Seoul National University
College of Engineering
Department of Naval Architecture and Ocean Engineering
1, Gwanak-ro, Gwanak-gu, Seoul 151-744, Korea

Spring 2023

컴퓨터 이용 선박 설계

(Computer-Aided Ship Design)

PA #1

Instructor name	김태완
Student name	장민준
Department	조선해양공학과
Student ID	2019-10738
Submission date	2023-03-28
Grade	

목차

1. 서론

A. Affine transformation

Affine transformation이란, 평면 위의 도형을 회전, 확장 및 축소, 평행이동 시킬 수 있는 linear transformation이다.

임의의 array의 각 row마다 새로운 점으로 변환하려는 Affine transformation은 회전 변환과 평행이동을 합쳐서 만들 수 있다

임의의 점 (x, y)를 (X, Y)로 변환하는 식을 작성해보면 다음과 같다

$$X = ax + by + c$$

$$Y = dx + ey + f$$

이러한 변환을 실행하는 array를 작성해보면 다음과 같다

$$A = \begin{bmatrix} a & b & c \\ d & e & f \end{bmatrix}$$

임의의 점들을 나타내는 array를 하나 가정하겠다

이 때, 3행의 상수들은 평행이동을 반영하기 위한 값이다.

$$Pre = \begin{bmatrix} x1 & x2 & x3 & x4 \\ y1 & y2 & y3 & y4 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

위 array는 columm에 각 점들의 x,y 좌표를 저장하고 있다.

Pre의 각 columm vector들은 $Post = A \times Pre$ 연산을 통해 Post의 column vector로 변환될 수 있다, 연산을 진행하면

$$Post = \begin{bmatrix} ax1 + by1 + c & ax2 + by2 + c & ax3 + by3 + c & ax4 + by4 + c \\ dx1 + ey1 + f & dx2 + ey2 + f & dx3 + ey3 + f & dx4 + ey4 + f \end{bmatrix}$$

위와 같이 새로운 array로 전환할 수 있다.

변환을 실행하려는 A를 구하기 위해서는, Least square method를 통해 구할 수 있다

$$Post = Affine \times Pre$$

$$Affine \times Pre \times Pre^T = Post \times Pre^T$$

$$Affine = Post \times Pre^T \times (Pre \times Pre^T)^{-1}$$

위와 같은 방식으로 Affine Matrix를 추정할 수 있다.[1]

2. 본론

A. 파일 입력 및 클래스 내부 함수

파일 입력을 받아오기 위해, C 언어 라이브러리 내부의 함수 fopen, fprintf, fclose 등을 사용해야 하기 때문에, 시스템 헤더 파일 cstudio를 불러온다. 이외에도 iostream과 linear algebra library인 Eigen을 불러온다.

```
#include <iostream>
#include <cstdio>
#include <Eigen/Dense>
```

세가지 텍스트 파일을 입력받을 것이고, 파일의 구성이 다 다르기 때문에, 클래스에 input1, input2, input3 3개의 함수를 포함시켰다. 그리고 데이터를 클래스에 저장하기 위해 private member와 생성자를 다음과 같이 추가했다

```
class Transformation {
private:
    MatrixXd pre_image_points1;
    MatrixXd post_image_points1;
    MatrixXd pre_image_points2;
    MatrixXd post_image_points2;
    Vector<float, 3> circle_elements;
public:
```

[1] LN_3_Least_Squares_2023_03_27.pdf: 컴퓨터이용선박설계 (001) (snu.ac.kr)

```
Transformation() {
    pre_image_points1 = MatrixXd(3, 2);
    post_image_points1 = MatrixXd(3, 2);
    pre_image_points2 = MatrixXd(4, 2);
    post_image_points2 = MatrixXd(4, 2);
    circle_elements = Vector<float, 3>(3);
}
```

다음은 input1 함수의 코드이다

```
void input1(FILE* fp) {
  char buf[256];
  float num;
  fgets(buf, 100, fp); // P1
  fgets(buf, 100, fp); // "pre-image points"

  pre_image_points1 = MatrixXd::Zero(3, 2);
  for (int i = 0; i < 3; i++) {
     for(int j = 0; j < 2; j++){
        if(fscanf(fp, "%f", &num) == 1){
           pre_image_points1(i,j) = num;}
     }
  }
  fgets(buf, 100, fp);//행바꿈
  fgets(buf, 100, fp);//행바꿈
  fgets(buf, 100, fp);// "post-image points"

  post_image_points1 = MatrixXd::Zero(3, 2);
  for (int i = 0; i < 3; i++) {
     for(int j = 0; j < 2; j++){
        if(fscanf(fp, "%f", &num) == 1){
           post_image_points1(i,j) = num;}
     }
  }
  }
```

파일 입력을 받을 때, 텍스트 파일 내부에 관련없는 정보를 처리하기 위해 buf를 선언했고, 무시할 데이터들을 위와 같이 처리했다.

