CIRCUITOS ELÉTRICOS

FUNDAMENTOS TEÓRICOS

Prof. Charles Borges de Lima.

2008

"O conhecimento adquirido é a base que serve para a construção de conhecimentos maiores."
O Autor.

1. REVISÃO SOBRE CIRCUITOS ELÉTRICOS

Neste capítulo será feita uma revisão dos principais conceitos e teorias envolvidos para a resolução de circuitos elétricos. É indispensável o domínio dos conceitos apresentados para se ter **base** e capacidade de resolução dos circuitos que empregam amplificadores operacionais. Também é importante o conhecimento da física envolvida, a qual facilita o aprendizado.

São apresentados vários exemplos para tornar clara a teoria, enfatizando questões importantes de eletrônica e circuitos em geral. Ao final do capítulo é feito um resumo com as principais conclusões dos pontos abordados e são propostos exercícios para fixar conceitos e explorar mais a fundo a análise de circuitos.

1.1 Carga, Corrente, Tensão e Potência Elétrica

A matéria é composta por diferentes tipos e quantidades de átomos, os quais se agrupam para formar o mundo que vemos e sentimos. O átomo é composto basicamente por prótons, elétrons e neutros. Os prótons e elétrons possuem carga elétrica e o nêutron funciona como uma cola que mantém unidos os prótons no núcleo atômico. O átomo funciona mais ou menos com um sistema planetário onde os planetas (elétrons) giram em torno do sol (núcleo). Nos sistemas planetários os planetas estão ligados ao sol pela força gravitacional, enquanto que no átomo, os elétrons estão ligados ao núcleo pela forca elétrica. Na Fig. 1 é apresentado o átomo de carbono, o qual é composto por 6 elétrons, 6 prótons e 6 nêutrons[1]. Convencionou-se que os elétrons possuem carga elétrica negativa e os prótons, positiva, ambas com mesma magnitude.

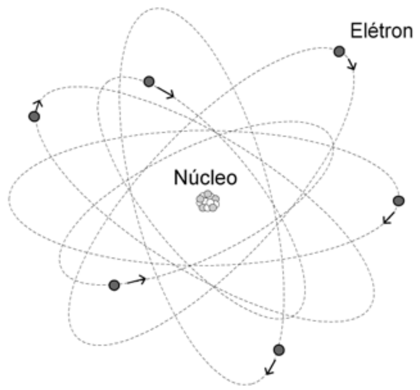


Fig. 1 – Concepção clássica do átomo de carbono.

O trabalho nos sistemas elétricos e eletrônicos é realizado justamente devido à força de atração elétrica entre cargas positivas e negativas, onde o elétron é o ator principal. Nos metais os elétrons têm grande mobilidade e correntes elétricas podem ser produzidas. Elementos com carga positiva têm falta de elétrons enquanto que elementos com carga negativa têm excesso de elétrons.

A ***Carga elétrica*** *é uma grandeza elementar que não pode ser definida em termos de outras grandezas. Pode ser positiva ou negativa e geralmente é representada pela letra Q.*

[1] Na realidade a estrutura atômica do carbono é bem mais complexa que a apresentada, mas essa nos serve.

A quantidade de carga existente numa determinada região é a diferença entre o número de cargas positivas e negativas. A unidade de carga é o *Coulomb* [C] e a menor carga elétrica corresponde a do elétron $e^{-} = 1{,}6\times10^{-19}\ C$.

A ***Corrente elétrica*** *é o fluxo de elétrons, ou seja, a quantidade de carga elétrica que atravessa uma determina região em um dado tempo.*

Matematicamente a corrente elétrica é a taxa de variação da carga elétrica em relação ao tempo:

$$i = \frac{\Delta Q}{\Delta t} \qquad [\mathrm{A}]$$

onde ΔQ é a quantidade de carga que atravessou um determinada região em Δt segundos. A corrente é expressa em *Ampères* [A].

Um *Ampère* é igual 1 *Coulomb* de carga atravessando uma região em um segundo (1 A = 1 C/s), ou seja, $6{,}25\times10^{18}$ elétrons por segundo! Na Fig. 2 podemos ver o que a corrente elétrica significa em termos do movimento de elétrons em um fio.

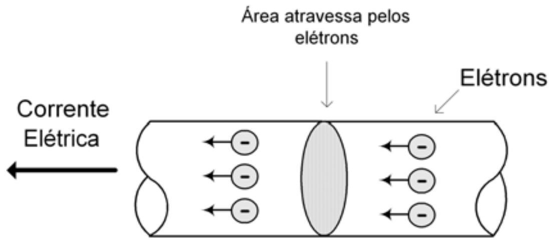


Fig. 2 – Movimento de cargas elétricas através de uma fio produzindo a corrente elétrica.

Exemplo 1: Numa determinada seção transversal de um condutor passou 20 C de carga em em 2 s. Qual a corrente elétrica medida?

$$i = \frac{\Delta Q}{\Delta t} = \frac{20C}{4s} = 5\,\mathrm{A}$$

Exemplo 2: Numa determinada seção transversal de um condutor passou 2×10^{20} elétrons em 60 s. Qual o valor da corrente elétrica que aí seria medida?

$$\Delta Q = \text{Nr. de elétrons} \times \text{Carga do elétron}$$

$$\Delta Q = 2\times10^{20} \times 1{,}6\times10^{-19} = 32\ \mathrm{C}$$

$$i = \frac{\Delta Q}{\Delta t} = \frac{32C}{60s} = 0{,}533\,\mathrm{A}$$

Importante são os múltiplos e submúltiplos mais utilizados do *Ampère*:

Múltiplo – kiloampère [kA] = 1×10^{3} = 1.000 [A] .

Submúltiplos – miliampère [mA] = 1×10^{-3} = 0,001 [A] (*muito utilizado em eletrônica*).
microampère [μA] = 1×10^{-6} = 0,000001 [A].
nanoampère [nA] = 1×10^{-9} = 0,000000001 [A].
picoampère [pA] = 1×10^{-12} = 0,000000000001 [A].

O uso de múltiplos e submúltiplos se justifica pela facilidade de escrita e manipulação da notação científica.

Exemplo 3: Converter 13 mA e 450 μA para seus múltiplos e submúltiplos.

13 mA = 0,013 A	450 μA = 0,00045 A
= 0,013000 A = 13.000 μA	= 0,00045 A = 0,45 mA
= 0,013000000 A= 13.000.000 nA	= 0,000450000 A = 450.000 nA
= 0,013000000000 A=13.000.000.000 pA	= 0,000450000000 A = 450.000.000 pA

O segredo está em converter primeiro para o *Ampère* e depois para a escala desejada mantendo os zeros ou a vírgula adequados à escala.

Os elétrons da mesma forma que a matéria não podem serem criados, entretanto, existem formas de movimentá-los criando as correntes elétricas. Para que os elétrons possam se movimentar é necessária à existência de uma diferença de potencial, ou seja, de cargas elétricas entre dois pontos. Como as cargas com sinais opostos se atraem, existe na diferença de potencial uma força pronta a ser usada[2].

Imaginemos uma esfera suspensa por um cabo de aço, neste caso teríamos uma diferença de potencial gravitacional e a energia gravitacional poderia ser usada para realizar trabalho útil, ver Fig. 3a. Nos sistemas elétricos se utiliza a diferença de potencial elétrico produzido pela separação de elétrons dos átomos. A energia elétrica pode ser utilizada com o movimento dos elétrons por algum circuito, ver Fig. 3b. Quem força a circulação da corrente entre pontos de um condutor é a diferença de potencial aplicada a esses pontos (*ddp*).

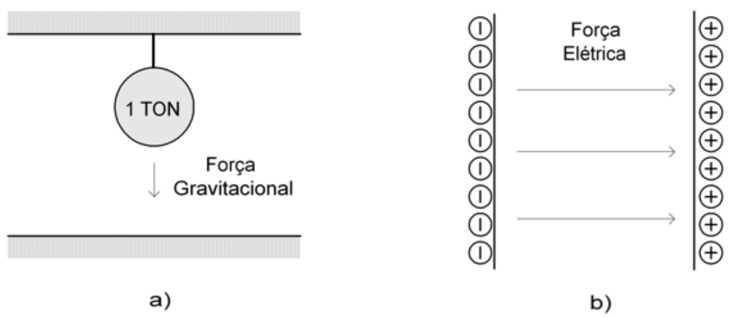


Fig. 3 – a) força gravitacional em uma esfera com uma tonelada de peso e, b) força elétrica entre elementos com cargas elétricas separadas.

Nas usinas hidroelétricas o potencial gravitacional armazenado na água da represa é usado para girar a turbina do gerador. Este transforma a energia mecânica proveniente da força d'água em elétrica. Para tal, emprega forças eletromagnéticas separando os elétrons das estruturas moleculares dos átomos de cobre dos seus enrolamentos. Assim, produzindo as diferenças de potencial elétrico. Resumindo, devido à gravidade a água movimenta a turbina que está ligada ao eixo de um gerador e este converte a energia mecânica em elétrica[3].

[2] A natureza busca a estabilidade, as diferenças procuram ser minimizadas para se atingir o equilíbrio.
[3] No horário de verão se economizar água nas represas. Logo, armazena-se energia elétrica indiretamente.

Em uma pilha ou bateria a energia elétrica provém de reações químicas.

Do que foi exposto acima, podemos então, definir tensão elétrica:

Tensão elétrica *é a diferença de potencial elétrico entre* *dois pontos* *de um circuito.*

A unidade de medida da tensão elétrica é o *volt*, representado pela letra [V]. E os múltiplos e submúltiplos mais empregados são:

Múltiplo – kilovolt [kV] = 1×10^3 = 1.000 [V] .

Submúltiplos – milivolt [mV] = 1×10^{-3} = 0,001 [V] (*muito utilizado em eletrônica*).
microvolt [μV] = 1×10^{-6} = 0,000001 [V].
nanovolt [nV] = 1×10^{-9} = 0,000000001 [V].

Então, a separação das cargas dá origem à tensão elétrica e a corrente ao movimento das mesmas. Agora já podemos ver o que significa potência elétrica.

Potência elétrica *é a quantidade de energia absorvida por unidade de tempo. É dada pela tensão versus a corrente.*

A potência é expressa em *Watts* [W] sendo dada por:

$$P = V.I \quad \text{[W]}.$$

Lembrando que um *Watt* de potência é igual a um *Joule* de energia consumida em um segundo [W = J/s][4].

Os múltiplos e submúltiplos mais encontrados do *Watt* são:

Múltiplos – Megawatt [MW] = 1×10^6=1.000.000 [W].
kilowatt [kW] = 1×10^3 = 1.000 [W] .

Submúltiplos – miliwatt [mW] = 1×10^{-3} = 0,001 [W] (*muito utilizado em eletrônica*).
microwatt [μW] = 1×10^{-6} = 0,000001 [W].
nanowat [nW] = 1×10^{-9} = 0,000000001 [W].

Exemplo 4: Um chuveiro elétrico residencial opera com 220V, dissipando 5500W. Qual a corrente elétrica que circula no circuito do chuveiro?

$$I = \frac{P}{V} = \frac{5500}{220} = 25 \text{ [A]}$$

---

[4] Uma das perguntas mais difíceis de responder é qual o real significado de energia. Pode-se dizer que a energia é tudo o que pode modificar a matéria, provocar ou anular movimentos, causar sensações, realizar trabalho, provocar transformações da matéria e transformar-se de uma forma em outra.

Exemplo 5: Um controle remoto de televisão opera com duas pilhas de 1,5V ligadas em série. Quando um botão é pressionado uma corrente média de 30mA é exigida. Qual é então, a potência elétrica consumida pelo controle remoto?

Como as duas pilhas estão ligadas em série, temos 3 V de alimentação (1,5 V + 1,5 V). Logo:

$$P = V.I = 3.0{,}03 = 90\,\text{mW}$$

1.2 Simbologias e Notações

Muito importante na resolução de circuitos elétricos é o emprego de uma simbologia para as grandezas físicas e os elementos do circuito. Nesta obra utilizaremos a simbologia da Fig. 4. As tensões serão representadas por flechas com setas abertas, o sinal positivo é usado para a ponta da flecha e o negativo para a calda. A notação usando os sinais é muito emprega na resolução de circuitos, entretanto, preferimos a flecha por possibilitar uma visualização rápida para a formulação das equações dos circuitos, evitando erros comuns com os sinais. A corrente será representada por flechas com setas fechas e preenchidas, indicando o movimento inverso dos elétrons. Este é o sentido adotado por convenção, ou seja, a corrente sai do pólo positivo e vai ao pólo negativo da fonte de tensão. Sempre adotaremos o sentido convencional da corrente na análise de circuitos.

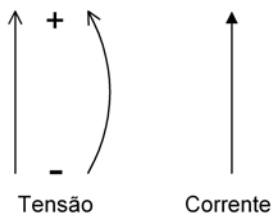


Fig. 4 – Simbologia para a tensão e a corrente elétrica.

Na Fig. 5 são apresentados os símbolos para as fontes de tensão e corrente utilizados em sistemas de corrente contínua, como será visto posteriormente. Na Fig 5a temos o símbolo que representa uma bateria; b) o símbolo genérico de uma fonte de tensão; c) a simbologia muito utilizada em esquemas eletrônicos, onde a alimentação do circuito é representada por um ponto com sua *ddp* em relação ao terra (ponto de referência comum do circuito); d) fonte de tensão alternada, que pode ou não conter sua polaridade para indicar seu valor instantâneo; c) fonte de corrente contínua (fornece corrente constante ao circuito alimentado). Os símbolos V e A representam *volt* e *Ampère* respectivamente.

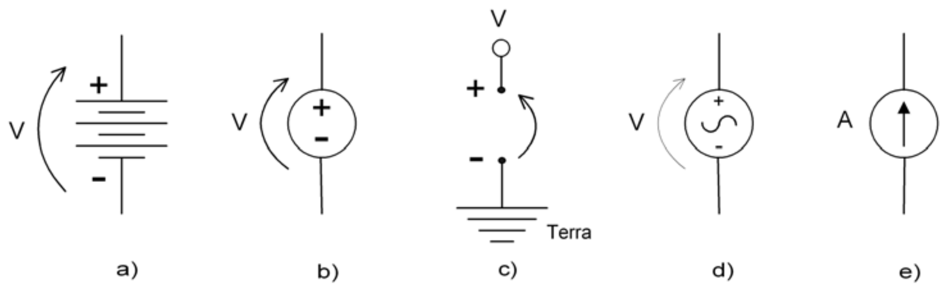


Fig. 5 – Símbolos para as fontes independentes de corrente e tensão.

Na representação das grandezas físicas para o equacionamento dos circuitos adotaremos a letra minúscula para representar variáveis em regime contínuo e a maiúscula com um ponto para as variáveis com respostas alternadas no tempo, representadas por números complexos. Por exemplo, $i_1 + i_2 = i_3$ (corrente contínua), $\dot{V}_4 = \dot{V}_5 + \dot{V}_7$ (tensão alternada) .

Teremos ainda, fontes de tensão e corrente controladas por tensão e corrente, chamadas fontes dependentes, onde os valores de tensão e correntes são controlados por outras variáveis do circuito, como pode ser visto na Fig. 6. Em a) temos que a tensão da fonte é proporcional a uma tensão v_x; b) a tensão da fonte depende da corrente i_x; c) a corrente da fonte i_y depende da tensão v_x; d) a corrente da fonte depende da corrente i_x. Onde B é uma constante que pondera a dependência.

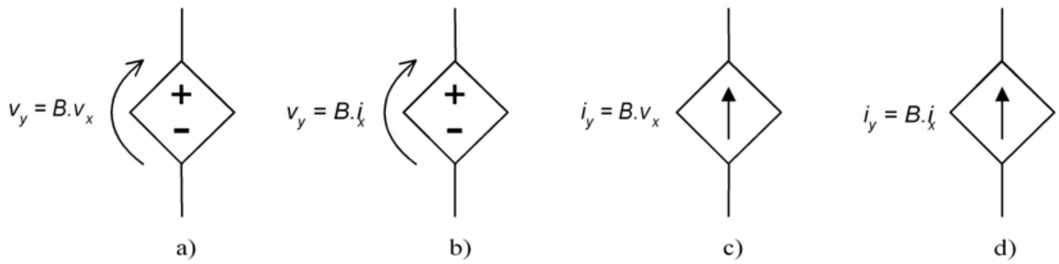


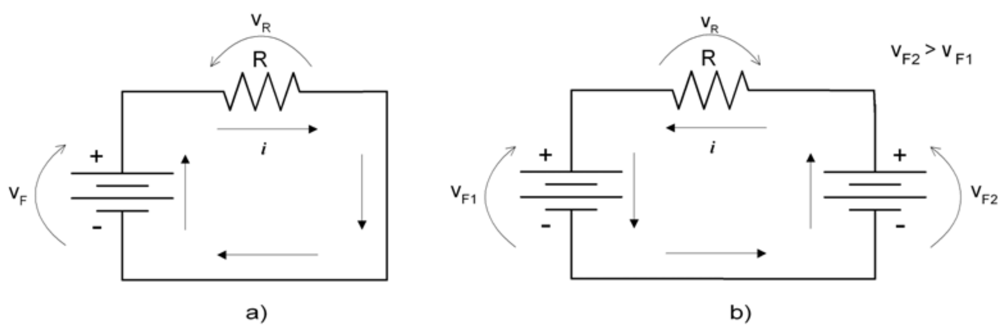
Fig. 6 – Símbolos para as fontes dependentes de corrente e tensão.

1.3 Elementos Ativos, Passivos e Lei de Ohm

Circuito elétrico é todo conjunto de componentes eletricamente conectados que desempenha uma função específica[5].

Os elementos ativos são componentes que fornecem energia ao circuito enquanto que elementos passivos absorvem energia do circuito. *Quando setas de tensão e corrente estão no mesmo sentido o elemento é ativo, caso contrário passivo*. Na Fig. 7a a fonte de tensão v_F é um elemento ativo que está fornecendo corrente ao circuito, enquanto o resistor R é passivo, somente absorve energia. Já na Fig. 7b a fonte v_{F1} está absorvendo energia juntamente com o resistor, como a fonte v_{F2} possui tensão maior, ela se tornou o elemento ativo do circuito.

As baterias recarregáveis são exemplos de elementos que podem ser ativos e passivos, quando elas estão alimentando algum circuito (Fig. 7a) são elementos ativos, e quando estão sendo carregadas (Fig. 7b), passivos. Outros elementos que podem ser ativos e passivos são os capacitores e os indutores, como veremos posteriormente. Por outro lado, o resistor será sempre um elemento passivo, dissipando a energia absorvida em forma de calor.



[5] Definição extraída do dicionário da língua portuguesa Houaiss. A propósito, um bom dicionário é um excelente meio de pesquisa.

Resistência elétrica é o elemento que dificulta a passagem da corrente elétrica pelo circuito. Quanto maior a resistência mais difícil para os elétrons circularem pelo circuito. Nos materiais condutores a resistência deve ser muito baixa. Por outro lado, nos matérias isolantes a resistência deve ser muito alta para impedir a corrente elétrica.

A unidade de medida que representa a resistência é o Ohm [Ω]. Os múltiplos e submúltiplos mais usados para a resistência são:

Múltiplos – Megaohm [MΩ] = 1×10^{6}=1.000.000 [Ω].
kilohm [kΩ] = 1×10^{3} = 1.000 [Ω] (*muito utilizado em eletrônica*).

