A Evolução da teoria do valor desde Dmitriev e Bortkiewicz até Charasoff

Eduardo Crespo (IE-UFRJ) e Marcus Cardoso (IE-UFRJ)*

Resumo

Este trabalho apresenta as teorias de preços de alguns autores da chamada escola russo-alemã de economia política. Em particular, serão consideradas as contribuições de Dmitriev, Bortkiewicz e Charasoff,. Eles desenvolveram e reformularam vários dos conceitos fundamentais dos autores clássicos como Smith, Ricardo e Marx. Além disso, anteciparam diversos resultados que mais tarde apareceriam nos trabalhos de outros autores de inspiração clássica como Leontief, Von Neumann e Sraffa. O objetivo do trabalho é apresentar em forma simplificada os principais resultados e sua evolução nas obras destes autores com especial atenção à contribuição de Georg Charasoff, por ser o mais esquecido e a nosso entender o que apresenta a melhor versão da teoria clássica dos preços até a publicação da obra madura de Piero Sraffa.

I. Introdução

Os autores que tratamos neste artigo pertencem à chamada escola russo-alemã de economia política. Esta escola manteve uma forte relação com a tradição clássico-marxista do pensamento econômico e participou dos debates que seguiram o surgimento do pensamento marginalista. Entre os autores que normalmente aparecem vinculados a esta tradição destacam-se Dmitriev, Bortkiewicz, Charasoff, Leontief, Von Neumann, Adolph Lowe, Tugan-Baranovsky, Kalecki, Spiethoff, Aftalion e Fel'dman. Esta tradição perdeu força devido à persecução sofrida após a ascensão de Hitler ao poder na Alemanha. Contudo, alguns de seus representantes continuaram seus trabalhos no exílio.

* doutorandos e membros do Grupo Crítica Econômica.

A maioria dos aportes teóricos destes autores permaneceu esquecida pelos economistas e historiadores do pensamento econômico. Dmitriev e Bortkiewicz são relativamente conhecidos a partir das obras de Paul Sweezy e Piero Sraffa. Já Charasoff teve sua obra retomada apenas nos anos oitenta a partir da publicação de um texto em italiano publicado por Egidi e Gilibert (1984). Nosso interesse neste trabalho é aprofundar nas idéias de Charasoff iniciando com uma breve introdução baseada nas contribuições de seus mais imediatos antecessores na problemática da teoria do valor por ele considerada.

Nas obras destes três autores aparecem conceitos fundamentais depois desenvolvidos por Leontief (1928, 1953), Von Neumann (1945) e Sraffa (1951, 1960). De forma que, o estudo dos trabalhos de Dmitriev, Bortkiewicz e especialmente Charasoff é importante para a compreensão das raízes do pensamento clássico-marxista contemporâneo.

Nas seções II e III, apresentamos brevemente os aportes teóricos mais relevantes de Dmitriev e Bortkiewicz relativos à teoria clássica do valor. Na seção IV, que é a central do artigo, apresentamos a contribuição de Charasoff com relação aos problemas enfrentados por Marx, Dmitriev e Bortkiewicz nas suas respectivas teorias do valor. A seção V apresenta uma breve conclusão.

II. Dmitriev: a regressão dos preços a quantidades de trabalho datadas

Dmitriev (1974) discute a teoria do valor de Ricardo, a chamada teoria do valor-trabalho, a qual estabelece uma relação entre os preços relativos e as quantidades relativas de trabalho requeridas para a produção das mercadorias. Dmitriev deduz a quantidade de trabalho total requerida para a produção de cada mercadoria partindo da seguinte identidade:

$$v = l + Av \qquad (1)$$

Onde o vetor v representa as quantidades de trabalho totais (diretas e indiretas) necessárias para a produção das distintas mercadorias; l o vetor de quantidades de trabalho diretas; ‘A’ a matriz de coeficientes técnicos. Substituindo sucessivamente v na equação (1) o autor obtém a seguinte redução:

$v = l + Al + A^2v$

$v = l + Al + A^2l + A^3 l + ... + A^n l$ (2)

Podemos demonstrar que esta sucessão de Dmitriev é comparável à dedução baseada na matriz inversa de Leontief. Multiplicando (2) pela matriz A, temos:

$Av = Al + A^2l + A^3l + ... + A^{n+1}l$ (3)

Subtraindo a equação (3) da (2), obtemos:

$v – Av = l - A^{n+1}l$

Se o sistema é viável no sentido de Sraffa, i.e., se o somatório dos coeficientes técnicos da matriz A (a_{ij}) é maior que 0 e inferior a 1, os elementos da matriz A^{n+1} convergem para valores nulos quando n tende para infinito. Assim, temos novamente a equação (1):

$v – Av = l$

$(I – A)v = l$

$v = (I – A)^{-1}l$

Deste modo, comprova-se que o procedimento seguido por Dmitriev é equivalente ao uso da matriz inversa de Leontief $[(I – A)^{-1}]$. Esta redução a quantidades de trabalho deduzidas a partir das condições técnicas não é nem pode ser confundida com uma regressão histórica. Em outras palavras, a quantidade total de trabalho inferida na equação (2) não é a quantidade efetivamente utilizada no passado, senão a requerida pelas condições produtivas do *presente* representadas pela técnica em uso. Se alguns insumos foram produzidos com outras técnicas no passado, isto não é levado em conta nesta redução a qual somente depende da técnica dominante definida pelas condições atuais. Isto está bem expressado pelo próprio Dmitriev:

> We can always find the total sum of the labour directly and indirectly expended of the production of any product *under present day production conditions*… the fact that all capital

> under present day conditions is itself produced with the assistance of other capital in no way hinders a precise solution of the problem (DMITRIEV, 1974; p.44)

Um elemento que distingue a visão de Dmitriev daquela proposta por Charasoff, que será vista abaixo, é o fato de que sua série de quantidades de trabalho datadas é finita. Por este motivo, o procedimento de Dmitriev é similar ao método ‘austríaco’ formulado por Von Bawerk e seus seguidores que apresenta o capital como uma série finita de trabalhos realizados no passado. Contudo, este método implica que não existem bens básicos, i.e., bens que participam na produção de todos os outros bens (Sraffa, 1960), porque a redução efetivamente acaba num ponto e por isso é finita. Assim, o método austríaco faz uma redução do capital para ‘fatores originários’, i.e., fatores não produzidos e, assim, considerados exógenos na análise. Deste modo, o capital é considerado uma quantidade de trabalho feita no passado redutível a uma dotação original, equivalente ao próprio trabalho, a terra e os recursos naturais em geral. Como a redução é finita existe produção de mercadorias por meio de mercadorias a só partir de certo ponto, i.e., até que a redução atinja os fatores originários. Do contrário, se a redução é ilimitada, estamos diante de um verdadeiro fluxo circular e infinito da riqueza onde os bens de capital não podem ser nunca eliminados. Consequentemente, como o capital está presente em todas as etapas produtivas, ou seja, não pode sumir da análise, garante-se a existência de ao menos um bem básico. Neste ultimo caso, é possível deduzir uma taxa máxima de lucro dado que o trabalho sempre e em qualquer etapa é assistido por capital. Este último ponto distingue a contribuição de Dmitriev, Ricardo e Bortkiewicz daquelas de Marx, Charasoff, Von Neumann e Sraffa. Se o procedimento de Dmitriev fosse válido a taxa de lucro poderia ser infinita. Contudo, se em toda etapa do processo produtivo existe capital, como o supõe o próprio Marx, ao distinguir o capital denominado constante do variável, a taxa de lucro alcança um valor máximo finito (Gehrke e Kurz, 2006).

Contudo, Dmitriev fez várias contribuições tanto à teoria de preços clássica quanto à determinação da taxa de lucro. Para analisar estes aspectos, apresentamos a seguir a equação de preços de Dmitriev:

$$p^T = w[(1+r)l^T + (1+r)^2 l^T A + (1+r)^3 l^T A^2 + ...] \qquad (4)$$

Onde p^T é o vetor transverso dos preços, w o salário nominal; r a taxa de lucro normal. Considere ainda que a cesta de consumo dos trabalhadores consista apenas de uma mercadoria básica, como no exemplo do trigo em Ricardo. Assim, temos que:

$$w = p_c c$$

Onde p_c é o preço do bem básico e c a quantidade recebida pelo trabalhador. Então, podemos substituir a equação anterior na equação (4), de forma a obter:

$$p_c = p_c c[(1+r)l^T + (1+r)^2 l^T A + (1+r)^3 l^T A^2 + ...]$$

$$1/c = [(1+r)l^T + (1+r)^2 l^T A + (1+r)^3 l^T A^2 + ...]$$

Como podemos atestar da equação anterior, a taxa de lucro normal (r) depende tão somente da tecnologia (l, A) e da quantidade do bem básico (c), de modo que:

$r = f(l, A, c)$ *a la* Ricardo

Com este raciocínio, Dmitriev obteve um sistema de preços consistente, determinado conjuntamente com a taxa de lucro normal partindo das mesmas variáveis independentes de Ricardo. Assim, ele conseguiu refutar a critica de Walras, segundo a qual o sistema Ricardiano apresentaria inconsistências lógicas, tais como a determinação de preços por meio de preços e a existência de mais incógnitas do que equações. Nas palavras de Gerhrke:

> Dmitriev deserves the credit for having demonstrated that starting from the data of Ricardo's approach, relative prices and the rate of profits can be determined simultaneously. The system is complete and all objections of the kind put forward by Walras among others, that Ricardo's cost of production explanation of prices is circular since it defined prices from prices, are untenable (GEHRKE, 1998, p. 225).

Dmitriev também demonstrou que mesmo que se insiram no exemplo anterior, baseado em Ricardo, vários bens-salários[1], a taxa de lucro tampouco é afetada pelas mudanças nas condições de produção das atividades não básicas, i.e., neste exemplo, mercadorias não utilizadas para a produção direita ou indireta dos bens-salários. Deste modo, continuaria válido que a determinação da taxa de lucro somente depende da tecnologia e dos bens salário.

Apesar de ter tentado fazer uma síntese entre a teoria clássica e a teoria da utilidade marginal, Dmitriev reteve a assimetria fundamental no tratamento das variáveis distributivas que caracteriza a tradição clássica, propondo que as condições que afetam o nível de salário real estão fora do escopo da economia política (Dmitriev, 1974; p. 74; citado por Gehrke, 1998).

