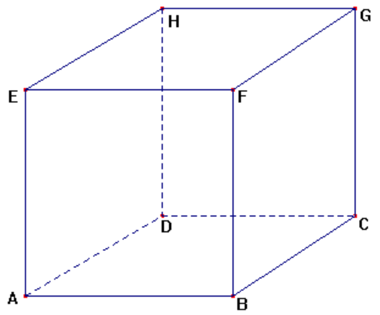
Lista de Exercícios: VETORES

1) Determine as somas que se pedem:



a) $\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{CD}+\overrightarrow{DH}+\overrightarrow{GC}+\overrightarrow{HB}+\overrightarrow{AG}$

b) $\overrightarrow{ED}+\overrightarrow{DB}+\overrightarrow{BF}$

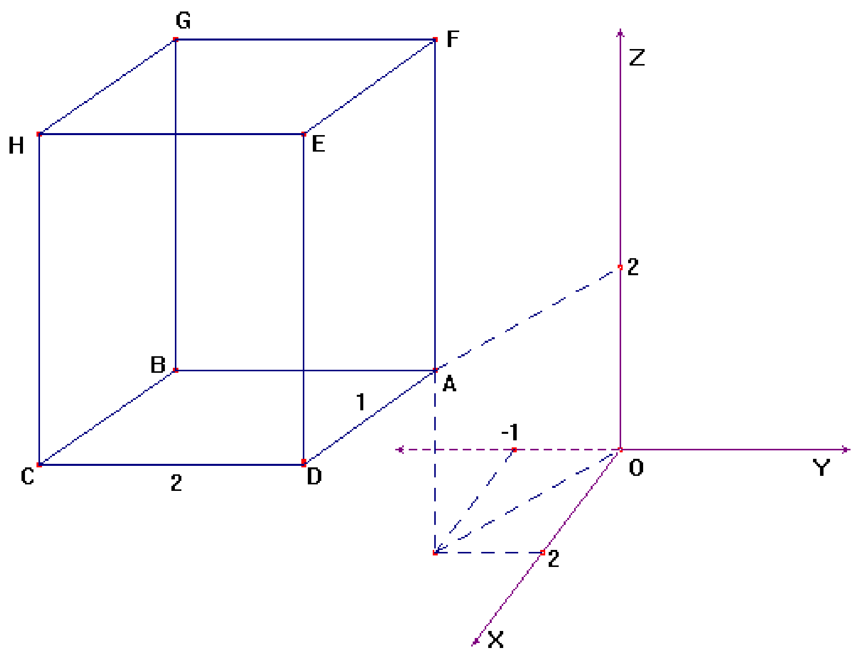
c) $\overrightarrow{BF}+\overrightarrow{BG}+\overrightarrow{BC}$

d) $\overrightarrow{HE}+\overrightarrow{EF}+\overrightarrow{FG}+\overrightarrow{BG}+\overrightarrow{BH}$

e) $\overrightarrow{AE}+\overrightarrow{EF}+\overrightarrow{FG}+\overrightarrow{GC}$

RESP: a) $\overrightarrow{AC}$ b) $\overrightarrow{EF}$ c) $2\overrightarrow{BG}$ d) $2\overrightarrow{BG}$ e) $\overrightarrow{AC}$.

2) A figura abaixo representa um paralelepípedo retângulo de arestas paralelas aos eixos coordenados e de medidas 2,1 e 3. Determinar as coordenadas dos vértices deste sólido, sabendo que A (2, –1,2).



RESP: B(2, –3,2), C(3, –3,2) , D(3, –1,2), E(3, –1,5), F(2, –1,5), G(2, –3,5) e H(3, –3,5)

3) Determine x para que se tenha $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{CD}$, sendo A (x,1), B(4,x+3), C(x,x+2) e D(2x,x+6). **RESP:** x=2

4) Sejam os pontos M(1,–2,–2) e P(0,–1,2), determine um vetor $\vec{v}$ colinear à $\overrightarrow{PM}$ e tal que $|\vec{v}|=\sqrt{3}$.

RESP: $\vec{v}=\left(\pm\frac{1}{\sqrt{6}},\mp\frac{1}{\sqrt{6}},\mp\frac{4}{\sqrt{6}}\right)$

5) Achar um vetor $\vec{x}$ de módulo igual a 4 e de mesmo sentido que o vetor $\vec{v} = 6\vec{i} - 2\vec{j} - 3\vec{k}$.

RESP: $\vec{x} = \left(\frac{24}{7}, -\frac{8}{7}, -\frac{12}{7}\right)$

6) Sejam $\vec{a} = \vec{i} + 2\vec{j} - 3\vec{k}$ e $\vec{b} = 2\vec{i} + \vec{j} - 2\vec{k}$. Determine um versor dos vetores abaixo:

a) $\vec{a} + \vec{b}$ B) $2\vec{a} - 3\vec{b}$ c) $5\vec{a} + 4\vec{b}$

RESP: a) $\vec{u} = \frac{1}{\sqrt{43}}(3,3,-5)$ b) $\vec{u} = \frac{1}{\sqrt{17}}(-4,1,0)$ c) $\vec{u} = \frac{1}{\sqrt{894}}(13,14,-23)$

PRODUTO ESCALAR (ou PRODUTO INTERNO)