Submúltiplos – miliohm [m Ω] = 1×10^{-3} = 0,001 [Ω]

Da Fig. 7a já podemos extrair a lei de Ohm, a qual diz que a *tensão em um resistor é proporcional a R vezes a corrente*:

$$V = R.I \quad [\mathrm{V}],$$

onde R é a resistência.

Podemos ver da lei de Ohm que a corrente vai ser limitada pela resistência. Se isolarmos I veremos que quanto maior a tensão maior será a corrente. O que é coerente, pois se aumenta a pressão elétrica para movimentação dos elétrons.

Sabendo-se que a potência é $P = V.I$ podemos deduzir as equações que relacionam tensão, potência, resistência e corrente. Estas equações são <u>fundamentais</u> para a resolução de circuitos elétricos.

Assim é fácil mostrar, que para um resistor a potência também pode ser dada por:

$$P = R.I^2 \quad \text{ou} \quad P = \frac{V^2}{R} \quad [\mathrm{W}]$$

Se $V = R.I$ e $P = V.I$, substituindo V em P resulta $P = R.I.I = R.I^2$.

Se $I = \dfrac{V}{R}$ e $P = V.I$, substituindo I em P resulta $P = V.\dfrac{V}{R} = \dfrac{V^2}{R}$.

Trabalhando-se com a lei de Ohm, e isolando uma das variáveis, P, V, I ou R, montamos o circulo mágico da lei de Ohm, apresentado na Fig. 8, onde as variáveis centrais (isoladas) são iguais às adjacentes.

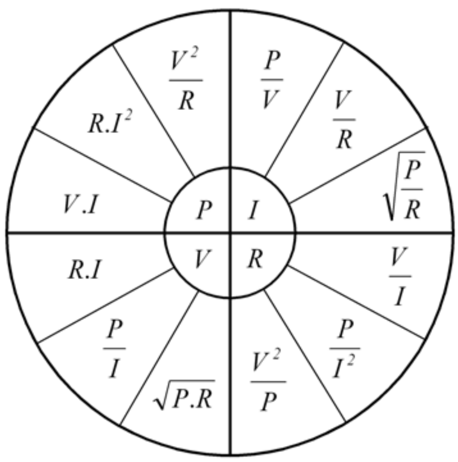


Fig. 8 – Circulo mágico da lei de Ohm.

Uma visão mais profunda da lei de Ohm nos informa sobre a linearidade desta, como visto na Fig. 9.

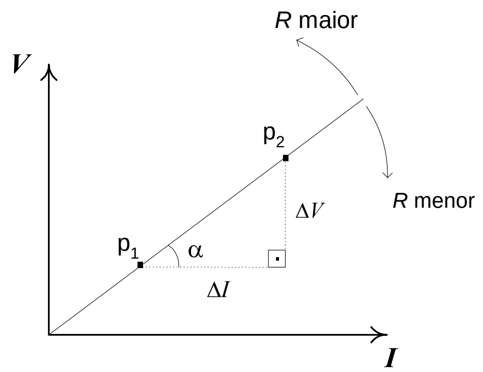


Fig. 9 – Gráfico para compreensão da lei de Ohm.

Observando a Fig. 9 e lembrando da trigonometria que $\operatorname{tg}\alpha = \dfrac{cateto\ oposto}{cateto\ adjacente}$, temos do triângulo retângulo:

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{\Delta V}{\Delta I} = R$$

Visto que a taxa de variação da tensão em relação a corrente é constante ($\Delta V / \Delta I$), forma-se uma reta. Como R é a razão entre a tensão e a corrente, e como dois pontos sobre uma reta sempre resultarão num triângulo de mesmas proporções (α), a resistência é constante e linear.

Uma resistência maior indica uma reta com maior inclinação e uma resistência menor uma reta com menor inclinação. Observando a Fig. 9 esse pensamento fica claro, sabendo que a reta é presa à origem, maior sendo a corrente (ΔI) e menor a tensão (ΔV), a resistência é menor e a reta fica mais próxima do eixo *I*, e vice-versa.

Exemplo 6: Um diodo emissor de luz (LED – *ligth emitting diode*) desses amplamente utilizados em eletrônica, apresenta uma queda de tensão de 1,5 V quando por ele circula uma corrente de 20mA. Qual sua resistência?

$$R = \frac{V}{I} = \frac{1{,}5}{0{,}02} = 75 \quad [\Omega]$$

Exemplo 7: Um resistor de uso comercial possui as seguintes características: dissipação máxima de potência ¼W, resistência nominal 220Ω. Se ele deve operar no limite de sua potência, qual a corrente máxima que ele suporta?

$P = R.I^2$, isolando *I*, resulta: $I = \sqrt{\dfrac{P}{R}} = \sqrt{\dfrac{0{,}25}{220}} = 33{,}7$ mA

Exemplo 8: a) Beltrano levou um choque elétrico, ao encostar um de seus dedos nos terminais do plugue que liga o forno de microondas. A corrente elétrica circulou entre seu braço, tronco e perna. A corrente foi em torno de 50mA. Sabendo que a tensão da tomada é 220V. Qual a resistência elétrica que seu corpo apresentou?

$$R = \frac{V}{I} = \frac{220}{0,05} = 4,4 \text{ k}\Omega$$

b) supondo que Beltrano estava usando um calçado com um bom isolamento elétrico e que ele encostou o polegar e o indicador em ambos pinos do plugue, qual a corrente que circulou por eles sabendo que a resistência elétrica entre seus dedos é de aproximadamente 700Ω?

$$I = \frac{V}{R} = \frac{220}{700} = 0,31 \text{ A}$$

Obs.: Ao se desligar equipamentos elétricos/eletrônicos puxando o plugue de alimentação se deve ter grande cuidado. Em hipótese nenhuma trabalhe com eletricidade molhado e com os pés descalços, porque a resistência do corpo diminui grandemente e as correntes podem ter magnitudes suficientes para matar.

A corrente que circula pelo corpo determinará o grau da lesão do choque, no exemplo b) a corrente têm magnitude suficiente para matar, mas provocará apenas um doloroso choque na mão do Beltrano. Entretanto, se essa corrente fosse entre um braço e uma perna passando pelo coração as conseqüências poderiam ser fatais.

Exemplo 9: Ciclano morava no Rio de Janeiro onde a tensão residencial é de 110V. Ele se mudou para Florianópolis onde a tensão é 220V. Falando com Fulano, ele perguntou se poderia usar seu ferro de passar de 1000W comprado no Rio de Janeiro, em Florianópolis. Se você fosse o Fulano o que responderia?

-- De forma alguma, a potência do ferro de passar vai aumentar 4 vezes.

Demonstre isso usando a lei de Ohm e você saberá o porquê. E se a situação fosse inversa e Ciclano tivesse comprado o ferro de passar em Florianópolis e quisesse usá-lo no Rio de Janeiro?

Pergunta:

Por que as linhas de transmissão de energia elétrica operam em muita alta tensão, como por exemplo, 380 kV?

1.4 A Corrente Alternada

Sistemas em corrente alternada são chamados sistemas CA (*AC - Alternating Current*). Nestes sistemas os elétrons podem fluir no circuito hora num sentido, hora noutro, a polaridade da fonte de tensão é trocada periodicamente. Na Fig. 10 temos formas de onda que descrevem o comportamento algumas fontes de tensão. A tensão V_1 é uma tensão alternada, mudando de polaridade com o passar do tempo, com valor de pico de +10V e -10V, repetindo-se com uma freqüência de 1Hz (1 vez por segundo) e período de 1s. A tensão V_2 indica uma fonte contínua de tensão com valor de 4,2V. A tensão V_3 indica uma tensão contínua, mas pulsada, tipicamente utilizada em circuitos digitais, com período de 30ms e freqüência de aproximadamente 33Hz. A tensão V_4 é contínua e ondulada com polaridade negativa.

A tensão V1 e V2 são sinais periódicos repetindo-se com uma determinada regularidade chamada período. A relação entre o período e a freqüência é dada por:

$$T = \frac{1}{f} \text{ [s]},$$

sendo a freqüência (f) o número de repetições por segundo e expressa em Hertz [Hz].

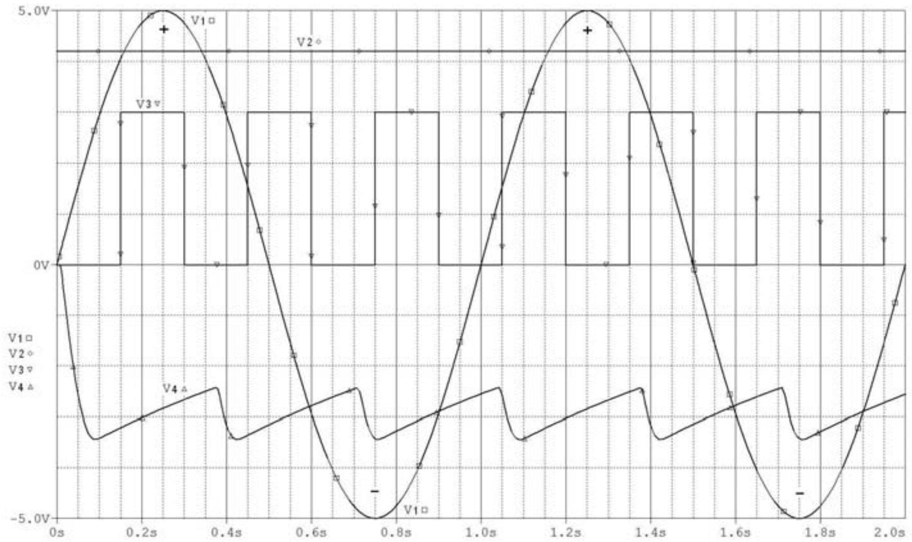


Fig. 10 – Formas de onda de tensão para fontes alternadas e contínuas.

O termo contínuo é empregado quando <u>não houver mudança de sinal</u>. E este pode ser representado por sinais pulsados e com outros tipos de variação.

As fontes contínuas também são conhecidas pela sigla DC – *direct current* ou CC – *continuous current*.

O termo corrente alternada é, então, empregado para designar circuitos que utilizam fontes de tensão que mudam de polaridade no tempo. Não esquecendo a corrente será determinada pela carga imposta pelo circuito.

Exemplo 10: Na Fig. 11 temos uma fonte de tensão alternada alimentando um resistor. Se a tensão da fonte for de 10V de pico, 1Hz, com uma resistência de carga de 2,5Ω; de acordo com a lei de Ohm a corrente será de 4A pico a pico e freqüência de 1Hz, conforme o gráfico.

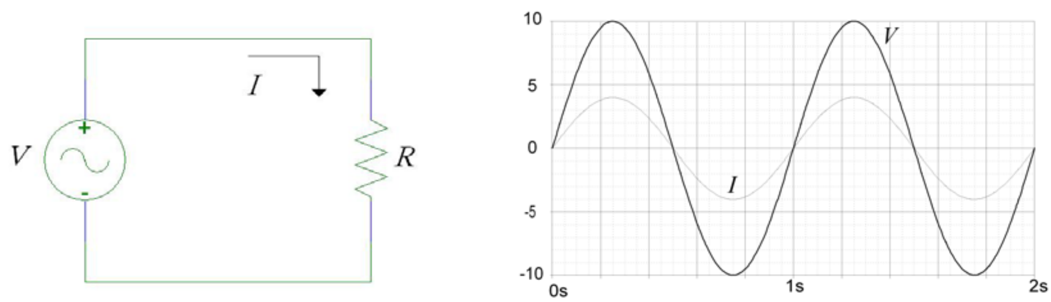


Fig. 11. Circuito em corrente alternada e formas de onda da tensão e corrente.

A rede elétrica no Brasil opera com uma freqüência de 60Hz. Isto significa que a cada segundo a polaridade da tensão que está alimentado nossa casa, muda 60 vezes! A aproximadamente 0,01667s, a tensão que era positiva se torna negativa e vice-versa. Por isso, não faz sentido falar em “positivo e negativo”, e sim fase e neutro. A fase contém os potenciais elétricos variáveis, e o neutro, ou terra, serve para fechar o circuito e fornecer um caminho para os elétrons. Se a pessoa encostar em uma fase e não houver caminho para os elétrons fluírem não ocorrerá o choque elétrico.

1.5 Leis de Kirchhoff

Para compreender as leis que regem os circuitos elétricos são necessárias algumas definições:

- **Nó** = é um ponto de interligação entre dois ou mais elementos de circuitos. Para resolução de circuitos, consideraremos um nó como a junção de três ou mais elementos.
- **Laço ou malha** = é qualquer trajetória de circuito fechado.

A Fig. 12 ilustra o significado dos laços e nós aplicado a um circuito elétrico e eletrônico. Na Fig. 12b são apresentados alguns laços existentes, outros como, por exemplo, entre o VCC e o terra passando pelo transistor Q não são mostrados. Interessante notar que os pontos de terra são interconectados fisicamente na realidade.

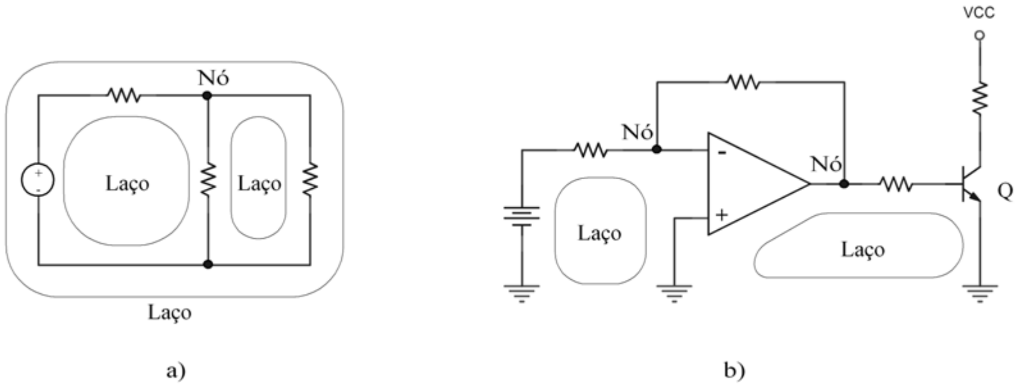


Fig. 12 – Exemplos de laços e nós: a) circuito elétrico puro e b) circuito eletrônico (não são apresentados todos os laços existentes).

A partir do conhecimento dos nós e laços Kirchhoff propôs:

Lei de Kirchhoff das correntes

A corrente total que entra em um nó tem que ser igual à corrente total que sai.

O que essa lei nos diz é de certo modo óbvio, pois na natureza nada se cria tudo se transforma[6]. Se por exemplo, entrarem dois elétrons em um nó, tem que sair dois elétrons do nó. Assim, se em cada ramo de um nó tiver 1A, na saída tem que haver 2A. Na Fig. 13 é ilustrada a lei das correntes para equacionamento de nós com três ramos e quatro ramos.

[6] Lavousier falou, demonstrou, e Einstein equacionou (*Energia = massa × (velocidade da luz)* ^{2}).

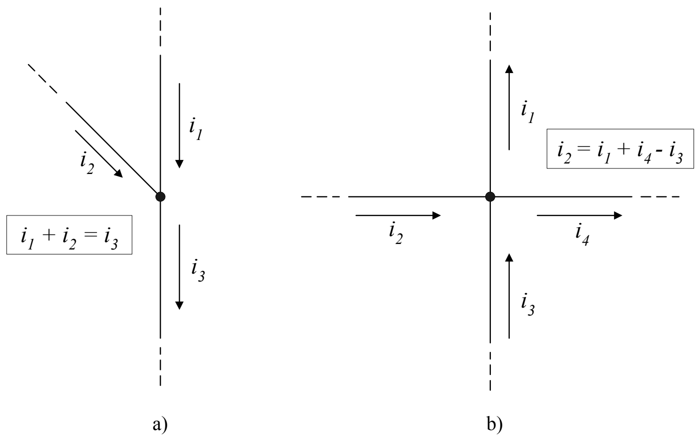
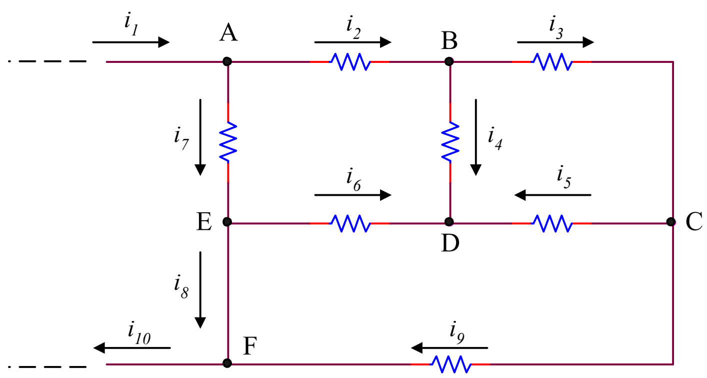


Fig. 13 – Uso da lei de Kirchhoff das correntes para equacionamento de nós. a) nó com três ramos e b) nó com quatro ramos.

Uma boa prática é adotar um sinal para as correntes que entram no nó e um contrário para as correntes que deixam o nó e somá-las igualando-as a zero. Desta forma, fica mais fácil equacionar nós com várias correntes e, mesmo em nós menores impede erros simples. Uma vez adotada uma convenção de sinais, esta deve ser seguida durante todo o equacionamento.

Na Fig. 13b se adotarmos o sinal positivo para as correntes que entram no nó e negativo para as que saem do nó, teremos então, $+i_2 + i_3 - i_1 - i_4 = 0$, ou isolando i_2, $i_2 = i_1 + i_4 - i_3$.

Exemplo 11: Na Fig. 14 é utilizado o sinal positivo para as correntes que entram no nó e o sinal negativo para as correntes que saem para equacionamento do circuito.



Convenção: corrente entrando (+)
corrente saindo (-)

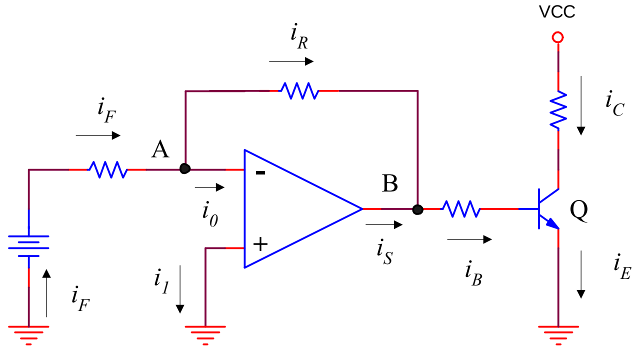
Equacionando os nós, resultam:

A : $i_1 - i_2 - i_7 = 0$
B : $i_2 - i_3 - i_4 = 0$
C : $i_3 - i_5 - i_9 = 0$
D : $i_6 + i_4 + i_5 = 0$
E : $i_7 - i_6 - i_8 = 0$
F : $i_8 + i_9 - i_{10} = 0$

Fig. 14. Circuito exemplo para uso da lei de Kirchhoff das correntes.