이후, 받아야 할 데이터를 반복문을 통해 post_image_points의 각 원소에 저장을 받았다.

input2 함수의 구성은 input1과 동일하므로 생략하겠다.

Input3 함수는 배열 대신 벡터를 받아 동일하게 처리하였다.

그리고, 결과창에 점들과 array를 출력할 함수를 구현했다.

```
void print_pre_post1() {
        cout << "Pre-image points:\n" << pre_image_points1
<< endl;
        cout << "Post-image points:\n" << post_image_points1
<< endl;
        }
    void print_pre_post2() {
        cout << "Pre-image points:\n" << pre_image_points2
<< endl;
        cout << "Post-image points:\n" << post_image_points2
<< endl;
                }
void print(const MatrixXd &array){
        for(int i = 0; i < array.rows(); i++){
            for(int j = 0; j < array.cols(); j++){
                cout << array(i, j) << " ";
            }
            cout << endl;
        }
           }
```

또한, private member들은 클래스 외부에서 호출이 불가능해서, 이들을 불러올 함수들을 구현했다.

```
    MatrixXd get_private_pre1(){
        return pre_image_points1;
    }
    MatrixXd get_private_post1(){
        return post_image_points1;
```

```
    }
    MatrixXd get_private_pre2(){
        return pre_image_points2;
    }
    MatrixXd get_private_post2(){
        return post_image_points2;
    }
    Vector<float, 3> get_private_circle_elelments(){
        return circle_elements;
          }
```

데이터를 전치시키고, 열을 추가해주는 함수를 구현했다.

```
MatrixXd Transverse_pre1_3X3() const {
          MatrixXd pre = MatrixXd::Ones(3, 3);
          for(int i = 0; i < 3; i++) {
              for(int j = 0; j < 2; j++) {
                  pre(j, i) = pre_image_points1(i, j);
              }
          }
          return pre;
      }
    MatrixXd Transverse_post1_3X3() const {
        MatrixXd post = MatrixXd::Ones(3, 3);
        for(int i = 0; i < 3; i++) {
            for(int j = 0; j < 2; j++) {
                post(j, i) = post_image_points1(i, j);
            }
        }
        return post;
    }
    MatrixXd Transverse_pre2_3X4() const {
          MatrixXd pre2 = MatrixXd::Ones(3, 4);
          for(int i = 0; i < 4; i++) {
              for(int j = 0; j < 2; j++) {
                  pre2(j, i) = pre_image_points2(i, j);
              }
```

```
        }
        return pre2;
}
MatrixXd Transverse_post2_3X4() const {
        MatrixXd post2 = MatrixXd::Ones(3, 4);
        for(int i = 0; i < 4; i++) {
            for(int j = 0; j < 2; j++) {
                post2(j, i) = post_image_points2(i, j);
            }
        }
        return post2;
       }
```

Output 함수들은 각 문제에서 설명하겠다.

B. P1

```
Transformation IP1;
```

Input_P1을 입력받기 위해 객체 IP1을 선언했다

```
FILE*       fp1       =       fopen("/Users/minjun/Desktop/2023-
1/컴선설/Programming Assignment#1/Input_P1.txt", "r");
```

```
IP1.input1(fp1);
```

이후, IP1에 데이터를 전달하기 위해 파일 객체 fp1를 IP1의 input1함수에 입력한다.

