

Role of the Z polarization in the $pp \rightarrow ZH, H \rightarrow b\bar{b}$ measurement.

Junya Nakamura

Universität Tübingen

Based on

D. Gonçalves and JN (arXiv:1805.06385) and

D. Gonçalves and JN (in preparation).

テラスケール研究会, 27.07.2018, Nagoya.

Introduction

Introduction: VH , $H \rightarrow b\bar{b}$ channels.

- $H \rightarrow b\bar{b}$ は、標準模型ヒッグスの最大の崩壊モード, $\sim 58\%$.
- The boosted VH production ($V = W, Z$)が, $H \rightarrow b\bar{b}$ の観測には最も有力.
(Butterworth et al 2008)
- The VH , $H \rightarrow b\bar{b}$ の現在の結果は、 4.9σ (ATLAS 2018), 3.8σ (CMS 2018).
- V 崩壊からの、charged leptonsの数に応じて、3つのチャンネル: $ZH \rightarrow \nu\nu b\bar{b}$, $WH \rightarrow \ell\nu b\bar{b}$, $ZH \rightarrow \ell\ell b\bar{b}$.

Channel	Significance	
	Exp.	Obs.
VBF+ggF	0.9	1.5
$t\bar{t}H$	1.9	1.9
VH	5.1	4.9
$H \rightarrow b\bar{b}$ Combination	5.5	5.4

Signal strength parameter	Signal strength	p_0		Significance	
		Exp.	Obs.	Exp.	Obs.
0-lepton	$1.04^{+0.34}_{-0.32}$	$9.5 \cdot 10^{-4}$	$5.1 \cdot 10^{-4}$	3.1	3.3
1-lepton	$1.09^{+0.46}_{-0.42}$	$8.7 \cdot 10^{-3}$	$4.9 \cdot 10^{-3}$	2.4	2.6
2-lepton	$1.38^{+0.46}_{-0.42}$	$4.0 \cdot 10^{-3}$	$3.3 \cdot 10^{-4}$	2.6	3.4
VH , $H \rightarrow b\bar{b}$ combination	$1.16^{+0.27}_{-0.25}$	$7.3 \cdot 10^{-6}$	$5.3 \cdot 10^{-7}$	4.3	4.9

(ATLAS 2018)

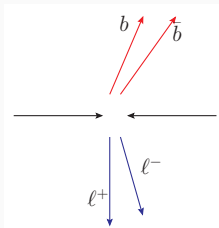
Introduction: $Z(\ell^+\ell^-)H(b\bar{b})$ channel.

- 以降は、2-lepton channel $Z(\ell^+\ell^-)H(b\bar{b})$ に注目。
- Z がboostしているチャンネルが、よりsignal sensitivityが高い。
- $Z(\ell^+\ell^-)b\bar{b}$ (part of the $\mathcal{O}(\alpha_s^2)$ correction to the Drell-Yan Z production)が、backgroundの大部分を占める。

Process	0-lepton	1-lepton	2-lepton low- p_T (V)	2-lepton high- p_T (V)
Vbb	216.8	102.5	617.5	113.9
Vb	31.8	20.0	141.1	17.2
V+udscg	10.2	9.8	58.4	4.1
t \bar{t}	34.7	98.0	157.7	3.2
Single top quark	11.8	44.6	2.3	0.0
VV(udscg)	0.5	1.5	6.6	0.5
VZ(bb)	9.9	6.9	22.9	3.8
Total background	315.7	283.3	1006.5	142.7
VH	38.3	33.5	33.7	22.1
Data	334	320	1030	179
S/B	0.12	0.12	0.033	0.15

Introduction: $Z(\ell^+\ell^-)b\bar{b}$ background v.s. $Z(\ell^+\ell^-)H(b\bar{b})$.

- $Z(\ell^+\ell^-)b\bar{b}$ は、irreducible background:



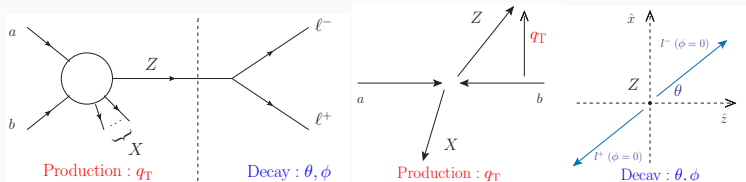
- $Z \rightarrow \ell^+\ell^-$ 崩壊角度分布は、 Z polarizationの状態で一意に決まる。
- Z polarizationは、 Z がどう生成されたかに依存する (i.e. process-dependent) なので、signalとbackgroundで異なる状態を取る可能性はある。

In this work,

- signalとbackgroundで、 Z polarizationが非常に異なる、ということをまず示す。
- 次に、この情報を最大限利用する方法を示し、実際にはどれくらいのsignal sensitivityの向上が期待出来るかを示す。

