Hochschule Bremerhaven
University of Applied Sciences

Fakultät II – Management und Informationssysteme
Informatik
Modul Theoretische Informatik
Prof. Dr.-Ing Henrik Lipskoch

Protokoll zu Aufgabenblatt 08: Team: ti2023_22

Von

Ekane Njoh Junior Lesage Matrikelnmr: 40128
Aguiwo II Steve Matrikelnmer: 40088

Inhalt

I. Aufgabe 1

Bei dieser Aufgabe handelt es sich darum, uns eine Sprache auszusuchen bzw. zu erfinden, in der KNF auszudrücken und anschließen nachzuweisen, dass es eine Typ-1 Sprache ist, indem das Pummping-Lemma für kontextfreie Sprachen angewendet wird.

a. Auswahl der Sprache

Hier haben wir uns nach langer Überlegung entschieden, uns die folgende Sprache auszusuchen:

$$L = \{ a^i b^j c^k : i > j > k \in \mathbb{N} \}$$

Unsere Sprache könnte als kontextsensitiv betrachtet, weil wir eine Regel hinzugefügt haben, die die Anzahl der Symbole in einer spezifischen Reihenfolge einschränkt. Die Regel i>j>k definiert, dass die Anzahl der ‚a's größer sein soll, als die Anzahl der ‚b's, die auch größer sein soll als die Anzahl der ‚c's.

b. Definition der Grammatik

$G = (\Sigma, V, P, S)$ eine mögliche Grammatik für unsere Sprache würde aus bestehen:

- Ein Alphabet: $\Sigma = \{a;\ b;\ c\}$
- Eine Variablenmenge: $V = \{ S;\ A;\ B;\ X\}$
- Produktionsregeln:

(1) $S \rightarrow aSc$
(2) $S \rightarrow X$
(3) $Xc \rightarrow Ac$
(4) $Ac \rightarrow aBc$
(5) $Ab \rightarrow aAb$
(6) $Ab \rightarrow aB$
(7) $aB \rightarrow Ba$
(8) $aB \rightarrow a$

- Und ein Startsymbol S

c. Umwandlung in der Kuroda-Normalform

Aus der Folie 8-3 wissen wir, dass eine Typ-1 Sprache in der KNF akzeptabel ist, wenn sie nur Regeln der Form: $A \rightarrow a \mid A \rightarrow B \mid A \rightarrow BC \mid AB \rightarrow CD$ aufweist.

Unsere Regeln entsprechend nicht alle diesem Format, daher müssen sie noch angepasst bzw. erweitert werden.

Beginnen wir mit der 1. Regel: $S \rightarrow aSc$

$$S \rightarrow D$$

$$D \rightarrow CF$$

$$C \rightarrow a$$

$$F \rightarrow SG$$

$$G \rightarrow c$$

Damit haben wir unsere erste Regel erweitert. Da wir die 2- Regel nicht umwandeln müssen, weil die schon die KNF entspricht, können wir mit der 3. Regeln weitermachen: $Xc \rightarrow Ac$

Diese Regel muss geändert werden, weil links eine Variable gefolgt von einem Buchstaben und rechts eine Variable gefolgt von einem Buchstaben steht. Dies erfolgt, indem wir c eine Variable zuweisen.

$$XH \rightarrow AH$$

$$H \rightarrow c$$

Setzen wir jetzt mit der 4. Regel fort: $Ac \rightarrow aBc$

Diese Regel muss ebenfalls angepasst werden, indem c eine Variable zur Ableitung zugewiesen wird.

$$AH \rightarrow CZ$$

$$Z \rightarrow BH$$

$$C \rightarrow a$$

$$H \rightarrow c$$

Es geht dann weiter mit der 5. Regel: $Ab \rightarrow aAb$

Diese Regel muss ebenfalls angepasst werden, indem a und b Variablen zur Ableitung zugewiesen wird.

$$AQ \rightarrow CO$$

$$O \rightarrow AQ$$

$$Q \rightarrow b$$

$$C \rightarrow a$$

Wandeln wir die 6. Regel um: $Ab \rightarrow aB$

Diese Regel muss ebenfalls angepasst werden, indem a und b Variablen zur Ableitung zugewiesen wird.

$$AQ \rightarrow CB$$

$$C \rightarrow a$$

Abschließend die 7. Regel: $aB \rightarrow Ba$

Diese Regel muss ebenfalls angepasst werden, indem a eine Variable zur Ableitung zugewiesen wird.

$$CB \rightarrow BC$$

$$C \rightarrow a$$

Zum Schluss die 8. Regel: $aB \rightarrow a$

Diese Regel muss ebenfalls angepasst werden, indem a eine Variable zur Ableitung zugewiesen und eine neue Variable gestellt wird.

$$CB \rightarrow CK$$

$$K \rightarrow \in$$

$$C \rightarrow a$$

K produziert hierbei das sogenannte leere Wort. Dies ist bei uns eine Ausnahme, die durch die Definition von Typ-1-Grammatiken erlaubt ist. (***vergl. [1]***)

Wir sind nun soweit, dass wir unsere umgewandelte Grammatik aufstellen können. Das Ergebnis ist also Folgendes:

1. $S \rightarrow D$
2. $S \rightarrow X$
3. $D \rightarrow CF$
4. $F \rightarrow SG$
5. $XH \rightarrow AH$
6. $AH \rightarrow CZ$
7. $Z \rightarrow BH$
8. $AQ \rightarrow CO$
9. $O \rightarrow AQ$
10. $AQ \rightarrow CB$
11. $CB \rightarrow BC$
12. $CB \rightarrow CK$
13. $K \rightarrow \in$
14. $C \rightarrow a$
15. $G \rightarrow c$
16. $H \rightarrow c$
17. $Q \rightarrow b$

Wir erhalten somit eine neue Variablenmenge: $V = \{S;\ A;\ B;\ X; D; C; F; G; H; Z; O; Q; K\}$

Das Alphabet und das Startsymbol bleiben dabei unberührt. Jetzt ist nur nachzuweisen, dass unsere Sprache des Typ 1 ist.

d. Nachweis

Zum Nachweisen der Typisierung unserer Sprache wenden wir das Pummping-Lemma für kontextfreie Sprache an und nur wenn wir dabei scheitern, heißt es unsere Sprache ist tatsächlich vom Typ-1.

Wir wissen aus Folie 6-1, dass eine Sprache kontextfrei ist genau dann, wenn,

$\exists n \in \mathbb{N}, sodass\ \forall z \in L, |z| \geq n$:

z lässt sich zerlegen in $z = uvwxy$ mit

- $|vx| \geq 1$
- $|vwx| \geq n$
- $\forall\ i \geq 0 : uv^i wx^i y \in L$

Für diesen Beweis wählen wir ein Wort mit den folgenden Eigenschaften: $i = 8, j = 4\ und\ k = 2$, somit würden wir ein Wort in der Form $a^8 b^4 c^2$ haben. Dies ist durch unsere Produktionsregeln entscheidbar, also dürfen wir das machen. (Wir hatten nämlich die Bedingung gesetzt, dass $i > j > k$ sein muss).

Unser Wort ist dann $aaaaaaaabbbbcc$

Wir wählen $n = 5$. Dies gilt für die unsere zwei verschiedenen Zerlegungen für das gleiche Wort.

e. Erste Aufteilung

$u = aaa$

$v = aaaaa$

$w = bbbb$

$x = c$

$y = c$

Wir prüfen nun ob, die Bedingungen für das Pummping-Lemma erfüllt sind:

$|vx| = 6 \geq 1$

$|vwx| = 10 \geq n$

Alle erforderlichen Bedingungen haben wir erfüllt. Das Abpumpen kann anfangen.

Für $i = 0$ erhalten wir $uv^i wx^i y = uwy = a^3 b^4 c$

Für $i = 1$ erhalten wir $uv^i wx^i y = a^3 a^5 b^4 cc$

Für $i = 2$ erhalten wir $uv^i wx^i y = a^3 a^{10} b^4 c^2 c$

Für $i = 3$ erhalten wir $uv^i wx^i y = a^3 a^{15} b^4 c^3 c$

Für $i = 4$ erhalten wir $uv^i wx^i y = a^3 a^{20} b^4 c^4 c$

Für $i = 0,3,4 \ldots n$ ist das Pummping-Lemma verletzt und das Wort gehört nicht mehr zur Sprache, weil es die Bedingung nicht mehr erfüllt, dass $i > j > k$. Es gibt dort gleich oder mehr ‚b's als ‚c's, was unzulässig ist.

f. Zweite Aufteilung

$u = aaaaaaaa$

$v = bb$

$w = b$

$c = bc$

$y = c$

Wir prüfen nun ob, die Bedingungen für das Pummping-Lemma erfüllt sind:

$|vx| = 4 \geq 1$

$|vwx| = 5 \geq n$

Alle erforderlichen Bedingungen haben wir erfüllt. Das Abpumpen kann anfangen.

Für $i = 0$ erhalten wir $uv^i wx^i y = uwy = a^8 bc$

Für $i = 1$ erhalten wir $uv^i wx^i y = a^8 b^2 bbcc$

Für $i = 2$ erhalten wir $uv^i wx^i y = a^8 b^4 bbcc$

Für $i = 3$ erhalten wir $uv^i wx^i y = a^8 b^6 bbcc$

Für $i = 4$ erhalten wir $uv^i wx^i y = a^8 b^8 bbcc$

Für $i = 0,3,4 \ldots n$ scheitert das Pummping-Lemma, weil es gleich oder mehr ‚b's als ‚a's gibt.

Es ist noch zu beweisen, ob das Pummping-Lemma für andere Aufteilungen gelten könnte, aber dafür müssten erheblich viele unterschiedliche Kombinationen getestet werden.

Bis dahin verbleiben wir mit der Schlussfolgerung, dass unsere Sprache kontextsensitiv und somit vom Typ-1 in der Chomsky-Hierarchie ist.

g. Literaturverzeichnis

[1]https://de.wikipedia.org/wiki/Chomsky-Hierarchie

Letzter Zugriff am 10.12.2023 um 02:08 Uhr

[2] https://elli.hs-bremerhaven.de/goto.php?target=file_338582_download

Letzter zugriff am 10.12.2023 um 03:02 Uhr

[3] https://elli.hs-bremerhaven.de/goto.php?target=file_336977_download

Letzter Zugriff am 110.12.2023 um 02:30 Uhr