,}00} = 1 + 4i$

1,192 = 1 +4i; $i = \frac{0{,}192}{4}$ = 0,048, que é equivalente a 4,8% a.m.

2 . Um indivíduo tem dívidas junto a uma instituição financeira no valor de R$ 35.000,00 com vencimento em três meses e outra no valor de R$ 65.000,00 com vencimento em cinco meses. Para efetuar o pagamento, o indivíduo pretende utilizar uma poupança de que dispunha. Nestas condições, quanto ele deve aplicar na poupança, sabendo que seu rendimento é de 66% a.a?

Resolução:

i = 66% a.a. (66%/12 = 5,5%)

$$C = \frac{35.000,00}{(1+0,055 \times 3)} + \frac{65.000,00}{(1+0,055 \times 5)}$$

C = 30.042,92 + 50.980,39 = 81.023,31

Logo, se depositar hoje (data focal zero) a quantia de R$ 81.023,31, ele terá a quantia necessária para quitar a dívida.

3 . Determine o valor dos juros e do Montante de um empréstimo de R$ 50.000,00, dada uma taxa de juros simples de 5% a.m. em um período de três trimestres.

Resolução:

C= 50.000,00

i = 5% a.m.

n = 3 trimestres = 9 meses

Juros = ? ;

J = C x i x n; J = 50.000,00 x 0,05 x 9 = 22.500,00

Montante = ?

M = C + J; M = 50.000,00 + 22.500,00

4 . Joaquim adquiriu um título de renda fixa por R$ 30.000,00 com prazo de vencimento de 15 meses e uma taxa de juros de 12% a.a. Após um ano, ele resolveu vender o título. Determine o valor recebido por Joaquim, sabendo-se que no momento da venda a taxa de juros era de 18% a.a.

Resolução:

Primeiramente, temos que determinar o valor a ser resgatado no vencimento:

C = 30.000,00

i = 12% a.a = 0,12

n = 15 meses que equivale a $\frac{15}{12}$ = 1,25 anos

Aplicando a fórmula de juros simples, temos:

C = 30.000,00 (1 + 0,12 x 1,25) = 34.500,00

Porém, como ele vendeu antes do prazo determinado, temos que considerar como data focal, a data da venda (12 meses). Este valor deve ser calculado pela taxa de juros vigente no mercado no momento da venda, ou seja, 18% a.a.

Assim, temos:

Valor na data 12 meses = 34.500,00

i = 18% a.a.

$n = 3 \text{ meses} = \frac{3}{12} = 0{,}25$

Neste caso, o valor presente é determinado por:

$$VP = \frac{VF}{(1 + i \times n)} = \frac{34.500{,}00}{(1 + 0{,}18 \times 0{,}25)} = 33.014{,}35$$

Então, como adquiriu o título por R$ 30.000,00 e vendeu por R$ 33.014,35, o valor adquirido por Joaquim foi de R$ 3.014,35.

5 . Determine após quanto tempo (meses) um investimento dobra de valor, considerando uma taxa de juros de 10% a.a.

Resolução:

M = C x (1 + i x n)

$\frac{\left(\frac{M}{C} - 1\right)}{i}$	=	$\frac{\left(\frac{2 \times C}{C} - 1\right)}{i}$	=	10 anos	120 meses

EXERCÍCIO PROPOSTO

1. Determine o capital necessário para termos R$ 18.000,00 de juros dada uma taxa mensal de 3% no prazo de:

a) 60 dias;

b) 80 dias;

c) 110 dias.

2. Um aparelho de LCD é vendido à vista por R$ 1.800,00 ou com entrada de 30% e uma parcela de R$ 1.306,00 em 30 dias, pergunta-se qual a taxa de juros dessa operação?

3. Qual o valor do juro resultante de um capital de R$ 400.000,00 dada uma taxa de 72% a.a. durante um período de 45 dias?

4. Um investidor aplicou em um Recibo de Depósito Bancário (RDB) por 90 dias com taxa de 21,60% a.a. Após o vencimento, ele reaplicou todo o valor resgatado a uma taxa de 23,76% a.a. durante dois meses. Sendo o valor futuro da reaplicação igual a R$ 109.573,84, determine o valor do capital inicial.

5. A Investimentos S/A faz um contrato com um banco de investimento pelo qual se obriga a depositar durante um ano, no início de cada mês, o valor de R$ 100.000,00 com juros de 15% a.a. (contabilizados) mensalmente. Qual será o montante possuído pela empresa ao término do contrato?

6. Suponha um título com valor atual equivalente a 4/5 de seu valor nominal e com um prazo de aplicação de 15 meses. Determine a taxa de juros considerada.

