FALHAS DE MERCADO E DISTRIBUIÇÃO DE RENDA E RIQUEZA: UM ENFOQUE DE EQUILÍBRIO GERAL COMPETITIVO*

Fernando Garcia**
Cláudio Lucinda***
Sérgio Goldbaum****
Fabiana Velloso*****

1 Introdução

A literatura econômica conceitua "falha de mercado" como a incapacidade do livre mercado garantir a alocação ótima, no sentido de Pareto, dos recursos disponíveis da economia. De acordo com o chamado "Primeiro Teorema do Bem-estar Social", a alocação de mercado será Pareto-ótima se as seguintes três condições forem satisfeitas: (a) há mercados para todos os bens e serviços da economia (suficiência de mercados); (b) os agentes se comportam de forma competitiva; e (c) existe o equilíbrio competitivo. Assim, se as condições (a)-(c) forem satisfeitas, então o equilíbrio competitivo de mercado leva a economia a uma alocação ótima de bem-estar.

Nesses termos, diz-se que há uma falha de mercado quando o conseqüente da sentença anterior é falso, ou seja, quando a alocação não é a melhor possível. Por decorrência lógica, pelo menos uma das três condições também não é satisfeita. Segundo Ledyard (1987), o estudo de falhas de mercado compreende os esforços em analisar as fontes de eventuais violações de uma dessas condições.

A suficiência de mercados é necessária para que haja atribuição de preço a todos os bens de uma economia, sejam eles privados, públicos ou externalidades. O sistema de preços de mercados cumpre um papel informacional, e a imperfeição no cumprimento desse papel pode levar à incompletude ou assimetria de informações, o que gera ineficiência alocativa.

Em alguns casos relacionados a bens privados, a criação de mercados futuros pode sanar problemas de informação incompleta. Em outros, a criação de mercados de seguros pode resolver problemas de informação assimétrica. Dessa forma, "completar" ou "suprir" mercados parece ser uma forma de se corrigir eventuais falhas de mercado. A atribuição de direitos de propriedade, no caso da ocorrência de externalidades – como sugeria Coase–, e a instituição de impostos do tipo *lump-sum*, no caso de bens públicos – como sugeria Pigou –, podem ser vistas simplesmente como variantes dessa técnica.

No entanto, se os agentes não se comportarem de forma competitiva, a eficiência do equilíbrio tampouco pode ser alcançada. Ter comportamento competitivo significa: (i) comportar-se de maneira a maximizar funções objetivo (lucro, utilidade); e (ii) ser

---

* Este artigo é parte de um programa de pesquisa financiado pelo Núcleo de Pesquisa e Publicação – NPP da EAESP/FGV-SP.

** Professor do Mestrado em Economia de Empresas da EAESP/FGV-SP e do Programa de Estudos Pós-graduados em Economia Política da PUC-SP. Assessor econômico do SindusCon-SP.

*** Mestrando em Economia de Empresas da EAESP/FGV-SP.

**** Mestre em Economia de Empresas pela EAESP e Professor da Universidade Mackenzie.

***** Pós-graduanda do CEAG da EAESP/FGV-SP.

tomador de preço, no sentido de que não há agente econômico, consumidor ou empresa, com poder para arbitrar preços ou com informação privilegiada. O conceito relacionado à atomização dos agentes é o da profundidade dos mercados.

O comportamento não competitivo dos agentes pode, em alguns casos, ser induzido pela própria criação de mercados, necessária à correção de falhas por insuficiência de mercado. A criação de mercados futuros pode induzir agentes a comportamentos do tipo *free-riding*, ao passo que a introdução de mercados de seguros a problemas do tipo *moral-hazard*. Mas o comportamento não competitivo por excelência é o do monopolista (e o do monopsonista). Ao arbitrar preços e quantidades de um mercado, o monopolista pode obter lucros maiores, mesmo que isso resulte em alocações ineficientes.

A correção de falhas de mercado originadas por comportamento não competitivo dos agentes geralmente requer a intervenção coordenadora e reguladora do governo no mercado. Exemplos desse tipo de intervenção são a legislação e os órgãos destinados à defesa da concorrência ou a Lei de Licitações Públicas. No entanto, não é possível garantir que a intervenção do governo seja capaz de corrigir, em qualquer situação, esse tipo de falha de mercado.

O problema da não existência de equilíbrio competitivo está geralmente associado à não convexidade da fronteira de possibilidades de produção. Essa situação ocorre, por exemplo, no caso de retornos crescentes de escala na produção ou quando há custos marginais constantes, duas situações em que se observa a formação de monopólios naturais. A não convexidade da fronteira de possibilidade de produção também pode ocorrer em decorrência de externalidades ou de informação assimétrica. Geralmente, essas situações levam a comportamentos não competitivos.

Ledyard (1987), p. 412, sintetiza o assunto da seguinte maneira:

> "Falhas de mercado (¼) podem ocorrer se houver mercados insuficientes, comportamento não competitivo ou problemas de não existência de equilíbrio. Algumas soluções sugeridas para a falha de mercado (¼) são simplesmente mecanismos para a criação de mais mercados. Se isso puder ser feito de uma maneira que evite a não convexidade e que assegure a atomização de mercado, então o remédio pode ser benéfico (¼). [Caso contrário] tentativas de corrigir falhas de mercado levarão simplesmente a comportamentos não competitivos. Nessa situação, falhas de mercado são fundamentais. Exemplos são monopólios naturais, externalidades e bens públicos. Se alguém quiser obter alocações eficientes de recursos na presença de falhas fundamentais, deve aceitar comportamento não competitivo (self-interested behaviour) e explorar alternativas que estão além dos mecanismos de mercado."