III. Bortkiewicz: critica à teoria do valor de Marx

Marx apresenta a sua transformação dos valores-trabalho em preços de produção. Em termos formais, a transformação de Marx pode ser apresentada como se expõe a seguir. Assuma que a produção seja feita por três departamentos, uma técnica em uso que só utiliza capital circulante e ausência de produção conjunta. Assim, temos:

Departamento I $(c_1 + v_1)(1+r) = \lambda_1 p_1$

Departamento II $(c_2 + v_2)(1+r) = \lambda_2 p_2$

Departamento III $(c_3 + v_3)(1+r) = \lambda_3 p_3$

O departamento I envolve a produção de capital constante (c_i; i = 1, 2, 3), o departamento II produz bens salário ou de subsistência que correspondem ao capital variável (v_i; i = 1, 2, 3) e o departamento III produz bens de luxo. λ_i (i = 1, 2, 3) são os valores-trabalho; s_i (i = 1, 2, 3) as mais-valias setoriais; p_i os 'conversores' dos valores-

[1] Lembre-se que o problema da heterogeneidade dos bens-salário foi levantado por Malthus o que instigou Ricardo a formular uma teoria dos preços. Contudo, ele deixou inacabada esta teoria, devido, entre outras coisas, a dificuldade de determinar um sistema de preços em forma conjunta com uma taxa de lucro uniforme.

trabalho em preços de produção. Marx determina a taxa de lucro como o quociente entre a mais-valia agregada e o capital agregado.

$r = \sum_i s_i / \sum_i (c_i + v_i)$

Segundo Marx, mesmo que a teoria do valor-trabalho não explique os preços relativos, os valores-trabalho deveriam coincidir com os preços de produção medidos em trabalho *no agregado*[2]. Em outras palavras, para Marx valem as seguintes identidades (Howard e King, 1998):

i. $\sum_i \lambda_i = \sum_i \lambda_i p_i$
ii. $\sum_i s_i = r \sum_i (c_i + v_i)$
iii. $r = \sum_i s_i / \sum_i (c_i + v_i)$

O raciocínio de Marx pode ser ilustrado com o exemplo numérico abaixo.

	CC	**CV**	**MV**	**V**	**L**	**Pp**
I	10	10	10	30	7.5	27.5
II	20	12	12	44	12	44
III	15	5	5	25	7.5	27.5
Total	45	27	27	99	27	99

r = 0.375

Este exemplo se baseia no sistema de equações anterior. A coluna CC representa os capitais constantes nos departamentos I, II e III; CV os capitais variáveis; MV as mais valias; V os valores-trabalho; Pp os preços de produção. Como se pode observar a soma dos valores-trabalho é igual à soma dos preços de produção e a soma dos lucros é igual à soma das mais-valias. No departamento II, a composição orgânica, i.e., a relação entre

[2] "It is then only an accident if the surplus-value, and thus the profit, actually produced in any particular sphere of production, coincides with the profit contained in the selling price of a commodity." (Marx, 1894, cap.9).

capital constante e variável (CC/CV) coincide com a composição orgânica média. Por este motivo, somente neste departamento o preço de produção coincide com o respectivo valor-trabalho.

Contudo, a transformação proposta por Marx, como ele mesmo reconheceu, para ser completa precisava transformar também os valores-trabalho em preços de produção dos capitais constante e variável, i.e., no seu esquema o capital não é transformado. Entretanto, para completar a transformação é preciso conhecer primeiro a magnitude da taxa de lucro. Todavia, para isto é necessário *primeiro* conhecer os preços de produção dos capitais constante e variável. Assim, a transformação de Marx parecia sofrer de um problema de circularidade lógica.

Este foi o problema estudado e solucionado por Bortkiewicz que parte do esquema anterior, mas determina a taxa de lucro e o sistema de preços de produção *simultaneamente*. O procedimento proposto por Marx será denominado por Bortkiewicz como ‘método sucessivo’, já que determina a taxa de lucro e os preços em forma separada e sucessiva. O método de Bortkiewicz será de tipo simultâneo, já que o autor determina ambas as variáveis em forma conjunta. Para desenvolver este método, ele supõe condições estacionárias (reprodução simples nos termos de Marx). Seu esquema se apresenta da seguinte maneira:

a. $(c_1\, p_1 + v_1\, p_2)\,(1+r) = \lambda_1 p_1$
b. $(c_2\, p_1 + v_2\, p_2)\,(1+r) = \lambda_2 p_2$
c. $(c_3\, p_1 + v_3\, p_2)\,(1+r) = \lambda_3 p_3$
d. $p_3 = 1$

A equação iii do esquema de Marx, a qual determina a taxa de lucro partindo dos valores-trabalho de forma direta, é substituída por Bortkiewicz pela definição de um numerário (d). Assim, a taxa de lucro é determinada em forma conjunta com os preços, definindo também os preços de produção dos bens de capital constante e variável.

Destacamos duas criticas de Bortkiewicz a Marx. Primeiro, na análise de Bortkiewicz as três condições do agregado propostas por Marx tampouco são válidas:

$\sum_i \lambda_i \neq \sum_i \lambda_i p_i$; $\sum_i s_i \neq r\sum_i (c_i + v_i)$; $r \neq \sum_i s_i / \sum_i (c_i + v_i)$

Segundo, da análise de Bortkiewicz também se deduz que a crítica de Marx a Ricardo no sentido de que a taxa de lucro independe das condições de produção dos bens de luxo (departamento III neste exemplo) tampouco é valida. Em outras palavras, das equações em questão, é observável que a determinação da taxa de lucro só depende das condições de produção dos bens que direta ou indiretamente participam na produção dos bens-salário (departamentos I e II).

