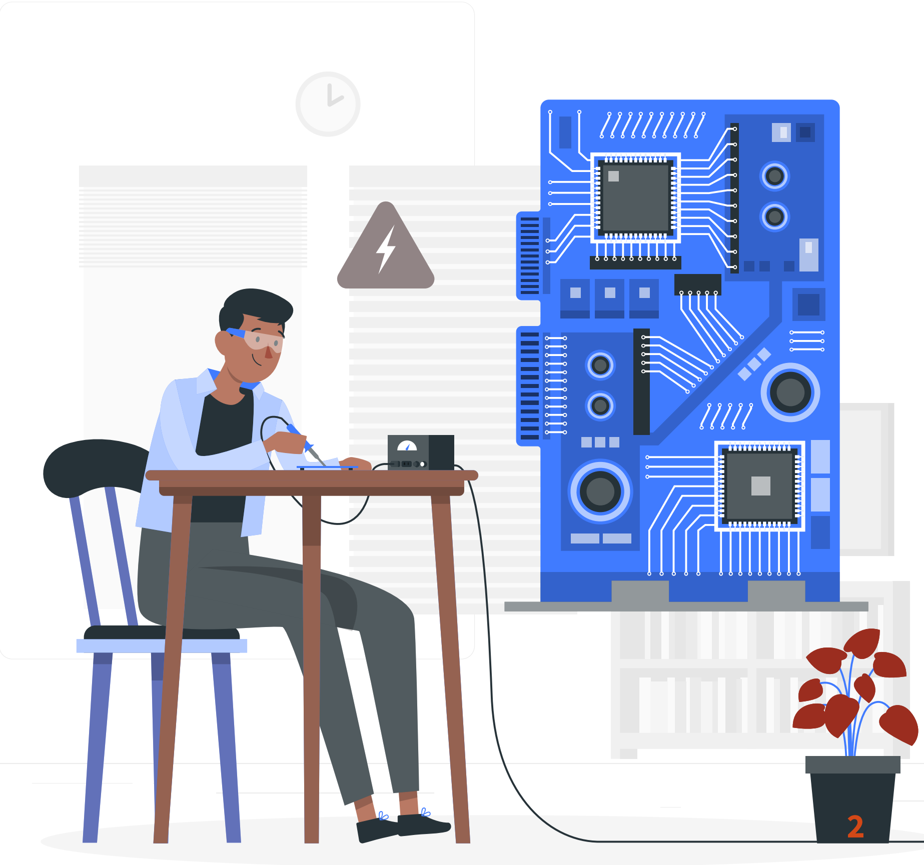
Eletrônica Digital I

- Aula 12 -

Professora: Ma. Luciana Menezes Xavier de Souza
e-mail: luciana.xavier@ifsc.edu.br

Conteúdo

- **Mapa de Karnaugh;**
- Exercícios.



Formas Canônicas de Expressões Lógicas

- **Soma de produtos (SOP)**: consiste em **dois ou mais termos AND conectados por uma operação OR**. Observe que em uma expressão na forma de soma-de-produtos, um sinal de inversão (barra) não pode cobrir mais que uma variável em um termo (por exemplo, não poderíamos ter $\overline{ABC}$ ou $\overline{RST}$).

Exemplo:

$$X = ABC + \bar{A}B\bar{C}$$

- **Produto de somas (POS):** consiste em **dois ou mais termos OR conectados por operações AND**. As variáveis podem estar complementadas, porém nunca com barras sobre mais de uma variável.

Exemplo:

$$X = (A + \overline{B} + C)(\overline{A} + \overline{B} + C)(A + B + \overline{C})$$

- Para cada linha da tabela verdade de um circuito lógico, pode ser associado um mintermo e um maxtermo correspondente.

- **Mintermo**: **<u>produto</u>** de variáveis não repetidas. Para *n* variáveis, tem-se 2^n mintermos. **Obtido pelo produto das entradas que resultam em <u>nível alto</u>.**

- **Maxtermo**: **<u>soma</u>** de variáveis não repetidas. Para *n* variáveis, tem-se 2^n maxtermos. **Obtido pela soma das entradas que resultam em <u>nível baixo</u>.**

LINHA	A	B	C	MINTERMO	MAXTERMO
0	0	0	0	$\overline{A} \cdot \overline{B} \cdot \overline{C}$	$A + B + C$
1	0	0	1	$\overline{A} \cdot \overline{B} \cdot C$	$A + B + \overline{C}$
2	0	1	0	$\overline{A} \cdot B \cdot \overline{C}$	$A + \overline{B} + C$
3	0	1	1	$\overline{A} \cdot B \cdot C$	$A + \overline{B} + \overline{C}$
4	1	0	0	$A \cdot \overline{B} \cdot \overline{C}$	$\overline{A} + B + C$
5	1	0	1	$A \cdot \overline{B} \cdot C$	$\overline{A} + B + \overline{C}$
6	1	1	0	$A \cdot B \cdot \overline{C}$	$\overline{A} + \overline{B} + C$
7	1	1	1	$A \cdot B \cdot C$	$\overline{A} + \overline{B} + \overline{C}$

- **Soma canônica**: soma dos mintermos de uma função lógica das linhas de sua tabela verdade que resultam em nível alto.

