E.P.E.S. Nro 51 "J. G. A."

Matemática

T.P.N° $\boxed{8}$ Potenciación-Radicación.

Estudiante:______________________

Curso y División: 2do año, IV-VI

Profesor: Ferreira, Juan David

Fecha de Entrega:________________

Sección 1. Leemos el material de consulta y realizamos las actividades propuestas

1. Completa los resultados de las siguientes radicaciones y mensionar las reglas o propiedades utilizadas:

   a) La radicación $\sqrt{3^2 \cdot 2^4}$ =____ y las propiedades que utilicé para resolverlas son:
   ____

   b) La radicación $\sqrt{9^2 : 4^2}$ =____ y las propiedades que utilicé para resolverlas son:
   ____

   c) La radicación $\sqrt[3]{27 \cdot 8}$ =____ y las propiedades que utilicé para resolverlas son:
   ____

   d) La radicación $\sqrt[3]{343 : 125}$ =____ y las propiedades que utilicé para resolverlas son:
   ____

   e) La radicación $\sqrt{\sqrt{10000}}$ =____ y las propiedades que utilicé para resolverlas son:
   ____

   f) La radicación $\sqrt{2 \cdot \sqrt[3]{8}}$ =____ y las propiedades que utilicé para resolverlas son:
   ____

2. calcular la potencia aplicando propiedades según corresponda y nombrarlas en cada caso. (Recordar que cualquier número distinto de cero elevado a la cero es 1 y que 1 elevado a cualquier exponente es 1.)

   a) $(-2)^0 =$ ______.
   b) $-2^2 =$ ______.
   c) $[(-3)^5]^0 =$ ______.
   d) $(-3)^4 \cdot (-3)^2 =$ ___.
   e) $(-7)^0 \cdot (-7)^3 =$ ______.
   f) $(-4)^{10} \cdot (-4)^4 : (-4)^{12} =$ ______ .
   g) $(-3)^2 \cdot (-4)^2 =$ ______.
   h) $[(-1)^7]^0$ ________.
   i) $(-2)^4 : (-4)^2 =$ ________.

Potenciación y Radicación en El Conjunto de los Números Enteros $\mathbb{Z}$

Multiplicación de potencias de igual base

Observa el siguiente ejemplo:

$$2^3 \cdot 2^3 \cdot 2^3 \cdot 2^3 = 2^{3+3+3+3} = 2^{12}$$

Observa que el resultado de multiplicar dos o más potencias de igual base es otra potencia con la misma base, y en donde el exponente es la suma de los exponentes iniciales.

Cociente de potencias de igual base

Veamos cómo se haría un cociente de potencias de igual base:
$5^8 : 5^4 = 5^{8-4} = 5^4 = 625$
Observa que el resultado de dividir dos potencias de igual base es otra potencia con la misma base, y en donde el exponente es la resta de los exponentes iniciales.

Potencia de una potencia

El resultado de calcular la potencia de una potencia es una potencia con la misma base, y cuyo exponente es la el producto de los dos exponentes. Por ejemplo:

$$(2^3)^5 = 2^{3\cdot 5} = 2^{15}$$

Distributiva respecto a la multiplicación y a la división

Para hacer el producto de dos números elevado a una misma potencia tienes dos caminos posibles, cuyo resultado es el mismo:

- Podes primero multiplicar los dos números, y después calcular el resultado de la potencia:

  $$(4 \cdot 5)^4 = 20^4 = 160000$$

  O bien podes elevar cada número por separado al exponente y después multiplicar los resultados.

  $$(4 \cdot 5)^4 = 4^4 \cdot 5^4 = 256 \cdot 625 = 160000$$

- De forma análoga podes proceder si se trata del cociente de dos números elevado a la misma potencia.

$$(3 : 2)^4 = 1,5^4 = 1,5 \cdot 1,5 \cdot 1,5 \cdot 1,5 = 5,0625$$
$$(3 : 2)^4 = 3^4 : 2^4 = 81 : 16 = 5,0625$$

Observa que de las dos formas obtienes el mismo resultado. Ahora bien, no siempre será igual de sencillo de las dos formas. Así que piensa de antemano qué método va a ser más conveniente para realizar el cálculo.

NO distributiva respecto a la suma y a la resta.