Se tivéssemos i_1 = 10A, obviamente i_{10} seria 10A, pois a corrente que entra no circuito tem que ser a mesma que sai. Após o equacionamento das correntes e resolução das equações, a magnitude encontrada indicará o sentido das correntes. Como, por exemplo, o nó D, onde todas as correntes estão se somando, uma ou mais delas resultará em uma corrente negativa, dizendo que a seta de corrente esta invertida. A convenção é extremamente útil no equacionamento de circuitos, ao final os valores encontrados se ajustarão corretamente.

Exemplo 12: Análise de correntes em um circuito eletrônico:



Nó A: $i_F = i_R + i_0$
Nó B: $i_B = i_R + i_S$

Transistor Q : $i_E = i_C + i_B$

Obs.: A corrente i_1 neste caso não nos interessa.

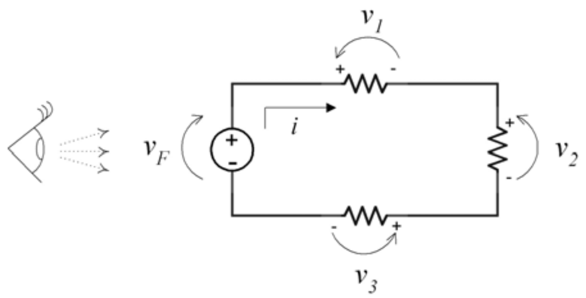
Fig. 15. Circuito eletrônico para uso da lei de Kirchhoff das correntes.

Lei de Kirchhoff das tensões

A soma algébrica das tensões em qualquer trajetória de um circuito fechado é zero.

Essa lei nos diz que em circuitos, um equilíbrio de tensões deve existir. Caso contrário, alguma fonte externa invisível estaria injetando ou consumindo elétrons e gerando diferenças de potenciais mágicas. A lei da conservação de energia seria violada.

Na Fig. 16, a lei de Kirchhoff é ilustrada, o uso da seta de tensão facilita o equacionamento. A idéia é adotar o sentido horário ou anti-horário para somar as tensões do laço, atribuindo valor positivo às setas do sentido escolhido e negativo às em contrário. O sentido pode mudar de laço para laço, conforme conveniência. Este é um método visual, como se olhássemos o circuito. Desta forma usando o sentido horário na Fig. 16, a tensão v_F é positiva e as demais, que estão em oposição ao sentido adotado, são negativas[7]. O uso da seta de tensão está condicionado à corrente, portanto, é necessário colocar as setas de corrente para, então, as de tensão. Lembrando que setas no mesmo sentido indicam elemento fornecendo energia e em sentido contrário consumindo. Os sinais se ajustam na resolução.



$$\boxed{+v_F - v_1 - v_2 - v_3 = 0}$$

$$\boxed{v_F = v_1 + v_2 + v_3}$$

Fig. 16 - Uso da lei de Kirchhoff das tensões para equacionamento de um laço.

Exemplo 13: Abaixo são apresentados os equacionamentos das tensões dos diversos laços do circuito da Fig. 17. Os laços que vão ser equacionados dependem do problema analisado.

[7] A maioria dos autores de livros sobre análise de circuitos adota os sinais (+) e (–) e não a seta de tensão. Para o autor deste livro, o método visual é mais rápido e evita erros comuns do emprego de sinais. Vai do gosto do cliente.

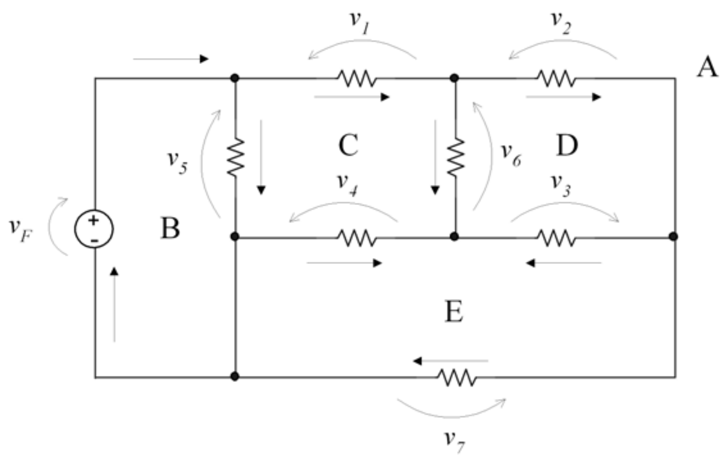


Fig. 17 – Circuito para o exemplo 13. Equacionamento de tensões em laços.

Laço A (externo): $v_F - v_1 - v_2 - v_7 = 0$ (sentido horário)
Laço B: $v_F = v_5$
Laço C: $v_5 - v_1 - v_6 + v_4 = 0$ (sentido horário)
Laço D: $v_6 - v_2 - v_3 = 0$ (sentido horário)
Laço E: $v_7 - v_3 - v_4 = 0$ (sentido anti-horário)
Outro laço: $v_7 + v_2 + v_1 - v_5 = 0$ (sentido anti-horário)
Outro laço: $v_2 - v_6 + v_4 + v_7 = 0$ (sentido anti-horário)
Outro laço: $v_5 - v_1 - v_2 - v_3 + v_4 = 0$ (horário)

Exemplo 14: Análise dos principais laços de tensões em um circuito eletrônico:

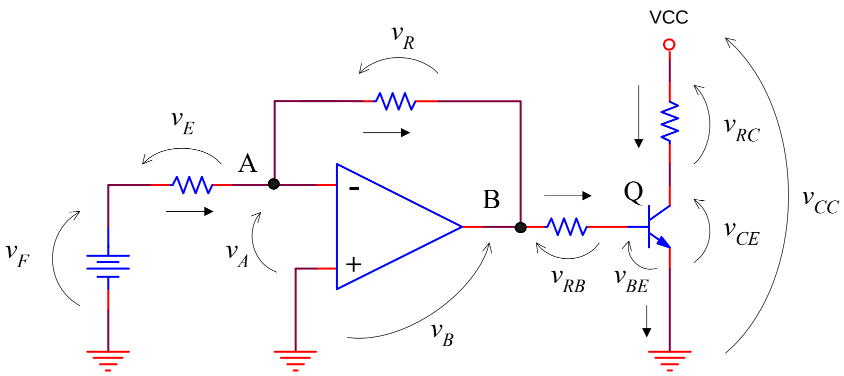


Fig. 18 – Circuito para o exemplo 14. Equacionamento de tensões num circuito eletrônico.

Laço com a fonte v_F: $v_F - v_E - v_A = 0$ (sentido horário)
$v_F - v_E - v_R - v_B = 0$ (sentido horário)
$v_F - v_E - v_R - v_{RB} - v_{BE} = 0$ (sentido horário)
Laço com o nó B : $v_B - v_{RB} - v_{BE} = 0$ (sentido horário)
Laço com a fonte v_{CC}: $v_{CC} - v_{RC} - v_{CE} = 0$ (sentido anti- horário)

Nota: A tensão v_A e v_B são as tensões em relação aos nós A e B e o terra, respectivamente.

Exemplo 15: Calcular as correntes e as potências fornecidas por cada fonte no circuito da Fig. 19.

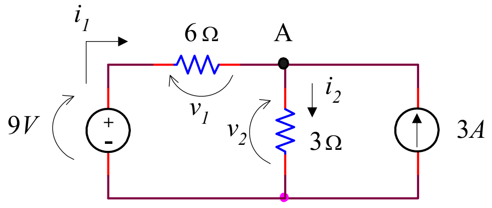


Fig. 19 – Circuito para o exemplo 15.

Equacionando o nó A: $i_1 + 3 = i_2$ (1)

Equacionando um laço da fonte de tensão:

$$9 - v_1 - v_2 = 0 \,,$$

e usando a lei de Ohm ($V = R.I$), temos:

$$9 - 6.i_1 - 3.i_2 = 0 \qquad (2)$$

Assim, temos duas equações e duas incógnitas. Isolando, por exemplo, i_1 em (1) e substituindo em (2), resulta:

$$9 - 6(i_2 - 3) - 3.i_2 = 0$$
$$9 - 6.i_2 + 18 - 3.i_2 = 0 \;\rightarrow\; 27 - 9.i_2 = 0 \;\rightarrow\; i_2 = 27/9 \;\rightarrow\; \boldsymbol{i_2 = 3A}$$

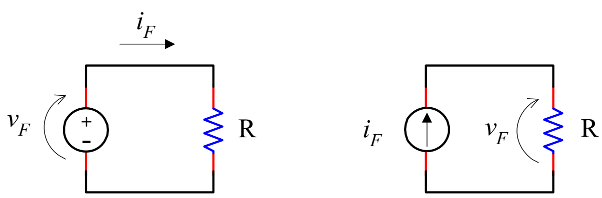
Se $i_2 = 3A$ e $i_1 = i_2 - 3$, logo $\rightarrow$ $\boldsymbol{i_1 = 0A}$.

Neste caso a fonte de corrente está "mandando" no circuito, como $v_2 = 9V$ não resulta diferença de potencial no resistor de 6Ω e a fonte de 9V não fornece corrente ao circuito. Então, as potências fornecidas são:

Fonte de tensão → $P = V.I = 9.0 = 0W.$

Fonte de corrente → $P = V.I = 9.3 = 27W$ (a tensão sobre a fonte de corrente é v_2)

É importante notar que *para fontes de tensão quem determina a corrente é a carga, e para fontes de corrente é o contrário, quem determina a tensão é a carga*. A Fig. 20 ilustra este fato. Na Fig. 20a, a corrente que a fonte fornece é $i_F = v_F/R$ e na Fig. 20b, a tensão sobre a fonte de corrente é $v_F = i_F.R$. O valor das fontes é fixo, o que pode mudar é a carga (R).



a) b)

Fig. 20 – a) A corrente numa fonte de tensão é determinada pela carga. b) a tensão numa fonte de corrente é determinada pela carga.

Fontes de corrente são difíceis de entender, visto que elas têm o poder de injetar correntes no circuito independentemente da carga. Na prática as fontes de corrente são elementos que tem um limite máximo de corrente e carga e as tensões geradas no circuito se adéquam à fonte de alimentação. Em eletrônica, por exemplo, temos os circuitos transistorizados, que são modelados por fontes de corrente.

Exemplo 16: Calcular a potência fornecida pelas fontes e a potência consumida pelos resistores no circuito da Fig. 21.

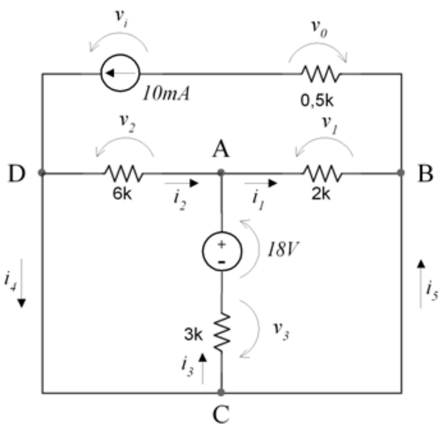


Fig. 21. Circuito para o exemplo 16.

Achando os valores para a fonte de corrente.

$v_0 = 10mA \times 0{,}5k\Omega = 5V$

Laço DCBD:

$v_i - v_0 = 0 \rightarrow v_i = v_0 \rightarrow \boldsymbol{v_i = 5V}$

Agora calculando o restante do circuito:

Laço ABCD:

$v_1 + v_2 = 0 \rightarrow v_1 = -v_2$ (1)

Laço ABC:

$18 - v_1 - v_3 = 0$ (2)

Se substituirmos (1) em (2) resulta:

$18 + v_2 - v_3 = 0 \rightarrow 18 + i_2.6k - i_3.3k = 0$ (3)

Temos em (3) duas incógnitas, precisamos outra relação que é dada pelo equacionamento dos nós para relacionar i_2 e i_3.

Nó A: $i_2 + i_3 = i_1 \rightarrow i_3 = i_1 - i_2$ (4)

Como $v_1 = -v_2$, ou seja, $i_1.2k = -i_2.6k \rightarrow i_1 = -i_2.6k/2k \rightarrow i_1 = -3.i_2$ (5)

Jogando (5) em (4), $i_3 = -3.i_2 - i_2 \rightarrow i_3 = -4.i_2$ (6)

Agora que relacionamos i_1 e i_3 à i_2 podemos resolver (3), substituindo (6) nesta.

$18 + i_2.6k - i_3.3k = 0 \rightarrow i_2.6k - (-4.i_2).3k = -18 \rightarrow i_2.6k + i_2.12k = -18 \rightarrow i_2(6k + 12k) = -18 \rightarrow i_2 = -18/18k$

$\boldsymbol{i_2 = -1mA}$, logo, $i_1 = -3. -1mA \rightarrow \boldsymbol{i_1 = 3mA}$ e $i_3 = -(4. -1ma) \rightarrow \boldsymbol{i_3 = 4mA}$

Calculando as potências das fontes ($P = V.I$):
Fonte de Corrente $\rightarrow P_i = v_i.10mA \rightarrow P_i = 5V.10mA = 50mW$

Fonte de tensão $\rightarrow P_v = 18V.i_3 \rightarrow P_v = 18V.4mA = 72mW$

Calculando a potência dissipada nos resistores ($P = R.I^2$):

$P_{0,5k} = 500\Omega.\ (0{,}01A)^2 = 50mW$

$P_{6k} = 6000\ \Omega.(0{,}001A)^2 = 6mW$
$P_{2k} = 2000\ \Omega.(0{,}003A)^2 = 18mW$

$P_{3k} = 3000\ \Omega.(0{,}004A)^2 = 48mW$

$P_v = P_{6k} + P_{2k} + P_{3k} = 6mW + 18mW + 48mW = 72mW$

$P_i = P_{0,5k} = 50mW$

Devida à lei de conservação da energia, a potência dissipada nos resistores deve que ser igual à potência fornecida pelas fontes, ou seja, a potência consumida deve ser igual a potência fornecida. Se não houver a igualdade, os cálculos estarão errados.

Nota-se dos resultados que a fonte de corrente não influencia na de tensão, pois, existe um curto circuito[8] entre os pontos DCB. Sinais negativos encontrados nas correntes ou tensões apenas indicam que o desenho das setas esta trocado com o valor real, o que não invalida os resultados.

[8] Curto circuito é uma conexão sem resistência em um dado circuito. Em eletromagnetismo, também é uma conexão de tamanho muito pequeno em relação ao comprimento de onda associada ao circuito.

Você ainda pode conferir as correntes i_4 e i_5.

Passos para a resolução de um circuito:

- Entender o problema;
- Escolher o método mais simples e fácil de resolução;
- Se necessário, redesenhar o circuito para melhor visualização;
- Nomear nós e laços;
- Colocar primeiro as setas de correntes e depois as de tensões;
- Equacionar os nós e laços que resolverão o problema, número de incógnitas igual ao número de equações;
- Trabalhar as equações matemáticas cuidando os sinais e as manipulações algébricas;
- Se possível, conferir os resultados através da soma das potências fornecidas e consumidas, bem como, do somatório das correntes e tensões nos nós e laços.

Sempre desconfiar de valores com magnitudes absurdas e fora do esperado.

1.6 Associação de Elementos em Circuitos

Associar elementos é importante porque permite a redução da complexidade dos circuitos, facilitando sua análise. Supondo dois circuitos elétricos, Fig. 22, a condição de equivalência entre eles é $i_A = i_B$, ou seja, a fonte V_F sente os circuitos A e B da mesma forma.

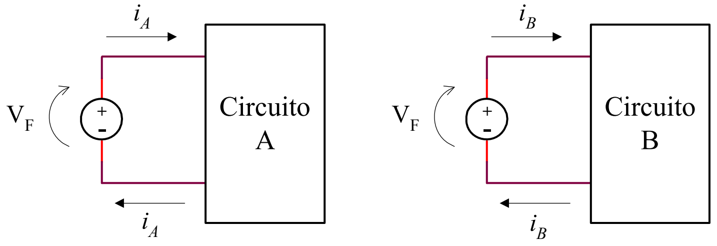


Fig. 22 – Circuitos equivalentes, $i_A = i_B$.

Elementos em série e paralelo

Elementos são conectados em série quando a mesma corrente os percorre. Na Fig. 23 a corrente i percorre os elementos 1, 2 e 3, a corrente é comum aos elementos, mas a tensão se divide. Exemplo de conexão série são as luzes de natal, onde diversas lâmpadas são ligadas em série.

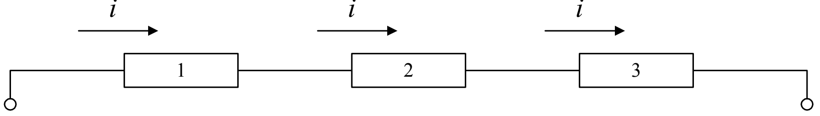


Fig. 23 – Elementos ligados em série.

Elementos são conectados em paralelo quando estão submetidos a uma mesma diferença de potencial (tensão). Na Fig. 24 a fonte de tensão VCC está alimentando igualmente os elementos 4, 5 e 6. A tensão é comum aos elementos, mas a corrente se divide.

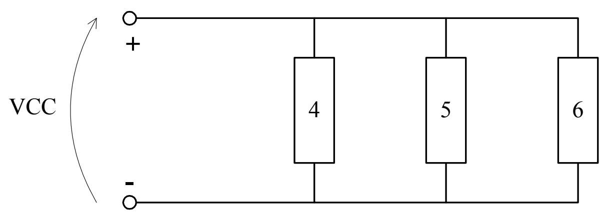


Fig. 24 – Elementos ligados em paralelo.

Em nossas casas todos os equipamentos eletro-eletrônicos são ligados em paralelo, a tensão que os alimenta é a mesma. A tensão é igual em todas as tomadas[9].

1.6.1 Resistências Equivalentes

A resistência que pode substituir toda uma associação de resistores é uma resistência equivalente. Na Fig. 25a temos um circuito com um conjunto de resistores, os quais exigem uma corrente *i* da fonte de tensão. A resistência que a fonte vê é a resistência equivalente, que pode substituir todo o conjunto de resistores, Fig. 24b.

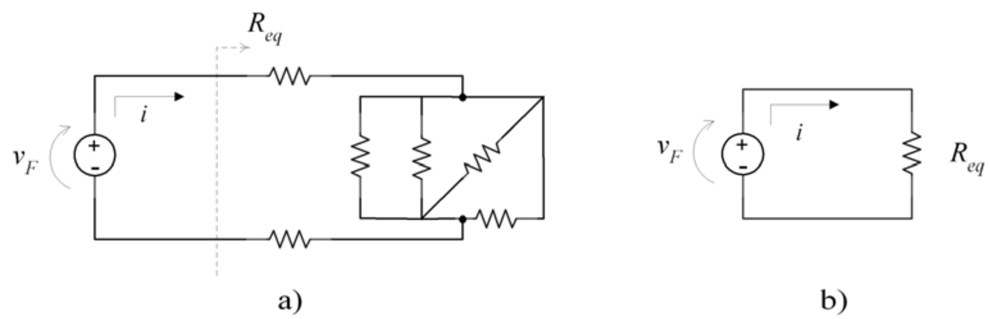


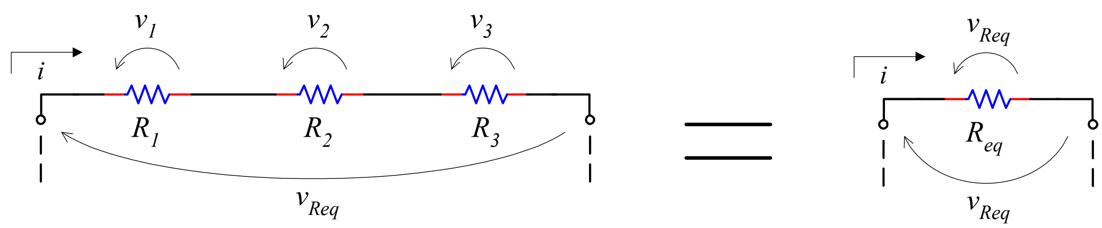
Fig. 25 – b) resistência equivalente do circuito resistivo de a) R_q.