Para Bortkiewicz os valores-trabalho são endógenos quando diferentes técnicas produtivas podem ser escolhidas e a escolha das técnicas é objeto da análise da própria teoria. Em outras palavras, se a escolha da técnica é endógena à análise, os valores-trabalho serão variáveis explicadas e não explicativas[3].

IV. Charasoff: a versão da teoria clássica do valor mais desenvolvida (e esquecida)

Charasoff era um autor russo que publicou na Alemanha dois textos (Charasoff 1909 e 1910) que trataram da teoria clássico-marxista dos preços. Sua obra é comparativamente menos conhecida que as de Dmitriev e Bortkiewicz. Possivelmente, o desconhecimento se explica por ter sido ele um pesquisador independente (Kurz e Salvadori, 1995) cujas idéias só foram retomadas por Egidi e Gilibert (1984). Contudo, entendemos que sua obra apresenta uma análise mais avançada que as dos seus precursores como procuraremos demonstrar a seguir. Charasoff antecipou muitos resultados depois desenvolvidos por autores como Von Neumann, Leontief e Sraffa.

Charasoff define um conjunto de hipóteses simplificadoras que permitem que um sistema econômico possa se auto-reproduzir. Ele assume a existência de retornos constantes de escala e produção simples, i.e., não considera a produção conjunta e o capital fixo. O consumo dos trabalhadores é dado como uma cesta fixa de bens incluída

---

[3] Ele também critica Marx pela idéia de que a taxa de lucro deveria cair devido ao aumento da composição orgânica do capital ao longo do tempo. Contudo, este problema não é parte do escopo deste artigo.

entre os coeficientes técnicos de produção do mesmo modo que qualquer outro insumo produtivo, ou seja, é parte do consumo intermediário e integra o capital adiantado pelos capitalistas.

As mercadorias são produzidas por meio de mercadorias. Com base nesta idéia, Charasoff formaliza seu conceito de capital propondo uma economia que se caracteriza por ter um fluxo circular da produção. Vejamos uma breve apresentação da proposta teórica do autor.

IV.1 A determinação das quantidades correspondentes ao 'capital originário'

Partindo da produção final (Q), ele deduz os insumos necessários para produzi-la (Q_1), denominados de 'primeira geração', definidos pela técnica em uso. Em seguida, o autor deduz os insumos necessários para produzir estes insumos, i.e., infere os insumos de 'segunda geração' (Q_2). Fazendo o mesmo, derivam-se os insumos de 'terceira geração' (Q_3) e assim por diante. Cada redução de insumos por meio de insumos é denominada como uma nova 'geração' de capital. Para deduzir formalmente este método de redução, assuma um vetor de produtos finais (Q). Este vetor usa $Q^T A$ insumos, onde A é a matriz de coeficientes técnicos[4]. Assim, temos:

$$Q^T A = Q_1 \rightarrow Q$$

$$Q_1^T A = Q_2 \rightarrow Q_1$$

$$Q_2^T A = Q_3 \rightarrow Q_2$$

$$\vdots$$

$$Q_n^T A = Q_{n+1} \rightarrow Q_n$$

[4] Em verdade, Charasoff não utiliza uma matriz de coeficientes técnicos, senão uma de coeficientes de repartição (Egidi, Gilibert, 1984). Contudo, basta uma simples transformação escalar para trabalhar com uma matriz ou outra. Como a matriz de coeficientes técnicos é a utilizada na literatura contemporânea, vamos trabalhar com a mesma. Para mais detalhes, ver Stamatis (1999).

Para que esta redução seja possível é necessário supor que o sistema é produtivo no sentido de Sraffa (1960), i.e., que se produz de qualquer bem pelo menos o que se requer dele como insumo[5]. Deste modo, podem-se estabelecer as seguintes inequações:

$Q > Q_1 > Q_2 > Q_3 > ..... > Q_n \qquad (Q_i > 0; i = 1, 2,..., n)$

Esta redução também pode ser apresentada deste modo:

$Q^T A = Q_1$
$Q^T A^2 = Q_2$
$Q^T A^3 = Q_3$

.

.

.

$Q^T A^n = Q_n$

A matriz A^i vai mudando na medida em que i cresce. Apesar de no limite os elementos que compõem a matriz A^i tenderem para zero ($\lim A^i = 0$), Charasoff demonstra que, sob algumas restrições, os vetores que compõem as sucessivas matrizes tendem a guardar entre si determinadas proporções fixas. Em outras palavras, à medida que as matrizes A^i são multiplicadas, os valores absolutos dos coeficientes técnicos vão caindo tendendo para zero. A despeito disto, o importante nesta análise são as relações entre eles e se as mesmas tendem ou não para determinados valores. Em outros termos, tanto as colunas quanto as linhas de A^i vão ficando colineares ou múltiplas umas das outras. Assim, em algum momento os vetores de A^i atingem proporções muito próximas a valores constantes, i.e., ainda quando o conjunto de insumos diminui de redução em redução, as proporções entre eles são sempre as mesmas. Charasoff denomina a esta composição constante entre insumos 'capital original'. Uma restrição para que esta composição particular seja alcançada é que os bens 'não básicos' na terminologia de Charasoff (e de Sraffa) sejam eliminados ao longo da redução[6].