Um aspecto fundamental, e que geralmente é deixado de lado pela literatura econômica[1], é a ocorrência de falha de mercado em função de má distribuição de renda. A existência do equilíbrio competitivo, condição necessária para que a alocação espontânea dos recursos da economia seja ótima, requer, nos termos do modelo de Arrow-Debreu, economias com distribuição de renda em que todos agentes econômicos auferem renda estritamente positiva e, obviamente, nas quais uma série de condições que garantem o comportamento competitivo dos agentes e a não convexidade da fronteira de possibilidade de produção são satisfeitas.

---

[1] Uma das poucas referências aos problemas de equilíbrio geral derivados de má distribuição de renda é a seguinte passagem em Howard (1979), p.46: "Isto significa que cada consumidor tem posses iniciais de cada mercadoria maiores que os montantes necessários para consumir dentro do conjunto de ativos ... Sabe-se que há indivíduos que não têm quaisquer ativos. Não obstante, a suposição tem seu papel na análise de Debreu pois, sem ela, certos casos de inexistência podem surgir, mesmo quando as outras suposições são mantidas".

Este artigo pretende explorar esse aspecto, com o intuito de demonstrar que, numa economia em que há agentes com renda nula, o equilíbrio resultante da interação das forças de livre mercado não é necessariamente competitivo, caracterizando, assim, uma falha de mercado. Nesses casos, argumentamos que a intervenção governamental, por meio de políticas redistributivas, pode gerar alocações alternativas de consumo e produção que são superiores no sentido de Pareto, ou seja, que permitem o aumento do bem-estar social. Há, nesse argumento, uma forte justificativa teórica para a intervenção governamental em economias com miséria absoluta e um referencial abstrato para a formulação de políticas sociais.

O argumento é desenvolvido em duas seções, além desta introdução. Na seção 2, é apresentado o modelo de equilíbrio geral Arrow-Debreu – na formulação de Arrow e Hahn (1971). A subseção 2.1 define os conjuntos de escolha, o de consumo e a dotação orçamentária. Na seqüência, postula as propriedades da relação de preferência-fraca, demonstrando a existência de uma função representativa real da ordenação de escolha dos consumidores, também chamada de função utilidade. A seção 2.2 apresenta os conceitos da teoria da produção e introduz o conceito de conjunto de possibilidade de produção. Por fim, a seção 2.3 descreve o conceito de equilíbrio competitivo e o de equilíbrio compensado.

A terceira seção desenvolve o argumento central deste artigo, o qual relaciona a distribuição de renda, à existência do equilíbrio e à ocorrência de falha de mercado. Para resumir a apresentação, não vamos aprofundar nas provas de todos lemas e teoremas enunciados neste artigo. As demonstrações dessas proposições podem ser encontradas em Arrow e Hahn (1971).

2 O modelo Arrow-Debreu

2.1 Consumo

Em primeiro lugar, vamos assumir a existência de um número finito de consumidores, indexados por h. O vetor x_h representa o consumo da família h dos i bens e serviços da economia. O conjunto de possibilidades de consumo, denotado por X_h, é formado pelos vetores x_h que satisfazem a seguinte restrição: a oferta dos bens e serviços (incluídos os serviços de mão-de-obra) em questão não deve ultrapassar um certo limite t: $\sum_{i \in L}\left[\tau_{hi}(x_{hi} - \bar{x}_{hi})^-\right] \leq Tt$, em que $(x_{hi} - \bar{x}_{hi})^-$ é a oferta líquida de bens e serviços e τ_{hi} é a quantidade de tempo (no caso de uma restrição temporal) necessária ao consumo de uma unidade de cada bem e serviço. Sobre esse conjunto imperam duas hipóteses da maior importância:

Axioma 1 o conjunto X_h é convexo e fechado; e

Axioma 2 existe um vetor $\bar{\bar{x}}_h \in X_h$, tal que $\bar{\bar{x}}_{hi} \leq \bar{x}_{hi}, \forall i \in L$ ou $\bar{\bar{x}}_{hi} < \bar{x}_{hi}$, se $\bar{x}_{hi} > 0$, em que os valores com uma barra denotam as dotações iniciais das famílias.

A restrição orçamentária da família *h*, dada por M_h, dado um vetor de preços p e um conjunto de produção y_f, o qual que será conceituado adiante, é dada por:

Axioma 3 $M_h = p\bar{x}_h + \sum_f d_{hf}(py_f)$, em que f denota o número de firmas, e d_{hf} a parcela dos lucros da firma f distribuídos à família h.

Assumimos que o comportamento de consumo de cada família é orientado por uma ordenação fraca de preferências de h sobre X_h. Para tal, postulamos a existência de uma relação binária $\underset{\sim}{\phi}_h \in X_h^2$, tal que:

Axioma 4 $\forall h \in H$ e $\forall x_h^i \in X_h$,

Completude – $\left(x_h^1 \underline{\phi}_h x_h^2\right) \vee \left(x_h^2 \underline{\phi}_h x_h^1\right)$;

Transitividade – $\left(\left(x_h^1 \underline{\phi}_h x_h^2\right) \wedge \left(x_h^2 \underline{\phi}_h x_h^3\right)\right) \Rightarrow \left(x_h^1 \underline{\phi}_h x_h^3\right)$;

Continuidade: $\forall x_h^0$, $\left\{x_h \middle| x_h \underline{\phi}_h x_h^0\right\} \wedge \left\{x_h \middle| x_h^0 \underline{\phi}_h x_h\right\}$ são fechados;

Convexidade: $\left[\left(x_h^1 \;\phi_h\; x_h^2\right) \wedge (0 \leq \alpha < 1)\right] \Rightarrow \left[(1-\alpha)x_h^1 + \alpha x_h^2 \;\phi_h\; x_h^2\right]$; e

Monotonicidade: $\left(x_h^1 \gg x_h^2\right) \Rightarrow \left(x_h^1 \;\phi\; x_h^2\right)$.