Kinematics and frame for Z production and decay

Kinematics and frame for Z production and decay



$Z \rightarrow \ell^+ \ell^-$ 崩壊を含めた散乱断面積は、一般的に以下のfactorized formで書ける:

$$\frac{d\sigma}{dq_T^2 d\cos\theta d\phi} = F_1(1 + \cos^2\theta) + F_2(1 - 3\cos^2\theta) + F_3\sin 2\theta \cos\phi + F_4\sin^2\theta \cos 2\phi \\ + F_5\cos\theta + F_6\sin\theta \cos\phi + F_7\sin\theta \sin\phi + F_8\sin 2\theta \sin\phi + F_9\sin^2\theta \sin 2\phi.$$

9つの $F_i = F_i(q_T^2)$ は、productionで決まり、 $(\cos\theta, \phi)$ 分布を決める。積分すると

$$\frac{d\sigma}{dq_T^2} = \frac{16\pi}{3} F_1 :$$

F_1 は Z の生成断面積に対応し、 $(\cos\theta, \phi)$ 分布のnormalizationを決定. 残りの係数 F_i ($i = 2$ to 9)の数が8個なのは、Spin1粒子のPolarizationの自由度が一般的に8だから.

Message: 8個の関数 F_i/F_1 ($i = 2$ to 9)がPolarizationをuniqueにparametrizeし、さらに崩壊角度 $(\cos\theta, \phi)$ 分布を決定する。 F_1 (= Z の生成断面積)と同様に、 F_i ($i = 2$ to 9)も全て、 Z bosonがどう生成されたかに依存 (i.e. process-dependent).

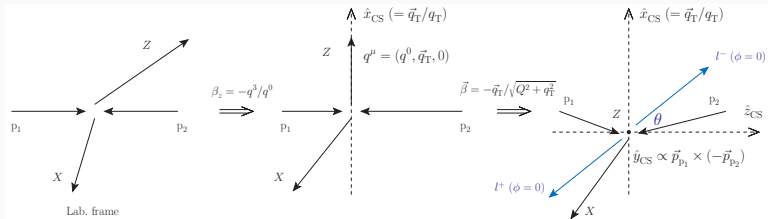
Kinematics and frame for Z production and decay

Z rest frameの座標系はuniqueではない。Helicity frameとCollins-Soper frameが有名。
Helicity frame:

- 理論家にとっては、お馴染みのframe。
- Helicity amplitudeをそのまま使って計算可能だから、比較的に楽。

Collins-Soper frame (Collins, Soper 1977) (今回は、これを選択) :

- Z +jets過程では標準的であり、実験家にとって、お馴染みのframe (のはず)。
- Lab. frameでのleptonの観測量(p_T など)が、 θ と ϕ を使って単純な形で書ける。
- 下の図に示すように、2回boostする。



Message: Z rest frameの座標系として、Collins-Soper frameを採用すると色々都合が良い。

Kinematics and frame for Z production and decay

Z rest frameの座標系はuniqueではない。Helicity frameとCollins-Soper frameが有名。
Helicity frame:

- 理論家にとっては、お馴染みのframe。
- Helicity amplitudeをそのまま使って計算可能だから、比較的に楽。

Collins-Soper frame (Collins, Soper 1977) (今回は、これを選択) :

- Z +jets過程では標準的であり、実験家にとって、お馴染みのframe (のはず)。
- Lab. frameでのleptonの観測量(p_T など)が、 θ と ϕ を使って単純な形で書ける。
- 下の図に示すように、2回boostする。

θ ($0 \leq \theta \leq \pi$)と ϕ ($0 \leq \phi \leq 2\pi$)は簡単に得られる (全て、Lab. frameでの運動量) :

$$\cos \theta = \frac{2(q^0 p_\ell^3 - q^3 p_\ell^0)}{Q \sqrt{Q^2 + |\vec{q}_T|^2}}, \quad \cos \phi = \frac{2}{\sin \theta} \frac{(Q^2 \vec{p}_{T\ell} \cdot \vec{q}_T - |\vec{q}_T|^2 p_\ell \cdot q)}{Q^2 |\vec{q}_T| \sqrt{Q^2 + |\vec{q}_T|^2}},$$
$$\sin \phi = \frac{2}{Q \sin \theta} \frac{\vec{p}_{p_1} \times \vec{q}_T}{|\vec{p}_{p_1} \times \vec{q}_T|} \cdot \vec{p}_\ell.$$

Message: Z rest frameの座標系として、Collins-Soper frameを採用すると色々都合が良い。

**Z polarization in the ZH signal and
the $Zb\bar{b}$ background.**

Z polarization in ZH and $Zb\bar{b}$: coefficients in the ZH signal

Signal process $q\bar{q} \rightarrow ZH$ の、 $F_i (i = 1 \text{ to } 9)$ を計算。CS frame での、散乱振幅は、

$$\mathcal{M}_\sigma^{\lambda=\pm}(q\bar{q}) = -4m_Z^3 G_F (v_q + \sigma a_q) \frac{\sqrt{\hat{s}}}{\hat{s} - m_Z^2 + im_Z \Gamma_Z} \sigma \left(1 + \sigma \lambda \sqrt{1 + q_T^2/m_Z^2}\right),$$

$$\mathcal{M}_\sigma^{\lambda=0}(q\bar{q}) = 0,$$

where $\lambda (= \pm, 0)$ are the eigenvalues of J_z for the Z boson. 結果として、 F_1 と F_4 だけが残る:

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma}{dq_T^2 d\cos\theta d\phi} = & F_1 (1 + \cos^2\theta) + \cancel{F_2} (1 - 3\cos^2\theta) + \cancel{F_3} \sin 2\theta \cos\phi + F_4 \sin^2\theta \cos 2\phi \\ & + \cancel{F_5} \cos\theta + \cancel{F_6} \sin\theta \cos\phi + \cancel{F_7} \sin\theta \sin\phi + \cancel{F_8} \sin 2\theta \sin\phi + \cancel{F_9} \sin^2\theta \sin 2\phi. \end{aligned}$$

他の $F_{2,3,5,6,7,8,9}$ がゼロな理由は、

- $F_{7,8,9}$ は、散乱振幅の複素位相に比例。
- $F_{2,3,6,7,8}$ は、 $\mathcal{M}_\sigma^{\lambda=0}(q\bar{q}) (= 0)$ に比例。
- F_5 は、 $q\bar{q}$ の寄与と、 $\bar{q}q$ の寄与が、逆符号で、キャンセル。

Message: Signal の、Z ボソン崩壊角度 ($\cos\theta, \phi$) 分布は、 $F_4/F_1 = -\frac{q_T^2}{2m_Z^2 + q_T^2}$ で、完全に決定。

- q_T に伴って、負の方向に大きくなる。Boost region で重要!

Z polarization in ZH and $Zb\bar{b}$: difference between ZH and $Zb\bar{b}$.

Signal process $gg \rightarrow ZH$ と、background $Zb\bar{b}$ は、解析的に調べるのは面倒だから、数値的に $F_i(i = 1 \text{ to } 9)$ を評価。

MadGraph5.aMC@NLO (Alwall et al 2014)で、LO event samplesを作り、以下のboost regimeのsignal selection cutsをかけてから計算:

$$75 < m_{\ell\ell} < 105 \text{ GeV}, \quad 115 < m_{bb} < 135 \text{ GeV},$$

$$p_{Tb} > 25 \text{ GeV}, \quad |y_b| < 2.5, \quad 0.3 < \Delta R_{bb} < 1.2, \quad q_T > 200 \text{ GeV}.$$

結果的に、 F_1 と F_2 と F_4 だけが残る:

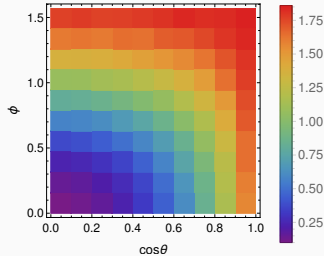
$$\frac{d\sigma}{dq_T^2 d\cos\theta d\phi} = F_1(1 + \cos^2\theta) + F_2(1 - 3\cos^2\theta) + F_4\sin^2\theta\cos 2\phi,$$

	ZH_{DY}	ZH_{GF}	$Zb\bar{b}$
$A_2(= F_2/F_1)$	0.001(1)	0.026(1)	0.470(1)
$A_4(= F_4/F_1)$	-0.825(2)	-0.972(2)	0.447(2)

- Z崩壊角度($\cos\theta, \phi$)分布は、signal, background共に、Z polarizationをparametrizeしている A_2 と A_4 だけで、完全に決定。
- A_2 と A_4 は、signalとbackgroundで、非常に異なる。
- θ, ϕ の領域が制限される: $0 \leq \cos\theta \leq 1, 0 \leq \phi \leq \pi/2$. (もともとは、 $-1 \leq \cos\theta \leq 1, 0 \leq \phi \leq 2\pi$.)

Z polarization in ZH and $Zb\bar{b}$: $(\cos\theta, \phi)$ distribution.

Ratio of the normalized $(\cos\theta, \phi)$ distribution for ZH_{DY} to that for $Zb\bar{b}$:



$\theta (0 \leq \cos\theta \leq 1)$, $\phi (0 \leq \phi \leq \pi/2)$ は以下を使って計算 (全て Lab. frameでの運動量)

$$|\cos\theta| = \frac{2|q^0 p_\ell^3 - q^3 p_\ell^0|}{Q\sqrt{Q^2 + |\vec{q}_T|^2}}, \quad |\cos\phi| = \frac{2}{\sin\theta} \frac{|Q^2 \vec{p}_{T\ell} \cdot \vec{q}_T - |\vec{q}_T|^2 p_\ell \cdot q|}{Q^2 |\vec{q}_T| \sqrt{Q^2 + |\vec{q}_T|^2}}$$

実は、 ℓ^- と ℓ^+ を区別する必要がない。理由は単純で、 $\ell^- \leftrightarrow \ell^+$ corresponds to $\theta \rightarrow \pi - \theta$ and $\phi \rightarrow \phi + \pi$ (i.e. $\cos\theta \rightarrow -\cos\theta$ and $\cos\phi \rightarrow -\cos\phi$). この事実は、charge misidentificationが無視出来ない $Z \rightarrow e^- e^+$ では、結構重要。