7. (FISCAL FORTALEZA/CE 2003) Um título no valor de R$ 20.000,00 sofre um desconto comercial simples de R$ 1.800,00 três meses antes de seu vencimento. Calcule a taxa mensal de desconto aplicada.

a) 6%

b) 5%

c) 4%

d) 3,3%

e) 3%

8. (ANALISTA CVM/2001) um título de valor de face R$ 100.000,00 vence em 31 de julho. Calcule o desconto comercial simples no dia 11 de julho, a uma taxa de desconto de 6% a.m. (Dica! como a taxa é mensal e queremos saber o valor dentro do próprio mês, temos que encontrar a taxa diária)

a) R$ 4.000,00

b) R$ 3.000,00

c) R$ 2.000,00

d) R$ 1.500,00

e) R$ 1.000,00

9. Um capital de R$ 6.600,00 após 7 meses rendeu R$ 1.090,32 de juros. Qual foi a taxa de juros aplicada nessa operação?

10. (TCE/TCM-RJ 2000) um crédito foi descontado pela modalidade desconto comercial simples seis meses antes de seu vencimento a uma taxa de desconto de 10% a.m. totalizando um desconto de R$ 30.000,00. Se fosse aplicada a modalidade desconto racional simples o valor do desconto seria:

a) R$ 18.250,00

b) R$ 18.750,00

c) R$ 19.200,00

d) R$ 19.750,00

e) R$ 20.500,00

GABARITO

1. a) 300.000,00

   b) 225.000,00

   c) 163.636,36

   d) 21.077,28

2. i = 3,65% a.m.

3. R$ 36.000,00

4. R$ 100.000,00

5. R$ 1.297.500,00

6. i = 0,1666 ou 1,6%

7. Letra e

8. Letra a

9. 2,36% a.m. ou 32,30% a.a.

10. Letra b

RECOMENDAÇÕES

Antes de seguir ao próximo tópico veja as seguintes questões, se tiver dúvida em responder algum dos conceitos volte ao material e apenas em seguida continue. Se não tiver dúvida siga em frente.

1. Defina Juros
2. Defina taxas equivalentes
3. Você consegue distinguir valor nominal, atual e futuro?

TÓPICOS ADICIONAIS	ONDE ENCONTRAR / O QUE FAZER
LINKS DA INTERNET	1.voceeseudinheiro.com; 2.www.somatematica.com.br; 3.www.concurseirosdeelite.blogspot.com.br/2012/02/download-matematica-financeira-para.html; 4. maisativos.com.br
SUGESTÕES DE LEITURA	1. Capítulos 1, 2 e 3 do livro Matemática Financeira e suas aplicações de Assaf Neto (2012). 2.Capítulos 1 e 2 do livro Matemática Financeira de Washington Franco Mathias e José Maria Gomes. 3. Capítulo 3 do livro Matemática Financeira objetiva e aplicada de Abelardo de L. Puccini (2011)
SUGESTÕES DE EXERCÍCIOS ADICIONAIS	1. Capítulos 1, 2 e 3 do livro Matemática Financeira e suas aplicações de Assaf Neto (2012). 2. Capítulos 1 e 2 1 do livro Matemática Financeira de Washington Franco Mathias e José Maria Gomes (2013).

"Os juros compostos são a mais poderosa invenção humana"

(Albert Einstein)

Juros Compostos

Quando vimos na seção anterior os juros simples, entendemos que ele representava um valor calculado em cima do valor da dívida, e que o mesmo valor se repetiria mês a mês ou ano a ano conforme fosse contratada a operação. No entanto juros simples quase não aparecem nas operações financeiras, na sua grande maioria prevalece o regime de juros compostos que veremos com mais detalhes agora.

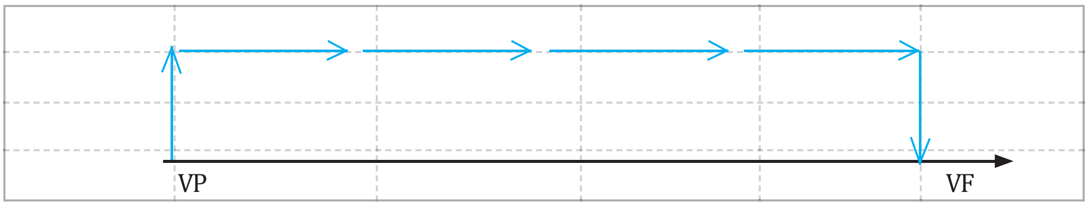
Esta modalidade de regime é a mais utilizada no dia-a-dia pelo sistema financeiro. Nesta modalidade, os juros gerados a cada período são incorporados ao principal para calcular os juros do período seguinte. Então, os rendimentos auferidos pela aplicação serão incorporados à aplicação, participando da geração do rendimento no período seguinte.

