08. Traversering av grafer

Forelesning 8

Vi traverserer en graf ved å besøke noder vi vet om. Vi vet i utgangspunktet bare om startnoden, men oppdager naboene til dem vi besøker. Traversering er viktig i seg selv, men danner også ryggraden til flere mer avanserte algoritmer.

Pensum

- ☐ Innledningen til del VI
- ☐ Kap. 20. Elementary graph algorithms: Innl. og 20.1–20.4
- ☐ Appendiks E i pensumheftet

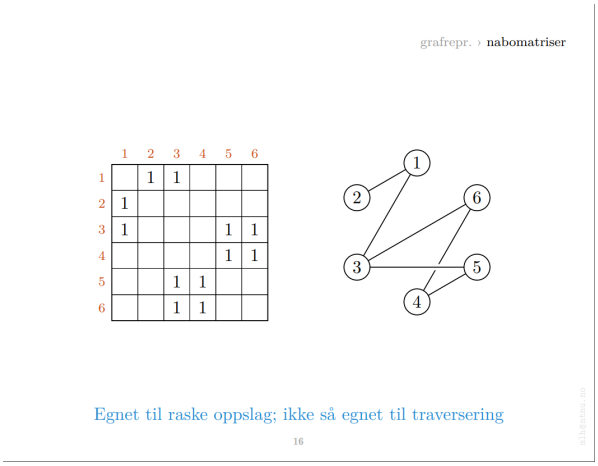
Læringsmål

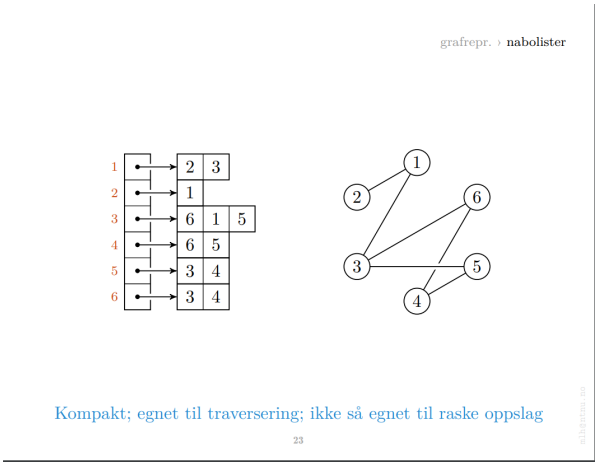
- [H1] Forstå hvordan grafer kan implementeres
- [H2] Forstå BFS, også for å finne *korteste vei uten vekter*
- [H3] Forstå DFS og *parentesteoremet*
- [H4] Forstå hvordan DFS *klassifiserer kanter*
- [H5] Forstå TOPOLOGICAL-SORT
- [H6] Forstå hvordan DFS kan *implementeres med en stakk*
- [H7] Forstå *traverseringstrær* (som *bredde-først-* og *dybde-først*-trær)
- [H8] Forstå *traversering med vilkårlig prioritetskø*

📚Grafrepresentasjoner

Det finnes flere måter å representere en graf i minne. I pensum er nabomatriser og nabolister i fokus. Representasjonene har noen forskjeller, og man sier ofte at nabomatriser er raskere, men de tar mer plass i minne.

Nabomatriser har en fordel siden det er mulig å slå opp kanter i grafen direkte, men i hovedsak bruker vi nabolister. Dessuten er det andre faktorer som veier inn på hvilken representasjon vi bruker, og som nevnt finnes det mange andre representasjoner.





Nabomatriser egner seg til direkte oppslag. Nabolister egner seg til traversering. Nabolister tar også mindre plass dersom grafen har få kanter – men ikke ellers!

📚Traversering av grafer

Traversering av en graf kan kjøres på mange forskjellige måter, og pensum har tidligere vært innom traversering av et trær. Målet med å traversere en graf er å unngå å besøke samme node to ganger, selv om grafen har sykler. Pensum nevner to enkle måter å traversere grafer på;

- Slett noden fra grafen
- Marker noder i grafen med farger, nåværende node som grå, besøkte som svart, og ubesøkte som hvite.

```
TRAVERSE'(G, u)
1  print u
2  u.color = GRAY
3  for each v ∈ G.Adj[u]
4       if v.color == WHITE
5            TRAVERSE'(G, v)
6  u.color = BLACK
```

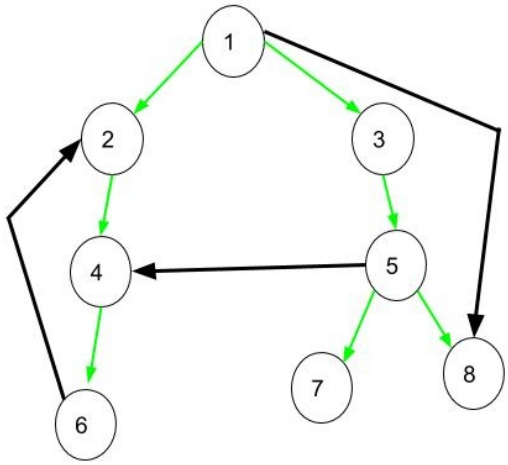
💻Depth-first search

Depth-first search er en traverseringsalgoritme som går så dypt igjennom kantene i grafen som mulig før den backtracker og fortsetter i bredden. Dette skjer fordi depth-first search besøker alle nodene i grafen, og for hver node besøker alle nodene som er koblet til den nåværende noden. På denne måtten vil den alltid nå "bunnen" før den fortsetter i bredden.

- Kompleksitet på $O(V + E)$ siden algoritmen besøker hver node og hver kant.

I depth-first search er det vanlig å klassifisere nodene. Vi har følgende klasser:

- Tre-kanter: kanter som er i dybde-først skogen, altså når du møter en hvit node.
- Bakoverkanter: kanter til en forhjenger i skogen, altså når du møter en grå node.
- Forkanter: kanter som ikke er en del av DFS-skogen.
- Krysskanter: kanter som er ikke har noen anscestor/descendant relasjon



Dessuten er det interessant å merke seg at i dynamisk programmering utfører vi implisitt DFS på delproblemene.

💻Breadth-first search

Breadth-first search er en traverseringsalgoritme som går så bredt igjennom kantene i grafen som mulig før den forsetter i dybden. Den kan også brukes til å finne korteste vei fra en node til alle. Breadth-first search bruker en kø over noder den ønsker å besøke, og kan på denne måten sikre seg at den søker i bredden først.

- Kompleksitet på $O(V + E)$ siden algoritmen besøker hver node og hver kant.

💻Topological sort

Topological sort er en traverseingsmetode på en DAG som gir nodene en viss rekkefølge; foreldre kommer før barn.

Det finnes flere måter å implementere topological sort på, og forelesning tar en kjapp titt på en versjon som fjerner “sources” fra grafen. En DAG har minst en “source”, en node uten noen inn-kanter.

Typisk implementasjon av topological sort bruker en algoritme lik DFS med en Stack. Her kjører man DFS over grafen, deretter sortere rangere etter synkende finish-tid.

- Kompleksitet på $O(V + E)$ siden algoritmen besøker hver node og hver kant.