Com base nas hipóteses anteriores, definimos o conjunto de escolha, composto pelo vetor mais preferido de um dado conjunto $S \subset X_h$, como aquele $\hat{x}_h$, tal que $\hat{x}_h \in S$ e $\forall x_h \in S, \hat{x}_h \underline{\phi}_h x_h$. Nesses termos, as funções de demanda são os vetores preferidos no subconjunto de X_h definido por $px_h \leq M_h$. Outro conjunto de vetores preferidos pode ser determinado a partir de um subconjunto, sob algumas condições, simétrico ao primeiro: o conjunto dos vetores x_h, tais que px_h é minimizado dada a constante $x_h \underline{\phi}_h x_h^0$. As relações de demanda daí originárias são definidas como as demandas compensadas. Vejamos em que condições essas definições são simétricas.

Lema 1 Se x_h^* é um vetor preferido sujeito à restrição $px_h \leq M_h$, $x_h \in X_h$, então x_h^* minimiza px_h sujeita à restrição $x_h \underline{\phi}_h x_h^*$.

Lema 2 Se x_h^* minimiza px_h, sujeito à restrição $x_h \underline{\phi}_h x_h^*$, e se $px_h^* > px_h^1$ para algum $x_h^1 \in X_h$, então x_h^* é preferida na restrição $px_h \leq px_h^*$.

A assimetria entre as demandas compensadas e não compensadas, na borda do domínio de preços, implica a definição de um conceito mais amplo de continuidade, uma vez que as demandas compensadas são, em verdade, correspondências. Para isso, iremos introduzir o conceito de *upper hemicontinuity*. Definimos uma correspondência $\Phi(x)$ como *upper hemicontinous* se, dadas as seqüências $\left\{x^v\right\}$ e $\left\{y^v\right\}$, as condições $x^v \to x$ e $y^v \to y$, $y^v \in \phi(x^v)$, implicam que $y \in \Phi(x)$. Dada essa definição, é fácil perceber que a correspondência de demanda compensada é upper hemicontinous[2].

Dadas as hipóteses acima, podemos afirmar que existe uma função representativa real das preferências dos consumidores (função utilidade)[3].

Teorema 1 Se a relação de preferência é contínua e monotônica, então existe uma função de utilidade contínua U_h que representa essa relação.

Outro conceito é importante para estudarmos o equilíbrio geral competitivo, o de vetor de excesso de demanda. Ele é definido como $z = x - y - \bar{x}, x_h \in X_h, y \in Y$, em que x é o vetor agregado de demandas das famílias, y o vetor agregado de oferta das firmas e $\bar{x}$, o vetor de dotação inicial da economia. Também definimos aqui a alocação de consumo como sendo qualquer elemento χ do conjunto $\aleph = X_h^h$, o produto cartesiano dos conjuntos individuais de consumo. O conjunto de u_h - possíveis vetores de consumo para a família h é

$$X_h(u_h) = \left\{x_h \middle| U_h(x_h) \geq u_h\right\}.$$

Por fim, vamos introduzir o conceito de conjunto possibilidade de utilidade. Antes, contudo, devemos introduzir o conceito de alocação de utilidade, qual seja, o vetor u, cujo h-ésimo componente é uma utilidade u_h da família h. Nesses termos, o

[2] A demonstração dessa proposição encontra-se em Arrow e Hahn (1971).

[3] Esta demonstração foi retirada de Mas-Collell, Whinston e Green (1996).

conjunto possibilidade é composto pelo cartesiano dos conjuntos individuais. O conjunto de u - possíveis alocações de consumo é $\aleph(u) = X_h^h(u_h)$.

2.2 Produção

Iniciamos a apresentação da teoria da produção pela definição dos conceitos de conjunto de possibilidade de produção da firma: Y_f é o conjunto de vetores de atividade possíveis para esta firma y_f. Por vetor de atividade, entende-se o conjunto cujos elementos são as quantidades consumidas e produzidas pela firma representativa, sendo os produtos representados por quantidades positivas e os insumos representados por quantidades negativas. O conjunto possibilidade de produção é tal que:

Axioma 5 $0 \in Y_f$, sendo 0 a ausência de produção;

Axioma 6 Y_f é fechado;

Axioma 7 Y_f é divisível, isto é, se $y_f \in Y_f$, então $\lambda y_f \in Y_f, 0 \leq \lambda \leq 1$; e

Axioma 8 Y_f é aditivo, isto é, se $y^1, y^2 \in Y_f$, então $y^1 + y^2 \in Y_f$.

Das duas últimas hipóteses, podemos derivar o seguinte lema:

Lema 3 Se Y_f é divisível e aditivo, então o conjunto de possibilidades de produção é convexo e exibe retornos constantes de escala (cone convexo).

Se y_f é o vetor de produção para a firma f, então $y = \sum_f y_f$ é o vetor de produção da sociedade. O conjunto de possibilidade social de produção pode ser definido da seguinte forma: $Y = \{y = \sum_f y_f \mid y_f \in Y_f, \forall f\} = \sum_f Y_f$; ou seja, é igual a somatória dos conjuntos de possibilidade de produção das firmas individuais. Evidentemente, podemos dizer que o conjunto de possibilidade social de produção para apenas um grupo de firmas pode ser visto como pertencendo também ao conjunto de possibilidade social de produção, uma vez que, pelo axioma 4, as outras firmas podem optar pela não-produção.