Quando trabalhamos com juros compostos, o dinheiro cresce muito mais rapidamente. Neste caso, temos um crescimento exponencial em progressão geométrica ao longo do período. Este modelo nos leva àquela expressão que escutamos no nosso cotidiano: "juro sobre juro". O modelo descrito acima é conhecido também como regime de capitalização composta.

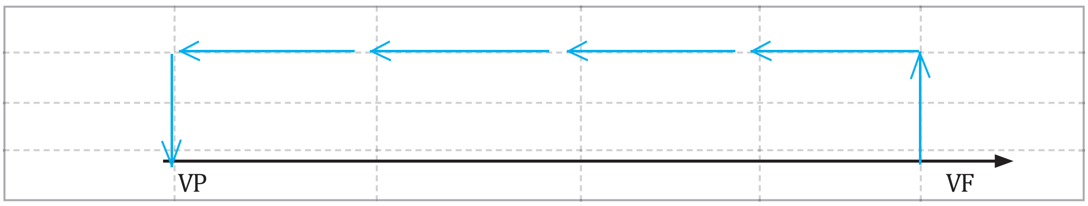
Vejamos o seguinte exemplo: Um capital (C) de R$ 1.000,00 aplicado a taxa (i) de 10% a.m. durante quatro meses (n). O montante ao término do período pode ser obtido diretamente na fórmula: $M=C(1+i)^n$

$M=C(1+i)^n$ Logo, teríamos $M = 1.000,00\ (1+0,1)^4$ = R$ 1.464,10. Segundo Samanez (2002), os fatores $(1 + i)^n$ e $(1+ i)^{-n}$ têm a seguinte finalidade:

- O fator $(1 + i)^n$ "joga" grandezas para frente, possibilitando encontrar o montante ou valor futuro da aplicação. É a capitalização para data posterior.



- O fator $(1+ i)^{-n}$ "puxa" grandezas para trás, possibilitando encontrar o principal de um determinado montante, ou seja, traz um valor futuro à data anterior.



Vejamos que a diferença entre as situações acima residem no tempo que estamos querendo trazer o valor (dinheiro), seja em uma data futura $(1 + i)^n$ ou para uma data antes do vencimento $(1+ i)^{-n}$.

DICA!

Se você quiser saber o valor no futuro, capitaliza o dinheiro. Se quiser trazer do futuro para o presente, "traz a valor atual".

Conceito de Juros Compostos

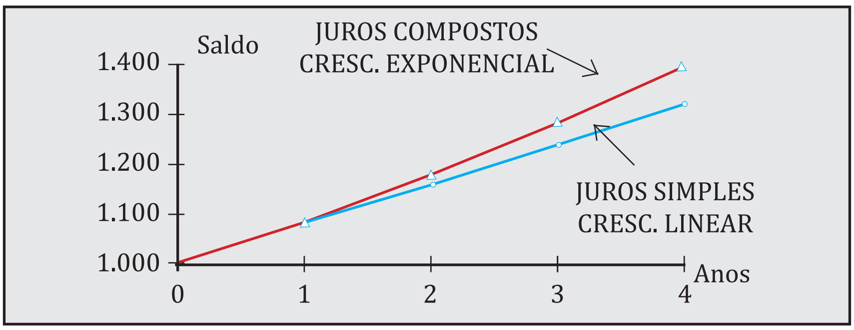
Nesse regime consideramos que os juros formados em cada período são adicionados ao capital formando o montante (capital + juros) do período, esse montante passa a ser o novo capital e irá incidir juros sobre esse novo capital e assim sucessivamente. Dizemos ainda que os juros são capitalizados, e como não apenas o capital inicial rende juros, denominamos juros compostos. Entendemos, então, que a composição do capital mais os juros transformam-se em um novo capital.

Cada vez que os juros são incorporados ao principal, denominamos capitalização. Este termo representa a principal diferença entre juros simples e compostos. Vejamos o exemplo abaixo sobre a diferença entre juros simples e compostos.