- **Produto canônico**: produto dos maxtermos de uma função lógica das linhas de sua tabela verdade que resultam em nível baixo.

Exemplo: Obtenha a função lógica da tabela verdade abaixo usando a soma canônica e o produto canônico.

- Mintermos:

$$S = \sum_{A,B,C} (0,3,4,6,7) = \overline{A}\,\overline{B}\,\overline{C} + \overline{A}BC + A\overline{B}\,\overline{C} + AB\overline{C} + ABC$$

- Maxtermos:

$$S = \prod_{A,B,C} (1,2,5) = (A+B+\overline{C})(A+\overline{B}+C)(\overline{A}+B+\overline{C})$$

A	B	C	S
0	0	0	1
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	1
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	1

Exemplo. Projetar um circuito com três entradas A, B e C, cuja saída seja nível alto quando a maioria das entradas for nível alto.

Passo 1: escrever a tabela verdade do circuito.

A	B	C	S
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

Passo 2: escrever a soma canônica.

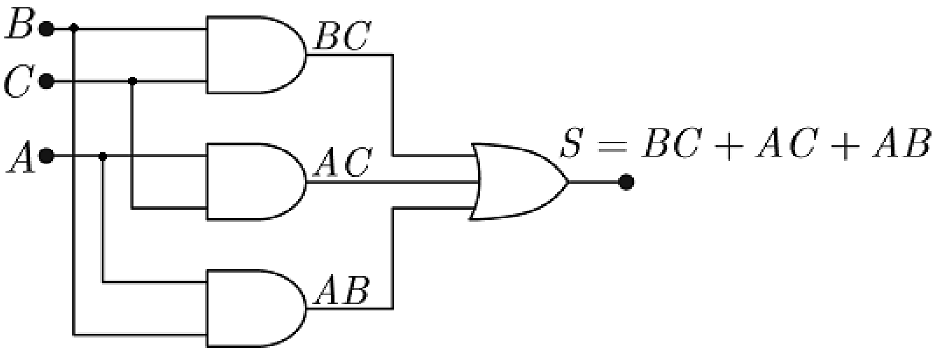
$$S = \sum_{A,B,C} (3,5,6,7) = \overline{A}BC + A\overline{B}C + AB\overline{C} + ABC$$

Passo 3: simplificar a expressão algébrica encontrada.

$$S = \overline{A}BC + ABC + A\overline{B}C + ABC + AB\overline{C} + ABC$$
$$S = BC(\overline{A} + A) + AC(\overline{B} + B) + AB(\overline{C} + C)$$
$$S = BC(1) + AC(1) + AB(1)$$
$$S = BC + AC + AB$$

Exemplo. Projetar um circuito com três entradas A, B e C, cuja saída seja nível alto quando a maioria das entradas for nível alto.

Passo 4: implementar o circuito.



Apesar de se atingir os resultados esperados, corre-se o risco:

- **Não simplificar a função adequadamente, ou pior ainda, pode-se cometer erros nas simplificações.**

- **O método de leitura por "Mapas de Karnaugh" elimina esses problemas, visto que a leitura já é dada na forma mais simplificada possível.**

Mapa de Karnaugh (Mapa K)

- Método gráfico para simplificação (e projeto) de circuitos combinacionais. **Encontra-se a expressão lógica mais simplificada possível.**

- Uma função com ***N* variáveis** é representada como um mapa de **2^N células**, uma para cada possível combinação das entradas.

- Cada célula difere da adjacente por um bit somente (código Gray).

Exemplo. Monte o mapa K da lista de mintermos:

A	B	C	S
0	0	0	1
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	0
1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	0

$$S = \sum_{A,B,C} (0,1,2,6)$$

	$\overline{C}$	C
$\overline{A}\,\overline{B}$	1	1
$\overline{A}\,B$	1	0
$A\,B$	1	0
$A\,\overline{B}$	0	0

	0	1
00	1	1
01	1	0
11	1	0
10	0	0

- Pode-se simplificar as funções pela combinação de conjuntos de 2^i células '1' adjacentes.

	$\overline{C}$	C
$\overline{A}\,\overline{B}$	1	1
$\overline{A}\,B$	1	0
$A\,B$	1	0
$A\,\overline{B}$	0	0

- A função simplificada é a soma dos termos produtos que foram combinados.