[5] Esta condição também é conhecida na literatura como a condição de Hawking-Simon.
[6] Esta restrição será atingida quando a matriz A dos coeficientes técnicos for irredutível e primitiva.

O processo pelo qual a redução tira os bens não básicos pode ser resumido do seguinte modo: suponha que o j-ésimo componente do vetor Q corresponda a um bem que não é usado como insumo em nenhum processo produtivo. Como efeito, o j-ésimo componente correspondente a $Q_1 = Q^T A$ será igual a zero. Assim, o j-ésimo bem é denominado 'bem de luxo de primeira ordem'. O mesmo se aplica para os bens de luxo de segunda ordem, i.e., aqueles bens que integram Q_1 e não participam da produção de nenhum outro bem e assim por diante.

IV.2 A determinação dos Preços Normais

Charasoff utiliza o mesmo método para deduzir o conjunto de preços normais. Partindo do 'capital originário', o autor consegue deduzir a taxa de lucro normal como a relação entre o produto líquido e o capital da geração anterior sem passar pelo sistema de preços, mediante um procedimento semelhante à dedução da taxa de lucro máxima de um sistema econômico obtida por Sraffa a partir da sua mercadoria-padrão. Por sua vez, a taxa de lucro normal em Charasoff coincide com esta taxa máxima e a taxa de lucro correspondente ao sistema de Von Neumann (1945). Tanto para Charasoff quanto para Von Neumann, a taxa de lucro pode ser interpretada como a taxa máxima de crescimento.

No enfoque de Charasoff, como no de Von Neumann, existe uma perfeita dualidade entre preços e quantidades[7]. De modo semelhante ao que faz com as quantidades, o autor determina os preços dos bens de capital de primeira (p_1), segunda (p_2) e terceira

---

[7] A referida dualidade só é válida para sistemas simplificados como o de Von Neumann (1945) e o próprio Charasoff, já que nestes modelos, as técnicas dominantes determinam tanto os preços quanto as quantidades. Contudo, se os bens de capital obsoletos são desconsiderados na estimação do volume de emprego e produção potenciais, normalmente estar-se-á sobreestimando a capacidade produtiva e subestimando o volume de emprego potencial do sistema, já que as técnicas dominantes são mais produtivas que as outras. Por outro lado, se na determinação do sistema de preços não se estabelece uma hierarquia entre as técnicas dominantes e o resto, como ocorre, por exemplo, no modelo de Leontief (1928, 1953), estar-se-á desconsiderando a influência da concorrência na determinação dos preços. Normalmente os preços deduzidos com este critério serão maiores que os preços determinados pela técnica dominante em condições de concorrência.
Por sua vez, a dualidade referida precisa que os recursos naturais, como a terra, estejam ausentes da análise. Caso contrário, a dualidade perde validade mesmo no longo prazo, já que os preços serão determinados pelos métodos de produção inferiores (terras 'marginais'), enquanto que as quantidades serão determinadas por todos os métodos em uso.

(p_3) ordens e assim por diante mediante um método recursivo. Vejamos esta redução. Assuma um vetor de preços finais (p). A redução se apresenta da seguinte maneira:

$Ap = p_1 \rightarrow p$

$Ap_1 = p_2 \rightarrow p_1$

$Ap_2 = p_3 \rightarrow p_2$

$p > p_1 > p_2 > p_3 > ..... > p_n \qquad (p_n > 0)$

Observe neste caso que a única diferença formal com relação à dedução do vetor das quantidades correspondentes ao capital ordinário, é o fato de que o vetor de preços é multiplicado pela matriz A pela esquerda, enquanto que no caso das quantidades o vetor multiplica à mesma matriz pela direita. Isto evidencia a dualidade preço-quantidade no enfoque de Charasoff.

No esquema apresentado pelo autor, pode-se partir de qualquer vetor de preços arbitrário correspondente aos preços do capital considerado em qualquer 'geração'. Em seguida, mediante a redução vista acima, os sucessivos vetores de preços tendem a convergir para os preços normais. Assim, esta redução tanto pode ser feita partindo dos preços dos produtos para os custos, como o inverso, dos custos para os produtos, i.e., da frente para atrás ou detrás para frente.

No segundo caso (de custos para preços), Charasoff parte dos valores-trabalho dos meios de produção e mediante a redução atinge um sistema de preços muito próximo aos preços de produção em alguma geração de capital. Neste ponto, Charasoff parece seguir o procedimento adotado por Marx na sua transformação dos valores em preços (Marx, 1894, capítulo XIII). A diferença entre estes autores aparece na conclusão do raciocínio, já que Charasoff demonstra que a redução converge para o vetor de preços de produção tanto partindo do vetor de valores-trabalho quanto de qualquer outro vetor arbitrariamente escolhido. Nas palavras de Charasoff: "*Marx wished... to start from the values of the commodities: but this is absolutely inessential for the theory of prices as such. The starting prices can be arbitrary*". (CHARASOFF, 1910, p.138 citado por Egidi, 1998). Portanto, uma conclusão importante da sua avaliação da obra de Marx é que os valores-trabalho são *desnecessários* para determinar os preços de produção e a taxa de lucro.