Exemplo:

Quadro 1– Comparativo juros simples x juros compostos

Mês	Juros Simples		Juros Compostos	
	Rendimento	Montante	Rendimento	Montante
1	R$ 1.000 x 0,3 = R$ 300	R$ 1.300	R$ 1.000 x 0,3 = R$ 300	R$ 1.300
2	R$ 1.000 x 0,3 = R$ 300	R$ 1.600	R$ 1.300 x 0,3 = R$ 390	R$ 1.690
3	R$ 1.000 x 0,3 = R$ 300	R$ 1.900	R$ 1.690 x 0,3 = R$ 507	R$ 2.197
4	R$ 1.000 x 0,3 = R$ 300	R$ 2.200	R$ 2.197 x 0,3 = R$ 659,10	R$ 2856,10



Fonte: Puccini (2011)

Cálculo do juro

Como é do nosso conhecimento, o montante é a soma do principal aos juros da aplicação no prazo determinado e à taxa de juros estipulada. Para obtenção dos juros, temos a seguinte fórmula:

$$J_n = C_0\,[(1 + i)^n - 1]$$

Exemplo:

Determine o valor dos juros pagos em um empréstimo de R$ 2.000,00 com taxa de juros de 1% a.m. pelo período de cinco meses.

Resolução:

$C_0 = 2.000{,}00$; $i = 1\%$ a.m.; $n = 5$m

$J_n = C_0\,[(1 + i)^n - 1] \rightarrow J_n = 2.000{,}00\,[(1 + 0{,}01)^5 - 1]$

$J_n = C_0\,[(1 + i)^n - 1] \rightarrow J_n = 2.000{,}00\,(1{,}05101) =$ **R$ 102,02** é o valor pago de juros na operação.

Conforme cita Mathias (2004), o valor atual é o valor da aplicação em uma data inferior à data do vencimento. E o valor nominal é o valor do título na data de seu vencimento.

$$VA = \frac{N}{(1+i)^n}$$

VA = valor atual

N = valor nominal

i = taxa de juros

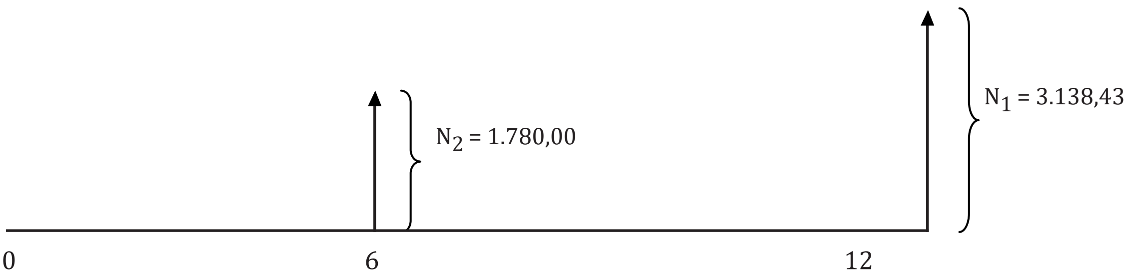
n = número de períodos que antecede o vencimento do título.

Exemplo:

Suponhamos que você possua um título que vencerá daqui a um ano com valor nominal de R$ 3.138,43. Você recebe uma proposta para trocar o título por outro que vence daqui a seis meses no valor de R$ 1.780,00. Assumindo uma taxa de juros praticada pelo mercado de 10% a.m., perguntamos: a troca é vantajosa?

Resolução:

Podemos resolver trazendo os dois valores para a mesma data focal, determinando seus valores atuais. Assumindo a data focal zero, temos:



O valor atual na data focal zero do título com vencimento em 12 meses é dado por:

$$V_1 = \frac{N_1}{(1 + i)^n}$$

$$V_1 = \frac{3.138,43}{(1 + 0,10)^{12}} = \frac{3.138,43}{3,1384} = R\$1.000,00$$

O valor atual na data focal zero do título com vencimento em seis meses é dado por:

$$V2 = \frac{N2}{(1 + i)^n}$$

$$V_2 = \frac{1.780,00}{(1 + 0,10)^6} = \frac{1.780,00}{1,7715} = R\$1.004,80$$

Como o título que vence em seis meses possui um valor atual maior, seria vantajosa a troca.

Taxas equivalentes

Consideram-se duas taxas como equivalentes, se na hipótese de aplicá-las a um mesmo prazo e a um mesmo capital for indiferente aplicar em uma ou em outra.

Sejam as taxas:

i = referente a um intervalo de tempo p;

iq = corresponde a um intervalo de tempo igual a fração própria p/q onde q > p;

Assim a fórmula para cálculo de taxas equivalentes é:

$$i\ \text{quero} = (1 + i\text{tenho})^{q}_{t} - 1$$

Onde:

i quero = é a taxa que pretendemos determinar

i tenho = é a taxa que temos determinada.