- O mapa K é duplamente cilíndrico, ou seja, as células também são adjacentes nos cantos.

$$S = \overline{A}\,\overline{B} + B\overline{C}$$

- Para funções com quatro variáveis, tem-se um mapa K da seguinte forma:

A	B	C	D	S
0	0	0	0	0
0	0	0	1	1
0	0	1	0	0
0	0	1	1	0
0	1	0	0	0
0	1	0	1	1
0	1	1	0	0
0	1	1	1	0
1	0	0	0	0
1	0	0	1	0
1	0	1	0	0
1	0	1	1	0
1	1	0	0	0
1	1	0	1	1
1	1	1	0	0
1	1	1	1	1

	$\bar{C}\bar{D}$	$\bar{C}D$	CD	$C\bar{D}$
$\bar{A}\bar{B}$	0	1	0	0
$\bar{A}B$	0	1	0	0
AB	0	1	1	0
$A\bar{B}$	0	0	0	0

	00	01	11	10
00	0	1	0	0
01	0	1	0	0
11	0	1	1	0
10	0	0	0	0

Casos	A	B	C	D
0	0	0	0	0
1	0	0	0	1
2	0	0	1	0
3	0	0	1	1
4	0	1	0	0
5	0	1	0	1
6	0	1	1	0
7	0	1	1	1
8	1	0	0	0
9	1	0	0	1
10	1	0	1	0
11	1	0	1	1
12	1	1	0	0
13	1	1	0	1
14	1	1	1	0
15	1	1	1	1

	$\overline{C}$		C		
$\overline{A}$	Caso 0 0 0 0 0 $\overline{A}\,\overline{B}\,\overline{C}\,\overline{D}$	Caso 1 0 0 0 1 $\overline{A}\,\overline{B}\,\overline{C}\,D$	Caso 3 0 0 1 1 $\overline{A}\,\overline{B}\,C\,D$	Caso 2 0 0 1 0 $\overline{A}\,\overline{B}\,C\,\overline{D}$	$\overline{B}$
	Caso 4 0 1 0 0 $\overline{A}\,B\,\overline{C}\,\overline{D}$	Caso 5 0 1 0 1 $\overline{A}\,B\,\overline{C}\,D$	Caso 7 0 1 1 1 $\overline{A}\,B\,C\,D$	Caso 6 0 1 1 0 $\overline{A}\,B\,C\,\overline{D}$	B
A	Caso 12 1 1 0 0 $A\,B\,\overline{C}\,\overline{D}$	Caso 13 1 1 0 1 $A\,B\,\overline{C}\,D$	Caso 15 1 1 1 1 $A\,B\,C\,D$	Caso 14 1 1 1 0 $A\,B\,C\,\overline{D}$	
	Caso 8 1 0 0 0 $A\,\overline{B}\,\overline{C}\,\overline{D}$	Caso 9 1 0 0 1 $A\,\overline{B}\,\overline{C}\,D$	Caso 11 1 0 1 1 $A\,\overline{B}\,C\,D$	Caso 10 1 0 1 0 $A\,\overline{B}\,C\,\overline{D}$	$\overline{B}$
	$\overline{D}$	D		$\overline{D}$	

Mapa K

- A tabela-verdade fornece o valor da saída X para cada combinação de valores de entrada. O mapa K fornece a mesma informação em um formato diferente.
- Cada **linha** na tabela-verdade corresponde a um **quadrado no mapa K**.
- A condição A = 0, B = 0 na tabela-verdade corresponde ao quadrado $\bar{A}\bar{B}$ no mapa K.
- A condição A = 1, B = 1 na tabela-verdade corresponde ao quadrado AB no mapa K. Visto que X = 1 nesse caso, um 1 é colocado no quadrado AB.
- Todos os outros quadrados são preenchidos com 0s.

A	B	X
0	0	1 $\rightarrow \bar{A}\bar{B}$
0	1	0
1	0	0
1	1	1 $\rightarrow AB$

	$\bar{B}$	B
$\bar{A}$	1	0
A	0	1

Mapa K, 3 variáveis (SEM SIMPLIFICAR)

- Os quadrados do mapa K são nomeados de modo que quadrados adjacentes horizontalmente difiram apenas em uma variável.