Resistores em Série

A corrente é a mesma em todas as resistências e a tensão se dividirá de acordo com as resistências individuais. De acordo com a Fig. 26, acharemos a resistência equivalente usando as leis de Kirchhoff. Começamos equacionando o laço de tensão.

$v_{Req} = v_1 + v_2 + v_3$, usando a lei de Ohm → $v_{Req} = i.R_1 + i.R_2 + i.R_3$, isolando os resistores:

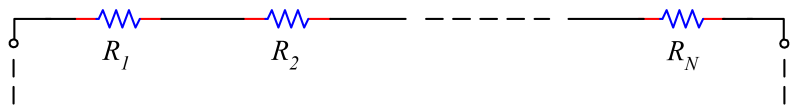
$$\frac{v_{Req}}{i} = R_1 + R_2 + R_3 \qquad \rightarrow \qquad \boxed{R_{eq} = R_1 + R_2 + R_3}$$



[9] Com exceção de sistemas bifásicos onde podem existir tomadas de 110V e 220V. Entretanto, todas as tomadas com mesma tensão estarão em paralelo.

Fig. 26 – Equivalência de resistores em série.

Generalizando para *N* resistências:



$$\boxed{R_{eq} = R_1 + R_2 + \ldots + R_N}$$

Resistores em Paralelo

A tensão é a mesma em todas as resistências e a corrente se dividirá de acordo com as resistências individuais. De acordo com a Fig. 27, acharemos a resistência equivalente usando as leis de Kirchhoff. Começamos equacionando o nó de corrente.

i = i1 + i2 + i3, usando a lei de Ohm → $i = \frac{v_{Req}}{R_1} + \frac{v_{Req}}{R_2} + \frac{v_{Req}}{R_3}$, dividindo i por v_{Req}, que equivale ao inverso da resistência equivalente, resulta:

$$\frac{i}{v_{Req}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \;\rightarrow\; \boxed{\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}} \;\rightarrow\; \boxed{R_{eq} = \frac{R_1 R_2 R_3}{R_2 R_3 + R_1 R_3 + R_1 R_2}}$$

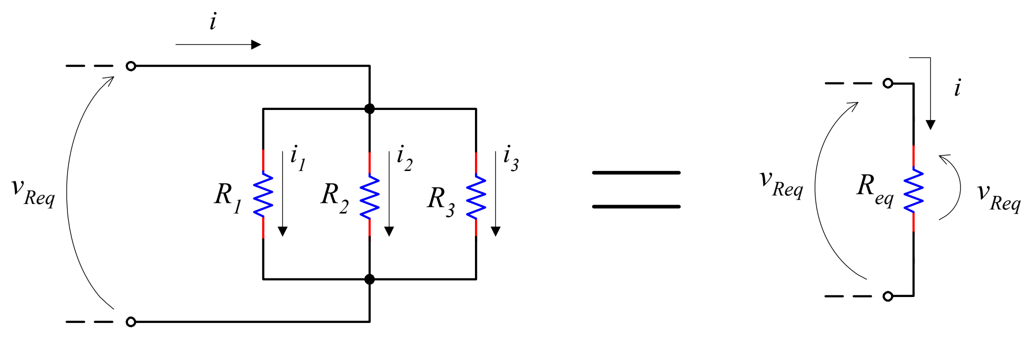
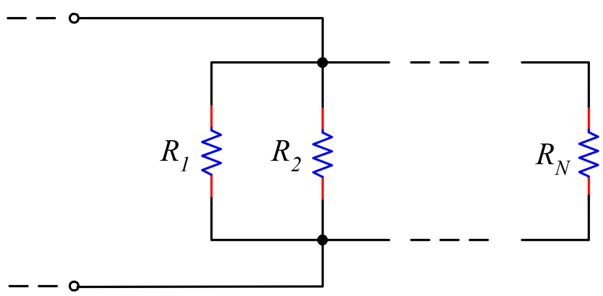


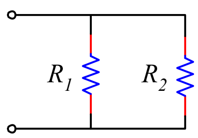
Fig. 27 – Equivalência de resistores em paralelo.

Generalizando para *N* resistências:



$$\boxed{\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \ldots + \frac{1}{R_N}}$$

Caso particular para duas resistências (<u>muito utilizado</u>):



$$\boxed{R_{eq} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}}$$

Nota: A resistência equivalente de resistores em paralelo sempre será menor que o menor dos resistores da associação, e para dois resistores iguais, será a metade do valor do resistor, como seria esperado.

Exemplo 17: Qual a resistência equivalente vista pela fonte de tensão da Fig. 28a e qual o valor da corrente i_3?

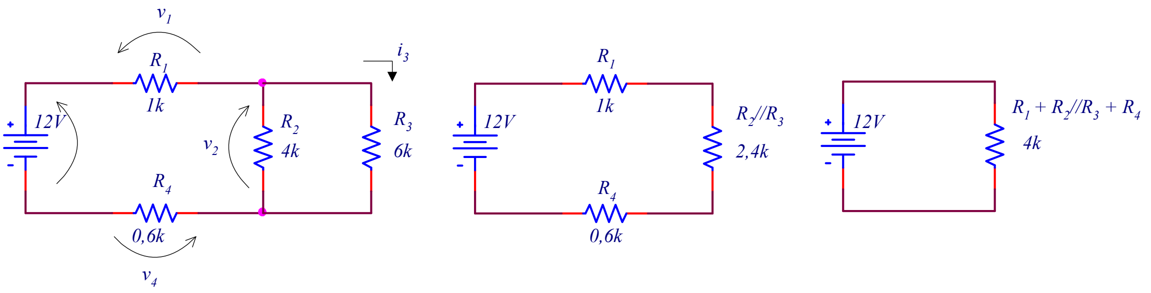


Fig. 28 – a) circuito completo, b) associação de $R_2//R_3$ e c) resistência equivalente.

Na Fig. 28a podemos notar que R_2 e R_3 estão em paralelo, ligados ao mesmo nó e a mesma diferença de potencial v_2. Na Fig. 28b temos, então, $R_2 // R_3 = \dfrac{4k.6k}{4k+6k} = 2,4k\Omega$. Na Fig. 28c podemos somar todos os resistores, pois estão em série, resultando $R_{eq} = 1k + 2,4k + 0,6k = 4k\Omega$

Para achar i_3 temos que saber o valor de v_2, pois, $i_3 = v_2/R_3$. Logo, calculamos a corrente fornecida pela fonte $i_F = 12V/4k\Omega = 3$mA. Se observarmos a Fig. 28b, vemos que a corrente de 3mA passa pelos resistores de 1kΩ, os equivalentes do paralelo (2,4kΩ) e 0,6kΩ. Ora, se a tensão sobre os resistores em paralelo é a mesma, então v_2 = 3mA.2,4kΩ = 7,2V e achamos a corrente, ou seja, i_3 = 7,2V/6kΩ = 1,2mA.

Exemplo 18: Determinar a resistência equivalente vista dos pontos A e B da Fig. 29.

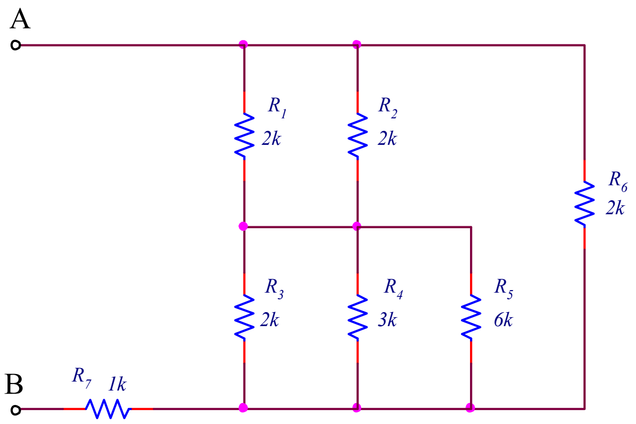


Fig. 28 – Circuito resistivo para o exemplo 18.

Observando o circuito da Fig. 18 notamos que R_1 esta em paralelo com R_2, $R_{12}=R_1//R_2$. R_3, R_4 e R_5 também estão em paralelo, $R_{345} = R_3//R_4//R_5$. Uma vez determinadas R_{12} e R_{345}, ambas estarão em série $R_{1\_5} = R_{12} + R_{345}$. Achando R_{1_5}, esta estará em paralelo com R_6, $R_{1\_56} = R_{1\_5}//R_6$. E então, R_{1_56} estará em série com R_7, resultando em $R_{eq} = R_{1\_56} + R_7$. Calculando resulta:

$$R_{12} = \frac{2k.2k}{2k+2k} = 1k\Omega \qquad R_{345} = \frac{2k.3k.6k}{2k.3k + 2k.6k + 3k.6k} = 1k\Omega \qquad R_{1\_5} = 1k + 1k = 2k\Omega$$

$$R_{1\_56} = \frac{2k.2k}{2k+2k} = 1k\Omega \qquad \boxed{R_{eq} = 1k + 1k = 2k\Omega}$$

Nota: O processo de ver o circuito equivalente, os elementos em série e paralelo, é fundamental para se ter eficiência na resolução de circuitos. Por isso, todo este exemplo foi descrito com palavras sem o uso de figuras.

Transformação Δ-Y

Existem arranjos de resistores que não se encaixam em circuitos série e paralelo. Por exemplo, o circuito da Fig. 29. Como determinar a resistência equivalente vista dos pontos A e B?

Para este tipo de problema é necessária uma nova formulação para as novas associações de resistores. A transformação delta-estrela, ou triângulo-ípisilon, com é chamada, se torna interessante. Na Fig. 30 podemos ver resistores associados na forma delta e estrela. A resistência vista dos pontos A, B e C será a mesma para ambas configurações, de acordo com as seguintes fórmulas[10]:

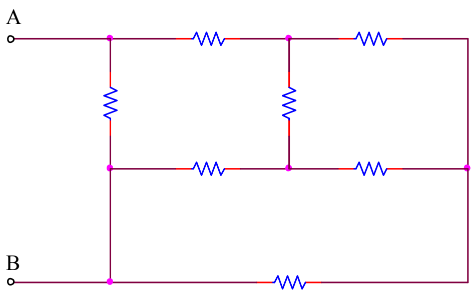


Fig. 29 – Como achar a resistência equivalente vista dos pontos A e B?

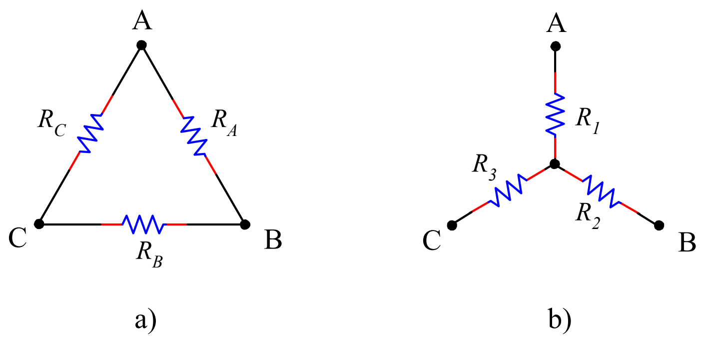
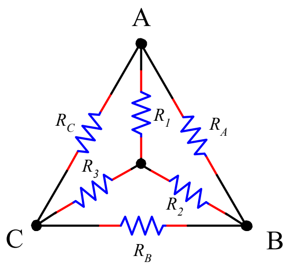


Fig. 30 – Associação de resistores: a) delta ou triângulo, b) estrela ou ípsilon (y).

Δ-Y:

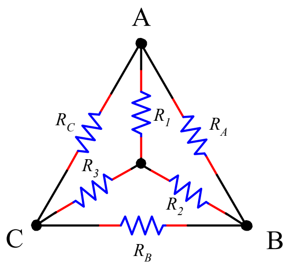
[10] A demonstração ficará como exercício ao final deste capítulo.



$$R_1 = \frac{R_A R_C}{R_A + R_B + R_C} \qquad R_2 = \frac{R_A R_B}{R_A + R_B + R_C} \qquad R_3 = \frac{R_B R_C}{R_A + R_B + R_C}$$

O cálculo de uma das resistências do Y é igual à multiplicação das resistências do Δ que são adjacentes a ela, dividido pela soma total das resistências do Δ . Olhando a figura ao lado, por exemplo, as resistências que são adjacentes à R_1 são R_A e R_C.O processo é o mesmo para as demais resistências o que facilita a memorização.

Y-Δ:



$$R_A = \frac{R_1R_2 + R_1R_3 + R_2R_3}{R_3} \qquad R_B = \frac{R_1R_2 + R_1R_3 + R_2R_3}{R_1}$$

$$R_C = \frac{R_1R_2 + R_1R_3 + R_2R_3}{R_2}$$

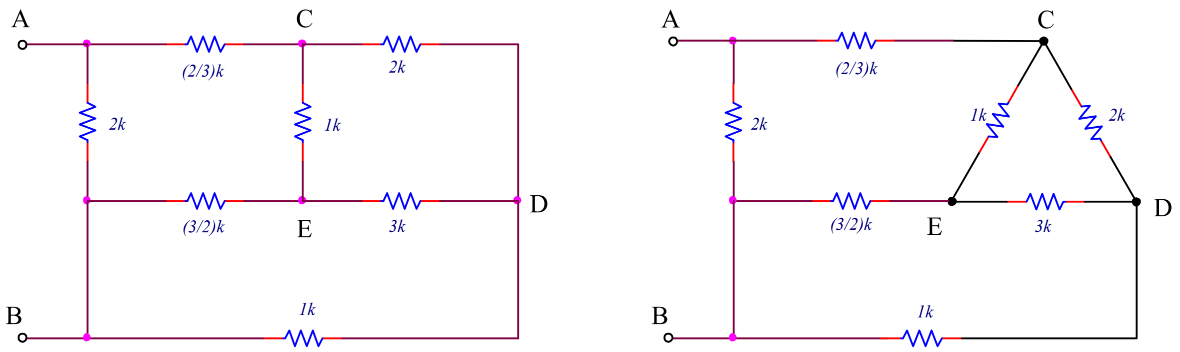
O computo de uma das resistências do Δ é igual soma das multiplicações individuais entre as resistências do Y dividido pela resistência do Y oposta à essa resistência. Olhando a figura ao lado, por exemplo, R_3 é a resistência oposta a R_A (não tem contato com R_A).

Exemplo 19: Determinar a resistência equivalente vista dos pontos A e B da Fig. 31.

Para melhor visualização, primeiro redesenhamos o circuito com a ligação em Δ na Fig. 31b. Substituímos o Δ pelo Y, calculando as suas resistências:

$$R_1 = \frac{1k.2k}{1k + 2k + 3k} = \frac{1k}{3} \qquad R_2 = \frac{2k.3k}{1k + 2k + 3k} = 1k \qquad R3 = \frac{3k.1k}{1k + 2k + 3k} = \frac{1k}{2}$$

Trocamos o circuito do Δ pelo do Y, Fig. 32a. Associamos os resistores em série: *(2/3)k* + *(1/3)k* = *1k* (ponto C desaparece); *(1/2)k* + *(3/2)k* = *2k* (ponto E desaparece), *1k* + *1k* = *2k* (ponto D desaparece). Redesenhamos o circuito, Fig. 32b. Vemos que dois resistores de *2k* estão em paralelo, o que resulta em *1k*, Figs. 32b e 32c, respectivamente. Somando-se os resistores de *1k* em série da Fig. 32c, resulta o circuito da Fig. 32d. Novamente dois resistores iguais em série são equivalentes a um único, com metade do valor. Resultando, então, R_{eq} = *1k*, Fig. 32e.



a) b)

Fig. 31 – Associação de resistores para o exemplo 19.

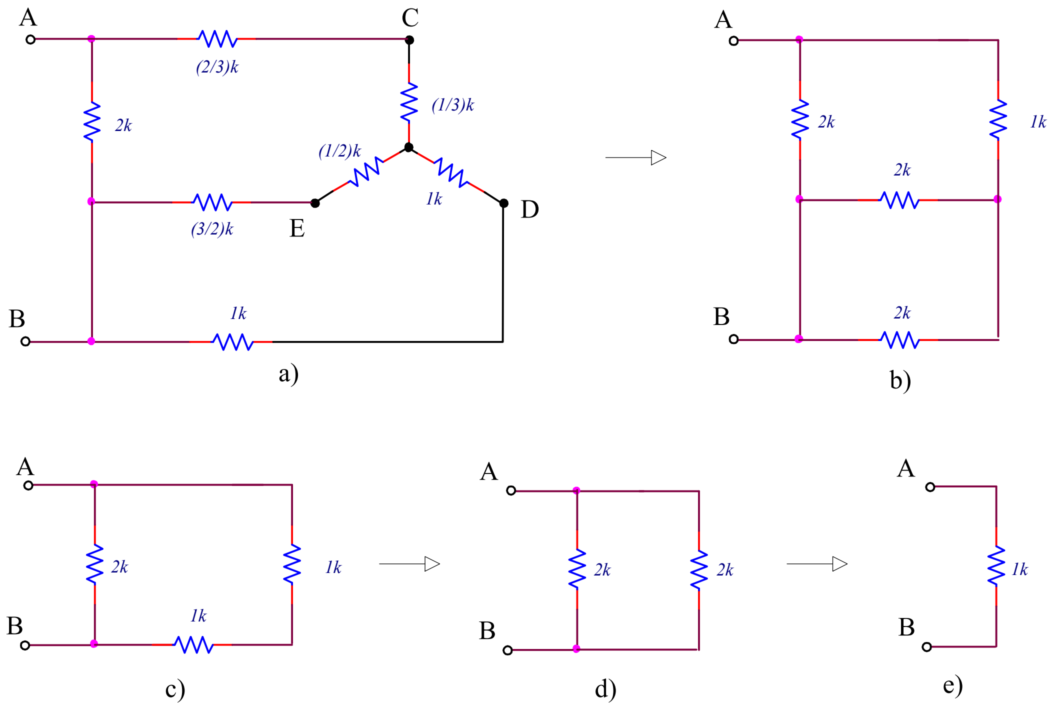


Fig. 32 – Resolução do exemplo 19.

1.6.2 Regra do Divisor de Tensão

É uma regra aplicada a resistores em série, baseada no cálculo da corrente que é igual em todas as resistências. É usada no cálculo das tensões. Da Fig. 33, temos que:

$$\frac{v_1}{R_1} = \frac{v_2}{R_2} \quad \text{ou} \quad \frac{v_1}{R_1} = \frac{v_2 + v_3}{R_2 + R_3} \quad \text{ou} \quad \boxed{\frac{v}{R_1 + R_2 + R_3 + \ldots + R_N} = \frac{v_x}{R_x}}$$

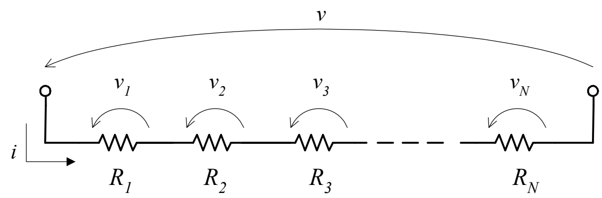


Fig. 33 – Circuito para regra do divisor de tensão.

