E.P.E.S. Nro 51 "J. G. A."

Gestión y Cálculo Financiero

T.P.N° $\boxed{7}$ **Logaritmo: Aplicación.**

Estudiante: ____________________

Curso y División: 6to año, I-III-IV

Profesor: Ferreira, Juan David

Fecha de Entrega: ____________________

Sección 1. Leemos el material de consulta y realizamos las actividades propuestas

1. Calcular el valor de "x" en cada item, a partir de la definición logaritmo:

   a) $\log_4 64 = x$.

   b) $\log 1000 = x$.

   c) $\log 0,01 = x$.

   d) $\log_2 \frac{1}{2} = x$.

   e) $\log_{\frac{1}{2}} 8 = x$.

   f) $\log_5 125 = x$.

   g) $\log_x 8 = -3$.

   h) $\log_x \frac{1}{16} = -4$.

   i) $\log_4 x = 2$.

   j) $\log_4 x = 0$.

   k) $\log_2(x+1) = 0$.

   l) $4 \cdot \log_2(x-1) = 0$.

   m) $\log_2(x+1) = 3$.

   n) $\log_3(8x+9) = 4$.

   ñ) $\log_5(3x-18) = 3$.

Material de consulta acerca de Logaritmo:

Se llaman funciones logarítmicas a las funciones de la forma $f(a) = \log_b(a)$ donde b se denomina **base** del logaritmo y es un número establecido distinto de 1 y mayor que 0, y "a" se denomina **argumento** del logaritmo y sus valores están comprendidos en el intervalo real $(0, \infty)$

Logaritmo

Definición 1.1. El logaritmo en base b de un número $a > 0$ es el número y que cumple la igualdad $b^y = a$ y se denota como $\log_b a$. La base "b" debe ser un número real positivo distinto de 1. Es decir,

$$y = \log_b a \iff b^y = a, \text{ con } b \neq 1 \text{ y } a > 0. \tag{1}$$

El número "a" recibe el nombre de **argumento** del logaritmo.

Las bases $b \in \mathbb{N}$ ($\mathbb{N}$ es el conjunto de los números naturales) que más se utilizan en los logaritmos son 10 y 2. Por esta razón, solemos referirnos a ellos directamente como logaritmo decimal y logaritmo binario, respectivamente.

Ejemplo 1.2. Decimos que y es el logaritmo decimal del número a es si cumple que es el logaritmo en base 10 de a. Es decir,

$$y = \log_{10} a \iff 10^y = a. \tag{2}$$

Cuando hablamos de logaritmo decimal, simplemente omitimos escribir la base, es decir:

$$y = \log a \iff 10^y = a. \tag{3}$$

Luego podemos calcular algunos logaritmos decimales usando la definicion,

$$2 = \log 100 \iff 10^2 = 100 \qquad y \qquad 3 = \log 1000 \iff 10^3 = 1000.$$

Ejemplo 1.3. Decimos que y es el logaritmo binario del número a es si cumple que es el logaritmo en base 2 de a. Es decir,

$$y = \log_2 a \iff 2^y = a. \tag{4}$$

Luego podemos calcular algunos logaritmos binarios usando la definicion,

$$3 = \log_2 8 \iff 2^3 = 8 \qquad y \qquad 4 = \log_2 16 \iff 2^4 = 16$$

Respuestas Trabajo Práctico N° $\boxed{7}$

Sección 1. Leemos el material de consulta y realizamos las actividades propuestas

1. Calcular el valor de "x" en cada item, a partir de la definición logaritmo:

   a) $\log_4 64 = x$.
   b) $\log 1000 = x$.
   c) $\log 0,01 = x$.
   d) $\log_2 \frac{1}{2} = x$.
   e) $\log_{\frac{1}{2}} 8 = x$.
   f) $\log_5 125 = x$.
   g) $\log_x 8 = -3$.
   h) $\log_x \frac{1}{16} = -4$.
   i) $\log_4 x = 2$.
   j) $\log_4 x = 0$.
   k) $\log_2(x+1) = 0$.
   l) $4 \cdot \log_2(x-1) = 0$.
   m) $\log_2(x+1) = 3$.
   n) $\log_3(8x+9) = 4$.
   ñ) $\log_5(3x-18) = 3$.