IP1 객체에 데이터가 전달이 되었고, 이후 데이터를 확인하기 위해 다음 함수를 사용한다

```
IP1.print_pre_post1();
```

확인 후 파일을 닫아주고

```
fclose(fp1);
```

연산을 위해 다음 코드를 입력해 데이터들을 전치시키고, 1로 이루어진 행을 추가시킨다

```
MatrixXd pre1 = IP1.Transverse_pre1_3X3();
MatrixXd post1 = IP1.Transverse_post1_3X3();
cout << "pre1 \n";
IP1.print(pre1);
cout << "post1 \n";
IP1.print(post1);
```

데이터를 전치시켰고, 이후 Affine 행렬을 계산하기 위해 다음과 같이 코드를 입력한다.

```
MatrixXd Affine_IP1 = post1*pre1.inverse();
cout << "affine 변환 행렬 IP1 : \n";
MatrixXd Affine_pre1 =(Affine_IP1*pre1).transpose();
IP1.print(Affine_IP1);
```

Affine_IP1의 값은 다음과 같다

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \\ -2.22045e-16 & 5.55112e-17 & 1 \end{bmatrix}$$

이후 최종으로, 출력함수를 통해 파일을 만든다.

```
IP1.print_Output1(Affined_pre1);
```

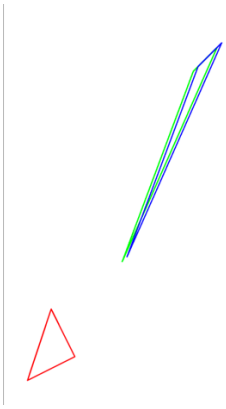
출력함수는 다음과 같이 구성했다, 출력함수가 받는 변수는 Affine 행렬이다

```
void print_Output1(MatrixXd& affine_pre1) {
        FILE *fp;
        fp = fopen("/Users/minjun/Desktop/2023-1/컴선설/Programming Assignment#1/OutPut1.ps", "w"); // 파일을 쓰기 모드로 열기
        if (fp == NULL) {
          printf("파일 열기 실패\n");
          return;
        }

        // PostScript 코드 작성
       fprintf(fp, "%%!PS\n"); // PostScript 파일 시작
```

```
        fprintf(fp, "2 setlinewidth\n"); // 선 굵기 설정
        fprintf(fp, "1 setlinecap\n"); // 끝 점 모양 설정
        fprintf(fp, "1 setlinejoin\n"); // 교차점 처리 모양 설정
        fprintf(fp, "1 0 0 setrgbcolor\n");
        //pre_image_points
        fprintf(fp, "%f %f moveto \n", 50*pre_image_points1(0,0),
50*pre_image_points1(0,1));
        for(int i = 1; i < 3; i++){
            float x_ps = 50*pre_image_points1(i,0);
            float y_ps = 50*pre_image_points1(i,1);
            fprintf(fp, "%f %f lineto \n", x_ps, y_ps);
        }
        fprintf(fp, "closepath\n");
        fprintf(fp, "stroke \n");
        //post_image_points
        fprintf(fp, "newpath\n");
        fprintf(fp, "2 setlinewidth\n"); // 선 굵기 설정
        fprintf(fp, "1 setlinecap\n"); // 끝 점 모양 설정
        fprintf(fp, "1 setlinejoin\n"); // 교차점 처리 모양 설정
        fprintf(fp, "0 1 0 setrgbcolor\n");// post point 그리기
        fprintf(fp, "%f %f moveto \n", 50*post_image_points1(0,0),
50*post_image_points1(0,1));
        for(int i = 1; i < 3; i++){
            float x_ps = 50*post_image_points1(i,0);
            float y_ps = 50*post_image_points1(i,1);
            fprintf(fp, "%f %f lineto \n", x_ps, y_ps);
        }
        fprintf(fp, "closepath\n");
        fprintf(fp, "stroke \n");

        //affine transformation
        fprintf(fp, "newpath\n");
        fprintf(fp, "2 setlinewidth\n"); // 선 굵기 설정
        fprintf(fp, "1 setlinecap\n"); // 끝 점 모양 설정
        fprintf(fp, "1 setlinejoin\n"); // 교차점 처리 모양 설정
        fprintf(fp, "0 0 1 setrgbcolor\n");// post point 그리기
```

```
        fprintf(fp, "%f %f moveto \n", 50*affine_pre1(0,0)+10,
50*affine_pre1(0,1)+10); // 동일하게 겹칠 것을 고려해서 (10,10) 평행이동
        for(int i = 1; i < 3; i++){
            float x_ps = 50*affine_pre1(i,0)+10;
            float y_ps = 50*affine_pre1(i,1)+10;
            fprintf(fp, "%f %f lineto \n", x_ps, y_ps);
        }
        fprintf(fp, "closepath\n");
        fprintf(fp, "stroke \n");

        fprintf(fp, "showpage\n"); // 페이지 출력

        fclose(fp); // 파일 닫기
              }
```

위와 같이 객체에서 데이터를 받아와서 Pre-Points, Post-Points, 그리고 Affine Matrix로 변환된 삼각형을 Postscript 파일로 작성한다. 여기서는 Affine Matrix로 변환된 삼각형을 확인하기 위해 (10,10)만큼 평행이동을 시켰다.