Exemplo 20: Calcular as tensões do circuito da Fig. 34 usando a regra do divisor de tensão.

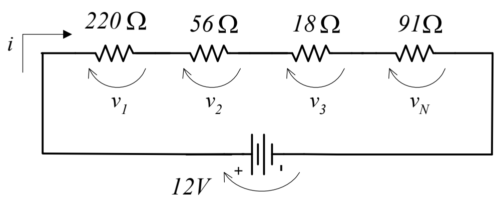


Fig. 34 – Circuito para o exemplo 20.

$$\frac{12}{220 + 56 + 18 + 91} = \frac{v_1}{220} \rightarrow \boldsymbol{v_1 = 6{,}86V}, \qquad \frac{6{,}86}{220} = \frac{v_2}{56} \rightarrow \boldsymbol{v_2 = 1{,}74V}$$

$$\frac{1{,}74}{56} = \frac{v_3}{18} \rightarrow \mathbf{v_3 = 0{,}56V,} \qquad \frac{v_4}{91} = \frac{12}{220+56+18+91} \rightarrow \mathbf{v_4 = 2{,}84V}$$

Observar que a menor resistência tem a menor queda de tensão em oposição ao valor da maior resistência. Em circuitos série a tensão maior estará sobre os resistores de maior valor.

1.6.3 Regra do Divisor de Corrente

É uma regra aplicada a resistores em paralelo, baseada no cálculo da tensão que é igual em todas as resistências. É usada no cálculo das correntes.

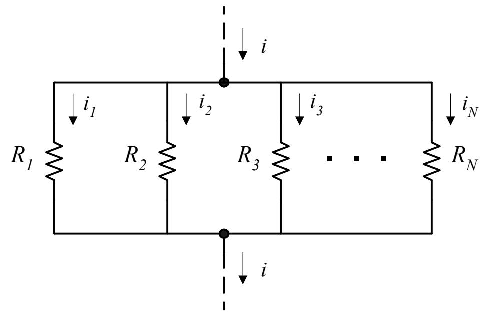
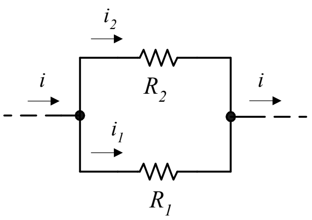


Fig. 35 – Circuito para regra do divisor de corrente.

Da Fig. 35, temos que:

$$\frac{i_1}{i_2} = \frac{R_1}{R_2} \quad \text{ou} \quad \frac{i_1}{i_3} = \frac{R_1}{R_3} \quad \text{ou} \quad \frac{i_1 + i_2}{i_3 + i_4 + i_5} = \frac{R_3 /\!/ R_4 /\!/ R_5}{R_1 /\!/ R_2} \quad \text{ou} \quad \boxed{\frac{i}{i_N} = \frac{R_N}{R_1 /\!/ R_2 /\!/ R_3 /\!/ \ldots /\!/ R_N}}$$

Caso especial (<u>muito usado</u>):



$$\boxed{i_1 = i\frac{R_2}{R_1 + R_2}} \qquad \boxed{i_2 = i\frac{R_1}{R_1 + R_2}}$$

Exemplo 21: Calcular as correntes do circuito da Fig. 36 usando a regra do divisor de corrente.

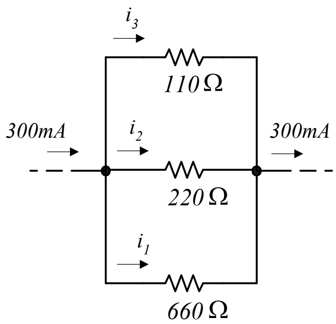


Fig. 36 – Circuito para ex. 21.

$$R_{eq} = 110 /\!/ 220 /\!/ 660 \rightarrow \frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{110} + \frac{1}{220} + \frac{1}{660}$$

$$R_{eq} = \frac{110.220.660}{110.220 + 110.660 + 220.660} = 66\Omega$$

$$\frac{i_1}{0{,}3} = \frac{R_{eq}}{660} \rightarrow i_1 = \frac{66.0{,}3}{660} = 30mA$$

$$i_2 = \frac{66.0{,}3}{220} = 90mA \qquad i_3 = \frac{66.0{,}3}{110} = 180mA$$

1.7 Teorema da Superposição

Na análise de circuitos muitas vezes precisamos de ferramentas para facilitar os cálculos e diminuir a complexidade do equacionamento. O teorema da superposição, justamente auxilia a resolução de circuitos, quando estes são lineares.

Um sistema é linear quanto apresenta as seguintes características:

1. se a entrada do sistema é multiplicada por uma constante (*C*), a saída também o é;

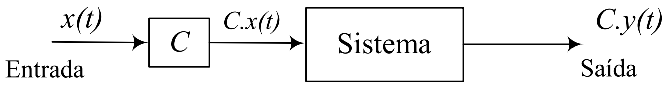


Fig. 37 – Propriedade um de um sistema linear.

2. se duas ou mais entradas forem aplicadas simultaneamente no sistema, a saída será a soma das respostas individuais de cada uma das entradas.

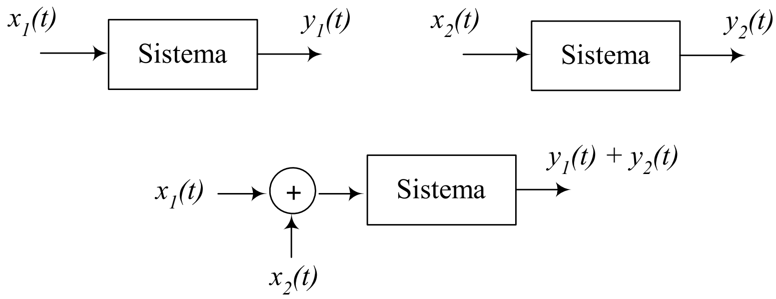


Fig. 38 – Propriedade dois de um sistema linear.

As propriedades da linearidade são extremamente úteis na análise de sistemas. Quando um sistema é não linear sua análise pode se tornar difícil e os engenheiros costumam achar uma forma de linearizá-lo. No exemplo 22 é apresentado um circuito resistivo bem simples, somente para ilustrar as propriedades da linearidade.

Exemplo 22: Supondo o circuito representado pela Fig. 39a, onde v_E é a entrada do sistema e v_S é a saída, para R = 10Ω, v_E =3V, v_{E1} = 3V, v_{E1} = 9V e C = 3, temos:

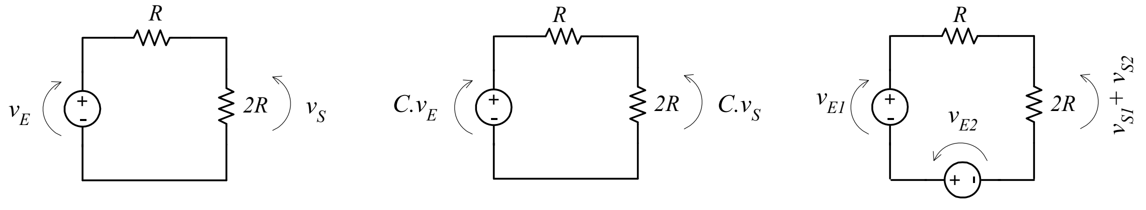
$$v_S = \frac{v_E.2R}{R+2R}$$

$v_S = \dfrac{3.20}{10+20} = 2$ V, se $C = 3$, resulta $v_S = \dfrac{3.3.20}{10+20} = 6$ V, ou seja a saída é C vezes maior. O circuito da Fig. 39b se justifica e a primeira propriedade da linearidade foi aferida para a rede R e $2R$.

Para conferir o circuito da Fig. 39c vamos analisar uma entrada por vez:

v_{E1} = 3V resulta em v_{S1} = 2V, v_{E2} = 9V resulta $v_{S2} = \dfrac{9.20}{10+20} = 6$ V, espera-se, então, que $v_S = v_{S1} + v_{S2}$, resultando em $v_S = 2 + 6 = 8$V, provado por:

$$v_S = \frac{(v_{E1} + v_{E1}).2R}{R + 2R} \quad \rightarrow \quad v_S = \frac{(3+9).20}{10+20} = 8 \text{ V}$$



a) b) c)

Fig. 39 – Circuitos para exemplo 22.

Como o resistor tem um comportamento linear, o circuito apresentado no exemplo 22 é linear. Circuitos com capacitores e indutores também são circuitos lineares. Pode-se dizer que os sistemas lineares são mais facilmente predizíveis com o passar do tempo.

Agora que a definição de circuitos lineares foi apresentada, podemos enunciar o teorema da superposição:

A resposta de um circuito linear a várias fontes independentes é igual a soma das respostas individuais de cada fonte, com as demais fontes em repouso.

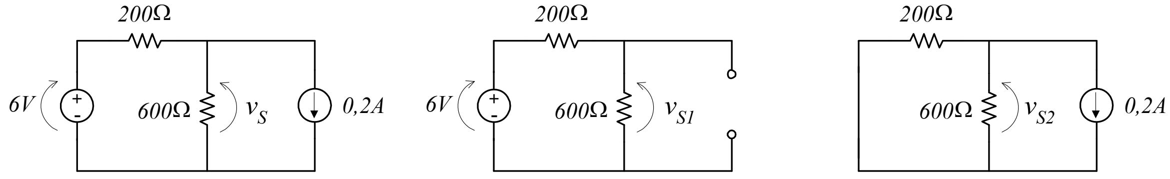
.

Repouso:

- Fontes de tensão, substituir por um curto-circuito;
- Fontes de corrente, substituir por um circuito aberto.

As fontes dependentes não devem ser colocadas em repouso, nem excitadas separadamente.

Exemplo 23: Usando o teorema da superposição, determinar a tensão sobre o resistor de 600Ω do circuito da Fig. 40a.



a) b) c)

Fig. 40 – Circuitos para exemplo 23.

Excitando a fonte de tensão e abrindo o circuito da fonte de corrente, Fig. 40b:

$$v_{S1} = \frac{6.600}{200 + 300} = 7{,}2V$$

Excitando a fonte de corrente e curto-circuitando a fonte de tensão, Fig. 40c:

$v_{S2} = -0{,}2\frac{200.600}{200+600} = -30V$, o sinal negativo se deve porque a seta da corrente no resistor de 600Ω esta em sentido oposto ao da seta de tensão v_{S2}.

Superpondo os efeitos das fontes:

$$v_S = v_{S1} + v_{S2} \quad \rightarrow \quad v_S = 7{,}2 - 30 = -22{,}8V$$

Do resultado nota-se que a seta de tensão de v_S está em sentido oposto, e que a tensão se deve em sua maioria à fonte de corrente que obriga a passagem da corrente na resistência equivalente de 200Ω // 600Ω.

1.8 Teoremas de Thévenin e Norton

Todo circuito linear ativo pode ser substituído por uma combinação de uma fonte de tensão em série com uma resistência, ou por uma fonte de corrente em paralelo com uma resistência.

Teorema de Thévenin

Um circuito linear ativo, pode ser substituído por uma fonte de tensão em série com uma resistência.

Ver Fig. 41. Onde V_{TH} é a tensão entre os pontos A e B, e R_{TH} é a resistência vista dos pontos A e B (a substituição das fontes de correntes serão circuitos abertos e das de tensão, curto-circuitos).

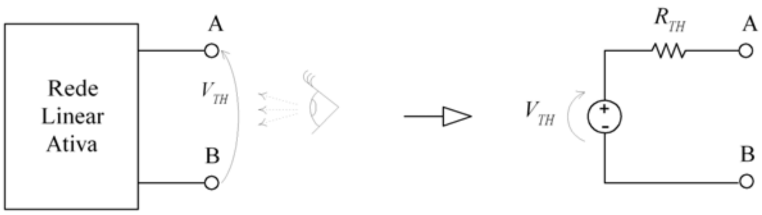


Fig. 41 – Circuito equivalente de Thévenin.

Exemplo 24: Determinar o circuito equivalente de Thévenin visto dos pontos A e B do circuito da Fig. 42.

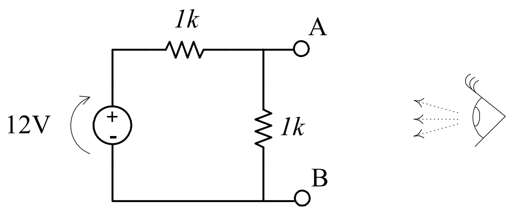
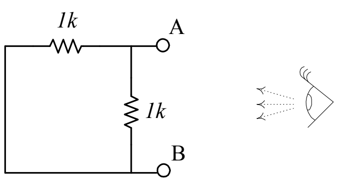


Fig. 42 – Circuito para exemplo 24 e 25.

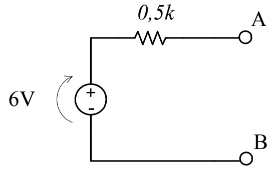
Cálculo da Tensão de Thévenin : $V_{TH} = \dfrac{12.1k}{1k + 1k} = 6V$ (tensão dividida pela resistência total resulta na corrente, esta vezes a resistência onde desejamos obter a tensão).



A resistência de Thévenin é vista substituindo-se a fonte de tensão por um curto-circuito. Resulta no paralelo *1k//1k:*

$$RTH = \frac{1k.1k}{1k + 1k} = 0{,}5k\Omega$$

Logo, resulta num circuito com uma fonte de 6V em série com um resistor de 0,5kΩ.



Teorema de Norton

Um circuito linear ativo, pode ser substituído por uma fonte de corrente em paralelo com uma resistência.

Ver Fig. 43. Onde I_N é a corrente entre os pontos A e B (dá-se um curto circuito), e R_N é a resistência vista dos pontos A e B (igual à R_{TH}). A substituição das fontes de correntes serão circuitos abertos e das de tensão, curto-circuitos.

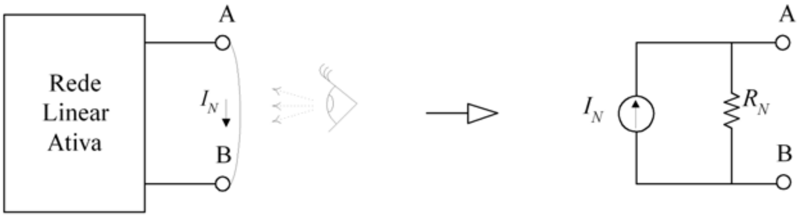
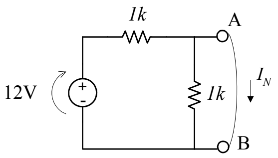


Fig. 43 – Circuito equivalente de Norton.

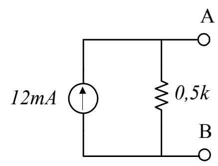
Exemplo 25: Determinar o circuito equivalente de Norton visto dos pontos A e B do circuito da Fig. 42.



Curto-circuitando A e B resulta:

$$I_N = \frac{12}{1k} = 12mA$$

A resistência de Norton é igual à de Thévenin, então, como calculado no exemplo 24, $R_N = 0,5k\Omega$



A vantagem do uso de Thévenin e Norton é a substituição de todo um circuito complexo por um mais simples para análise de determinada parte do circuito. Podem-se trocar fontes de tensão por corrente substituindo-as pelos respectivos circuitos de Norton e Thévenin.

Para os circuitos equivalentes de Thévenin e Norton a resistência equivalente vista dos terminais sob análise, também pode ser dada pela tensão de Thévenin divido pela corrente de Norton, ou seja: $R_{TH} = \frac{V_{TH}}{I_N}$. Método interessante quando se tem fontes dependentes no circuito.

<u>Máxima Transferência de Potência</u>

Exemplo 26: Determinar o valor de R_C para que tenhamos a máxima transferência de potência do circuito X para a carga. Circuito da Fig. 44.

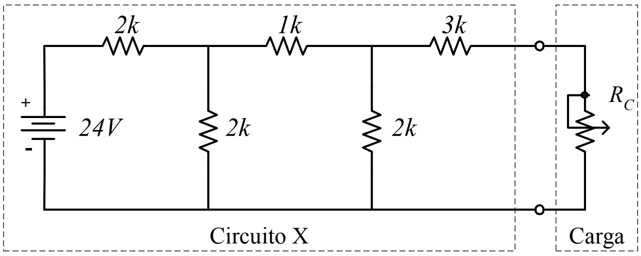
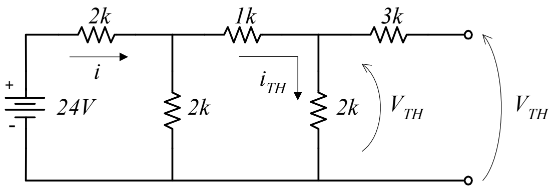
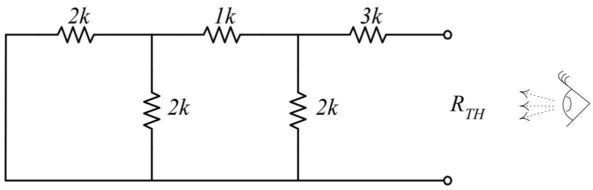


Fig. 43 – Circuito para análise da máxima transferência de potência.

Para simplificar a análise é melhor trocar o circuito X por seu equivalente de Thévenin. Assim, toda vez que alterarmos o valor de R_C não necessitamos recalcular todo o circuito. Para calcular o V_{TH} visto dos terminais da carga (Fig. 44a) é necessário encontrar a tensão no resistor de 2kΩ próximo à carga, isto, porque não circula corrente pelo resistor de 3kΩ. Então o que a fonte sente como resistência é 2kΩ + [2kΩ//(1kΩ+2kΩ)], ou seja, 2kΩ em série com o paralelo de, 1kΩ em série com 2kΩ, resultando em 3,2kΩ. A corrente drenada da fonte é, então, i = 24/3,2k = 7,5mA. Usando a regra do divisor de corrente chegamos a i_{TH} = 0,007,5.2k/(2k+1k+2k), i_{TH} = 0,003A. Logo, V_{TH} = 0,003.2k = 6V. A resistência vista pela fonte é facilmente calculada como R_{TH} = 4kΩ, ver Fig. 44b. O circuito de Thévenin pode ser visto na Fig. 45.



a)



b)

Fig. 44 – Circuitos para cálculo do V_{TH} e R_{TH}.

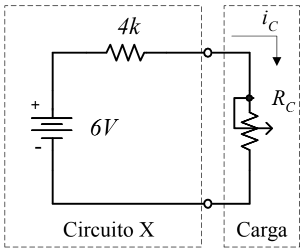


Fig. 44 – Circuito de Thévenin para o circuito X com a carga conectada.

Com o resultado do circuito da Fig. 44 fica bem mais fácil calcular valores de R_C para encontrarmos a máxima transferência de potência. O cálculo da potência na carga pode ser dado por $P_C = R_C.i_C^2$. Calculando i_C:

$$i_C = \frac{6}{4k + R_C}\text{, então,} \quad \rightarrow \quad P_C = R_C.\left(\frac{6}{4k + R_C}\right)^2 = \frac{36R_C}{R_C^{\ 2} + 8k.R_C + 16000k}$$

Montando uma tabela para alguns valores de R_C e respectivas potências, nota-se que a máxima potência na carga se dá quando R_C = 4kΩ, Tab. 1. Um gráfico detalhado é apresentado na Fig. 45.