Define-se agora um diferente tipo de conjunto: o de possíveis alocações de produção. Esse conjunto é tal que: $\Pi = Y_f^f = \{y_1, \ldots\ldots, y_F \mid y_f \in Y_f, \forall f\}$, ou seja, ele é o produto cartesiano dos conjuntos de possibilidades de produção das firmas individuais, em que F é o número de firmas. A partir dessa definição, derivamos um teorema para esse conjunto, o qual garante que valem as propriedades enunciadas pelas premissas sobre o conjunto de possibilidades de produção.

Lema 4 $0 \in \Pi$; Π é fechado e convexo.

O axioma a seguir elimina a possibilidade de um mundo de abundância. A intuição por trás dela é simples: se o somatório da produção de todas as firmas, descontado das quantidades usadas como insumo de cada um dos bens, for maior ou igual a zero, a única alocação social possível é a da não-produção, pois, caso contrário, não haveria limites para as quantidades a ser transacionadas.

Axioma 9 Se $\wp \in \Pi$ e $\sum_f y_f \geq 0$, então $\wp = 0$.

Neste ponto, uma questão surge: a de se essas alocações são, de fato, possíveis, ou seja, se os recursos inicialmente disponíveis são capazes de fazer com que o vetor de produção da sociedade seja viabilizado. Para tratar esse problema introduzimos duas outras definições e mais um axioma. Um vetor y de produção da sociedade é dito factível se, dado um vetor de dotação inicial $\bar{x}$, o vetor é possível, ou seja , se

$y_f \in Y_f, \forall f$, e se $y + \bar{x} \geq 0$. O conjunto de possibilidade de produção factível é dado por: $\hat{Y} = Y \cap \{y | y + \bar{x} \geq 0\}$. A próxima definição replica o conceito de factibilidade para o conjunto de possíveis alocações e produção: uma alocação de produção $\wp$ é factível se $\wp \in \Pi$, ou seja, se $y_f \in Y_f, \forall f$, e se $y + \bar{x} \geq 0$. Dessa forma, o conjunto de alocações de produção factíveis é dado por: $\hat{\Pi} = \Pi \cap \{\wp | y + \bar{x} \geq 0\}$. Enfim, se introduz mais uma hipótese, muito útil nas próximas demonstrações: a de que a tecnologia e os recursos da sociedade permitem a produção de uma quantidade positiva de todos os bens.

Axioma 10 Para algum $\bar{y} \in Y, \bar{y} + \bar{x} \gg 0$.

Agora somente resta determinar se o conjunto de alocações de produção factíveis é compacto e convexo; para isto, faz-se necessário introduzir novos conceitos. Para um número real qualquer, seja $\xi^+ = \max(\xi, 0)$, e $\xi^- = \max(-\xi, 0)$, de forma que $\xi = \xi^+ - \xi^-, \xi^+ \geq 0, \xi^- \geq 0$. Para um vetor x, define-se as bordas superiores e inferiores, dadas por: $U(x) = \sum_i x_i^+$, e $L(x) = \sum_i x_i^-$. Um conjunto de vetores somente pode ser definido como limitado se essas duas funções são limitadas acima à medida que x varia no conjunto.

Teorema 2 Se valem os axiomas 5,6 e 9, juntamente com o lema 4, então o conjunto de alocações de produção factíveis $\hat{\Pi}$ é compacto e convexo.[4]

2.3 *Equilíbrio geral competitivo e bem-estar*

Agora começaremos nossa análise de existência de equilíbrio geral. Em primeiro ligar, definiremos o conceito de alocação, a fim de facilitar a discussão sobre o conceito de fronteira de Pareto. Uma alocação $\varpi = (\chi, \wp)$ pode ser definida como uma alocação conjunta de consumo e de produção, isto é, um elemento do conjunto $\Omega = \aleph \times \Pi$, o produto cartesiano dos conjuntos de alocações de consumo e de produção possíveis. Nesses termos, o vetor de excesso de demanda, definido na seção 2.1, é uma função linear do conjunto de alocações: $z(\varpi) = \sum_h x_h - \sum_f y_f - \bar{x}$. Uma alocação ϖ é factível se $z(\varpi) \leq 0$. Denotaremos o conjunto de alocações factíveis por $\hat{\Omega} = \Omega \cap \{\varpi | z(\varpi) \leq 0\}$. Com bases nessas definições, podemos enunciar o seguinte lema:

Lema 5 O conjunto das alocações factíveis é compacto e convexo.

O conjunto de u-possíveis alocações é definido por $\Omega(u) = \aleph(u) \times \Pi$. A esse conjunto de alocações corresponde um conjunto de vetores de excesso de demanda. O conjunto de u-possíveis vetores de excesso de demanda é a imagem de $\Omega(u)$ no mapping linear $z(\varpi)$, ou seja, $Z(u) = \{z | z = z(\varpi), \text{ para algum } \varpi \in \Omega(u)\}$. Também se define o conjunto de u-factíveis alocações, isto é, o conjunto de u-possíveis alocações que também são factíveis: $\hat{\Omega}(u) = \Omega(u) \cap \{\varpi z(\varpi) \leq 0\}$. Da mesma forma, a esse conjunto de alocações corresponde um conjunto de vetores de excesso de demanda: $\hat{Z}(u) = \{z | z = z(\varpi), \text{ para algum } \varpi \in \hat{\Omega}(u)\}$.

Como $\hat{\Omega}(u)$ é compacto é convexo e $\hat{Z}(u)$ é a imagem de $\hat{\Omega}(u)$ sob um mapping linear, então $\hat{Z}(u)$ é compacto e convexo.

[4] Desse teorema é possível tirar o seguinte corolário: Y é fechado.

Lema 6 A correspondência $\Omega(u)$ é convexa para cada u e contínua em u.