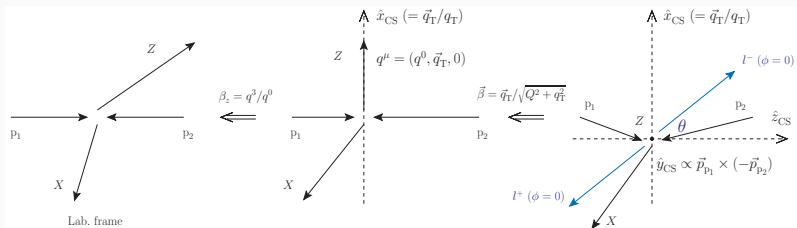
Message: ZH signalと $Zb\bar{b}$ backgroundの、 Z polarizationの違いは、この制限された2次元($\cos\theta, \phi$)分布に100%現れている。

この分布を上手く使えば、 $Zb\bar{b}$ irreducible BGを落とせそう。

Lepton p_T in terms of the Collins-Soper angles

Lepton p_T in terms of the CS angles: general formula

Lab. frameでのlepton p_T が、 θ と ϕ を使って単純な形で書ける:



In the CS frame : $(p_{\ell^-(\ell^+)}^*)^\mu = \frac{Q}{2} (1, \pm \sin \theta \cos \phi, \pm \sin \theta \sin \phi, \pm \cos \theta)$.

x-axisの向きに、 $\beta = q_T / \sqrt{Q^2 + q_T^2}$ でboost:

In the Lab. frame : $\vec{p}_{T\ell^-(\ell^+)} = \frac{1}{2} (q_T \pm \sqrt{Q^2 + q_T^2} \sin \theta \cos \phi, \pm Q \sin \theta \sin \phi)$.

このままでは、Lab. frameのx-axisの向きに依存してしまうから、絶対値を計算:

$$p_{T\ell^-(\ell^+)} \equiv |\vec{p}_{T\ell^-(\ell^+)}| = \frac{1}{2} \sqrt{q_T^2 + Q^2 \sin^2 \theta + q_T^2 \sin^2 \theta \cos^2 \phi \pm 2q_T \sqrt{Q^2 + q_T^2} \sin \theta \cos \phi}.$$

That's all!

Lepton p_T in terms of the CS angles: difference between ZH and $Zb\bar{b}$

θ, ϕ が、 $0 \leq \cos \theta \leq 1, 0 \leq \phi \leq \pi/2$ と、制限されている我々の場合には、harder lepton(ℓ_1)とsofter lepton(ℓ_2)の p_T と読むことが出来る:

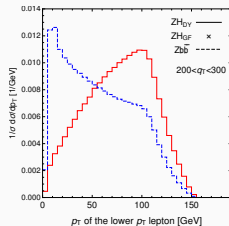
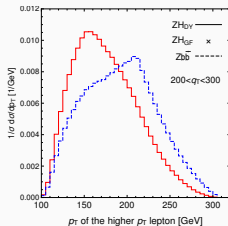
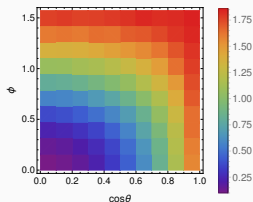
$$p_{T\ell 1(2)} = \frac{1}{2} \sqrt{q_T^2 + Q^2 \sin^2 \theta + q_T^2 \sin^2 \theta \cos^2 \phi \pm 2q_T \sqrt{Q^2 + q_T^2} \sin \theta \cos \phi}.$$

Signal は、 $\phi \sim \pi/2$ を多く予言: 2つのleptonの p_T が同じ,

$$p_{T\ell 1} = p_{T\ell 2} = \frac{1}{2} \sqrt{q_T^2 + Q^2 \sin^2 \theta}.$$

Background は、 $\phi \sim 0$ を多く予言: 1つはすごくhardで、もう一つはすごくsoft,

$$p_{T\ell 1(2)} = \frac{1}{2} |q_T \pm \sqrt{Q^2 + q_T^2} \sin \theta|.$$



Message: Polarizationの違いは、lepton p_T に既に大きく現れ、 q_T が大きいほど顕著. 11/15

Analysis at the hadron level

Analysis at the hadron level: simulation setup.

- SignalとBackgroundは、hadron levelで、Sherpa+OpenLoops (Gleisberg et al 2009, Cascioli et al 2012, Denner et al 2017)を使ってシミュレート。
- $H \rightarrow b\bar{b}$ sideは、jet substructure analysisを使用 (Butterwirth et al 2008): $p_{TJ} > 200$ GeV, $|\eta_J| < 2.5$, $|m_H^{\text{BDRS}} - m_H| < 10$ GeV.
- $Z \rightarrow \ell\ell$ sideの、selection cutsは、two charged leptons (e or μ) with $|\eta_\ell| < 2.5$, which reconstruct a boosted Z boson: $75 < m_{\ell\ell} < 105$ GeV, $q_T \equiv p_{T\ell\ell} > 200$ GeV.
- 70% b -tagging efficiency and 1% misstag rate を考慮。
- Lepton p_T cutを、 $p_{T\ell} > 30$ GeVとした場合の、signalとbackgroundのrateは、

	ZH_{DY}	ZH_{GF}	$Zb\bar{b}$	$t\bar{t}$	ZZ
Rates (fb), $p_{T\ell} > 30$ GeV	0.16	0.03	0.35	0.02	0.02

- Finally, we perform a two dimensional binned log-likelihood analysis based on the $(\cos\theta, \phi)$ distribution, invoking the CL_s method (Read 2002).