Tab. 1: Cálculo da potência em R_C da Fig. 43.

R_C [kΩ]	P_C [mW]
1,5	1,78
2,0	2,00
2,5	2,13
3,0	2,20
3,5	2,24
4,0	**2,25**
4,5	2,24
5,0	2,22
5,5	2,19
6,0	2,16
6,5	2,12

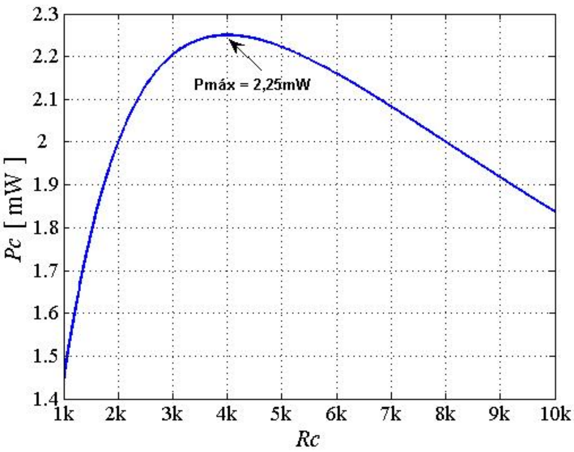


Fig. 45 – Gráfico da potência na carga versus resistência.

Dos resultados obtidos percebe-se que a máxima potência na carga acontece quando $R_{TH} = R_C$! Este resultado nos diz que a máxima transferência de potência se dá quando a resistência da carga é igual a resistência vista pela carga (resistência do circuito X).

Esse princípio, por exemplo, é usado para transferir a energia coletada pela antena para o televisor, que têm uma "resistência"[11] de entrada de 75Ω. Quando se emprega um cabo coaxial de 75Ω a máxima energia é transferida ao televisor. Quando por outro lado, se usa um cabo paralelo de 300Ω, sem nenhuma adaptação, o sinal recebido pela televisão será ruim. Por isso, quando se emprega cabos de 300Ω é utilizado um adaptador na entrada da televisão (300Ω para 75Ω).

Nota: É bom exercício conferir os resultados apresentados.

Máxima Transferência de Sinal

Exemplo 27: Analisar o comportamento do Voltímetro e do Amperímetro nas respectivas medições de tensão e corrente dos circuitos das Figs. 1.46a e 1.46b. Considerar uma resistência de 200kΩ para o Voltímetro e 10Ω para o Amperímetro.

Dados: $R_1 = R_2 = 1000\Omega$ e $V_F = 10$V.

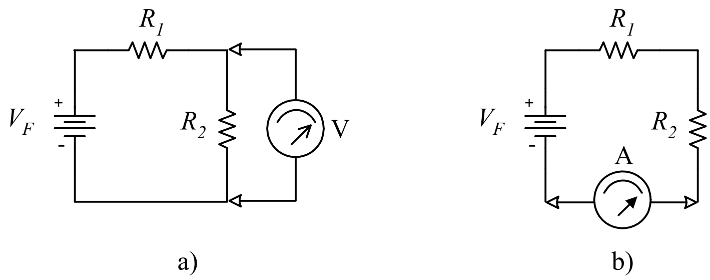


Fig. 46 – Gráfico da potência na carga versus resistência.

Voltímetro

Como $R_1 = R_2$ a tensão da fonte se divide igualmente entre os resistores e temos 5V sobre R_2. Entretanto, se o Voltímetro for ligado para medir a tensão, ele apresentará uma resistência em paralelo com R_2 e desta forma a tensão medida não será 5V. Então, calculando-se a nova tensão sobre R_2, resulta:

$$R_2 \,//\, R_V = \frac{1000 \times 200000}{1000 + 200000} \cong 995\Omega \quad \rightarrow \quad V_{R2} = \frac{10V}{1000\Omega + 995\Omega} \times 995\Omega = 4{,}987\text{V}$$

[11] Na verdade a resistência nesse caso se chama impedância porque estamos tratando com sinais alternados no tempo e existem capacitância e indutâncias no circuito.

A tensão medida no Voltímetro foi de 4,987V, diferença pouco significativa em relação aos 5V esperados. Entretanto, se os valores de R_1 e R_2 fossem bem maiores a resistência do Voltímetro alteraria consideravelmente a medida!

Amperímetro

Para poder medir corrente o Amperímetro é ligado em série com R_1 e R_2. Assim, ele vai apresentar uma resistência maior à fonte, e desta forma diminuir a corrente total que circula pelo circuito. A corrente sem o Amperímetro seria de:

$$I_F = \frac{10V}{1000\Omega + 1000\Omega} = 5\text{mA} .$$

E com o Amperímetro:

$$I_F = \frac{10V}{1000\Omega + 1000\Omega + 10\Omega} = 4{,}975\text{mA}$$

Logo, a corrente medida é inferior a que deve circular pelo circuito. Da mesma forma que na medição de tensão, o erro é pequeno. Todavia, se os valores de R_1 e R_2 fossem bem menores a resistência do Amperímetro afetaria grandemente a medição!

O que gostaríamos de ter nas medições de corrente e tensão é a máxima transferência de sinal aos equipamentos de medição. Para tal, um precisa ter resistência nula para coletar o máximo sinal de corrente e o outro, infinita, para coletar o máximo sinal de tensão.

Em circuitos eletrônicos muitas vezes estamos interessados na transmissão do máximo sinal e não da máxima potência. Se este sinal for de tensão, a resistência de entrada que recebe o sinal, deve ter a máxima resistência possível para não diminuir a amplitude do sinal. Se o sinal de interesse for de corrente, então, a resistência de entrada deve ser a mínima, evitando assim, diminuir a magnitude da corrente.

A Ponte de Wheatstone

Exemplo 27: Determinar a tensão vista dos terminais A e B da ponte de Wheatstone, bem como a corrente de curto circuito entre esse dois pontos, circuito da Fig. 46. Dados: $v_F = 12$V, $R_1 = R_4 = 20\Omega$ e $R_2 = R_3 = 30\Omega$.

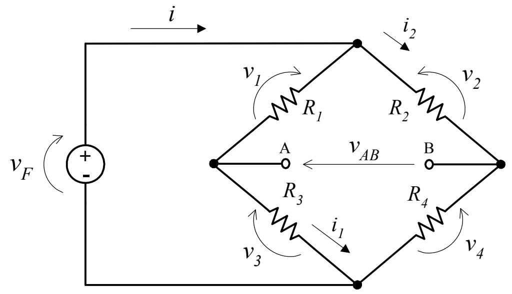


Fig. 46 – Ponte de Wheatstone para o exemplo 27. Já com setas de tensão e corrente para análise.

Para achar v_{AB}, precisamos equacionar um laço de tensão, incluindo a fonte e por exemplo os resistores R_1 e R_4, resultando:

$$v_{AB} = v_F - v_1 - v_4$$

As correntes i_1 e i_2 são dadas por:

$$i_1 = \frac{v_F}{R_1 + R_3} = \frac{12}{50} = 0{,}24\,A \qquad i_2 = \frac{v_F}{R_2 + R4} = \frac{12}{50} = 0{,}24\,A$$

Logo:

$$v_{AB} = 12 - i_1.R_1 - i_2.R_4 = 12 - 0{,}24.20 - 0{,}24.20 = 2{,}4V$$, que é a tensão de Thévenin V_{TH}.

A resistência vista dos pontos A e B, Fig. 47a, é:

$$R_{TH} = (R_1 // R_3) + (R_2 // R_4) \quad , \qquad R_1 // R_3 = \frac{R_1.R_3}{R_1 + R_3} = \frac{20.30}{20+30} = 12\Omega$$

Como, $R_1 // R_3 = R_2 // R_4$, resulta em $R_{TH} = 12 + 12 = 24\Omega$. A corrente de curto circuito entre A e B é a corrente de Norton, Fig. 47b.

$$I_N = \frac{V_{TH}}{R_{TH}} = \frac{2,4}{24} = 0,1A$$

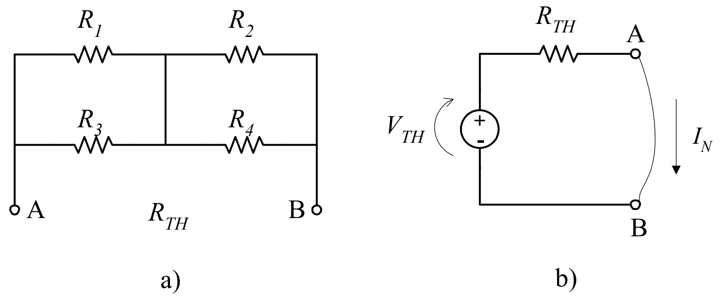


Fig. 47 – a) Circuito para cálculo de V_{TH}, b) circuito equivalente para cálculo de I_N.

A ponte de Wheatstone é muito utilizada para medições em geral, especialmente em circuitos de instrumentação. Apresenta estabilidade em relação à temperatura, sendo um dos resistores o elemento sensor. Com a mudança de temperatura os valores das resistências tendem a mudar. Entretanto, a variação percentual é praticamente a mesma nos resistores da ponte. A tensão v_{AB} não se alteraria por variações não devidas ao elemento sensor.

Exemplo 28: Qual o circuito equivalente visto pelo amplificador operacional da Fig. 48?

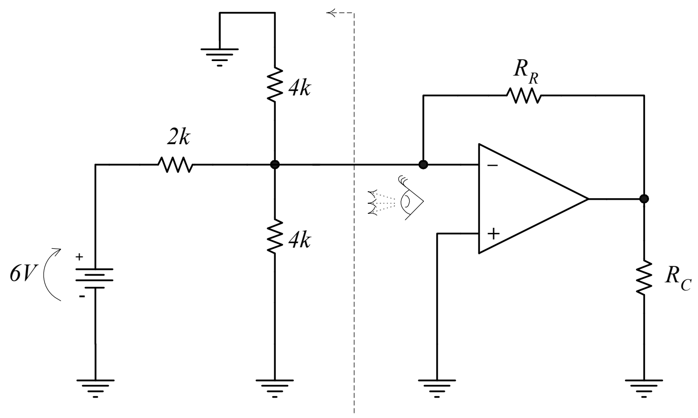


Fig. 48 – Circuito para o exemplo 28.

Para saber a tensão no terminal negativo do amplificador operacional, notar que os dois resistores de 4kΩ estão em paralelo, o que resulta num resistor de 2kΩ. Assim, a fonte de 6V vê dois resistores de 2kΩ em série. Logo, a tensão no ponto será a metade da tensão da fonte, V_{TH} = 3V. A resistência de Thévenin é 1kΩ (2kΩ//2kΩ), resultando no circuito da Figura 49.

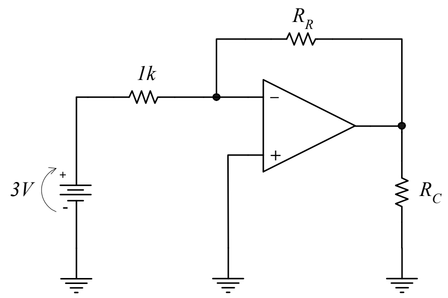


Fig. 49 – Resultado do exemplo 28.

1.9 Análise Nodal

A análise nodal é amplamente utilizada em eletrônica, nada mais sendo que as aplicações das leis de Kirchhoff de uma forma mais elegante. Trabalha-se com tensões em nós e um terra de referência.

As equações nodais são utilizadas para sistematizar o cálculo na solução de circuitos e simplificar a análise. Para que as etapas da análise sejam bem executadas é preciso simplificar ao máximo os ramos do circuito. Podem ser gerados conjuntos de equações lineares.

As equações nodais são formadas pelo cálculo do somatório das correntes nos nós do circuito (lei de Kirchhoff das correntes) e as variáveis incógnitas são as tensões.

Observando o circuito da Fig. 50, colocamos um terra de referência no circuito (Fig. 5a), para o qual todas as tensões são referenciadas, procura-se um ponto que una o maior número de ramos. Se houver possibilidade de simplificações do circuito estas devem ser feitas (Fig. 50b, com $R_1//R_4$). Os nós são nomeados e colocam-se as setas de corrente.

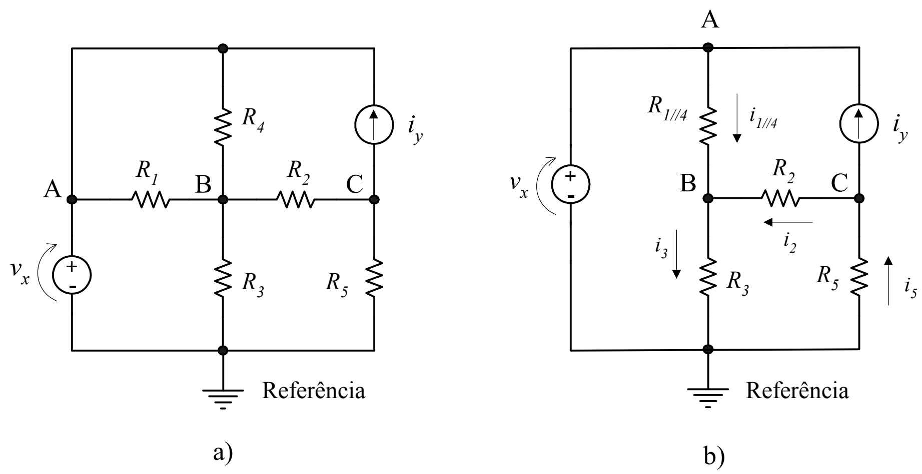


Fig. 50 – Formação das equações nodais.

Da Fig. 50 vemos que $v_A = v_x$, logo o nó A não precisa ser equacionado. Equacionando o nó B, resulta:

$$i_{1//4} + i_2 - i_3 = 0 \ ,$$

sempre consideramos a corrente saindo do maior potencial para o menor. Assim:

$i_{1//4} = \dfrac{v_x - v_B}{R_{1//4}}$ (tensão no ponto A menos a tensão no ponto B dividido pela resistência do ramo, a tensão sobre o resistor dividido por ele). Seguindo o raciocínio,

$i_2 = \dfrac{v_C - v_B}{R_2}$, $i_3 = \dfrac{v_B - 0}{R_3}$, substituindo → $\boxed{\dfrac{v_x - v_B}{R_{1//4}} + \dfrac{v_C - v_B}{R_2} - \dfrac{v_B}{R_3} = 0}$

Equacionando o nó C:

$$-i_2 - i_y + i_5 = 0 \ ,$$

resulta:

$$\boxed{-\frac{v_C - v_B}{R2} - i_y - \frac{v_B}{R_3} + \frac{0 - v_C}{R_5} = 0}.$$

Como v_x e i_y são valores dados, teremos duas equações e duas incógnitas e o circuito pode ser resolvido.

As correntes podem ser colocadas todas saindo do nó para facilitar a soma, bem como podem ter sentido diferentes nos nós. Todos os nós podem ter correntes saindo, por exemplo, os sinais das equações se ajustarão e o resultado será correto de qualquer forma. Se houver prática, as setas de corrente não precisam ser desenhadas e as equações podem ser montadas diretamente.

Exemplo 29: Qual o valor das tensões nos pontos A e B do circuito da Fig. 51?

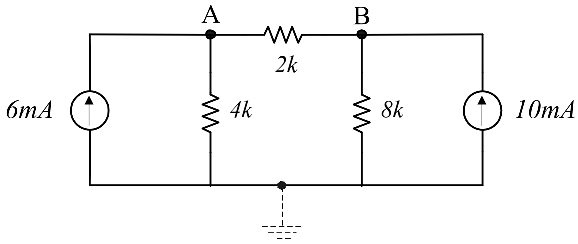


Fig. 51 – Circuito para o exemplo 29.

Nó A: (assumindo sinal negativo para a corrente que entra no nó)

$$-0{,}006 + \frac{v_A}{4k} + \frac{v_A - v_B}{2k} = 0 \ \rightarrow \ \boxed{0{,}00075.v_A - 0{,}0005.v_B = 0{,}006}$$

Nó B: (assumindo sinal negativo para a corrente que entra no nó)

$$-0{,}01 + \frac{v_B}{8k} + \frac{v_B - v_A}{2k} = 0 \ \rightarrow \ \boxed{0{,}000625.v_B - 0{,}0005.v_A = 0{,}01}$$

Temos duas equações e duas incógnitas. Logo, isolando-se uma variável numa das equações e substituindo-a na outra o problema esta resolvido. Ou, o sistema com as equações lineares pode ser montado de forma matricial e resolvido de forma adequada.

$$\begin{bmatrix} 0{,}00075 & -0{,}0005 \\ -0{,}0005 & 0{,}000625 \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} v_A \\ v_B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0{,}006 \\ 0{,}01 \end{bmatrix} \ \rightarrow \ v_A = 40\text{V} \ \text{ e } \ v_B = 48\text{V}$$

Neste exemplo se considerou todas as correntes saindo dos nós, exceto as das fontes. Quando temos vários nós, o número de equações independentes será igual ao número de incógnitas (nós). A resolução matricial usando uma calculadora adequada é a forma mais rápida de cálculo.

Exemplo 30: Equacione o nó A do circuito com amplificador operacional da Fig. 52. Considere $i_i = 0$.

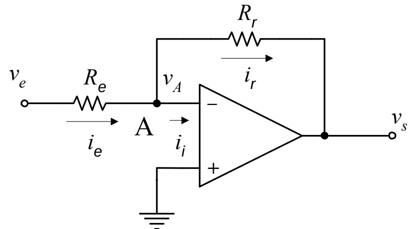


Fig. 1.52 – Circuito para o exemplo 30.

Equacionando o nó A em corrente temos, $i_e = i_r + i_i$. Como $i_i = 0$, temos que, $i_e = i_r$. Logo:

$$\boxed{\frac{v_e - v_A}{R_e} = \frac{v_A - v_s}{Rr}}$$

1.10 Análise de Malhas (Laços)

Outro método para facilitação na análise de circuitos é conhecido por análise de malhas. Neste método, são criadas correntes ao longo de determinados laços do circuito. Novamente a lei de Kirchhoff é aplicada de forma elegante e, a lei de Ohm impõe as incógnitas.

A análise de malhas é formada pelo cálculo do somatório das tensões ao longo dos laços do circuito (lei de Kirchhoff das tensões) e <u>as variáveis incógnitas são as correntes</u>. O exemplo 33 explica o método.

Exemplo 31: Usando a análise por malhas encontre as correntes no circuito da Fig. 53.

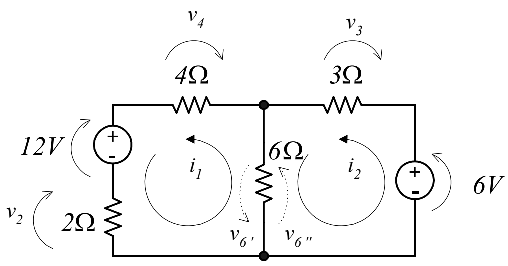


Fig. 1.53 – Circuito para análise por malhas do exemplo 31.