A	B	C	X	
0	0	0	1	$\rightarrow \bar{A}\bar{B}\bar{C}$
0	0	1	1	$\rightarrow \bar{A}\bar{B}C$
0	1	0	1	$\rightarrow \bar{A}B\bar{C}$
0	1	1	0	
1	0	0	0	
1	0	1	0	
1	1	0	1	$\rightarrow AB\bar{C}$
1	1	1	0	

$$
\begin{aligned}
X = {} & \bar{A}\bar{B}\bar{C} + \bar{A}\bar{B}C \\
& + \bar{A}B\bar{C} + AB\bar{C}
\end{aligned}
$$

	$\bar{C}$	C
$\bar{A}\bar{B}$	1	1
$\bar{A}B$	1	0
AB	1	0
$A\bar{B}$	0	0

Mapa K, 4 variáveis (SEM SIMPLIFICAR)

A	B	C	D	X	
0	0	0	0	0	
0	0	0	1	1	$\rightarrow \overline{A}\,\overline{B}\,\overline{C}D$
0	0	1	0	0	
0	0	1	1	0	
0	1	0	0	0	
0	1	0	1	1	$\rightarrow \overline{A}B\overline{C}D$
0	1	1	0	0	
0	1	1	1	0	
1	0	0	0	0	
1	0	0	1	0	
1	0	1	0	0	
1	0	1	1	0	
1	1	0	0	0	
1	1	0	1	1	$\rightarrow AB\overline{C}D$
1	1	1	0	0	
1	1	1	1	1	$\rightarrow ABCD$

$$X = \overline{A}\,\overline{B}\,\overline{C}D + \overline{A}B\overline{C}D + AB\overline{C}D + ABCD$$

	$\overline{C}\,\overline{D}$	$\overline{C}D$	CD	$C\overline{D}$
$\overline{A}\,\overline{B}$	0	1	0	0
$\overline{A}B$	0	1	0	0
AB	0	1	1	0
$A\overline{B}$	0	0	0	0

Agrupamento de quadros

- A expressão para a saída X pode ser simplificada combinando adequadamente os quadros do mapa K que contêm 1.

- O processo de combinação desses 1s é denominado **agrupamento**.

Agrupamento de 2 quadros

- Esse mapa contém um par de 1s adjacentes verticalmente; o primeiro representa $\overline{A}B\overline{C}$ e o segundo, $AB\overline{C}$.

- Observe que nesses dois termos a variável *A* aparece na forma normal e complementada (invertida);

- B e C permanecem inalteradas.

- Esses dois termos podem ser agrupados (combinados) resultando na eliminação da variável A, **visto que ela aparece nos dois termos nas formas complementada e não complementada**.

	$\overline{C}$	C
$\overline{A}\,\overline{B}$	0	0
$\overline{A}B$	1	0
AB	1	0
$A\overline{B}$	0	0

$$X = \overline{A}B\overline{C} + AB\overline{C} = B\overline{C}$$

Agrupamento de 2 quadros

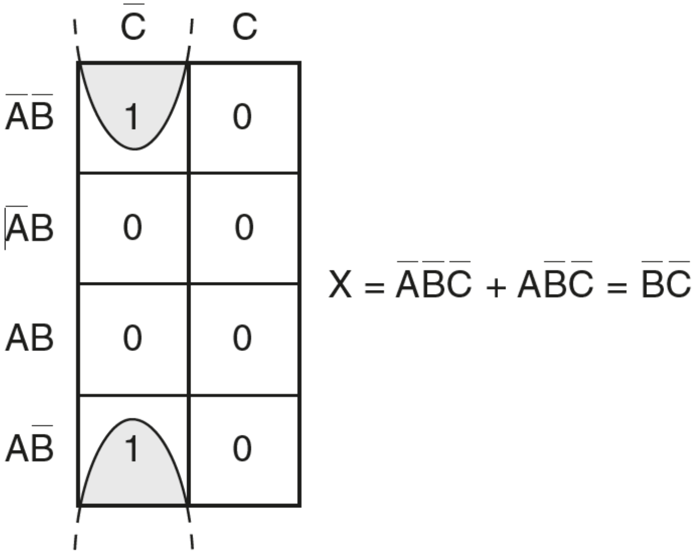
- O mesmo do anterior acontece nesta versão, agora na horizontal
- Esses dois 1s podem ser agrupados eliminando a variável C, visto que ela aparece nas formas complementada e não complementada, resultando em $\mathrm{X} = \overline{\mathrm{A}}\mathrm{B}$.

	$\overline{C}$	C
$\overline{A}\,\overline{B}$	0	0
$\overline{A}B$	1	1
AB	0	0
$A\overline{B}$	0	0