Message: $H \rightarrow b\bar{b}$ taggingで、何をやろうが、 Z のpolarizationには無関係。

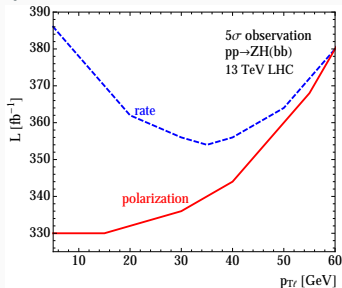
Analysis at the hadron level: results.

縦軸: 5σ observationに要求されるLuminosity (ただし、2-lepton channelだけ).

横軸: lepton p_T lower cut.

実線: Polarizationの違い (i.e. $(\cos\theta, \phi)$ 分布の違い) も考慮して解析。

点線: 上を考慮していない。



- 点線は、lepton p_T を上げるにつれて、向上する。理由は、前に見たように、backgroundのleptonの方がsoftだから。ただし、35 GeVまで。
- 一方で、実線は、lepton p_T を上げるにつれて悪くなる。理由は、lepton p_T cutによって、polarizationの情報が失われるから。

Message: Polarizationの違いを利用した解析は、有効: Luminosityで、10%くらいの向上が見込める。 $(\cos\theta, \phi)$ 分布の違いを厳密に利用する場合は、lepton p_T cutは、出来るだけ低めに設定したほうが良い。

Summary

- $Z \rightarrow \ell\ell$ の角度分布を測ることで得られる、 Z のpolarizationの情報を使って、 $Z(\ell\ell)H(b\bar{b})$ 過程へのsensitivityの向上が期待出来るかどうか調べた。
- Irreducibleで且つdominantなbackground $Zb\bar{b}$ は、signalとは、非常に異なる Z polarizationを预言する。この違いは、 $(\cos\theta, \phi)$ 分布に厳格に現れる。
- この違いは、実は、lepton p_T にも大きく現れる: Backgroundの方が、hard leptonはよりhardで、soft leptonはよりsoft。すなわち、lepton p_T cutを上手く選ぶことで、polarizationの違いを部分的に考慮することが可能。
- $(\cos\theta, \phi)$ 分布に基づいた、2D binned log-likelihood analysisをすることで、polarizationの違いを100%考慮することが可能。Luminosityで、10%くらいの向上が見込める。
- この解析で必要なものは、leptonsの運動量だけ。 ℓ^- と ℓ^+ の区別は不要。 $H \rightarrow b\bar{b}$ taggingとは、完全に独立: Multivariate analysisをしようが、Dijet-mass analysisをしようが、何をやっても良い。

ありがとうございました。

Prospect

Prospect: $WH(b\bar{b})$ search (1-lepton channel).

- $W \rightarrow \ell\nu$ だけど、 ℓ と ν で W massを構成することを仮定すると、実は $|\cos\theta|$ と $|\cos\phi|$ はuniqueに決まる。これは、Collins-Soper frameの特徴の一つ。(Hagiwara et al 1984)
- 主要backgroundは、 $Wb\bar{b}$, $t\bar{t}$, single t .
- W polarization in WH は、 Z polarization in ZH_{DY} にすごく似ている。さらに、 W polarization in $Wb\bar{b}$ は、 Z polarization in $Zb\bar{b}$ にすごく似ている。故に、我々の手法は、 $Wb\bar{b}$ を落とすのには、利用出来そう。 $t\bar{t}$ と、single t は未確認。
- 1-lepton channelでは、leptonの情報がMVAに使われているから、既にpolarizationの情報が部分的に使われている可能性はある。
- 解析してくれる方、募集中。

Appendix

- Multivariate analysis after basic event selections.
- Only $m(\ell^+\ell^-)$ as the information of the charged leptons:

Variable	0-lepton	1-lepton	2-lepton
p_T^V	$\equiv E_T^{\text{miss}}$	×	×
E_T^{miss}	×	×	×
$p_T^{b_1}$	×	×	×
$p_T^{b_2}$	×	×	×
m_{bb}	×	×	×
$\Delta R(\vec{b}_1, \vec{b}_2)$	×	×	×
$ \Delta\eta(\vec{b}_1, \vec{b}_2) $	×		
$\Delta\phi(\vec{V}, \vec{bb})$	×	×	×
$ \Delta\eta(\vec{V}, \vec{bb}) $			×
m_{eff}	×		
$\min[\Delta\phi(\vec{\ell}, \vec{b})]$		×	
m_T^W		×	
$m_{\ell\ell}$			×
m_{top}		×	
$ \Delta Y(\vec{V}, \vec{bb}) $		×	
	Only in 3-jet events		
$p_T^{\text{jet}_3}$	×	×	×
m_{bbj}	×	×	×

(ATLAS 2017)

- Multivariate analysis after basic event selections.
- Only $m(\ell^+ \ell^-)$ as the information of the charged leptons:

Variable	Description	Channels
$M(\text{jj})$	dijet invariant mass	All
$p_T(\text{jj})$	dijet transverse momentum	All
$p_T(\text{j}_1), p_T(\text{j}_2)$	transverse momentum of each jet	0- and 2-lepton
$\Delta R(\text{jj})$	distance in η - ϕ between jets	2-lepton
$\Delta\eta(\text{jj})$	difference in η between jets	0- and 2-lepton
$\Delta\phi(\text{jj})$	azimuthal angle between jets	0-lepton
$p_T(\text{V})$	vector boson transverse momentum	All
$\Delta\phi(\text{V}, \text{jj})$	azimuthal angle between vector boson and dijet directions	All
$p_T(\text{jj})/p_T(\text{V})$	p_T ratio between dijet and vector boson	2-lepton
$M(\ell\ell)$	reconstructed Z boson mass	2-lepton
CMVA_{max}	value of CMVA discriminant for the jet with highest CMVA value	0- and 2-lepton
CMVA_{min}	value of CMVA discriminant for the jet with second highest CMVA value	All
CMVA_{add}	value of CMVA for the additional jet with highest CMVA value	0-lepton
p_T^{miss}	missing transverse momentum	1- and 2-lepton
$\Delta\phi(\vec{p}_T^{\text{miss}}, \text{j})$	azimuthal angle between \vec{p}_T^{miss} and closest jet ($p_T > 30 \text{ GeV}$)	0-lepton
$\Delta\phi(\vec{p}_T^{\text{miss}}, \ell)$	azimuthal angle between \vec{p}_T^{miss} and lepton	1-lepton
m_T	mass of lepton $\vec{p}_T + \vec{p}_T^{\text{miss}}$	1-lepton
m_{top}	reconstructed top quark mass	1-lepton
N_{aj}	number of additional jets	1- and 2-lepton
$p_T(\text{add})$	transverse momentum of leading additional jet	0-lepton
SA5	number of soft-track jets with $p_T > 5 \text{ GeV}$	All

(CMS 2018)

Signal regions	0-lepton		1-lepton		2-lepton			
	$p_T^V > 150 \text{ GeV}$, 2- <i>b</i> -tag		$p_T^V > 150 \text{ GeV}$, 2- <i>b</i> -tag		$75 \text{ GeV} < p_T^V < 150 \text{ GeV}$, 2- <i>b</i> -tag		$p_T^V > 150 \text{ GeV}$, 2- <i>b</i> -tag	
Sample	2-jet	3-jet	2-jet	3-jet	2-jet	≥ 3 -jet	2-jet	≥ 3 -jet
$Z + ll$	17 ± 11	27 ± 18	1.5 ± 1.0	3.4 ± 2.3	13.7 ± 8.7	49 ± 32	4.1 ± 2.8	30 ± 19
$Z + cl$	45 ± 18	76 ± 30	3.0 ± 1.2	6.9 ± 2.8	43 ± 17	170 ± 67	11.5 ± 4.6	88 ± 35
$Z + \text{HF}$	4770 ± 140	5940 ± 300	179.5 ± 9.1	348 ± 21	7400 ± 120	14160 ± 220	1421 ± 34	5370 ± 100
$W + ll$	20 ± 13	32 ± 22	31 ± 23	65 ± 48	< 1	< 1	< 1	< 1
$W + cl$	43 ± 20	83 ± 38	139 ± 67	250 ± 120	< 1	< 1	< 1	< 1
$W + \text{HF}$	1000 ± 87	1990 ± 200	2660 ± 270	5400 ± 670	1.8 ± 0.2	13.2 ± 1.5	1.4 ± 0.2	4.0 ± 0.5
Single top quark	368 ± 53	1410 ± 210	2080 ± 290	9400 ± 1400	188 ± 89	440 ± 200	23.1 ± 7.3	93 ± 26
$t\bar{t}$	1333 ± 82	9150 ± 400	6600 ± 320	50200 ± 1400	3170 ± 100	8880 ± 220	104 ± 6	839 ± 40
Diboson	254 ± 49	318 ± 90	178 ± 47	330 ± 110	152 ± 32	355 ± 68	52 ± 11	196 ± 35
Multi-jet e sub-ch.	–	–	100 ± 100	41 ± 35	–	–	–	–
Multi-jet μ sub-ch.	–	–	138 ± 92	260 ± 270	–	–	–	–
Total bkg.	7851 ± 90	19020 ± 140	12110 ± 120	66230 ± 270	10964 ± 99	24070 ± 150	1617 ± 31	6622 ± 78
Signal (fit)	128 ± 28	128 ± 29	131 ± 30	125 ± 30	51 ± 11	86 ± 22	27.7 ± 6.1	67 ± 17
Data	8003	19143	12242	66348	11014	24197	1626	6686

(ATLAS 2018)

