PROGRAMA DE ASIGNATURA

ASIGNATURA: Grupos de Lie y álgebras de Lie	**AÑO**: 2021
CARÁCTER: Curso de Posgrado	
CARRERA: Doctorado	
RÉGIMEN: Cuatrimestral	**CARGA HORARIA:** 60 horas.

FUNDAMENTACIÓN Y OBJETIVOS

Fundamentación:

Este curso da al alumno un conocimiento de la teoría elemental de grupos de Lie y su relación con las correspondientes álgebras de Lie. Además se da una visión sobre la teoría de representaciones de grupos de Lie, cuyos métodos son utilizados en diferentes ramas de la matemática.

Objetivos:

El objetivo de este curso es dar una introducción a los grupos de Lie y a las álgebras de Lie. Se presentarán ambos conceptos y se darán los ejemplos básicos de los mismos. Se describirá el diccionario grupos de Lie-álgebras de Lie. Se estudiarán acciones de grupos de Lie en espacios topológicos y las variedades homogéneas, recuperando variedades diferenciales bien conocidas.
Luego se considerarán los elementos básicos de la teoría de álgebras de Lie, sin suponer conocimientos previos sobre el tema.
Se probará el Teorema de Peter-Weyl y se estudiarán la medida de Haar de un grupo de Lie y la correspondiente función modular.
Al finalizar la materia los estudiantes estarán en condiciones de:

- *resolver problemas sobre la conexión "grupos de Lie-álgebras de Lie".*
- *comprender enunciados y reproducir demostraciones de teoremas relacionados con el área.*

CONTENIDO

Unidad I: Grupos de Lie y variedades homogéneas.

Definiciones y ejemplos. Álgebras de Lie de un grupo de Lie. Subgrupos de Lie y subálgebras. Cubrimientos. Grupos de Lie simplemente conexos. Homomorfismos y homomorfismos continuos. El Teorema fundamental de Lie. Función exponencial. Subgrupos de Lie cerrados y variedades diferenciables homogéneas. La representación adjunta.

Unidad II: Álgebras de Lie.

Álgebras de Lie: Ideales. Producto semidirecto. Álgebras de Lie solubles y el Teorema de Lie. Álgebras de Lie nilpotentes y el Teorema de Engel. Forma de Killing. Criterios de Cartan. Álgebras de Lie semisimples. Ejemplos. Descomposición de Levi.

Unidad III: Medida de Haar.

Medidas invariantes. Propiedades. Función modular. Ejemplos.

Unidad IV: Grupos de Lie compactos y representaciones.

Representaciones de grupos de Lie: definición, ejemplos. Lema de Schur, relaciones de ortogonalidad. Teorema de Peter-Weyl. Álgebras de Lie compactas. Ejemplo: Representaciones de SU(3).

BIBLIOGRAFÍA

BIBLIOGRAFÍA BÁSICA

A. Knapp, *Lie groups beyond an introduction*. Birkhäuser, 1996.
F. Warner, *Foundations of DIFFERENTIABLE manifolds and Lie groups*. Springer-Verlag, 1983.

BIBLIOGRAFÍA COMPLEMENTARIA

V. Varadarajan, *Lie groups, Lie algebras and their representations*. Springer-Verlag, 1984.

METODOLOGÍA DE TRABAJO

El dictado de la materia constará de dos clases teóricas semanales. A su vez habrá una lista de ejercicios por unidad, para el cual se organizarán clases prácticas.

EVALUACIÓN

FORMAS DE EVALUACIÓN

Los alumnos, durante el cursado, deberán entregar cuatro trabajos prácticos, que constarán de una lista de ejercicios relacionados con los contenidos de la correspondiente unidad.

CONDICIONES PARA OBTENER LA REGULARIDAD

El alumno deberá:

- *cumplir un mínimo de 70% de asistencia a clases teóricas,*
- *aprobar al menos el 60 % de los Trabajos Prácticos o de Laboratorio.*

El examen final contará de una evaluación escrita sobre contenidos teórico-prácticos, y la entrega de una lista de ejercicios sobre los distintos temas involucrados en la materia.

CONDICIONES PARA OBTENER LA PROMOCIÓN

No se considerará régimen de promoción.

CORRELATIVIDADES

Para cursar:

- *Estructuras algebraicas y Geometría Superior, regularizadas.*

Para rendir:

- *Estructuras algebraicas y Geometría Superior, aprobadas.*