$$X = \overline{A}B\overline{C} + \overline{A}BC$$
$$= \overline{A}B$$

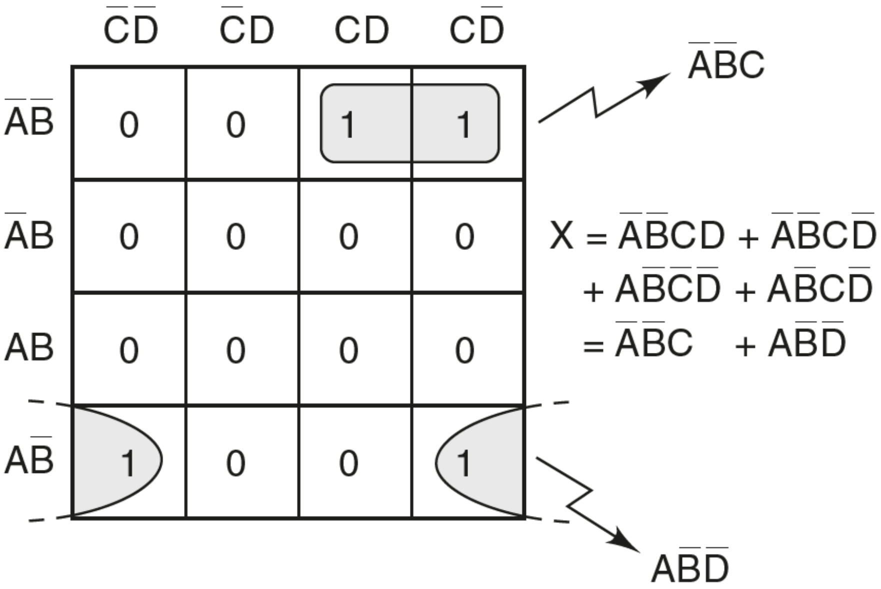
Agrupamento de 2 quadros

- Nesse mapa K, as linhas superior e inferior de quadros são consideradas adjacentes. Assim, os dois 1s nesse mapa podem ser agrupados, gerando como resultado $X = \overline{A}\overline{B}\overline{C} + A\overline{B}\overline{C} = \overline{B}\overline{C}$.



Agrupamento de 2 quadros

REGRA: **Agrupando um par de 1s adjacentes em um mapa K, elimina-se a variável que aparece nas formas complementada e não complementada.**



Agrupamento de quatro quadros (quartetos)

- Um mapa K pode conter um grupo de quatro 1s adjacentes entre si. Denominado de quarteto.

- Quando um **quarteto é agrupado**, o termo resultante conterá apenas as variáveis que não alteram a forma considerando todos os quadros 1s do quarteto.

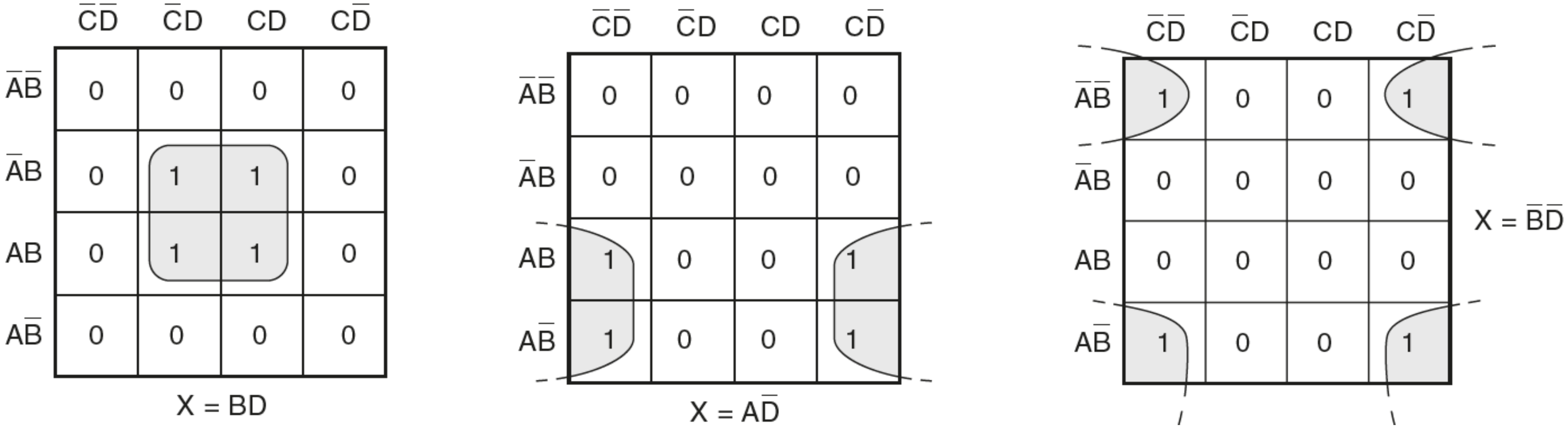
	$\overline{C}$	C
$\overline{A}\,\overline{B}$	0	1
$\overline{A}B$	0	1
AB	0	1
$A\overline{B}$	0	1

X = C

	$\overline{C}\,\overline{D}$	$\overline{C}D$	CD	$C\overline{D}$
$\overline{A}\,\overline{B}$	0	0	0	0
$\overline{A}B$	0	0	0	0
AB	1	1	1	1
$A\overline{B}$	0	0	0	0

X = AB

- Quando um quarteto é agrupado, o termo resultante conterá apenas as variáveis que não alteram a forma considerando todos os quadros 1s do quarteto.