Desse teorema decorrem dois corolários: (a) o conjunto de u – factíveis alocações, $\hat{\Omega}(u)$ é upper hemicontinous no seu argumento; e (b) o conjunto de u – possíveis vetores de excesso de demanda, $Z(u)$, é lower hemicontinous em seu argumento.

Vamos introduzir agora o conceito de dominância de Pareto: uma alocação de utilidade u^1 é dominada por u^2 se u^2 é factível e $u^2 \gg u^1$. Uma alocação u é Pareto eficiente se é factível e não é dominada por nenhuma alocação de utilidade, ou seja, se não houver alocação que permita a elevação de bem-estar de uma família, sem que isto implique a redução de bem-estar de qualquer outra. Dessa definição podemos demonstrar os seguintes lemas:

Lema 7 Se $z \in Z(u)$, então existe z', u', com $z' \in Z(u')$, com z' arbitrariamente próximo de z e $u \gg u'$.

Lema 8 Se u é Pareto eficiente, então $Z(u)$ é disjunto de $\{z | z \ll 0\}$.

Lema 9 Se A é um conjunto convexo disjunto do conjunto $\{x | x \ll 0\}$, então existe um vetor $p > 0$ para o qual $px \geq 0, \forall x \in A$.

A reunião das conclusões desses 3 lemas está representada no enunciado do seguinte teorema:

Teorema 3 Se u^0 é Pareto eficiente, então existe um vetor p com as seguintes características:

(a) $p > 0$; (b) $pz \geq 0, \forall z \in Z(u^0)$; (c) $pz = 0, \forall z \in \hat{Z}(u^0)$; e (d) Se $(\chi^0, \wp^0) \in \hat{\Omega}(u^0)$, de forma que as condições $U_h(x_h^0) \geq u_h^0$, $y_f^0 \in Y_f$, e $\sum_h x_h^0 \leq \sum_f y_f^0 + \sum_h \bar{x}_h$ forem satisfeitas, então,

- px_h é minimizado sobre $X_h(u_h^0)$ em x_h^0,
- py_f é maximizado sobre Y_f em y_f^0, e
- a restrição social $\sum_h px_h^0 = \sum_h \left[p\bar{x}_h + \sum_f d_{hf}(py_f^0)\right]$ é satisfeita.

O conjunto de vetores que são Pareto eficientes (Fronteira de Pareto) são definidos por: $U = \{u | u \text{ Pareto eficiente}\} = \text{Fronteira de Pareto}$. Assim, o conjunto $P(u)$, é upper hemicontinous no seu argumento, compacto e convexo para o mesmo e não nulo para $u \in U$, em que $P(u) = \{p | p > 0, pe = 1, pz \geq 0 \text{ para todo } z \in Z(u)\}$. Assim, é possível determinar o nível mínimo do vetor de utilidade: A alocação de utilidade, 0 é dominada.

Os conceitos discutidos até este ponto nos permitem argumentar sobre a existência do equilíbrio propriamente dita. Antes, contudo, vamos definir as duas variantes do equilíbrio geral, a saber: o equilíbrio competitivo e o equilíbrio compensado, cuja diferença reside na forma de como os vetores preferidos são escolhidos. Após isso, vamos relacionar as condições pelas quais podemos dizer que um equilíbrio é equivalente ao outro, ou seja, sob que condições um conjunto de vetores correspondentes a um equilíbrio compensado corresponde também a um equilíbrio competitivo. A seguir temos as definições formais de um equilíbrio compensado e equilíbrio competitivo.

Competitivo: um vetor de preços p^*, uma alocação de consumo χ^*, uma alocação de utilidade u^* e uma alocação de produção $\wp^*$ constituem um equilíbrio competitivo se, e somente se:

(a) $p^* > 0$;

(b) $\sum_h x_h^* \leq \sum_f y_f^* + \sum_h \overline{x}_h$;

(c) y^* maximiza $p^* y_f$ sujeito a $y_f \in Y_f$; e

(d) x_h^* maximiza $U_h(x_h)$ sujeito a $p^* x_h \leq M_h^* = p^* \overline{x}_f + \sum_f d_{hf}(p^* y_f^*)$.

Compensado: um vetor de preços p^*, uma alocação de consumo χ^*, uma alocação de utilidade u^* e uma alocação de produção $\wp^*$ constituem um equilíbrio compensado se, e somente se:

(a) $p^* > 0$;

(b) $\sum_h x_h^* \leq \sum_f y_f^* + \sum_h \overline{x}_h$;

(c) y^* maximiza $p^* y_f$ sujeito a $y_f \in Y_f$;

(d) x_h^* minimiza $p^* x_h$ sujeito a $U_h(x_h) \geq u_h$; e

(e) $p^* x_h^* = M_h^*$.

Os teoremas a seguir mostram a relação existente entre estes dois tipos de equilíbrio.

Teorema 4 Se $(p^*, \chi^*, \wp^*)$ é um equilíbrio competitivo e $U_h(x_h^*) = u_h^*, \forall h$, então $(p^*, u^*, \chi^*, \wp^*)$ é um equilíbrio compensado.

Prova : Os itens (a), (b) e (c) são idênticos nas duas definições. O lema 2 do consumidor (subseção 2.1) nos diz que um vetor de consumo que maximiza utilidade sujeito a uma restrição também minimiza o custo de alcançar aquele nível de utilidade, de forma que o item (d) da definição 1 implica o item (d) da definição 2. Finalmente, suponha que (e) não seja válido. O item (d) da definição de equilíbrio competitivo implica que $p^* x_h^* < M_h^*$. Então, pela construção da função de utilidade, podemos escolher um x_h' arbitrariamente próximo de x_h^* de forma que $U_h(x_h') > U_h(x_h^*)$. Em particular, x_h' pode ser escolhido de forma que $p^* x_h' \leq M_h^*$, o que contradiz o fato de que x_h^* maximiza a utilidade dada a restrição orçamentária. Portanto, a condição deve ser válida, o que completa a prova.