Exemplo:

Determine a taxa mensal equivalente a uma taxa de 100% a.a.

Resolução:

1 ano tem 12 meses, logo q = 12

$i_q = \sqrt{1}+i-1$

$i_{12} = \sqrt{1}+1 - 1$

$i_{12} = 1,0595 - 1 = 0,0595$ ou 5,95% a.m.

De outra forma podemos determinar assim a taxa equivalente:

(a) De um período menor para um maior

$$i_{maior} = \left(1 + i_{menor}\right)^{n} - 1$$

Onde n= corresponde ao período considerado, ou seja, o problema tem uma taxa de um período menor, que deve ser transformado em i equivalente de um período maior. Por exemplo: 5% a. m. corresponde a que i trimestral. No primeiro caso abaixo, n=3, pois um trimestre corresponde a três meses.

$$i_{trimestral} = \left(1 + i_{mensal}\right)^{n} - 1$$

$$i_{trimestral} = \left(1 + 0{,}05\right)^{3} = 1{,}05^{3} - 1 = 0{,}157625 = 15{,}76\% \text{ ao trimestre}$$

(b) De um período maior para um menor

$$i_{menor} = \left(1 + i_{maior}\right)^{1/n} - 1$$

Agora faça o inverso. Por exemplo: 15,7625% a. t. corresponde a que i mensal

$$i_{mensal} = \left(1 + i_{trimestral}\right)^{1/n} - 1$$

Você poderá utilizar uma das formas acima para encontrar as taxas equivalentes

$$i_{trimestral} = \left(1 + 0{,}157625\right)^{1/3} = 1{,}157625^{1/3} - 1 = 0{,}05 = 5\% \, ao\, mês$$

Exemplo:

Suponha que você tem um capital de R$ 1.000,00 e duas taxas de 11,60% a.m. e 39% a.t. aplicados durante três meses. Perguntamos: essas taxas são equivalentes?

Resolução: Para saber se são equivalentes aplicamos o capital de 1.000,00 pelo mesmo prazo, assumiremos três meses, que é o período de aplicação correspondente à taxa i.

Assim, temos: C_1= 1.000 (1+0,39) = 1.390,00

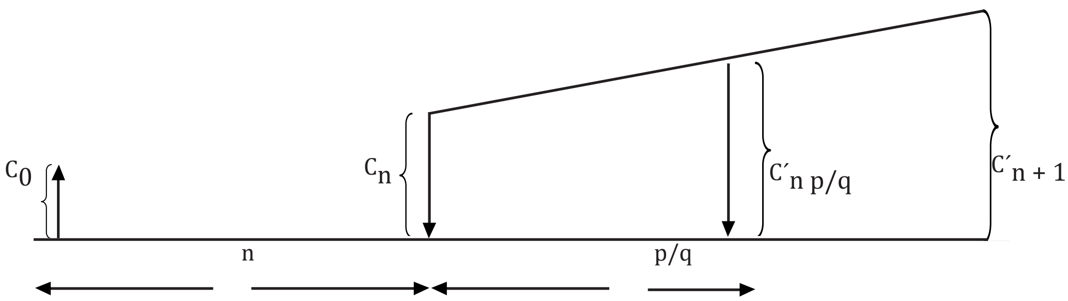
Para determinar o montante em três meses para a taxa i_q, temos: C_i = 1.000 (1+0,1160)3 = 1.390,00. Como C_1 = C_i, concluímos que as taxas 11,60% a.m. e 39% a.t. são equivalentes.

DICA!

Se alguém lhe propõe um empréstimo com taxa de 2% a.m, na verdade você estará pagando 26,82% ao ano. Se ligue!

Períodos não-inteiros

Quando tivermos períodos não-inteiros, devemos adequar a fórmula para obtenção da parcela equivalente a esse período, são as denominadas capitalizações descontinuas. Nestas situações você terá operações com capitalizações anuais e um período fornecido em ano e meses. Deste modo, é necessário determinar a parcela equivalente aos meses. Neste material, utilizaremos a convenção exponencial. A fórmula para encontramos os juros é:



Para determinar este valor, temos dois passos a seguir:

1º) Determinar o montante em juros compostos: $C_n = C_0(1+i)^n$;

2º) Calcular a taxa equivalente. A partir da fração p/q, calcula-se primeiramente a taxa equivalente ao intervalo de tempo 1/q aplicando uma das seguintes fórmulas:

$i_{maior} = (1+i_{menor})^n - 1$ $\qquad$ $i_{menor} = (1+i_{maior})^{1/n} - 1$

$iq+1=q\sqrt{1+i}$ $\qquad$ $iq + 1 = (1+i)^{1/q}$

O passo seguinte é capitalizar pelo período em que o montante deve ser aplicado, obtendo:

$[(1+i_q)]^p = [(1+i)^{1/q}]^p$

Chegamos à seguinte fórmula:

$C'n,p/q = Cn\ (1+i)^{p/q}$

Substituindo o valor de C_n

$C'n,p/q = C_0(1+i)^n(1+i)^{p/q}$

Então: $\mathbf{C'n,p/q = C_0(1+i)^{n+p/q}}$

Onde:

p = representa o período fracionado no caso mês, se estivermos trabalhando com anos.

q= representa o período inteiro.

Assim teríamos para um período de 3 anos e 5 meses, o nosso p = 5(meses) e o q = 12(meses).

EXERCÍCIO RESOLVIDO

Suponha um capital de R$ 1.000,00 emprestado a uma taxa de juros de 15% a.a., em um prazo de quatro anos e seis meses. Assumindo uma capitalização anual, determine o montante.

Resolução:

Da parte inteira (quatro anos), basta aplicar a fórmula. Deste modo:

$C_4 = C_0(1+i)^4$

$C_4 = 1.000,00(1+0,15)^4$

$C_4 = 1.000,00(1,749)$

$C_4 = 1.749,00$

Da parte fracionada, faremos a seguinte operação:

P= 6 meses e q = 12 meses, então p/q = 6/12 = 1/2

Logo:

$C'n,p/q = C_4(1+i)^{p/q}$

$C'_{4,1/2} = C_4(1,15)^{1/2} = 1.749,00(1,072)$

$C'_{4,1/2} = 1.875,60$

Voltando à questão, temos:

$C'n,p/q = C_0(1+i)^{n+p/q}$

$C'_{4,1/2} = 1.000,00(1,15)^{4+1/2}$

$C'_{4,1/2} = 1.875,60$

Taxa efetiva

Segundo Lima (1998), é a taxa realmente cobrada no período em que foi fornecida, independentemente do período de capitalização. Então, quando queremos ajustar uma taxa ao período de capitalização, utilizamos a equivalência de capitais. É o processo de formação de juros pelo regime de juros compostos ao longo dos períodos de capitalização. É obtida pela seguinte expressão:

$$\text{Taxa efetiva}\left(if\right)=\left(1+i\right)^q-1$$

Onde q representa o número de períodos de capitalização dos juros.

Exemplo:

Suponha uma taxa de juros de 3,8% a.m. Quanto representaria em termos efetivos ao ano.

Resolução:

$\left(if\right)=\left(1+0,038\right)^{12}-1=56,44\%$ a.a.

Relação entre taxa efetiva e taxa nominal

Taxa nominal ocorre quando o prazo de formação e incorporação de juros ao capital inicial não coincide com aquele período que se refere à taxa. Para fixar, vamos resolver este exemplo: Se um banco concede empréstimos no valor de R$ 1.000,00, com taxa de 8% a.a., mas adotando a capitalização semestral de juros. Pergunta-se, quanto você pagaria de juros após 1 ano.

Resolução: Como a taxa é anual e a capitalização é mensal, precisamos encontrar a taxa equivalente. Temos, portanto:

$i = 8\%$ a.a. $\quad i' = \frac{i}{k} = \frac{i}{k} = 4\%$ a.s.

Onde o <u>K</u> representa o prazo de formação de juros, ou seja, é o número de vezes em que foi dividido o período correspondente à taxa dada. Assim o montante do primeiro semestre é $C_1 = C_0\ (1+i/k)^1$

$C_1 = 1.000\ (1+0{,}04)^1 = 1.040{,}00$ no primeiro semestre.

Lembre-se que o montante pode ser representado por M ou C.

Já no segundo semestre, temos o valor do primeiro capitalizado novamente:

$C_1 = 1.040\ (1+0{,}04)^1 = 1.081{,}60$

Então, para se determinar a taxa efetiva dividimos os juros pagos no período pelo valor do principal.

$f = \frac{81{,}60}{1.000} = 0{,}0816$ ou 8,16% $\quad$ 1.000,00

EXERCÍCIO RESOLVIDO

1. Suponha um capital de R$ 100.000,00 aplicado a juros compostos capitalizados mensalmente durante oito meses resulta ao final do período a R$ 148.000,00. Determine a taxa de juros utilizada.