Primeiro são desenhadas as setas de corrente nos laços interessantes para o equacionamento (neste exemplo, i_1 e i_2). Uma vez determinados os laços com suas respectivas correntes efetua-se o somatório de tensões ao longo daquele laço. Somam-se ou subtraem-se as correntes de laços adjacentes de acordo com suas setas no elemento sob análise (setas no mesmo sentido, soma, sentido contrário, subtração) .

Equacionando o laço da corrente i_1, a tensões nos resistores são dadas por:

$$v_2 = 2.i_1 , \quad v_4 = 4.i_1 , \quad v_{6'} = 6.(i_1 - i_2) .$$

Lembrando que as setas de tensão são contrárias à corrente nos resistores porque o elemento é passivo. No resistor de 6Ω a corrente que entra primeiro na subtração é a do laço sob análise (i_1-i_2). Como i_1 e i_2 estão em sentidos contrários elas são subtraídas.

O somatório das tensões ao longo do laço é então:

$$12 + v_4 + v_{6'} + v_2 = 0 \quad \rightarrow \quad \boxed{12 + 4.i_1 + 6.(i_1 - i_2) + 2.i_1 = 0}$$

Equacionando o laço da corrente i_2, a tensões nos resistores são dadas por:

$$v3 = 3.i_2 , \quad v_{6''} = 6.(i_2 - i_1) .$$

O somatório das tensões ao longo do laço é então:

$$6 - v_3 - v_{6''} = 0 \quad \rightarrow \quad \boxed{6 - 3.i_2 - 6.(i_2 - i_1) = 0}$$

Agora temos duas equações independentes e duas incógnitas e o sistema pode ser resolvido. Organizando as equações e montando o sistema de forma matricial resulta:

$$12.i_1 - 6.i_2 = -12 \quad \text{e} \quad +6.i_1 - 9.i_2 = -6$$

$$\begin{bmatrix} 12 & -6 \\ 6 & -9 \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -12 \\ -6 \end{bmatrix} \rightarrow \quad i_1 = -1A \text{ e } i_2 = 0A .$$

Ou seja, i_1 esta em sentido contrário. Como a corrente $i_2 = 0$, não é necessário somar as correntes sobre o resistor de 6Ω para saber sua corrente.

Neste exemplo, a fonte de 6V não fornece nem consome energia, se ela não existisse não interferiria no circuito. Isto é óbvio se notarmos que sem o resistor de 3Ω e a referida fonte, a tensão no resistor de 6Ω é 6V. Quando a fonte é conectada ela vê apenas 6V, não há diferença de potencial sobre o resistor de 3Ω e a corrente é nula.

Nota: Sistemas simples de duas equações não precisam ser resolvidos matricialmente, a menos que se disponha de uma calculadora. Podem-se somar as equações ponderando adequadamente os termos:

$$\begin{array}{c} 12.i_1 - 6.i_2 = -12 \\ \underline{-2.(+6.i_1 - 9.i_2 = -6)} \\ -12.i_2 = 0 \end{array} \rightarrow \; i_2 = 0A$$

Achando uma das incógnitas a outra é encontrada rapidamente por substituição.

1.11 A Chave Transistorizada

O transistor é um dispositivo eletrônico, muitíssimo utilizado em eletrônica[12]. É comumente modelado como uma fonte de corrente controlada por corrente. A corrente de base controla a corrente de coletor, por um fator β, chamado ganho ($i_C = \beta.i_B$). O transistor quando operando como amplificar deve trabalhar na região ativa, onde variações na corrente de base acarretam variações na corrente de coletor, a tensão entre coletor e emissor pode variar (v_{CE}).

Quando operando como chave o transistor trabalha saturado, a relação $i_B = \beta.i_C$ não será linear. Se a corrente de base for aumentada, a corrente de coletor não se altera. A corrente de base é fixa e com valor suficiente para garantir a mínima tensão entre coletor e emissor (quase zero na prática). A corrente de coletor é limitada pela resistência da carga e a resistência do transistor.

A chave transistorizada é muito utilizada para acionamentos e inversão de sinais digitais. Seu projeto é fácil, bastando saber: a corrente de carga, o ganho do transistor e a tensão de acionamento. A Fig. 1.54 ilustra duas chaves transistorizadas, uma com um transistor NPN e a outro com um PNP, respectivamente polarizados.

[12] O conhecimento sobre o transistor já deve ser de domínio do estudante. O estudo detalhado deste componente está além do escopo deste trabalho.

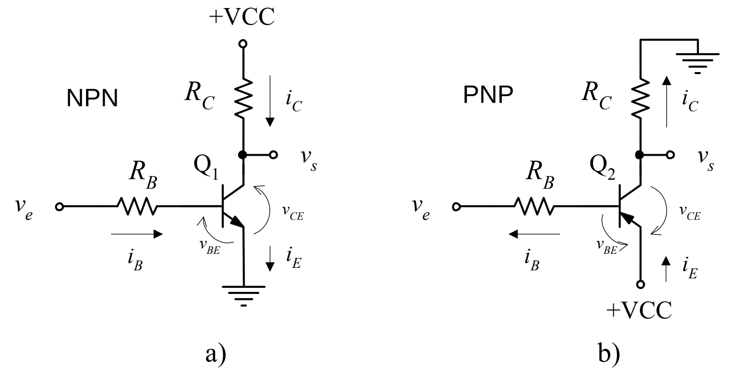


Fig. 1.54 – Chaves transistorizadas: a) transistor NPN, b) transistor PNP.

Consideraremos um fonte assimétrica, o transistor trabalhará com tensão positiva em relação ao terra. Analisando a Fig. 1.54a, R_C, v_e e o transistor Q_1 são dados, nos resta apenas calcular R_B.

Para começar o cálculo temos que saber o ganho mínimo do transistor, β_1. A tensão entre base e emissor é aproximadamente igual a 0,7V (tensão do diodo de silício diretamente polarizado), e a tensão entre coletor e emissor de aproximadamente 0,3V.

Precisamos calcular a corrente de base para saturar o transistor. Para tal, vamos injetar mais corrente que o necessário para garantir a saturação do transistor. Usamos um coeficiente de segurança de 2 vezes. Assim, temos:

1° Cálculo da corrente de carga:

$$I_C = \frac{VCC - v_{CE}}{R_C} \rightarrow \boxed{I_C = \frac{VCC - 0{,}3}{R_C}}$$

2° Cálculo da corrente de base:

$$\boxed{I_B = \frac{2.I_C}{\beta_1}}.$$

Multiplicamos a corrente de coletor por dois. Este é o fator de segurança para garantir a saturação.

3° Cálculo de R_B:

$$R_B = \frac{v_e - v_{BE}}{I_B} \rightarrow \boxed{R_B = \frac{v_e - 0{,}7}{I_B}} \quad [\Omega]$$

Quando números forem arredondados, sempre favorecer o aumento da corrente de base.

Exemplo 32: Deseja-se acionar o LED do circuito da Fig. 1.55 com um sinal de 5V. O LED deve operar com uma corrente de 20mA (queda de 1,7V). Será empregado o transistor NPN de chaveamento 2N2222 que têm um ganho mínimo de 50. Determinar R_D, R_B e a tensão v_s de acordo com a tensão de entrada.

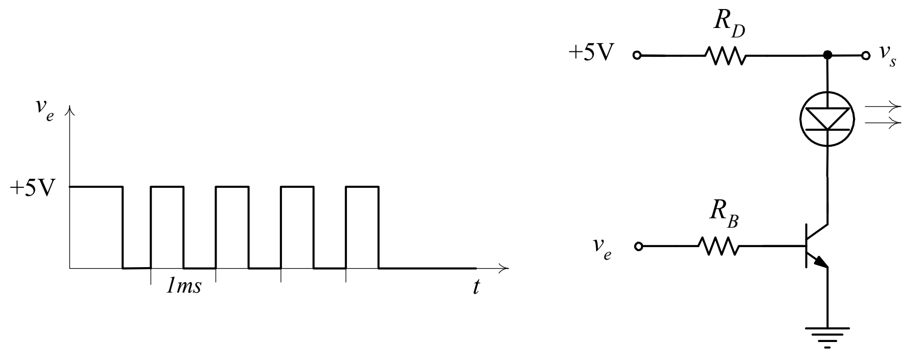


Fig. 1.55 – Circuito para cálculo da chave transistorizada do exemplo 32.

A tensão em R_D , com $v_{CE} \approx 0{,}3V$ e $v_{LED} \approx 0{,}7V$, é:

$$v_D = 5 - 1{,}7 - 0{,}3 = 3V \ .$$

Como a corrente no LED é a mesma em R_D, calculamos R_D:

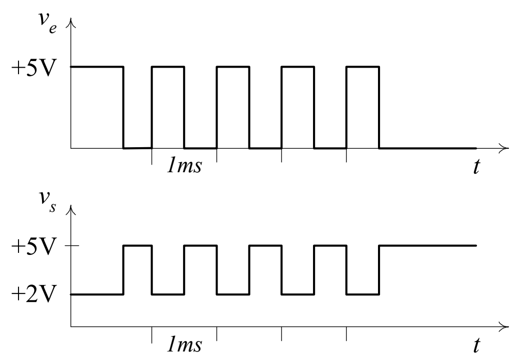
$$R_D = \frac{3}{0{,}02} \rightarrow R_D = 150\Omega$$

Calculando I_B e R_B:

$$I_B = \frac{2.0{,}02}{50} \rightarrow I_B = 0{,}8mA \rightarrow I_B \approx 1mA \text{ (tá legal).}$$

$$R_B = \frac{5 - 0{,}7}{0{,}001} \rightarrow R_B = 4{,}3k\Omega \text{ (valor comercial de resistência)}$$

A tensão v_s é:



Toda vez que é aplicada a tensão v_e na chave, o LED é ligado. O resistor R_D é necessário para limitar a corrente no LED e impedir que ele queime.

Esse tipo de chave é utilizada quando a fonte de sinal não consegue fornecer corrente suficiente para acionar uma determinada carga. Uma pequena corrente permite alimentar uma carga que consome uma corrente bem maior.

Exemplo 33: Deseja-se acionar uma carga que consome 100mA quando ligada à chave transistorizada da Fig. 1.56. É empregado o transistor PNP de chaveamento 2N2907 que têm um ganho mínimo de 50. Determinar R_B e a tensão v_s de acordo com a tensão de entrada.

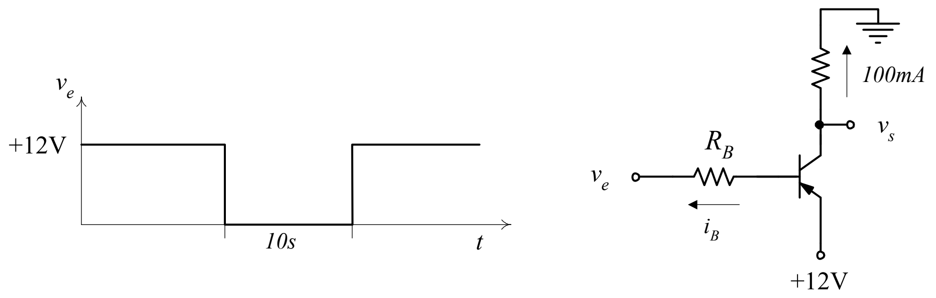


Fig. 1.56 – Circuito para cálculo da chave transistorizada do exemplo 33.

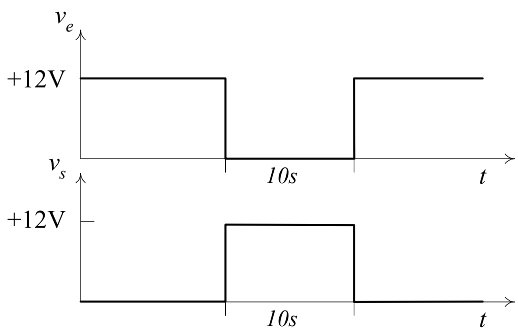
Apesar da inversão de polaridade na alimentação do 2N2907, a forma de cálculo da chave mantém-se igual, com a diferença que a chave é acionada com tensão zero.

Calculando I_B e R_B:

$$I_B = \frac{2.0,1}{50} \rightarrow I_B = 4mA$$

$$R_B = \frac{12-0,7}{0,004} \rightarrow R_B = 2825\Omega \rightarrow R_B = 2,7k\Omega \text{ (valor comercial de resistência)}$$

A tensão v_s é:



Quando a tensão de entrada é 0V a chave é ligada por 10s e a carga consome 100mA. A tensão na carga será 12V menos a tensão entre coletor e emissor.

1.12 Conceitos Básicos de Cálculo

Os fenômenos físicos que nos envolvem podem ser descritos matematicamente. Logo, os conceitos de derivação e integração são fundamentais para uma análise mais profunda do comportamento da natureza[13].

Veremos alguns conceitos e definições fundamentais para compreendermos outros elementos de circuitos que irão surgir: o capacitor e o indutor.

1.12.1 A Derivada

Primeiro vamos entender graficamente a derivada, ver Fig. 1.57. Imaginemos que temos uma função que depende do tempo, $x = f(t)$, fig. 1.57a. Onde x, por exemplo, é a posição de um determinado objeto com o passar do tempo. Queremos determinar a velocidade desse

[13] A matemática sempre estará ao nosso lado como uma poderosa ferramenta. Sem esta ferramenta nossa análise e compreensão do mundo seriam limitadas. A matemática é um grande amiga, sempre prestes a nos ajudar em situações difíceis. Melhora nosso raciocínio e nos torna mais ágeis de pensamento.

objeto entre os instantes t_1 e t_2. Sabendo que a velocidade é dada em metros por segundo [m/s], precisamos achar quantos metros o objeto andou entre o tempo de interesse:

$$\upsilon = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} \quad [\text{m/s}].$$

Assim, estamos interessados na variação da posição e do tempo, os chamados deltas:

$$\Delta x = x_2 - x_1 \ \text{ e } \ \Delta t = t_2 - t_1 .$$

Então, $\upsilon = \frac{\Delta x}{\Delta t}$. Dessa história toda estamos interessados é na taxa de variação da posição em relação ao tempo ($\Delta x / \Delta t$). Observando a Fig. 1.57a vemos que os Δ's formam um triângulo retângulo e que o ângulo α é:

$$tg\,\alpha = \frac{\Delta x}{\Delta t},$$

ou seja, da trigonometria, a tangente do ângulo é igual ao cateto oposto dividido pelo cateto adjacente. Se os pontos p_1 e p_2 estiverem muito afastados teremos apenas uma aproximação do comportamento da velocidade e teremos um erro de aproximação. Para sermos mais precisos teríamos que avaliar Δ's menores (a menos que a relação entre x e t seja linear, como ocorre no movimento retilíneo uniforme).

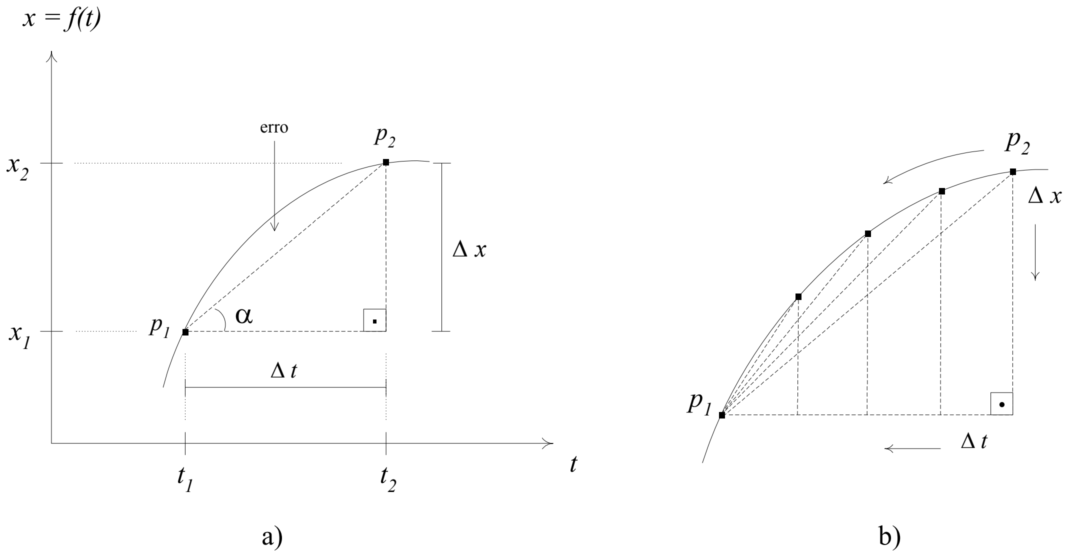


Fig. 1.57 – Gráficos para a compreensão da derivada.

Para sermos precisos na avaliação da taxa de variação da posição do objeto em relação ao tempo, temos que diminuir os Δ's, Fig. 1.57b.Assim, estaríamos cometendo um erro menor. Então, para solucionar este problema, os matemáticos criaram a derivada, que usa Δ's infinitesimais (muito muito pequenos!). Resultando num limite que tende a levar o Δ ao valor zero:

$$\lim_{\Delta \to 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{dx}{dt},$$

gerando a <u>derivada</u> de x em relação ao t.

Do que foi exposto, podemos inferir que a derivada é uma ferramenta que mede com precisão a taxa de variação de variáveis. É também a reta tangente à curva de uma dada função (a hipotenusa do triângulo da taxa se torna tão pequena que ela tangencia a curva). Podemos encontrar pontos de máximo e mínimo em funções com a reta tangente.

Existe todo um cálculo próprio para se trabalhar com a derivada. Por exempo, a derivada de uma função linear é uma constante, como seria de se esperar (ex., $d(5t)/dt = 5$). Se no cálculo da velocidade do nosso objeto, ele se movesse sempre com a mesma velocidade, teríamos uma reta na Fig. 1.57 e taxa de variação da velocidade seria constante.

Derivada:

- *Taxa de variação (de uma variável em relação à outra).*
- *Reta tangente à curva.*

Agora podemos rever a fórmula que descreve o conceito de corrente elétrica como a taxa de variação das cargas elétricas que atravessam um determina superfície em um dado tempo:

$$I = \frac{\Delta Q}{\Delta t} \rightarrow I = \frac{dQ}{dt} \text{ [A]}$$

Outro exemplo interessante é a taxa de variação do fluxo magnético que atravessa uma espira metálica condutora, gerando uma diferença de potencial (ξ) em seus terminais:

$$\xi = \frac{d\phi_B}{dt} \text{ [V].}$$

Notar que a derivada atua pontualmente, e que uma taxa de variação grande resulta num valor grande da derivação. Por exemplo, se Δt for muito pequeno e Δx grande, o resultado será um valor grande. Como veremos, a natureza costuma ter respostas interessantes para variações muito rápidas em grandezas físicas.

1.12.2 A Integral

A integral nada mais é que a área sob uma dada curva, o seu significado físico dependerá do problema analisado. Supondo que temos o gráfico da Fig. 1.58a, nosso objetivo agora é determinar a área demarcada. A forma mais simples de fazer isto seria dividir a área em sub-áreas retangulares, Fig. 1.58b, calcular todas as áreas e somá-las. Isto representaria um erro em cada um dos retângulos.