Para podermos demonstrar o inverso , o seguinte lema é necessário:

Lema 10 Se $p > 0$ e $py_f > 0, \forall f$, então (a) $M_h \geq 0, \forall h$; e (b) $\forall h, M_h > 0$, se, e somente se $M_h > p\overline{\overline{x}}_h$

Prova: Por definição, temos que a restrição $M_h = p\overline{x}_h + \sum_f d_{hf}(py_f)$, ou seja, que $M_h - p\overline{\overline{x}}_h = p(\overline{x}_h - \overline{\overline{x}}_h) + \sum_f d_{hf}(py_f)$. Das hipóteses temos $M_h \geq 0, \forall h$. No Axioma 2, assumimos que $\overline{x}_h - \overline{\overline{x}}_h > 0$ e que $\overline{x}_h$ tem exatamente os mesmos componentes positivos e nulos que $\overline{x}_h - \overline{\overline{x}}_h$. Como $p > 0$, $p\overline{x}_h > 0$, se, e somente se, existir pelo menos um componente i no qual ambos $p_i > 0$ e $\overline{x}_{hi} > 0$; de forma similar, $p(\overline{x}_h - \overline{\overline{x}}_h) > 0$, se, e somente se, existir pelo menos um componente i para o qual $p_i > 0$ e $\overline{x}_{hi} - \overline{\overline{x}}_{hi} > 0$. Assim, $p\overline{x}_h > 0$, se, e somente se, $p(\overline{x}_h - \overline{\overline{x}}_h) > 0$. Além disso, $M_h > 0$, se, e somente se, $p\overline{x}_h > 0$ ou $\sum_f d_{hf}(py_f) > 0$, bem assim $M_h - p\overline{\overline{x}}_h > 0$, se, e somente se, $p(\overline{x}_h - \overline{\overline{x}}_h) > 0$ ou $\sum_f d_{hf}(py_f) > 0$.

Agora podemos postular e demonstrar a relação inversa entre os conceitos de equilíbrio competitivo e compensado.

Teorema 5 Se $(p^*, u^*, \chi^*, \wp^*)$ é um equilíbrio compensado e $M_h^* > 0, \forall h$, então $(p^*, \chi^*, \wp^*)$ é um equilíbrio competitivo.

Prova: Os itens (a), (b) e (c) são idênticos nas duas definições. Se $M_h^* > 0$, então pelo item (e) $p^* x_h^* = M_h^* > p^* x_h'$, para algum $x_h' \in X_h$. Pelo lema 1 da seção 2.1, segue de (d) da definição de equilíbrio compensado que x_h^* maximiza $U_h(x_h)$ sujeito a restrição orçamentária $p^* x_h \leq M_h^*$.

Devido à assimetria entre as relações de demanda compensadas e não compensadas, a ausência de renda positiva implica que pode não existir um vetor de consumo que custe menos do que a renda total e, em vista do lema 10, levanta a possibilidade de os vetores que maximizam a utilidade e os que minimizam o custo não serem coincidentes. O lema a seguir mostra, que para a existência de um equilíbrio compensado, é necessário que pelo menos uma família tenha renda positiva. É importante lembrar que esse lema não garante que o vetor de equilíbrio compensado seja também um equilíbrio competitivo.

Lema 11 Se $(p^*, u^*, \chi^*, \wp^*)$ é um equilíbrio compensado, então $\exists h, M_h^* > 0$.

Podemos ainda estabelecer outra propriedade do modelo de equilíbrio geral, a qual nos revela a possibilidade de haver um equilíbrio compensado que é ótimo de Pareto.

Teorema 6 Se $(p^*, u^*, \chi^*, \wp^*)$ é um equilíbrio compensado, então u^* é uma alocação de utilidade Pareto eficiente.

Prova: Suponhamos que $(p^*, u^*, \chi^*, \wp^*)$ é um equilíbrio compensado, mas que u^* não seja uma alocação de utilidade Pareto eficiente. Então, existe uma alocação factível tal que $U_h(x_h^1) > u_h^*, \forall h$. Como x_h^* minimiza o custo de alcançar o nível de utilidade u_h^*, $p^* x_h^* \leq p^* x_h^1, \forall h$, ou, em vista do item (e) da definição de um equilíbrio compensado, $M_h \leq p^* x_h^1$. Então, existe um h para o qual $M_h^* > 0$. Pelo lema 10, $p^* x_h^* = M_h^* > p^* \bar{\bar{x}}_h$ para este h e, portanto, x_h^* maximiza a utilidade sujeito a restrição $p^* x_h \leq M_h^*$. Como $U_h(x_h^1) > U_h(x_h^*) = u_h^*$ neste caso temos que $M_h^* < p^* x_h^1$ para algum h, de forma que $\sum_h p^* x_h^1 > \sum_h M_h^* = \sum_h p^* \bar{x}_h + \sum_f p^* y_f^*$. Pelo fato de a alocação ser factível, temos que $\sum_h p^* x_h^1 \leq \sum_h p^* \bar{x}_h + \sum_f p^* y_f^*$, o que constitui uma contradição.

Há que se destacar, nessa altura, um dos principais teoremas do equilíbrio geral, o qual postula a existência de um equilíbrio $(p^*, u^*, \chi^*, \wp^*)$, tal que ele satisfaz as condições (a) a (e) da definição de equilíbrio compensado. A demonstração formal desse teorema é a mais extensa, motivo pelo qual não a apresentaremos neste artigo. Contudo, vale destacar que a existência de um tal equilíbrio e a suposição de que $M_h^* > 0, \forall h$ são suficientes para demonstrar que $(p^*, \chi^*, \wp^*)$ é um equilíbrio competitivo – Teorema 5. Por fim, mas não menos importante, é o chamado 1° Teorema do Bem-estar Social, decorrência imediata do que discutimos nesta seção. Como todo equilíbrio competitivo é um equilíbrio compensado (Teorema 5) e todo equilíbrio compensado é uma alocação de utilidade Pareto eficiente (Teorema 6), então o equilíbrio competitivo é uma alocação de utilidade Pareto eficiente.