Agrupamento de 8 quadros (octetos)

- Um grupo de oito 1s adjacentes entre si é denominado *octeto*.

- Quando um octeto é agrupado em um mapa de quatro variáveis, três são eliminadas, porque apenas uma variável permanece inalterada.

	$\overline{C}\overline{D}$	$\overline{C}D$	CD	$C\overline{D}$
$\overline{A}\overline{B}$	0	0	0	0
$\overline{A}B$	1	1	1	1
AB	1	1	1	1
$A\overline{B}$	0	0	0	0

$X = B$

	$\overline{C}\overline{D}$	$\overline{C}D$	CD	$C\overline{D}$
$\overline{A}\overline{B}$	1	1	0	0
$\overline{A}B$	1	1	0	0
AB	1	1	0	0
$A\overline{B}$	1	1	0	0

$X = \overline{C}$

Agrupamento de 8 quadros (octetos)

- Um grupo de oito 1s adjacentes entre si é denominado *octeto*.

- Quando um octeto é agrupado em um mapa de quatro variáveis, três são eliminadas, porque apenas uma variável permanece inalterada.

	$\overline{C}\,\overline{D}$	$\overline{C}D$	CD	$C\overline{D}$
$\overline{A}\,\overline{B}$	0	0	0	0
$\overline{A}B$	1	1	1	1
AB	1	1	1	1
$A\overline{B}$	0	0	0	0

$X = B$

	$\overline{C}\,\overline{D}$	$\overline{C}D$	CD	$C\overline{D}$
$\overline{A}\,\overline{B}$	1	1	0	0
$\overline{A}B$	1	1	0	0
AB	1	1	0	0
$A\overline{B}$	1	1	0	0

$X = \overline{C}$

Agrupando um octeto de 1s adjacentes, eliminam-se três variáveis que aparecem nas formas complementada e não complementada.

	$\bar{C}\bar{D}$	$\bar{C}D$	CD	$C\bar{D}$
$\bar{A}\bar{B}$	1	1	1	1
$\bar{A}B$	0	0	0	0
AB	0	0	0	0
$A\bar{B}$	1	1	1	1

$X = \bar{B}$

	$\bar{C}\bar{D}$	$\bar{C}D$	CD	$C\bar{D}$
$\bar{A}\bar{B}$	1	0	0	1
$\bar{A}B$	1	0	0	1
AB	1	0	0	1
$A\bar{B}$	1	0	0	1

$X = \bar{D}$

Processo completo de simplificação

Quando uma variável aparece nas formas <u>complementada e não complementada</u> em um agrupamento, tal <u>variável é eliminada da expressão</u>. As variáveis que não se alteram para todos os quadros do agrupamento têm de permanecer na expressão final.

- Deve ficar claro que um **grupo maior de 1s elimina mais variáveis**.

Agrupamento total

	$\overline{C}\overline{D}$	$\overline{C}D$	CD	$C\overline{D}$
$\overline{A}\overline{B}$	1	1	1	1
$\overline{A}B$	1	1	1	1
AB	1	1	1	1
$A\overline{B}$	1	1	1	1

$$X = 1$$

Processo completo de simplificação

Passo 1: Construa o mapa K e coloque os 1s nos quadros que correspondem aos 1s na tabela-verdade. Coloque 0s nos outros quadros.

Passo 2: Analise o mapa quanto aos 1s adjacentes e agrupe os 1s que *não* sejam adjacentes a quaisquer outros 1s. Esses são denominados 1s *isolados*.

Passo 3: Em seguida, procure os 1s que são adjacentes a somente um outro 1. Agrupe *todo* par que contém tal 1.

Passo 4: Agrupe qualquer octeto, mesmo que contenha alguns 1s que já tenham sido agrupados.

Passo 5: Agrupe qualquer quarteto que contenha um ou mais 1s que ainda não tenham sido agrupados, *certificando-se de usar o menor número de agrupamentos*.

Passo 6: Agrupe quaisquer pares necessários para incluir 1s que ainda não tenham sido agrupados, *certificando-se de usar o menor número de agrupamentos*.

Passo 7: Forme a soma OR de todos os termos gerados por cada grupo.

Exercício 1

A Figura mostra um mapa K para um problema de quatro variáveis. Faça a simplificação para reduzir o mapa K a uma expressão soma-de-produtos.