C. P2

전체적으로 구성은 P1과 거의 동일해, 차이점만 설명하겠다.

P2의 점들은 서론에서 언급한 Least square method를 통해 Affine matrix를 근사해야 한다.

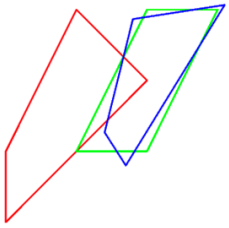
```
MatrixXd x = IP2.get_private_pre2();
```

```
cout << "x \n";
IP2.print(x);
MatrixXd y =IP2.get_private_post2();
      cout << "y \n";
```

위 코드로 private member를 가져와 새롭게 array를 만들고, 이 데이터를 이용해 다음과 같이 연산해 Affine Matrix를 근사한다.

```
  MatrixXd AffineIP2 =
 y.transpose()*pre2.transpose()*(pre2*pre2.transpose())
 .inverse();
cout << "affine 변환 행렬 IP2 : \n";
IP2.print(AffineIP2);
MatrixXd Affined_pre2 = (AffineIP2*pre2).transpose();
IP2.print_Output2(Affined_pre2);
IP2.print(Affined_pre2);
```

이후에 Affined_pre2를 통해 변환된 도형을 print_Output2를 통해 출력하고, Affined_Pre2를 출력한다.



D. P3

입력받은 벡터를 바탕으로 print_Output3 함수를 구현한다

```
void print_Output3() {
```

```
        FILE *fp;
        fp = fopen("/Users/minjun/Desktop/2023-
1/컴선설/Programming Assignment#1/OutPut3.ps", "w"); //
파일을 쓰기 모드로 열기
        if (fp == NULL) {
          printf("파일 열기 실패\n");
          return;
        }

        // PostScript 코드 작성
       fprintf(fp, "%%!PS\n"); // PostScript 파일 시작
       fprintf(fp, "newpath\n");
       fprintf(fp, "%f %f %f 0 360
arc\n",100*circle_elements(0),100*circle_elements(1),100*c
ircle_elements(2));
       fprintf(fp, "stroke\n");
       fprintf(fp, "%f %f %f 0 360
arc\n",100*circle_elements(0),100*circle_elements(1),100*c
ircle_elements(2));
       fprintf(fp, "closepath\n");
       fprintf(fp, "0 0 0 setrgbcolor\n");
       fprintf(fp, "fill\n");
       fprintf(fp, "showpage\n"); // 페이지 출력
       fclose(fp); // 파일 닫기
          }
```

3. 결론

P1의 경우, 세 점을 array로 입력받아 이를 새로운 세 점으로 변환하는 affine matrix를 추정하는 것이다. 회전, 확장변환 및 평행이동이므로 2-dimensional일 때, 변수가 총 6개이므로, independent한 식 6개가 있어야 determined될 수 있고, 실제로 fully determined되었다.

P2의 경우에는 점 8개로 6개의 변수와 8개의 식이 구성되어 over-determined된다. 이 경우에는 least square method를 통해 근사해야 한다. 이를 통해 근사해서 찾아 낸 Affine Matrix를 이용해 Postscript를 통해 구현하여 시각적으로 얼마나 근사한지 확인할 수 있었다.

전체적으로 연산 과정을 C++을 통해 구현할 수 있었고, visualization을 Postscript를 통해 구현할 수 있었다. 이는 향후 다양한 현상을 해석하는 계산모델을 적용하고, 시각화 할 수 있음을 시사한다.

4. Reference

1. Computer-Aid ship design 수업자료 (김태완)
2. Affine Transformation -- from Wolfram MathWorld
3. REAKWON :: [C언어] 출력 형식(format) 총정리 (Feat. sprintf, fprintf) - 일정한 간격으로 문자열 출력 예제 까지 (tistory.com)