NO se puede distribuir cuando dentro del paréntesis es suma o resta:

Por ejemplo:

Ejemplo 1.1. Mostramos que lo que ocurre en la suma:

$$(6+3)^2 \neq 6^2 + 3^2 \qquad \text{porque} \qquad \begin{array}{c} (6+3)^2 = 9^2 = 81 \\ 6^2 + 3^2 = 36 + 9 = 45 \end{array}$$

$$\text{pero} \qquad 81 \neq 45$$

Ejemplo 1.2. Mostramos que lo que ocurre en la resta:

$$(10-6)^2 \neq 10^2 - 6^2 \qquad \text{porque} \qquad \begin{array}{c} (10-6)2 = 42 = 16 \\ 102 - 62 = 100 - 36 = 64 \end{array}$$

$$\text{pero} \qquad 16 \neq 64$$

Veremos ahora las propiedades de la radicación:
Es distributiva con respecto a la multiplicación y a la división.
Veamos un ejemplo:

- En la división,

$$\sqrt{16:4} = \sqrt{16} : \sqrt{4} = 4 : 2 = 2$$
$$\sqrt{16:4} = \sqrt{4} = 2$$

- En la multiplicación,

$$\sqrt{4 \cdot 9} = \sqrt{4} \cdot \sqrt{9} = 2 \cdot 3 = 6$$
$$\sqrt{4 \cdot 9} = \sqrt{36} = 6$$

NO es distributiva con respecto a la suma y a la resta.

Ejemplo 1.3. Mostramos que lo que ocurre en la suma:

$$\sqrt{4+9} \neq \sqrt{4} + \sqrt{9} \qquad \text{porque} \qquad \begin{array}{c} \sqrt{4+9} = \sqrt{13} \\ \sqrt{4} + \sqrt{9} = 2 + 3 = 5 \end{array}$$

$$\text{pero} \qquad \sqrt{13} \neq 5$$

Ejemplo 1.4. Ahora bien, mostramos que lo que en la resta ocurre si:

$$\sqrt[3]{27-8} \neq \sqrt[3]{27} - \sqrt[3]{8} \qquad \text{porque} \qquad \begin{array}{c} \sqrt[3]{27-8} = \sqrt{19} \\ \sqrt[3]{27} - \sqrt[3]{8} = 3 - 2 = 1 \end{array}$$

$$\text{pero} \qquad \sqrt{19} \neq 1$$

Si tengo una raíz de raíz se multiplican los índices: $\sqrt[m]{\sqrt[n]{b}} = \sqrt[m \cdot n]{b}$.

Ejemplo 1.5. Mostramos que lo que ocurre en la suma:

$$\sqrt[3]{\sqrt{64}} = \sqrt[3 \cdot 2]{64} = \sqrt[6]{64} = 2 \qquad \text{porque} \qquad 2^6 = 64$$

o bien

$$\sqrt[3]{\sqrt{64}} = \sqrt[3]{8} = 2.$$

Respuestas Trabajo Práctico N° $\boxed{8}$

Sección 1. Leemos el material de consulta y realizamos las actividades propuestas

1. Completa los resultados de las siguientes radicaciones y mensionar las reglas o propiedades utilizadas:

   a) La radicación $\sqrt{3^2 \cdot 2^4} = \underline{-32}$ y las propiedades que utilicé para resolverlas son:

   ____

   b) La radicación $\sqrt{9^2 : 4^2} = \underline{-32}$ y las propiedades que utilicé para resolverlas son:

   ____

   c) La radicación $\sqrt[3]{27 \cdot 8} = \underline{-32}$ y las propiedades que utilicé para resolverlas son:

   ____

   d) La radicación $\sqrt[3]{343 : 125} = \underline{-32}$ y las propiedades que utilicé para resolverlas son:

   ____

   e) La radicación $\sqrt{\sqrt{10000}} = \underline{-32}$ y las propiedades que utilicé para resolverlas son:

   ____

   f) La radicación $\sqrt{2 \cdot \sqrt[3]{8}} = \underline{-32}$ y las propiedades que utilicé para resolverlas son:

   ____

2. calcular la potencia aplicando propiedades según corresponda y nombrarlas en cada caso. (Recordar que cualquier número distinto de cero elevado a la cero es 1 y que 1 elevado a cualquier exponente es 1.)

   a) $(-2)^0 = \underline{(-4)^2}$.
   b) $-2^2 = \underline{(-2)^5}$.
   c) $[(-3)^5]^0 = \underline{(-2)^3}$.
   d) $(-3)^4 \cdot (-3)^2 = \underline{9^0}$.
   e) $(-7)^0 \cdot (-7)^3 = \underline{(-4)^2}$.
   f) $(-4)^{10} \cdot (-4)^4 : (-4)^{12} = \underline{(-4)^2}$.
   g) $(-3)^2 \cdot (-4)^2 = \underline{(-4)^2}$.
   h) $[(-1)^7]^0 \ \underline{(-2)^4 =}$.
   i) $(-2)^4 : (-4)^2 = \underline{(-2)^4 =}$.

Potenciación y Radicación en El Conjunto de los Números Enteros $\mathbb{Z}$

Multiplicación de potencias de igual base

Observa el siguiente ejemplo:

$$2^3 \cdot 2^3 \cdot 2^3 \cdot 2^3 = 2^{3+3+3+3} = 2^{12}$$

Observa que el resultado de multiplicar dos o más potencias de igual base es otra potencia con la misma base, y en donde el exponente es la suma de los exponentes iniciales.