Selection	0-lepton	1-lepton		2-lepton
		e sub-channel	μ sub-channel	
Trigger	E_T^{miss}	Single lepton	E_T^{miss}	Single lepton
Leptons	0 loose leptons with $p_T > 7$ GeV	1 tight electron $p_T > 27$ GeV	1 medium muon $p_T > 25$ GeV	2 loose leptons with $p_T > 7$ GeV ≥ 1 lepton with $p_T > 27$ GeV
E_T^{miss}	> 150 GeV	> 30 GeV	–	–
$m_{\ell\ell}$	–	–	–	$81 \text{ GeV} < m_{\ell\ell} < 101 \text{ GeV}$
Jets	Exactly 2 or 3 jets			Exactly 2 or ≥ 3 jets
Jet p_T	> 20 GeV			
b -jets	Exactly 2 b -tagged jets			
Leading b -tagged jet p_T	> 45 GeV			
H_T	> 120 (2 jets), > 150 GeV (3 jets)	–	–	–
$\min[\Delta\phi(E_T^{\text{miss}}, \text{jets})]$	$> 20^\circ$ (2 jets), $> 30^\circ$ (3 jets)	–	–	–
$\Delta\phi(E_T^{\text{miss}}, bb)$	$> 120^\circ$	–	–	–
$\Delta\phi(b_1, b_2)$	$< 140^\circ$	–	–	–
$\Delta\phi(E_T^{\text{miss}}, \vec{E}_{T,\text{trk}}^{\text{miss}})$	$< 90^\circ$	–	–	–
p_T^V regions	> 150 GeV			$(75, 150]$ GeV, > 150 GeV
Signal regions	✓	$m_{bb} \geq 75$ GeV or $m_{\text{top}} \leq 225$ GeV		Same-flavour leptons Opposite-sign charge ($\mu\mu$ sub-channel)
Control regions	–	$m_{bb} < 75$ GeV and $m_{\text{top}} > 225$ GeV		Different-flavour leptons

(ATLAS 2017)

Variable	0-lepton	1-lepton	2-lepton
$p_T(V)$	>170	>100	$[50, 150], >150$
$M(\ell\ell)$	—	—	$[75, 105]$
p_T^ℓ	—	$(> 25, > 30)$	>20
$p_T(j_1)$	>60	>25	>20
$p_T(j_2)$	>35	>25	>20
$p_T(jj)$	>120	>100	—
$M(jj)$	$[60, 160]$	$[90, 150]$	$[90, 150]$
$\Delta\phi(V, jj)$	>2.0	>2.5	>2.5
$CMVA_{\max}$	$>CMVA_T$	$>CMVA_T$	$>CMVA_L$
$CMVA_{\min}$	$>CMVA_L$	$>CMVA_L$	$>CMVA_L$
N_{aj}	<2	<2	—
$N_{a\ell}$	$=0$	$=0$	—
p_T^{miss}	>170	—	—
$\Delta\phi(\vec{p}_T^{\text{miss}}, j)$	>0.5	—	—
$\Delta\phi(\vec{p}_T^{\text{miss}}, \vec{p}_T^{\text{miss}}(\text{trk}))$	<0.5	—	—
$\Delta\phi(\vec{p}_T^{\text{miss}}, \ell)$	—	<2.0	—
Lepton isolation	—	<0.06	$(< 0.25, < 0.15)$
Event BDT	> -0.8	>0.3	> -0.8

(CMS 2018)

The amplitudes $\mathcal{M}_\sigma^\lambda(q\bar{q})$ can be written in general as

$$\mathcal{M}_\sigma^\lambda(q\bar{q}) = \frac{2m_Z^2}{v} \frac{1}{\hat{s} - m_Z^2 + im_Z\Gamma_Z} \Gamma_\sigma(q\bar{q}) \cdot \epsilon_\lambda.$$

In the c.m. frame of the $Z + H$ system, where the z axis is chosen along the collision axis and the y axis is chosen perpendicular to the scattering plane, we find

$$\Gamma_\sigma(q\bar{q})^\mu = \frac{2m_Z}{v} (v_q + \sigma a_q) \sqrt{\hat{s}} (0, -1, -i\sigma, 0).$$

The currents in the CS frame can be easily obtained by the two boost steps:

$$\Gamma_\sigma(q\bar{q})^\mu = \frac{2m_Z}{v} (v_q + \sigma a_q) \sqrt{\hat{s}} \left(q_T/m_Z, -\sqrt{1 + q_T^2/m_Z^2}, -i\sigma, 0 \right).$$

This procedure is justified because the initial quark and anti-quark are assumed to be massless and the helicity of a massless particle is frame-independent. We choose the following as the Z polarization vectors:

$$\begin{aligned} \epsilon_{\lambda=\pm}^\mu &= (0, -\lambda, -i, 0)/\sqrt{2}, \\ \epsilon_{\lambda=0}^\mu &= (0, 0, 0, 1). \end{aligned}$$