	$\bar{C}\bar{D}$	$\bar{C}D$	CD	$C\bar{D}$
$\bar{A}\bar{B}$	0 (1)	0 (2)	0 (3)	1 (4)
$\bar{A}B$	0 (5)	1 (6)	1 (7)	0 (8)
AB	0 (9)	1 (10)	1 (11)	0 (12)
$A\bar{B}$	0 (13)	0 (14)	1 (15)	0 (16)

$$X = \underbrace{\bar{A}\bar{B}C\bar{D}}_{\text{grupo 4}} + \underbrace{ACD}_{\text{grupo 11, 15}} + \underbrace{BD}_{\text{grupo 6, 7, 10, 11}}$$

Exercício 2

A Figura mostra um mapa K para um problema de quatro variáveis. Faça a simplificação para reduzir o mapa K a uma expressão soma-de-produtos.

	$\bar{C}\bar{D}$	$\bar{C}D$	CD	$C\bar{D}$
$\bar{A}\bar{B}$	0 (1)	0 (2)	1 (3)	0 (4)
$\bar{A}B$	1 (5)	1 (6)	1 (7)	1 (8)
AB	1 (9)	1 (10)	0 (11)	0 (12)
$A\bar{B}$	0 (13)	0 (14)	0 (15)	0 (16)

$$X = \underbrace{\bar{A}B}_{\substack{\text{grupo 5}\\ \text{6, 7, 8}}} + \underbrace{B\bar{C}}_{\substack{\text{grupo 5}\\ \text{6, 9, 10}}} + \underbrace{\bar{A}CD}_{\substack{\text{grupo}\\ \text{3,7}}}$$

Exercício 3

A Figura mostra um mapa K para um problema de quatro variáveis. Faça a simplificação para reduzir o mapa K a uma expressão soma-de-produtos.

	$\bar{C}\bar{D}$	$\bar{C}D$	CD	$C\bar{D}$
$\bar{A}\bar{B}$	0 (1)	1 (2)	0 (3)	0 (4)
$\bar{A}B$	0 (5)	1 (6)	1 (7)	1 (8)
AB	1 (9)	1 (10)	1 (11)	0 (12)
$A\bar{B}$	0 (13)	0 (14)	1 (15)	0 (16)

$$X = \underbrace{AB\bar{C}}_{9,\ 10} + \underbrace{\bar{A}\bar{C}D}_{2,\ 6} + \underbrace{\bar{A}BC}_{7,\ 8} + \underbrace{ACD}_{11,\ 15}$$

Exercício 4

Considere os dois agrupamentos de mapas K. Qual deles é melhor?

	$\bar{C}\bar{D}$	$\bar{C}D$	CD	$C\bar{D}$
$\bar{A}\bar{B}$	0	1	0	0
$\bar{A}B$	0	1	1	1
AB	0	0	0	1
$A\bar{B}$	1	1	0	1

$$X = \bar{A}\bar{C}D + \bar{A}BC + A\bar{B}\bar{C} + AC\bar{D}$$

	$\bar{C}\bar{D}$	$\bar{C}D$	CD	$C\bar{D}$
$\bar{A}\bar{B}$	0	1	0	0
$\bar{A}B$	0	1	1	1
AB	0	0	0	1
$A\bar{B}$	1	1	0	1

$$X = \bar{A}BD + BC\bar{D} + \bar{B}\bar{C}D + A\bar{B}\bar{D}$$

Exemplo

Quando a saída desejada é apresentada como uma expressão booleana em vez de uma tabela-verdade, o mapa K pode ser preenchido usando os seguintes passos:

1. Passe a expressão para a forma de soma-de-produtos caso ela não esteja nesse formato.

2. Para cada termo produto da expressão na forma de soma-de-produtos, coloque um 1 em cada quadrado do mapa K cuja denominação seja a mesma da combinação das variáveis de entrada. Coloque um 0 em todos os outros quadrados.

Exemplo

Use um mapa K para simplificar $y = \overline{C}(\overline{A}\,\overline{B}\,\overline{D} + D) + A\overline{B}C + \overline{D}$

1. Multiplique o primeiro termo para obter $y = \overline{A}\,\overline{B}\,\overline{C}\,\overline{D} + \overline{C}D + A\overline{B}C + \overline{D}$, que está agora na forma de soma-de-produtos.

	$\overline{C}\,\overline{D}$	$\overline{C}D$	CD	$C\overline{D}$
$\overline{A}\,\overline{B}$	1	1	0	1
$\overline{A}B$	1	1	0	1
AB	1	1	0	1
$A\overline{B}$	1	1	1	1

$y = A\overline{B} + \overline{C} + \overline{D}$

Condições de irrelevância (*don't-care*)

- Alguns circuitos lógicos podem ser projetados de modo que existam certas condições de entrada para as quais não existem níveis de saída especificados;

- Existem certas combinações para os níveis de entrada em que é **irrelevante (*don't-care*)** se a saída é nível ALTO ou BAIXO.