Cociente de potencias de igual base

Veamos cómo se haría un cociente de potencias de igual base:

$5^8 : 5^4 = 5^{8-4} = 5^4 = 625$

Observa que el resultado de dividir dos potencias de igual base es otra potencia con la misma base, y en donde el exponente es la resta de los exponentes iniciales.

Potencia de una potencia

El resultado de calcular la potencia de una potencia es una potencia con la misma base, y cuyo exponente es la el producto de los dos exponentes. Por ejemplo:

$$(2^3)^5 = 2^{3 \cdot 5} = 2^{15}$$

Distributiva respecto a la multiplicación y a la división

Para hacer el producto de dos números elevado a una misma potencia tienes dos caminos posibles, cuyo resultado es el mismo:

- Podes primero multiplicar los dos números, y después calcular el resultado de la potencia:

  $$(4 \cdot 5)^4 = 20^4 = 160000$$

  O bien podes elevar cada número por separado al exponente y después multiplicar los resultados.

  $$(4 \cdot 5)^4 = 4^4 \cdot 5^4 = 256 \cdot 625 = 160000$$

- De forma análoga podes proceder si se trata del cociente de dos números elevado a la misma potencia.

$$(3 : 2)^4 = 1,5^4 = 1,5 \cdot 1,5 \cdot 1,5 \cdot 1,5 = 5,0625$$
$$(3 : 2)^4 = 3^4 : 2^4 = 81 : 16 = 5,0625$$

Observa que de las dos formas obtienes el mismo resultado. Ahora bien, no siempre será igual de sencillo de las dos formas. Así que piensa de antemano qué método va a ser más conveniente para realizar el cálculo.

NO distributiva respecto a la suma y a la resta.

NO se puede distribuir cuando dentro del paréntesis es suma o resta:

Por ejemplo:

Ejemplo 1.6. Mostramos que lo que ocurre en la suma:

$$(6+3)^2 \neq 6^2+3^2 \qquad \text{porque} \qquad \begin{aligned}(6+3)^2 &= 9^2 = 81\\ 6^2+3^2 &= 36+9 = 45\end{aligned}$$
$$\text{pero} \qquad 81 \neq 45$$

Ejemplo 1.7. Mostramos que lo que ocurre en la resta:

$$(10-6)^2 \neq 10^2-6^2 \qquad \text{porque} \qquad \begin{aligned}(10-6)2 &= 42 = 16\\ 102-62 &= 100-36 = 64\end{aligned}$$
$$\text{pero} \qquad 16 \neq 64$$

Veremos ahora las propiedades de la radicación:
Es distributiva con respecto a la multiplicación y a la división.
Veamos un ejemplo:

- En la división,

$$\sqrt{16:4} = \sqrt{16} : \sqrt{4} = 4:2 = 2$$
$$\sqrt{16:4} = \sqrt{4} = 2$$

- En la multiplicación,

$$\sqrt{4\cdot 9} = \sqrt{4}\cdot\sqrt{9} = 2\cdot 3 = 6$$
$$\sqrt{4\cdot 9} = \sqrt{36} = 6$$

NO es distributiva con respecto a la suma y a la resta.

Ejemplo 1.8. Mostramos que lo que ocurre en la suma:

$$\sqrt{4+9} \neq \sqrt{4}+\sqrt{9} \qquad \text{porque} \qquad \begin{aligned}\sqrt{4+9} &= \sqrt{13}\\ \sqrt{4}+\sqrt{9} &= 2+3 = 5\end{aligned}$$
$$\text{pero} \qquad \sqrt{13} \neq 5$$

Ejemplo 1.9. Ahora bien, mostramos que lo que en la resta ocurre si:

$$\sqrt[3]{27-8} \neq \sqrt[3]{27}-\sqrt[3]{8} \qquad \text{porque} \qquad \begin{aligned}\sqrt[3]{27-8} &= \sqrt{19}\\ \sqrt[3]{27}-\sqrt[3]{8} &= 3-2 = 1\end{aligned}$$
$$\text{pero} \qquad \sqrt{19} \neq 1$$

Si tengo una raíz de raíz se multiplican los índices: $\sqrt[m]{\sqrt[n]{b}} = \sqrt[m\cdot n]{b}$.

Ejemplo 1.10. Mostramos que lo que ocurre en la suma:

$$\sqrt[3]{\sqrt{64}} = \sqrt[3\cdot 2]{64} = \sqrt[6]{64} = 2 \qquad \text{porque} \qquad 2^6 = 64$$

o bien

$$\sqrt[3]{\sqrt{64}} = \sqrt[3]{8} = 2.$$