Resposta:

$M = C \times (1 + i)^n$

$148.000{,}00 = 100.000{,}00 \times (1 + i)^8 \rightarrow (1 + i)^8 = \frac{148.000{,}00}{100.000{,}00}$

$(1 + i)^8 = 1{,}48 \rightarrow$ Utilizando a calculadora, temos que $1 + i = 1{,}050226$

$i = 0{,}050226$ ou $i = 5{,}02\%$

2. Determine o valor presente de um montante de R$ 8.400,00 que foi aplicado durante seis meses, com uma taxa de juros contratada de 2% a.m.

Resposta:

$VP = \frac{VF}{(1+ i)^n} = \frac{8.400{,}00}{(1+ 0{,}02)^6} = 7.458{,}96$

3. Após quanto tempo um capital inicial de R$5.000,00 que dobra de valor a cada ano passará a ser maior do que R$ 40.000,00?

Resposta:

M = R$ 40,000,00

C = R$ 5,000,00

Taxa =100%a.a (o capital dobra por ano)

i = 100/100 = 1

$M = C \times (1+i)^t$

$(1+i)^t = M/C$

$(1+1)^t = 40000/5000$

$2^t = 8 \rightarrow 2^t = 2^3$

Eliminando as bases, encontramos t = 3.

Logo, em três anos o montante será de R$ 40.000,00.

4. Um videogame tipo Xbox é vendido à vista por R$ 1.200,00 ou a prazo com entrada de R$ 200,00 mais três parcelas mensais. Qual o valor de cada parcela se a taxa de juros cobrada pela financeira é de 3% a.m.?

Resposta:

$M = C \times (1+i)^t$

$M = 1.000 \times (1+0{,}03)^3$

$M = 1.000 \times 1{,}09$

M = 1.090,73

Para determinarmos o valor de cada parcela, basta dividirmos 1.090,73/3 = 364,24 o valor de cada parcela.

5. Determinado valor foi aplicado a juros compostos de 12% a.s. durante dois anos. Sabendo-se que rendeu R$ 2.600,00 de juros, qual o montante obtido? Considere $1{,}06^4 = 1{,}26$.

Resposta

$J = [(1 + i)^n - 1]$

$$2.600{,}00 = C\left[\left(1+\frac{0{,}12}{2}\right)^4 - 1\right] \therefore C \approx 10.000$$

M = C + J = 10.000,00 + 2.600,00 = R$ 12.600,00

DICA!

Na maioria das transações do dia-a-dia, os bancos e emprestadores de dinheiro informam a taxa nominal, mas o que nos interessa é a taxa efetiva. Fique ligado!

EXERCÍCIO PROPOSTO

1. Uma calculadora é vendida por R$ 140,00 **à** vista ou em pagamento dividido em dois meses com uma taxa de juros compostos de 5% a.m. Qual o valor a ser pago?

2. Assumindo que você possui um título no valor de R$ 42.000,00 para pagamento daqui a três meses, que deverá ser substituído por outro título com vencimento daqui a cinco meses. Pergunta-se qual o valor a ser pago aceitando uma taxa de juros de 25% a.a. com juros compostos?

3. A rentabilidade efetiva de um investimento é de 10% a.a. Sabendo-se que os juros foram de R$ 27.473,00, o capital era de R$ 83.000,00. Qual o período de aplicação desse capital?

4. Por um equipamento de R$ 360.000,00 paga-se uma entrada de 20% mais dois pagamentos mensais e consecutivos. Considerando o primeiro pagamento de R$ 180.000,00 e a taxa de juros efetiva aplicada de 10% a.m., calcule o valor do segundo pagamento.

5. Um capital de R$ 50.000,00 rendeu R$ 1.000,00 em determinado prazo. Se o prazo fosse superior em dois meses, o rendimento aumentaria em R$ 2.060,40. Calcule a taxa de juros efetiva ao mês, ganha pela aplicação e o prazo em meses.

6. Dois capitais foram aplicados durante dois anos: o primeiro a juros efetivos de 2% a.m. e o segundo, a 1,5% a.m. O primeiro capital é R$ 10.000,00, superior ao segundo e seu rendimento excedeu em R$ 6.700,00 em relação ao rendimento do segundo capital. Calcule o valor de cada capital.

7. Suponha um capital aplicado a juros efetivos de 30% a.a. Depois de três anos, resgatou-se 50% dos juros ganhos, e depois o restante do montante foi aplicado com uma taxa efetiva de 32% a.a., obtendo-se rendimento de R$ 102,30 no prazo de um ano. Determine o valor aplicado inicialmente.