No esquema de Charasoff é possível deduzir os preços sem conhecer a taxa de lucro e a taxa de lucro sem conhecer os preços. Esta taxa aparece como a parte líquida do escalar que permite igualar a matriz de insumos com a matriz de produtos, quando a redução é suficientemente grande, i.e., em uma redução avançada do capital. Em termos formais:

$$A^{i} = A^{i-1}(1+r)$$

Onde r é um valor muito aproximado da taxa de lucro normal quando i atinge um valor suficientemente elevado. Assim, mesmo numa economia multisetorial, basta qualquer razão entre o mesmo coeficiente técnico em duas gerações sucessivas de capital para determinar a taxa de lucro. Neste caso, o resultado se assemelha à dedução feita por Ricardo (1815), quando determina a taxa de lucro como a razão entre duas magnitudes de trigo numa economia que só usa trigo para produzir trigo.

Charasoff consegue também determinar os preços normais sem recorrer à taxa de lucro, já que os preços relativos aparecem como os escalares que igualam as colunas da matriz A^{i} quando i atinge um valor suficientemente grande. Formalmente:

$$A^{i} = (A^{i}_{1}, A^{i}_{2},..., A^{i}_{n})$$

Onde $A^{i}_{1}, A^{i}_{2},..., A^{i}_{n}$ são os vetores-coluna da matriz A^{i}. Assim temos:

$$A^{i}_{1} = \alpha A^{i}_{2}$$

.

.

$$A^{i}_{1} = \beta A^{i}_{n}$$

$$A^{i}_{2} = \gamma A^{i}_{n}$$

Onde α, β, γ são os preços relativos dos bens 1, 2 e n (p_1/p_2, p_1/p_n, p_2/p_n) respectivamente. É possível atingir os resultados da análise de Charasoff relativos a preços e quantidades caso a redução seja de grau suficientemente elevado. Assim, obtém-se uma matriz A^i na qual os insumos entram na produção de todos os produtos na mesma proporção. Deste modo, tem-se um capital, mesmo que composto de mercadorias heterogêneas, que pode ser pensado como uma mercadoria única que é reproduzida por meio de si mesma. Charasoff chama este capital de 'capital originário'. Ele argumenta que a heterogeneidade dos capitais vai diminuindo na medida em que se avança na redução, i.e., a relação entre o capital de enésima ordem (A^n) com relação ao capital de enésima mais um ordem (A^{n+1}) é necessariamente igual ou menos heterogênea que a relação entre os capitais de ordem menor. Quando se avança na série, o capital tende a ter a mesma composição. Usando a terminologia de Marx, poderíamos dizer que à medida que se avança na redução de uma geração de capital para outra, o capital seguinte tem uma composição orgânica mais uniforme do que a anterior, i.e., o capital originário tem uma composição orgânica estritamente homogênea. Por exemplo, imagine uma economia que só produz trigo e ferro. Para poder determinar a taxa de lucro sem conhecer o preço relativo trigo-ferro, ambas as mercadorias deveriam aparecer como insumos nas mesmas proporções tanto para produzir trigo quanto pra produzir ferro, fato conseguido por Charasoff a partir de uma redução suficientemente grande partindo de qualquer sistema produtivo.

No caso da dedução dos preços, podemos partir de um vetor de preços arbitrário. Por sua vez, estes preços viram custos de produção no período sucessivo. Contudo, este vetor não necessariamente garante a uniformidade da taxa de lucro. Logo, ao longo do tempo, a concorrência deveria tender a modificá-lo em função das diferenças entre as rentabilidades setoriais. Se a concorrência tende a estabelecer uma igualdade nas taxas de lucro para estes custos arbitrários iniciais, os preços dos produtos finais de segunda geração (para frente) estarão mais perto dos preços de produção que os preços correspondentes aos custos e assim por diante. Deste jeito, a regressão de Charasoff também pode ser interpretada como um processo de ajustamento dos preços de mercado para os de produção ou naturais. Assim, se temos que $P^i = A^i P = AP^{i-1}$, na medida que i aumenta, os preços efetivos convergem para $A^n P$, i.e., para os preços de produção. Por que é que um sistema de preços arbitrário necessariamente converge para o vetor de preços normais? O motivo é que cada novo vetor de preços é obtido multiplicando o vetor de preços imediatamente anterior pela matriz A. Assim, como a multiplicação tende para A^n o resultado também tende para o conjunto de preços definido pela matriz A^n, i.e., os preços normais.

As colunas são proporcionais aos preços, i.e., da relação entre as mesmas se derivam os preços relativos. Simetricamente, as linhas são proporcionais às quantidades correspondentes ao 'capital originário'. Em outras palavras, às quantidades relativas que integram o capital originário são os escalares que igualam umas linhas às outras. Formalmente:

$A^i = (A_{i1}, A_{i2},..., A_{in})$

Onde $A_{i1}, A_{i2},..., A_{in}$ são os vetores-linha da matriz A^i. Simetricamente, temos:

$A_{i1} = \delta\, A_{i2}$

.

.

$A_{i1} = \varepsilon\, A_{in}$

$A_{i2} = \theta\, A_{in}$

Onde δ, ε, θ são os escalares que representam as produções relativas dos bens 1, 2 e n (q_1/q_2, q_1/q_n, q_2/q_n) respectivamente que aparecem no 'capital originário'.