7) Sendo $\vec{u} = (2,3,1)$ e $\vec{v} = (1,4,5)$. Calcular:

a) $\vec{u} \bullet \vec{v}$ b) $(\vec{u} - \vec{v})$ c) $(\vec{u} + \vec{v})^2$ d) $(3\vec{u} - 2\vec{v})^2$ e) $(2\vec{u} - 3\vec{v}) \bullet (\vec{u} + 2\vec{v})$

RESP: a) 19 b)18 c)94 d)66 e) –205 f)–28

8) Determinar a, de modo que o ângulo Â do triângulo ABC, seja 60^0. Dados: A(1,0,2), B(3,1,3) e C(a+1,–2,3). **RESP:** –1 ou $\frac{13}{5}$

9) Os vetores $\vec{u}$ e $\vec{v}$ formam um ângulo de 60^0. Sabe-se que $||\vec{u}|| = 8$ e $||\vec{v}|| = 5$, calcule:

a) $||\vec{u} + \vec{v}||$ b) $||\vec{u} - \vec{v}||$ c) $||2\vec{u} + 3\vec{v}||$ d) $||4\vec{u} - 5\vec{v}||$

RESP: a) $\sqrt{129}$ b)7 c) $\sqrt{721}$ d) $\sqrt{849}$

10) Determinar o valor de x para que os vetores $\vec{v}_1 = x\vec{i} - 2\vec{j} + 3\vec{k}$ e $\vec{v}_2 = 2\vec{i} - \vec{j} + 2\vec{k}$, sejam ortogonais. **RESP:** x=–4

11) Determine um vetor unitário ortogonal aos vetores $\vec{a} = (2,6,-1)$ e $\vec{b} = (0,-2,1)$.

RESP: $\vec{c} = \left(\mp\frac{2}{3}, \pm\frac{1}{3}, \pm\frac{2}{3}\right)$

12) Dados $\vec{a} = (2,1,-3)$ e $\vec{b} = (1,-2,1)$, determinar o vetor $\vec{v} \perp \vec{a}, \vec{v} \perp \vec{b}$ e $||\vec{v}|| = 5$.

RESP: $\vec{v} = \pm\frac{5\sqrt{3}}{3}(1,1,1)$

RESP: $\vec{x} = (2,-3,0)$

13) O vetor $\vec{v} = (-1,-1,-2)$ forma um ângulo de 60^0 com o vetor $\overrightarrow{AB}$, onde A (0,3,4) e B(m, –1,2). Calcular o valor de m. **RESP:** m=–34 ou m=2

PRODUTO VETORIAL

14) Determinar o vetor $\vec{v}$, sabendo que ele é ortogonal ao vetor $\vec{a} = (2,-3,1)$ e ao vetor $\vec{b} = (1,-2,3)$ e que satisfaz a seguinte condição; $\vec{v} \bullet (\vec{i} + 2\vec{j} - 7\vec{k}) = 10$. **RESP:** $\vec{v} = (7,5,1)$

15) Determinar $\vec{v}$, tal que $\vec{v}$ seja ortogonal ao eixo dos y e que $\vec{u} = \vec{v} \times \vec{w}$, sendo $\vec{u} = (1,1,-1)$ e $\vec{w} = (2,-1,1)$. **RESP:** $\vec{v}$=(1,0,1)

16) São dados $\vec{v}_1$=(3,2,2) e $\vec{v}_2$=(18,–22,–5), determine um vetor $\vec{v}$, que seja ortogonal à $\vec{v}_1$ e a $\vec{v}_2$, tal que forme com o eixo OY um ângulo obtuso e que $||\vec{v}||$=28. **RESP:** $\vec{v}$=(–8,–12,24)

17) Dados os vetores $\vec{u}$=(1,–1,1) e $\vec{v}$=(2,–3,4), calcular:

a) A área do paralelogramo de determinado por $\vec{u}$ e $\vec{v}$; **RESP:** a)A=$\sqrt{6}$u.a.

b) a altura do paralelogramo relativa à base definida pelo vetor $\vec{u}$. **RESP:** $h = \sqrt{2}$u.c.

18) A área de um triângulo ABC é igual a $\sqrt{6}$. Sabe-se que A(2,1,0), B(–1,2,1) e que o vértice C pertence ao eixo OY. Calcule as coordenadas de C. **RESP:** (0,3,0) ou $\left(0,\frac{1}{5},0\right)$

PRODUTO MISTO

19) Determinar o valor de k para que os pontos A(0,0,3),B(1,2,0), C(5,–1,–1) e D(2,2,k) sejam vértices de uma mesma face de um poliedro. **RESP:** k=– 1

20) Sejam os vetores $\vec{u}$=(1,1,0), $\vec{v}$=(2,0,1) e $\vec{w}_1 = 3\vec{u} - 2\vec{v}$, $\vec{w}_2 = \vec{u} + 3\vec{v}$ e $\vec{w}_3 = \vec{i} + \vec{j} - 2\vec{k}$.

Determinar o volume do paralelepípedo definido por $\vec{w}_1$, $\vec{w}_2$ e $\vec{w}_3$. **RESP:** V=44 u.v.

21) São dados os pontos A(1, –2,3), B(2, –1, –4), C(0,2,0) e D(–1,m,1), calcular o valor de m para que seja de 20 unidades o volume do paralelepípedo determinado pelos vetores $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$ e $\overrightarrow{AD}$. **RESP:** m=6 ou m=2

.