Teorema 7 Se forem satisfeitos os axiomas (1) a (9), então existe uma alocação $(p^*, u^*, \chi^*, \wp^*)$, tal que ela satisfaz as condições de um equilíbrio compensado.

Teorema 8 Se forem satisfeitos os axiomas (1) a (9) e se $M_h^* > 0, \forall h$, então existe uma alocação $(p^*, \chi^*, \wp^*)$, tal que ela satisfaz as condições de um equilíbrio competitivo.

Teorema 9 Se $(p^*, \chi^*, \wp^*)$ é um equilíbrio competitivo, então u^* é uma alocação de utilidade ótima de Pareto.

Em resumo, podemos destacar as seguintes considerações quanto ao equilíbrio geral competitivo:

• dados os axiomas de consumo e produção e a condição de que todas famílias tenham restrição orçamentária positiva, há um equilíbrio geral competitivo, o qual é ótimo no sentido de Pareto;

• se houver alguma família com restrição orçamentária que resulta nula – $\exists h, M_h^* = 0$ –, então há um equilíbrio compensado possível, o qual não é necessariamente competitivo;

• o fato de haver famílias com renda nula não implica, portanto, ineficiência econômica; a alocação de consumo resultante de um equilíbrio compensado pode ser Pareto eficiente; nesse caso, deve haver pelo menos uma família com restrição orçamentária positiva;

• se uma alocação de utilidade u^* é ineficiente no sentido de Pareto, então o equilíbrio não é competitivo; e

• há uma única distribuição de renda que, necessariamente, implica a inexistência do equilíbrio compensado: é aquela em que todos indivíduos têm renda nula ($M^* = 0$).

3 Falha de mercado e má distribuição da riqueza

O argumento desenvolvido nas seções anteriores postula que as alocações ineficientes de utilidades não são equilíbrios competitivos, o que resulta em falha de mercado. Cabe, neste ponto, analisar as situações em que uma dada distribuição de renda impede que o livre funcionamento de mercado gere um equilíbrio competitivo, ou seja, averiguar as situações em que uma falha de mercado é causada por má distribuição da renda. Para tal, vamos estudar, antes, as condições para que um equilíbrio compensado seja também competitivo, enfim, para que $\forall h, M_h^* > 0$.

Essa análise requer a introdução de um novo conceito, qual seja, o de família relacionada por renda *(resource related)*. Dizemos que uma família h' é relacionada por renda à família h'' se, e somente se, for possível redistribuir parte de um aumento de renda da família h' – derivado da elevação do preço dos bens e serviços que ela possui, por exemplo – para a família h''. Em termos formais, temos: uma família h' é relacionada por renda com a família h'' se, e somente se, para toda alocação factível $(\chi, \wp)$, existe uma alocação $(\chi', \wp')$ e um vetor $\bar{x}'$, tal que $(\chi', \wp')$ também é factível, caso a dotação seja a $\bar{x}'$.

A utilidade desta definição reside no fato de que, num equilíbrio compensado, se alguma família tem renda positiva, então, se sua renda aumenta, qualquer outra família que seja relacionada por renda a ela também terá sua renda aumentada; se a família relacionada por renda não tinha renda, passa a ter. Nesse caso, um aumento da renda de quem já tem alguma induz uma redistribuição para quem não tem, através da elevação da demanda pelos bens e serviços oferecidos pela família desprovida de renda.

Lema 12 Seja M_h^* a renda da família h a um dado equilíbrio compensado. Se h' é relacionada por renda com h'' e $M_{h'}^* > 0$, então $M_{h''}^* > 0$.

Para generalizar o programa de redistribuição devemos introduzir um novo conceito, o de *indiretamente relacionada por renda.* Uma família h' é dita indiretamente relacionada por renda à família h'' se existe uma seqüência de famílias, $h_i, (i = 0,1,...,n)$, com $h_0 = h'$ e $h_n = h''$ e h_i relacionada por renda a $h_{i+1}, (i = 0,1,....,n-1)$. Com essa definição, podemos inferir o seguinte:

Corolário Seja M_h^* a renda de uma família h em um equilíbrio compensado. Se h' é indiretamente relacionada por renda a h'' e $M_{h''}^* > 0$, então $M_{h'}^* > 0$.

Podemos enunciar, então, o teorema que determina as condições para que um equilíbrio compensado também seja competitivo, enfim, para que $M_h^* > 0, \forall h$.

Teorema 10 Se toda família é indiretamente relacionada por renda a todas as outras, e se valem os axiomas (1) a (10), então existe um equilíbrio competitivo.

Já temos, pois, a condição essencial que leva o livre mercado, fundado nos axiomas (1) a (10), a estabelecer o equilíbrio competitivo: todas as famílias devem ser indiretamente relacionadas por renda às outras. Há de haver uma seqüência de famílias tal que cada uma esteja relacionada por renda à seguinte, isto é, que seja possível uma redistribuição de renda, por meio de aumento da demanda por bens e serviços das demais. Portanto, se essa condição não se verificar e houver uma família com renda nula, então não haverá o equilíbrio geral competitivo e, por conseqüência, poderá haver uma falha de mercado causada pela má distribuição de renda. Vale, pois, avaliar as situações em que a redistribuição "espontânea" não se verifica.