Contudo, o método iterado ou recursivo de Charasoff não implica que a taxa de lucro e os preços relativos não sejam determinados em forma simultânea. Ao contrário, ambas as variáveis são determinadas simultaneamente como acontece nas análises Dmitriev, Bortkiewicz, Von Neumann, Leontief e Sraffa. Em outras palavras, o método de Charasoff não implica que ambas as variáveis sejam determinadas em forma sucessiva como segundo Bortkiewicz fazia o próprio Marx. O método de Charasoff é diferente dos adotados por estes autores, mas é compatível com eles, e determina ambas as variáveis em forma simultânea.

A equivalência entre o procedimento de Charasoff e os dos outros autores se explica pelo fato de que a redução proposta por ele é uma forma alternativa de apresentar a matriz inversa de Leontief, já que na redução as mercadorias não básicas vão sendo eliminadas, i.e., a matriz fica indecomponível. A redução de Charasoff é de fato a sucessão de matrizes apresentada acima na seção de Dmitriev que, por sua vez, é idêntica a matriz inversa de Leontief.

Partindo de um sistema de produção viável, a redução de Charasoff acaba numa matriz irredutível, onde todos os vetores correspondentes aos bens de luxo ou não básicos foram eliminados. Por sua vez, os componentes restantes são todos positivos (mesmo que sejam pequenos). Também demonstra que a taxa de lucro e os vetores de produção serão necessariamente positivos. Em outros termos, ele oferece uma demonstração indireta do chamado teorema de Perron de 1907. Como foi visto acima, sem passar pelos preços, a relação entre um capital de uma determinada geração e seu subseqüente é a taxa de lucro do sistema que corresponde ao inverso do autovalor máximo do teorema de Perron.

Assim, do mesmo modo que Sraffa, Charasoff demonstra que todo sistema econômico contém um sistema (o 'capital originário') no qual as composições orgânicas são as mesmas entre todos os setores, fato que permite determinar a taxa de lucro sem os preços e estes últimos sem a taxa de lucro. O capital originário de Charasoff é uma versão alternativa a mercadoria padrão de Sraffa[8]. Assim, a matriz A^n contém todas as propriedades relevantes do sistema. Contudo, o capital originário (A^n) não representa uma configuração produtiva concreta nem é um caso particular ou uma mera construção intelectual. Ao contrário, este capital está contido em qualquer sistema produtivo definido pela técnica em uso e o nível salarial, que em Charasoff aparece implícito na técnica em uso.

O propósito de Charasoff de apresentar uma economia onde todo o lucro é poupado (e reinvestido) é compará-la com o principio real da economia capitalista onde este fato em geral não se verifica. Assim, ele descreve como o faz Von Neumann, uma trajetória de crescimento equilibrada para a maior taxa de crescimento possível. Mas este resultado não pretende explicar o capitalismo senão compará-lo com a situação ideal.

V. Conclusão

[8] A mercadoria padrão de Sraffa é mais desenvolvida já que também considera o capital fixo e a produção conjunta.

Neste trabalho, apresentamos uma breve descrição dos aportes teóricos de Dmitriev, Bortkiewicz e Charasoff referidos a teoria dos preços. Os três autores pertencem à escola russo-alemã de economia política e trabalharam conceitos fundamentais que em décadas posteriores seriam desenvolvidos por autores tais como Leontief, Von Neumann e Sraffa.

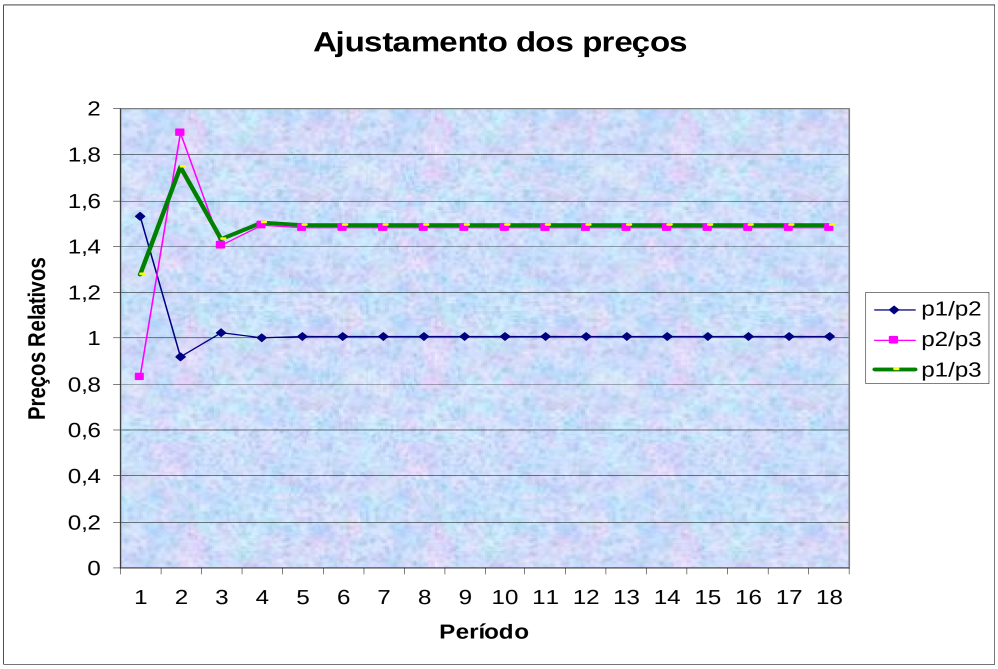
Demos especial ênfase a Charasoff por ser o autor mais desconhecido e a nosso julgamento o que mais desenvolveu a teoria clássica dos preços até a aparição da obra de Piero Sraffa. Nesse sentido, o estudo de Charasoff é fundamental para todo aquele que deseja entender o desenvolvimento do pensamento clássico-marxista no século XX.

