Departamento Acadêmico de Eletrônica - DAELN
IFSC – Câmpus Florianópolis

Eletrônica Digital 1

Simplificação de circuitos: Álgebra Booleana

Prof. Matheus Leitzke Pinto
matheus.pinto@ifsc.edu.br

Sumário de aula

- Álgebra Booleana
- Leis fundamentais da Álgebra Booleana
- Aplicando a simplificação algébrica

Álgebra Booleana

Simplificação de circuitos: Álgebra Booleana

Álgebra booleana

- Os circuitos lógicos vistos até agora podem ser funcionais, mas não são necessariamente **otimizados**.

- Otimização de circuitos lógicos = menos portas lógicas.

- Dois circuitos lógicos podem gerar as mesmas saídas para as mesmas combinações de entradas, porém um pode ser mais otimizado que o outro.

Álgebra booleana

- A forma mais elementar de simplificação é utilizando as propriedades da **álgebra booleana**.

- Para tanto, a simplificação do circuito ocorre a nível de expressão lógica.

- Sejam A e B duas variáveis Booleanas, então, o espaço Booleano é definido:
  - se $A \neq 0$, então $A = 1$;
  - se $A \neq 1$, então $A = 0$.

Álgebra booleana

- O **espaço Booleano** é conjunto de valores que uma variável pode assumir.

- As operações elementares deste espaço são operação OR, operação AND e complementação.

- Sejam A e B duas variáveis Booleanas, então, o espaço Booleano é definido:
  - se $A \neq 0$, então $A = 1$;
  - se $A \neq 1$, então $A = 0$.

Leis fundamentais da álgebra booleana

- Existem 6 leis fundamentais da álgebra booleana que devemos estar cientes para realizar a simplificação algébrica de uma função lógica.
  - Adição lógica
  - Multiplicação lógica
  - Complementação
  - Comutatividade
  - Associatividade
  - Distributividade
  - Teoremas de *De Morgan*

Leis fundamentais da álgebra booleana

Simplificação de circuitos: Álgebra Booleana

Leis fundamentais da álgebra booleana

Adição lógica

- Lei que determina o comportamento de uma expressão quando ocorre uma operação OR.

- Propriedades:

    - $A + 0 = A$
    - $A + 1 = 1$
    - $A + A = A$
    - $A + \overline{A} = 1$

Leis fundamentais da álgebra booleana

Multiplicação lógica

- Lei que determina o comportamento de uma expressão quando ocorre uma operação AND.

- Propriedades:

  - $A \cdot 0 = 0$
  - $A \cdot 1 = A$
  - $A \cdot A = A$
  - $A \cdot \overline{A} = 0$

Leis fundamentais da álgebra booleana

Complementação

- Lei que determina o comportamento de uma expressão quando ocorre uma operação NOT.

- Propriedade:

  - $\overline{\overline{A}} = A$

Leis fundamentais da álgebra booleana

Comutatividade

- Lei que determina a irrelevância na ordem dos operandos em uma expressão.

- Propriedades:

  - $A + B = B + A$
  - $A \cdot B = B \cdot A$

Leis fundamentais da álgebra booleana

Associatividade

- Lei que determina a irrelevância da precedência no uso dos parênteses para uma expressão com os mesmos operadores lógicos.

- Propriedades:

  - $A + (B + C) = (A + B) + C = (A + C) + B$
  - $A \cdot (B \cdot C) = (A \cdot B) \cdot C = (A \cdot C) \cdot B$

Leis fundamentais da álgebra booleana

Distributiva

- Determina como um operando realizando uma multiplicação em relação a uma soma, pode ser distribuído entre os operandos da soma.

- Propriedade:

    - $A \cdot (B + C) = A \cdot B + A \cdot C$

Leis fundamentais da álgebra booleana

Teoremas de *De Morgan*

- O primeiro teorema de *De Morgan* diz que a complementação de um produto lógico equivale à soma lógica das negações de cada variável do referido produto.

- $\overline{A + B} = \bar{A} \cdot \bar{B}$

- O segundo teorema é o dual (i.e., o espelho) do primeiro, ou seja, a complementação de uma soma lógica equivale ao produto das negações individuais das variáveis.

- $\overline{A \cdot B} = \bar{A} + \bar{B}$

Aplicando a simplificação algébrica

Simplificação de circuitos: Álgebra Booleana

Aplicando a simplificação algébrica

Exemplo (primeira tentativa)

- $F = \bar{A}B\bar{C} + \bar{A}BC + A\bar{B}C + AB\bar{C}$
- $F = \bar{A}B\bar{C} + \bar{A}BC + A\bar{B}C + AB\bar{C}$
- $F = \bar{A}B(\bar{C} + C) + A\bar{B}C + AB\bar{C}$ ← **Fatoração.**
- $F = \bar{A}B(\bar{C} + C) + A\bar{B}C + AB\bar{C}$
- $F = \bar{A}B(1) + A\bar{B}C + AB\bar{C}$
- $F = \bar{A}B + A\bar{B}C + AB\bar{C}$

Aplicando a simplificação algébrica

Exemplo (segunda tentativa)

- $F = \bar{A}B\bar{C} + \bar{A}BC + A\bar{B}C + AB\bar{C}$
- $F = \bar{A}B\bar{C} + \bar{A}B\bar{C} + \bar{A}BC + A\bar{B}C + AB\bar{C}$
- $F = \bar{A}B\bar{C} + \bar{A}BC + A\bar{B}C + AB\bar{C} + \bar{A}B\bar{C}$
- $F = \bar{A}B(\bar{C} + C) + A\bar{B}C + (\bar{A} + A)B\bar{C}$
- $F = \bar{A}B(1) + A\bar{B}C + (1)B\bar{C}$
- $F = \bar{A}B + A\bar{B}C + B\bar{C}$

Propriedade da adição lógica:

$$A + A = A$$

Máxima simplificação possível: **equação mínima**!