Segundo o argumento intuitivo desenvolvido anteriormente, uma família h' relacionada por renda a h'' redistribui seu excedente de renda através da geração de demanda por um bem ou serviço oferecido por h''; por meio de troca. Obviamente, se a outra família não tem nada a trocar, simplesmente porque é desprovida de qualquer riqueza em sua dotação inicial de bens e serviços, e sequer tem participação em alguma empresa, então a troca não é possível e, portanto, as duas não podem ser relacionadas por renda. Fica clara a idéia de que as situações em que a redistribuição "espontânea" se verifica são aquelas em que, também, as famílias sem renda estão produzindo para o autoconsumo. Nesses casos, a renda é nula porque a família não produz excedente, mas uma mudança do vetor de preços pode induzir a troca. Não obstante, se uma família não dispõem de nenhum bem ou serviço, sequer para a produção de autoconsumo, e de qualquer participação em empresa, a hipótese de famílias relacionadas por renda deixa de fazer sentido.

Dessa forma, podemos dizer que a ocorrência de situações de miséria absoluta, por "invalidez" da família – seja ela advinda de uma incapacidade inesperada, ou do absoluto despreparo –, gera simultaneamente a renda nula e a impossibilidade de famílias relacionadas por renda. Daí a incapacidade de o mercado gerar um equilíbrio competitivo.

Postulando, pois, a existência de duas famílias que não são relacionadas por renda, por uma não dispor de dotação inicial, participação em empresa ou habilidade que seja valorada em mercado, a condição suficiente da existência de equilíbrio geral competitivo vai por terra. Há, nesse caso, família sem renda e o mercado é incapaz de espontaneamente transferir a renda necessária.

Contudo, não podemos, ainda, afirmar que não exista o equilíbrio competitivo ou que haja uma falha de mercado por má distribuição da renda e da riqueza. Para tal, basta lançar mão de um argumento bastante intuitivo: o de existência de uma família que, apesar de não dispor de dotação inicial, participação ou habilidade quaisquer, disponha de consumo[5]. Nesse caso, podemos postular o seguinte teorema:

Teorema 11 Se há alguma família sem renda, a qual não é indiretamente relacionada por recursos às outras, mas que exerce algum tipo de consumo estritamente positivo, e se valem os axiomas (1) a (10), então não existe um equilíbrio competitivo, assim como, a alocação resultante é ineficiente no sentido de Pareto.

Prova: Seja uma família sem renda, a qual não é indiretamente relacionada por recursos às outras, mas que exerce algum tipo de consumo estritamente positivo. Suponhamos, adicionalmente, que valem os axiomas (1) a (10). Agora consideremos o caso da alocação gerada pelo sistema de preços ser eficiente. Nesse caso, não há alocação possível com utilidade maior, ou seja, $U_h(x_h^1) < u_h^*, \forall h \forall x_h^1$. Como x_h^* maximiza o nível de utilidade u_h^*, $p^* x_h^* > p^* x_h^1, \forall h \forall x_h^1$. Como x_h^1 é uma alocação qualquer de consumo, seja $x_h^1 = 0$. Tendo em vista que $p^* x_h^* = M_h$, quando o indivíduo não participa de de alguma empresa, podemos concluir que $M_h^* > 0, \forall h$, o que constitui uma contradição. Portanto, a alocação não é eficiente. Mas, se todo equilíbrio competitivo é ótimo, no sentido de Pareto, então se a alocação não é eficiente, então $(p^*, \chi^*, \wp^*)$ não é um equilíbrio competitivo.

Podemos afirmar, portanto, que a má distribuição de renda e de riqueza, conjugado ao fato de não haver instrumento espontâneo de redistribuição, leva, em determinadas circunstâncias, a economia a uma alocação ineficiente (por inexistência de equilíbrio competitivo), ou seja, constitui, como dissemos na introdução, uma falha de mercado.

Outra conclusão que podemos obter do exposto é a de que uma intervenção governamental é, nesse caso, benéfica para a economia. Se for possível um mundo no qual as famílias são indiretamente relacionadas pelo Estado, em vez de relacionadas por renda, então voltam a prevalecer os argumentos do lema 12, de seu corolário e do teorema 10, com uma pequena revisão: a alocação passa a ser eficiente, mas o equilíbrio é induzido pelo governo. Esse tipo de ação redistributiva é a que podemos observar em políticas sociais de renda e melhoria da distribuição de oportunidades.

A intervenção governamental para correção de falha de mercado ocasionada por má distribuição de renda pode, também, atuar no sentido de completar mercados, via políticas de geração de empregos ou criação seguros sociais. Cabe, num próximo passo, desenvolver análise quanto ao desenho dessas políticas à luz do referencial teórico empregado neste artigo.

Referências bibliográficas

ARROW, K.J., Hahn, F.H: *General Competitive Analysis*. North-Holand : [s.n.], 1971.

HOWARD, M.C. Teorias modernas da distribuição de renda. Rio de Janeiro : Zahar, 1979.

LEDYARD, J. O. Market Failure. In: EATWELL, Milgate, NEWMAN: *The New Palgrave, The World of Economics*. London : The Macmillan Press, 1987.

MAS-COLLEL, Whinston, Green. *Microeconomic Theory*. Oxford : Oxford University. Press, 1995.

[5] Produto de doação ou furto, por exemplo. O que importa é estabelecer aqui uma situação na qual alguma família sobreviva sem renda, sem que isso implique a hipótese de famílias relacionadas por renda, segundo a qual ajustes no vetor de preços geram demanda pelos serviços da família. Note-se que nos dois exemplos, o comportamento dos agentes não é perfeitamente competitivo e o ajuste de quantidades não é promovido pelo vetor de preços da economia.