Apêndice I: Ajustamento de preços e quantidades relativos

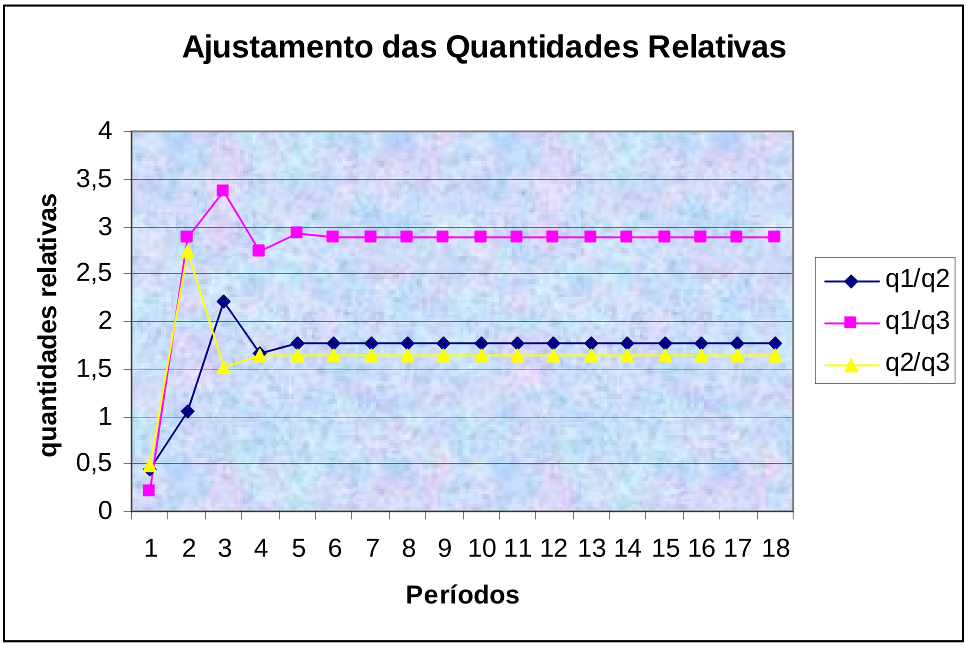
Partindo duma matriz de 3x3 escolhida ao acaso, apresentamos o processo de ajustamento de um conjunto de preços arbitrário para os preços normais proposto por Charasoff.

departamentos	I	II	III
I	0.4	0.3	0.2
II	0.7	0.06	0.1
III	0.1	0.4	0.09

Partimos do seguinte vetor coluna arbitrário de preços: [23, 15, 18]. Graficamente esta é a seqüência dos preços relativos entre os departamentos I, II e III.



Agora fazemos o mesmo para as quantidades relativas que aparecem no 'capital originário' utilizando a mesma matriz. Partimos do seguinte vetor linha arbitrário de quantidades: [10, 23, 48]. Graficamente esta é a seqüência das quantidades relativas entre os departamentos I, II e III.



BIBLIOGRAFIA PRELIMINAR

BORTKIEWICZ, L.V. *Value and Price in the Marxian System. International Economic Papers*, v.2, p.5-60, 1906-07.

CHARASOFF, G.V., *Karl Marx über menschliche und kapitalistische Wirtschaft*, 1909

__________; *Das System des Marxismus: Darstellung and Kritik*. Berlin, 1910.

DMITRIEV, V.K. *Economic Essays on Value, Competition and Utility*. Cambridge: Cambridge University Press, 1974.

EGIDI, M. *Charasoff, George Von*. In Kurz e Salvadori (eds). The Elgar Companion to Classical Economics A-K. Cheltenham, UK. Edward Elgar, 1998.

__________; GILIBERT, G. *La Teoria Oggettiva dei Prezzi*. *Economia Politica I,* 1984.

GEHRKE, C. *Dmitriev, Vladimir Karpovich*. Em Kurz e salvadori (eds). The Elgar Companion to Classical Economics A-K. Cheltenham, UK. Edward Elgar, 1998.

___________. KURZ, H.D. *Sraffa on von Bortkiewicz: Reconstructing the Classical Theory of Value and Distribution*. History of Political Economic, 2006.

HOWARD, M.C; KING, J.E. *Bortkiewicz, Ladislaus Von*. Em Kurz e Salvadori (eds). The Elgar Companion to Classical Economics A-K. Cheltenham, UK. Edward Elgar, 1998.

KURZ, H.D.; SALVADORI, N. *Theory of Production. A Long-period Analysis*, Cambridge, Melbourne and New York: Cambridge University Press, 1995.

___________.*'Classical' Roots of Input-Ouput Analysis: A Short Account of its Long Prehistory.* Economic Systems Research, Volume 12, 2000, p. 153 – 179.

MARX, K. *The Capital*, v.III, 1894.

STAMATIS, G. Georg Charasoff: *A pioneer in the theory of Linear Production Systems*. *Economic Systems Research*, v.11, n.1, 1999.