8. Um investidor aplicou R$ 1.000,00 em um fundo que paga 5% a.m., com o objetivo de dispor de R$ 1.102,50 após dois meses. Após 24 dias de aplicação, a taxa efetiva baixou para 4% a.m. Quanto tempo será necessário para obter o capital desejado?

9. Uma quantia de R$ 4.000,00 foi aplicada em dois investimentos diferentes, o primeiro com taxa de 6% a.t. e o segundo a uma taxa de 2% a.m. Sabendo que após oito meses o valor das parcelas se igualam, determine o valor de cada parcela.

10. Determinada quantia foi aplicada em um fundo e duplicou seu valor entre 11 de junho e 22 de novembro do mesmo ano. Determine a que taxa esse fundo foi aplicado.

11. (AFRF 2001) O desconto racional simples de uma nota promissória, 5 meses antes de seu vencimento é de R$ 800,00, a uma taxa de 4% a.m. Calcule o desconto comercial simples correspondente, isto é considerando o mesmo título, a mesma taxa e o mesmo prazo.

    a) R$ 960,00
    b) R$ 666,67
    c)R$ 973,32
    d) R$ 640,00
    e) R$ 800,00

12. (AFRF 2002-1) Um título sofre um desconto comercial de R$ 9.810,00 três meses antes de seu vencimento a uma taxa de desconto simples de 3% a.m. Indique qual seria o desconto à mesma taxa se o desconto fosse simples.

    a) R$ 9.810,00
    b) R$ 9.521,34

c)R$ 9.500,00
d) R$ 9.200,00
e) R$ 9.000,00

13. (AFC / STN 2005) Marcos descontou um título 45 dias antes de seu vencimento e recebeu R$ 370.000,00. A taxa de desconto comercial simples foi de 60% a.a. Assim o valor nominal do título e o valor mais próximo da taxa efetiva de operação são, respectivamente, iguais a:

a) R$ 550.000,00 e 3,4% a.m.
b) R$ 400.000,00 e 5,4% a.m.
c) R$ 450.000,00 e 64,8% a.m.
d) R$ 400.000,00 e 60% a.m.
e) R$ 570.000,00 e 5,4% a.m.

14. (AFRF 2005) Um banco deseja operar a uma taxa efetiva de juros simples de 24% a.t. para operações de 5 meses. Deste modo, o valor mais próximo da taxa de desconto comercial trimestral que o banco deve cobrar em suas operações de 5 meses deverá ser igual à:

a) 19%
b) 18,24%
c) 17,14%
d) 22%
e) 24%

15. (FISCAL FORTALEZA CE 2003) Um título no valor de R$ 20.000,00 sofre um desconto comercial simples de R$ 1.800,00 três meses antes de seu vencimento. Calcule a taxa mensal de desconto aplicada.

a) 6%
b) 5%
c) 4%
d) 3,3%
e) 3%

GABARITO

1. 154,35
2. R$ 43.591,41
3. 3 anos
4. R$ 150.480,00
5. 2% a.m.; 1 **mês**
6. R$ 13.440,52; 3.440,52
7. R$ 199,99
8. 9 dias
9. R$ 2.003,04; R$ 1.9996,96
10. 13,52% a.m.
11. Letra A
12. Letra E
13. Letra B
14. Letra C
15. Letra E

RECOMENDAÇÕES

Antes de seguir ao próximo tópico veja as seguintes questões, se tiver dúvida em responder algum dos conceitos volte ao material e apenas em seguida continue. Se não tiver dúvida siga em frente.

1. Qual a principal diferença entre juros simples e compostos?
2. Você poderia dizer qual a vantagem de cobrar juros compostos para quem empresta?

TÓPICOS ADICIONAIS	ONDE ENCONTRAR / O QUE FAZER
LINKS DA INTERNET	1. www.somatematica.com.br; 2.www.youtube.com/watch?v=X_lvyuMnfvM 3. www.voceeseudinheiro.com
SUGESTÕES DE LEITURA	1.Capítulo 2 do livro Matemática Financeira e suas aplicações de Assaf Neto (2012). 2.Capítulo 3 do livro Matemática Financeira de Washington Franco Mathias e José Maria Gomes. 3. Capítulo 2 do livro Matemática Financeira objetiva e aplicada de Abelardo de L. Puccini (2011)
SUGESTÕES DE EXERCÍCIOS ADICIONAIS	1. Capítulo 2 do livro Matemática Financeira e suas aplicações de Assaf Neto (2012). 2. Capítulo 3 do livro Matemática Financeira de Washington Franco Mathias e José Maria Gomes (2013).

"O amigo deve ser como o dinheiro, cujo valor já conhecemos antes de termos necessidade dele".

(Sócrates)