The coefficients F_i ($i = 2, 9$) can be numerically calculated from

$$\frac{F_2}{F_1} = \frac{1}{3} + \frac{16}{9} \frac{\sigma(1 - 3 \cos^2 \theta > 1/4) - \sigma(1 - 3 \cos^2 \theta < 1/4)}{\sigma(1 - 3 \cos^2 \theta > 1/4) + \sigma(1 - 3 \cos^2 \theta < 1/4)}, \quad (1a)$$

$$\frac{F_3}{F_1} = \pi \frac{\sigma(\sin 2\theta \cos \phi > 0) - \sigma(\sin 2\theta \cos \phi < 0)}{\sigma(\sin 2\theta \cos \phi > 0) + \sigma(\sin 2\theta \cos \phi < 0)}, \quad (1b)$$

$$\frac{F_4}{F_1} = \pi \frac{\sigma(\sin^2 \theta \cos 2\phi > 0) - \sigma(\sin^2 \theta \cos 2\phi < 0)}{\sigma(\sin^2 \theta \cos 2\phi > 0) + \sigma(\sin^2 \theta \cos 2\phi < 0)}, \quad (1c)$$

$$\frac{F_5}{F_1} = \frac{8}{3} \frac{\sigma(\cos \theta > 0) - \sigma(\cos \theta < 0)}{\sigma(\cos \theta > 0) + \sigma(\cos \theta < 0)}, \quad (1d)$$

$$\frac{F_6}{F_1} = \frac{8}{3} \frac{\sigma(\sin \theta \cos \phi > 0) - \sigma(\sin \theta \cos \phi < 0)}{\sigma(\sin \theta \cos \phi > 0) + \sigma(\sin \theta \cos \phi < 0)}, \quad (1e)$$

$$\frac{F_7}{F_1} = \frac{8}{3} \frac{\sigma(\sin \theta \sin \phi > 0) - \sigma(\sin \theta \sin \phi < 0)}{\sigma(\sin \theta \sin \phi > 0) + \sigma(\sin \theta \sin \phi < 0)}, \quad (1f)$$

$$\frac{F_8}{F_1} = \pi \frac{\sigma(\sin 2\theta \sin \phi > 0) - \sigma(\sin 2\theta \sin \phi < 0)}{\sigma(\sin 2\theta \sin \phi > 0) + \sigma(\sin 2\theta \sin \phi < 0)}, \quad (1g)$$

$$\frac{F_9}{F_1} = \pi \frac{\sigma(\sin^2 \theta \sin 2\phi > 0) - \sigma(\sin^2 \theta \sin 2\phi < 0)}{\sigma(\sin^2 \theta \sin 2\phi > 0) + \sigma(\sin^2 \theta \sin 2\phi < 0)}, \quad (1h)$$

which measure the differences in the numbers of events.

In terms of the scattering amplitudes $\mathcal{M}_{\lambda_1\lambda_2}^\lambda$, where $\lambda_{1,2}$ denote the helicity of the initial gluons, the functions f_i can be written as

$$\begin{aligned}
f_1 &= \overline{\sum_{\lambda_1, \lambda_2}} \frac{1}{2} (|\mathcal{M}_{\lambda_1\lambda_2}^+|^2 + |\mathcal{M}_{\lambda_1\lambda_2}^-|^2 + |\mathcal{M}_{\lambda_1\lambda_2}^0|^2) \\
f_2 &= \overline{\sum_{\lambda_1, \lambda_2}} \frac{1}{2} |\mathcal{M}_{\lambda_1\lambda_2}^0|^2 \\
f_3 &= \overline{\sum_{\lambda_1, \lambda_2}} \frac{1}{\sqrt{2}} \text{Re} [\mathcal{M}_{\lambda_1\lambda_2}^0 (\mathcal{M}_{\lambda_1\lambda_2}^+)^* - \mathcal{M}_{\lambda_1\lambda_2}^- (\mathcal{M}_{\lambda_1\lambda_2}^0)^*] \\
f_4 &= \overline{\sum_{\lambda_1, \lambda_2}} \text{Re} [\mathcal{M}_{\lambda_1\lambda_2}^- (\mathcal{M}_{\lambda_1\lambda_2}^+)^*] \\
f_5 &= \overline{\sum_{\lambda_1, \lambda_2}} (|\mathcal{M}_{\lambda_1\lambda_2}^+|^2 - |\mathcal{M}_{\lambda_1\lambda_2}^-|^2) \\
f_6 &= \overline{\sum_{\lambda_1, \lambda_2}} \sqrt{2} \text{Re} [\mathcal{M}_{\lambda_1\lambda_2}^0 (\mathcal{M}_{\lambda_1\lambda_2}^+)^* + \mathcal{M}_{\lambda_1\lambda_2}^- (\mathcal{M}_{\lambda_1\lambda_2}^0)^*] \\
f_7 &= \overline{\sum_{\lambda_1, \lambda_2}} \sqrt{2} \text{Im} [\mathcal{M}_{\lambda_1\lambda_2}^0 (\mathcal{M}_{\lambda_1\lambda_2}^+)^* + \mathcal{M}_{\lambda_1\lambda_2}^- (\mathcal{M}_{\lambda_1\lambda_2}^0)^*] \\
f_8 &= \overline{\sum_{\lambda_1, \lambda_2}} \frac{1}{\sqrt{2}} \text{Im} [\mathcal{M}_{\lambda_1\lambda_2}^0 (\mathcal{M}_{\lambda_1\lambda_2}^+)^* - \mathcal{M}_{\lambda_1\lambda_2}^- (\mathcal{M}_{\lambda_1\lambda_2}^0)^*] \\
f_9 &= \overline{\sum_{\lambda_1, \lambda_2}} \text{Im} [\mathcal{M}_{\lambda_1\lambda_2}^- (\mathcal{M}_{\lambda_1\lambda_2}^+)^*].
\end{aligned}$$