   Respuesta:

   a) Usamos la definición de *logaritmo* para $\log_4 64 = x \Leftrightarrow 4^x = 64$, entonces $x = 3$ porque $4^3 = 64$.
   b) Usamos la definición de *logaritmo* para $\log 1000 = x \Leftrightarrow 10^x = 1000$, entonces $x = 3$ porque $10^3 = 1000$.
   c) Usamos la definición de *logaritmo* para $\log 0,01 = x \Leftrightarrow 10^x = 0,01$, aplicamoss el siguiente razonamiento

   $$\log 0,01 = x \Leftrightarrow 10^x = 0,01 \text{ pero sabemos que } 0,01 = 10^{-2}$$
   $$\log 0,01 = x \Leftrightarrow 10^x = 10^{-2} \text{ entonces } x = -2$$

   d) Usamos la definición de *logaritmo* para $\log_2 \frac{1}{2} = x$, y nos queda el siguiente razonamiento

   $$\log_2 \frac{1}{2} = x \Leftrightarrow 2^x = \frac{1}{2} \text{ pero sabemos que } \tfrac{1}{2} = 2^{-1}$$
   $$\log_2 \frac{1}{2} = x \Leftrightarrow 2^x = 2^{-1} \text{ entonces } x = -1$$

   .

e) $\log_{\frac{1}{2}} 8 = x$.

f) $\log_5 125 = x$.

g) $\log_x 8 = -3$.

h) Usamos la definición de *logaritmo* para $\log_x \frac{1}{16} = -4$ y nos queda

$$\log_x \frac{1}{16} = -4 \Leftrightarrow x^{-4} = \frac{1}{16} \text{ pero sabemos que } \tfrac{1}{16} = 16^{-1}$$
$$\log_x \frac{1}{16} = -4 \Leftrightarrow x^{-4} = 16^{-1} \text{ pero sabemos que } 16^{-1} = (2^4)^{-1} = 2^{-4}$$
$$\log_x \frac{1}{16} = -4 \Leftrightarrow x^{-4} = 2^{-4} \text{ entonces } x = 2.$$

i) $\log_4 x = 2$.

j) $\log_4 x = 0$.

k) $\log_2(x+1) = 0$.

l) Para resolver este logaritmo dado por $4 \cdot \log_2(x-1) = 0$, pasamos el 4 dividiendo y nos queda

$$\begin{aligned} 4 \cdot \log_2(x-1) &= 0 \\ \log_2(x-1) &= 0 : 4 \\ \log_2(x-1) &= 0 \Leftrightarrow 2^0 = x - 1 \text{ pero sabemos que } 2^0 = 1 \\ 1 &= x - 1 \text{ entonces } x = 2. \end{aligned}$$

.

m) $\log_2(x+1) = 3$.

n) $\log_3(8x+9) = 4$.

ñ) $\log_5(3x-18) = 3$.

Material de consulta acerca de Logaritmo:

Se llaman funciones logarítmicas a las funciones de la forma $f(a) = \log_b(a)$ donde b se denomina **base** del logaritmo y es un número establecido distinto de 1 y mayor que 0, y "a" se denomina **argumento** del logaritmo y sus valores están comprendidos en el intervalo real $(0, \infty)$

Logaritmo

Definición 1.4. El logaritmo en base b de un número $a > 0$ es el número y que cumple la igualdad $b^y = a$ y se denota como $\log_b a$. La base "b" debe ser un número real positivo distinto de 1. Es decir,

$$y = \log_b a \Longleftrightarrow b^y = a, \text{ con } b \neq 1 \text{ y } a > 0. \tag{1}$$

El número "a" recibe el nombre de **argumento** del logaritmo.

Las bases $b \in \mathbb{N}$ ($\mathbb{N}$ es el conjunto de los números naturales) que más se utilizan en los logaritmos son 10 y 2. Por esta razón, solemos referirnos a ellos directamente como logaritmo decimal y logaritmo binario, respectivamente.

Ejemplo 1.5. Decimos que y es el logaritmo decimal del número a es si cumple que es el logaritmo en base 10 de a. Es decir,

$$y = \log_{10} a \Longleftrightarrow 10^y = a. \tag{2}$$

Cuando hablamos de logaritmo decimal, simplemente omitimos escribir la base, es decir:

$$y = \log a \Longleftrightarrow 10^y = a. \tag{3}$$

Luego podemos calcular algunos logaritmos decimales usando la definicion,

$$2 = \log 100 \Longleftrightarrow 10^2 = 100 \qquad y \qquad 3 = \log 1000 \Longleftrightarrow 10^3 = 1000.$$

Ejemplo 1.6. Decimos que y es el logaritmo binario del número a es si cumple que es el logaritmo en base 2 de a. Es decir,

$$y = \log_2 a \Longleftrightarrow 2^y = a. \tag{4}$$

Luego podemos calcular algunos logaritmos binarios usando la definicion,

$$3 = \log_2 8 \Longleftrightarrow 2^3 = 8 \qquad y \qquad 4 = \log_2 16 \Longleftrightarrow 2^4 = 16$$