- X representa a **condição de irrelevância**;

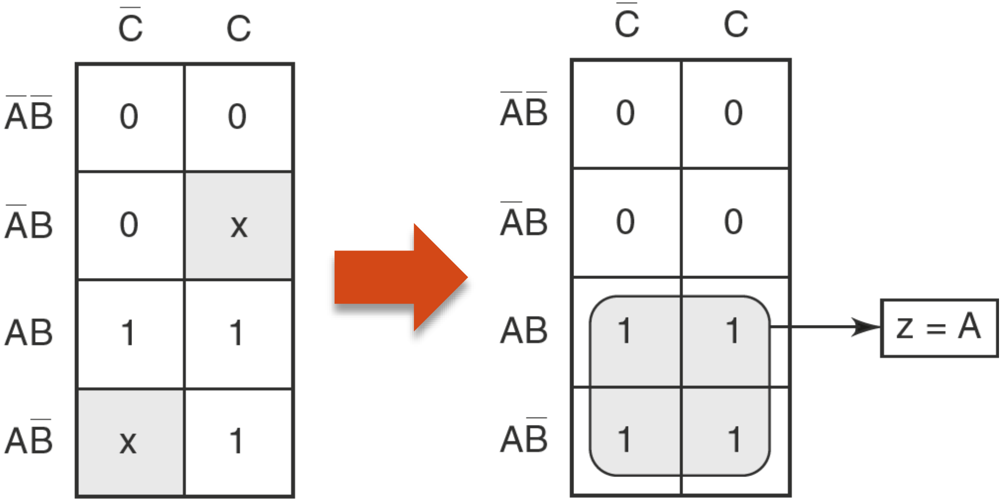
- Um projetista está livre para fazer a saída ser 0 ou 1 para qualquer condição de irrelevância, podendo com isso **gerar uma expressão de saída mais simples**.

Exemplo:

O mapa K gerado pela tabela-verdade é mostrado abaixo:

- Veja *x* colocado nos quadrados $A\bar{B}\bar{C}$ e $\bar{A}BC$;
- O projetista deve alterar o *x* no quadrado $A\bar{B}\bar{C}$ para 1;
- O *x* no quadrado $\bar{A}BC$ para 0. Isso produz um quarteto que pode ser agrupado.

A	B	C	z	
0	0	0	0	
0	0	1	0	
0	1	0	0	
0	1	1	x	irrelevante
1	0	0	x	irrelevante
1	0	1	1	
1	1	0	1	
1	1	1	1	



Exercício:

A	B	C	Y
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	0
1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	1

Mapa de Karnaugh:

	AB	$A\overline{B}$	$\overline{A}\,\overline{B}$	$\overline{A}B$
C	1	0	0	0
$\overline{C}$	1	0	0	0

$Y = A.B$

Método da soma dos produtos:

$Y = A.B.\overline{C} + A.B.C$

$Y = A.B.(\overline{C} + C)$

$Y = A.B.(1)$

$Y = A.B$

Exercício:

A	B	C	Y
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	0
1	1	1	1

	$A\,B$	$A\,\overline{B}$	$\overline{A}\,\overline{B}$	$\overline{A}\,B$
C	1	0	0	1
$\overline{C}$	0	0	0	0

$Y = C.B$

Método da soma dos produtos:

$Y = \overline{A}.B.C + A.B.C$

$Y = C.B.(\overline{A.} + A)$

$Y = C.B.1$

$Y = C.B$

Exercício:

A	B	C	Y
0	0	0	1
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	0

	AB	$A\overline{B}$	$\overline{A}\,\overline{B}$	$\overline{A}B$
C				
$\overline{C}$				

Exercício:

A	B	C	Y
0	0	0	1
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	0

	AB	$A\overline{B}$	$\overline{A}\,\overline{B}$	$\overline{A}B$
C	0	1	1	0
$\overline{C}$	1	1	1	1

$Y = \overline{C} + \overline{B}$

Método da soma dos produtos:

$$Y = \overline{A}.\overline{B}.\overline{C} + \overline{A}.\overline{B}.C + \overline{A}.B.\overline{C} + A.\overline{B}.\overline{C} + A.\overline{B}.C + A.B.\overline{C}$$

$$Y = \overline{A}.\overline{B}.(\overline{C} + C) + B.\overline{C}.(\overline{A} + A) + A.\overline{B}.(\overline{C} + C)$$

$$Y = \overline{A}.\overline{B}.(1) + B.\overline{C}.(1) + A.\overline{B}.(1)$$

$$Y = \overline{A}.\overline{B} + B.\overline{C} + A.\overline{B}$$

$$Y = \overline{B}.(\overline{A} + A) + B.\overline{C}$$

$$Y = \overline{B} + B.\overline{C}$$

$$Y = \overline{B} + \overline{C}$$

Teorema 15b