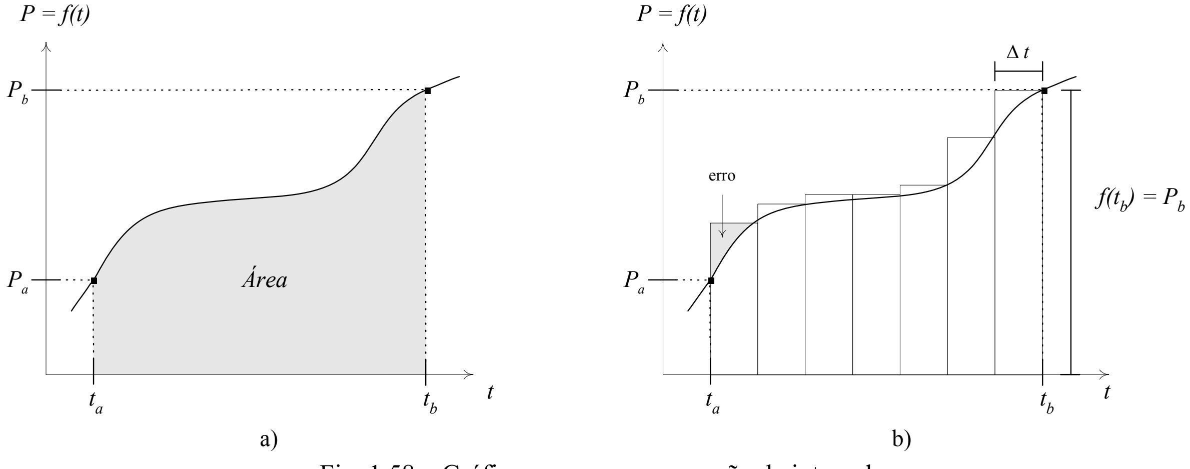


Fig. 1.58 – Gráficos para a compreensão da integral.

Considerando retângulos com a mesma largura Δt, a área aproximada para N retângulos, no intervalo t_b - t_a, seria:

$$A_{t_b - t_a} \cong A_1 + A_2 + A_3 + ... + A_N \text{ , onde, } \quad A_n = f(t_a + n.\Delta t).\Delta t \text{ .}$$

Na forma de somatório: $A_{t_b - t_a} \cong \sum_{n=1}^{N} f(t_a + n.\Delta t).\Delta t$

Então, para minimizar o erro teríamos que aumentar o número de sub-áreas diminuindo a largura do retângulo (Δt). Tornando a largura infinitesimal, ou seja, tendendo a zero, $\lim\limits_{\Delta \to 0} \Delta t = dt$, resulta na integral:

$$A = \int_{t=a}^{t=b} f(t).dt$$

Aqui o somatório das sub-áreas se torna a integral, $\sum \rightarrow \int$, e o Δt infinitesimal (dt). Observar que o símbolo da integral parece um *S* estendido que representa o *S*omatório. Com a integral temos infinitas áreas no intervalo de tempo t_b - t_a, e não temos erros de aproximação.

Se a função *f(t)* na Fig. 1.58 fosse a potência elétrica em função do tempo *P*, teríamos a energia consumida em Joules de t_a até t_b (a integral da potência é a energia). Outro exemplo, é a lei de Àmpere na forma integral, onde o somatório do campo magnético em torno de um fio retilíneo é igual à corrente que passa pelo fio, ver Fig. 1.59
Lei de Àmpere na forma integral:

$$\oint \vec{H}.\vec{dl} = I \quad \text{[A],}$$

onde $\vec{H}$ é o campo magnético produzido pela corrente I e $\vec{dl}$ é o incremento espacial infinitesimal ao longo da área integrada. ($\oint$ significa integral ao longo de um determinado caminho fechado).

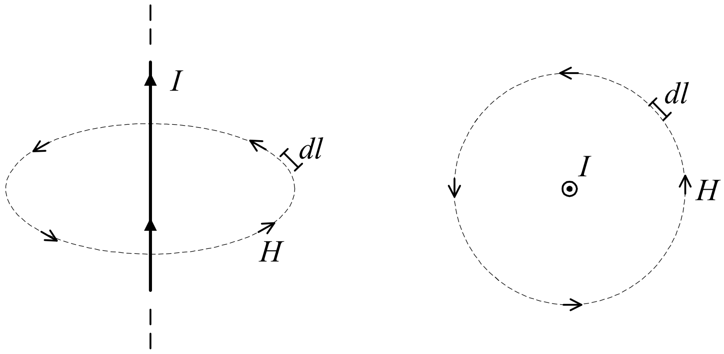


Fig. 1.59 – Desenho para compreensão da lei de Àmpere na forma integral, $\oint \vec{H}.\vec{dl} = I$.

Integral

- *Área sob a curva de uma dada função.*
- *Somatório infinitesimal.*

O sentido físico da integral vai depender das grandezas físicas envolvidas na integração e das regiões geométricas ou tempo empregado. A integral é dual à derivada, ambas se complementam.

1.13 Outros Elementos de Circuitos

Em circuitos elétricos, para o resistor, é aplicada a lei de Ohm, a qual nos informa que a tensão é diretamente proporcional a corrente multiplicada pela resistência ($V = R.I$). Entretanto, existem outros elementos, como o capacitor e o indutor, baseados em eletromagnetismo, com aplicações bem interessantes em circuitos elétricos e eletrônicos.

1.13.1 O Capacitor

É um dispositivo que armazena energia elétrica entre placas metálicas. As cargas elétricas são separadas nas placas, devida à aplicação de uma diferença de potencial. Uma vez separadas as cargas, o capacitor pode fornecer a energia recebida.

Na Fig. 1.60a temos um capacitor com placas paralelas. Ao serem submetidas a uma diferença de potencial, uma das placas ficará com excesso de elétrons e a outra com falta. Excesso de elétrons significa carga negativa e falta, carga positiva. A fonte externa realiza o trabalho de retirar elétrons de uma placa e colocá-los na outra pela ação da diferença de potencial. Esta, exerce pressão sobre os elétrons das placas, movimentando-os. Após a carga, o capacitor terá o valor da fonte de tensão que o carregou, e a energia armazenada no campo elétrico $\vec{E}$ pode ser utilizada[14].

Fisicamente os capacitores podem assumir diferentes formas, geralmente constituídos por placas metálicas paralelas, as quais podem ser separadas por ar, ou outro material isolante (dielétrico[15]). A área das placas, distância e dielétrico empregado, determinam a capacidade do capacitor em armazenar cargas elétricas. A esta capacidade é atribuída a capacitância, a qual é a razão entre a carga armazenada em uma das placas do capacitor e a diferença de potencial entre suas placas ($C = Q/V$). Sua unidade de medida é o Faraday [F]. Na Fig. 1.60b temos os símbolos comumente utilizados para representar os capacitores, da esquerda para direita temos capacitores sem e com a representação do dielétrico; à direita temos o capacitor eletrolítico o qual só pode ser ligado de acordo com sua polaridade.

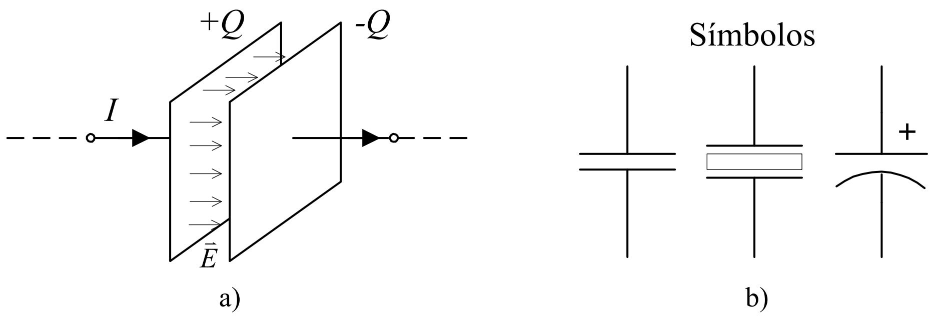


Fig. 1.60 – Capacitores: representação física e simbólica.

Quando associamos capacitores em paralelo, a capacitância total será igual à soma da capacitância de cada capacitor, pois a carga total é a soma das cargas individuais de cada capacitor. Fisicamente há um aumento de área das placas, como se os dois capacitores fossem um único capacitor com placas maiores. A tensão de carga sobre os capacitores é a mesma da fonte. Assim, para N capacitores em paralelo a capacitância total é dada por:

---

[14] Quando falamos em armazenar cargas elétricas, estamos nos referindo apenas as cargas de uma das placas, visto que, a carga total antes e depois no capacitor é a mesma. O elétron que sai de uma placa entra na outra. O peso do capacitor antes de ser carregado e depois é o mesmo! A fonte só separa os elétrons.

[15] A principal característica dos dielétricos é a permissividade elétrica ε, ou capacidade indutiva elétrica. Ou seja, a capacidade de concentrar linhas de campo elétrico. Quando maior o valor dessa permissividade, maior será a capacidade do capacitor em armazenar cargas elétricas.

$$C_T = C_1 + C_2 + ... + C_N$$

Quando os capacitores são ligados em série a capacitância total diminui, pois a carga dos capacitores é dividida juntamente com a tensão. A associação se comporta com um capacitor com dielétrico mais espesso e placas mais afastadas. O capacitância total é, então, dada por:

$$\frac{1}{C_T} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + ... + \frac{1}{C_n}$$

As fórmulas das associações de capacitores são inversas as das associações de resistores. O comportamento físico do capacitor é expresso pelo conjunto de equações abaixo:

$$i_C = C.\frac{dv_C}{dt} \qquad (1)$$

$$v_C = \frac{1}{C}\int i_C.dt \qquad (2)$$

A eq. 1 nos diz que a corrente num capacitor é diretamente proporcional à taxa de variação da tensão sobre ele multiplicado por sua capacitância. É justamente a taxa de variação da tensão que faz com que o capacitor tenha um comportamento interessante à variações bruscas de tensão. Se dv_C / dt for grande, ou seja, a tensão sobre o capacitor variar rapidamente num curto espaço de tempo, teremos uma grande corrente. Em situações de variações bruscas de tensão o capacitor se comporta como um curto circuito. Este fato explica porque um capacitor quando ligado diretamente a uma fonte de tensão absorve valores elevados de corrente por um breve período de tempo. Um exemplo disso é a faísca gerada quando se liga interruptores que alimentam cargas capacitivas, a corrente fica limitada apenas pela resistência elétrica dos fios de alimentação. O capacitor absorve surtos de tensão e pode se comportar com um filtro quando utilizado para este fim.

Na eq. 2 a tensão do capacitor dependerá da corrente absorvida por ele, o que é coerente, pois a tensão será proporcional a carga. O fator *1/C* nos diz que quando maior a capacitância maior será a carga e o tempo necessário para o capacitor atingir v_C. A integral garante que uma corrente elevada no capacitor seja convertida para tensão rapidamente.

O Capacitor em Corrente Contínua

Quando um capacitor é ligado a uma fonte contínua de tensão, a corrente inicial será limitada pela resistência do circuito. O capacitor é um curto-circuito durante a energização e a tensão entre suas placas começará a aumentar exponencialmente até atingir o valor da fonte de alimentação. A corrente segue o processo inverso, sendo máxima no início da carga e decrescendo exponencialmente até as cargas elétricas atingirem o equilíbrio. Na Fig. 1.61 o capacitor é energizado no instante t = 0s, sendo a corrente inicial de 10mA (10V/1kΩ) e a tensão nula. O capacitor ao se carregar aumenta a tensão entre as placas fazendo com que a corrente diminua. Quando o capacitor atingir a tensão da fonte a carga estará completa e a corrente será nula. O comportamento não linear de carga é esperado, visto que ao se carregar, o capacitor tem sua tensão aumentada e a fonte que tem tensão fixa, não consegue aumentar a pressão elétrica para enviar elétrons a uma taxa constante.

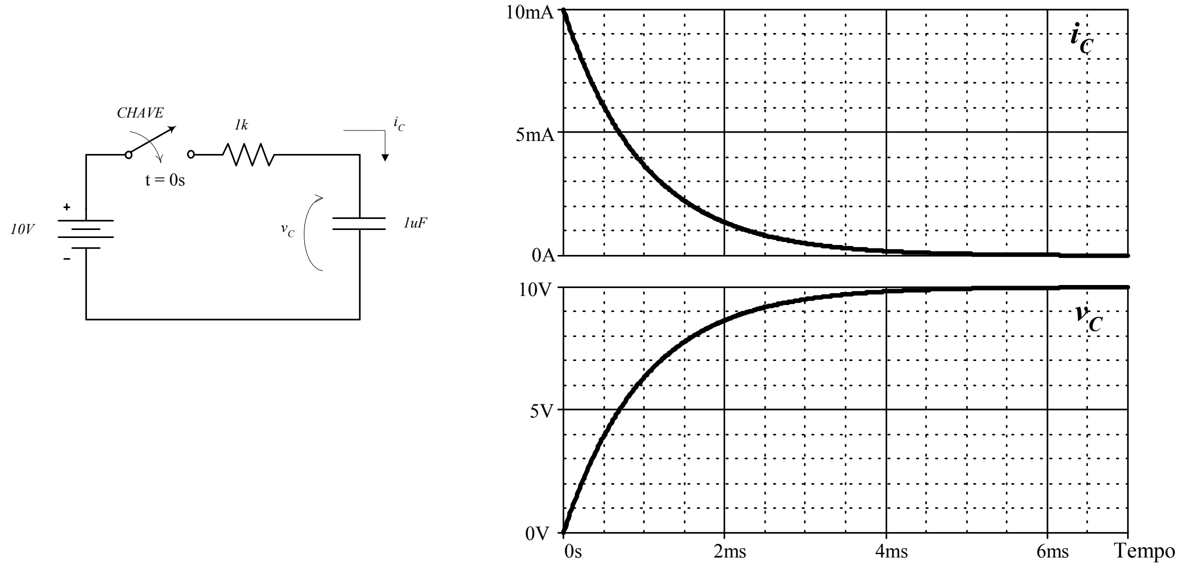


Fig. 1.61 – Capacitor ligado a uma fonte contínua de tensão no instante t=0s.

A equação que descreve a tensão do capacitor durante a carga é:

$$v_C = v_F\left(1 - e^{\frac{-t}{RC}}\right) \tag{3}$$

onde v_C é a tensão de carga ou tensão do capacitor e v_F é a tensão da fonte, ou tensão final de carga. RC é a chamada constante de tempo capacitiva τ_C, a qual determina o tempo de carga do capacitor de acordo com os valores da resistência vista pelo capacitor e de sua capacitância. Quando $t = RC$, resulta: $v_C = v_F(1 - e^{-1})$, ou $v_C \approx 0{,}63.v_F$. Logo, na constante de tempo o capacitor terá atingido 63% da tensão de carga.

Interessante é saber o tempo que o capacitor leva para atingir um valor de tensão entre zero e v_F. Isolando-se o tempo na eq. 3:

$$t = -RC\,.\,\mathrm{Ln}\left(1 - \frac{v_C}{v_F}\right) \tag{4}$$

Para a descarga do capacitor, a forma de onda da tensão é invertida, a tensão começa no máximo e vai a zero. A corrente mantém a mesma forma, o capacitor agora age como uma fonte de tensão com a seguinte característica:

$$v_C = v_F\,.e^{\frac{-t}{RC}} \tag{5}$$

Isolando t:

$$t = -RC\,.\,\mathrm{Ln}\left(\frac{v_C}{v_F}\right) \tag{6}$$

O capacitor para uso como fonte de energia é carregado para posterior uso. Podendo ser carregado lentamente e descarregar rapidamente com valores altos de corrente. Este princípio é utilizado nas máquinas fotográficas para produzir o “flash”; em amplificadores de som para fornecer os picos de corrente necessários ao alto-falante, bem como para os reatores nucleares de fusão, onde milhares de capacitores fornecem energia num tempo muito curto para iniciar o processo de fusão atômica.

Exemplo 34: O circuito da Fig. 1.62 é utilizado para “resetar” alguns tipos de dispositivos digitais durante a energização e garantir seu correto funcionamento, bem como gerar um atraso na propagação de sinais digitais. Se o dispositivo conectado ao “reset” começa a operar quando a tensão deste sinal é superior a 1,5V, quanto tempo o dispositivo ficará em repouso após a energização do circuito?

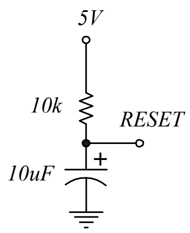


Fig. 1.62- Exemplo 34.

Usando a eq. 4:

$$t = -RC\,.\mathrm{Ln}\left(1 - \frac{v_C}{v_F}\right) \quad \rightarrow \quad t = -10k\Omega.10uF\,.\mathrm{Ln}\left(1 - \frac{1{,}5}{5}\right),$$

resulta num tempo de repouso de:

$$t \approx 36ms\ .$$

O Capacitor em Corrente Alternada

Nesta seção, estaremos avaliando o capacitor quando submetido a uma tensão alternada e trabalhando em regime permanente, após o alcance da estabilidade do sistema. O regime transitório esta além do escopo deste trabalho e não interessa aos estudos que seguirão.

Uma vez conhecidas as equações que descrevem o comportamento físico do capacitor, eqs. 1 e 2, podemos saber o comportamento do capacitor em corrente alternada. Assim, derivando uma forma de onda senoidal, obtemos uma cossenóide, ou seja, se for aplicada uma forma de onda de tensão senoidal ao capacitor a corrente será <u>adiantada</u> 90˚ em relação a tensão (“a corrente chega antes da tensão”). Como esperado do regime DC, a corrente máxima será obtida quando a tensão for mínima e vice-versa. A Fig. 1.63 ilustra as formas de tensão e corrente para o capacitor do circuito apresentado.

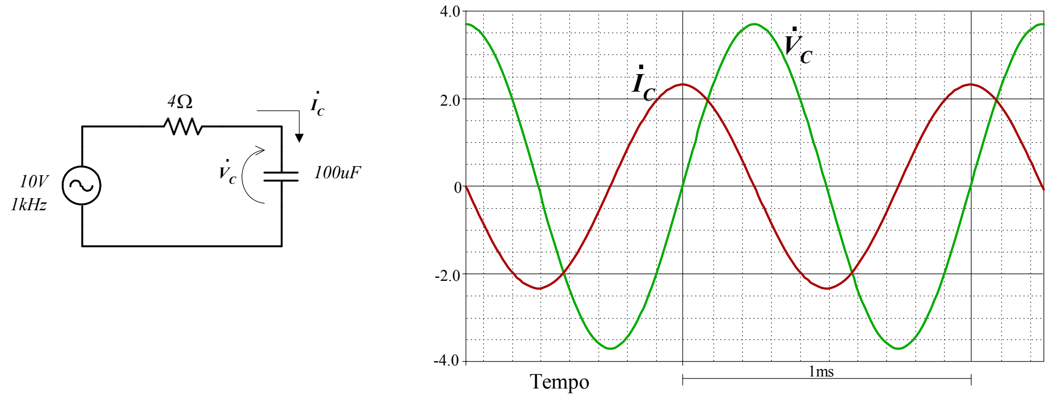


Fig. 1.63- Capacitor em corrente alternada.

Em regime de tensão contínua o capacitor uma vez carregado, comporta-se como um circuito aberto, não há circulação de corrente. Já em corrente alternada, o capacitor apresenta uma resistência própria e a corrente circula! Na verdade os elétrons não atravessam as placas do capacitor nem o dielétrico, eles vão e vem de cada lado das placas de acordo com a variação de tensão e dos campos elétricos formados no dielétrico.

O quanto o capacitor limitará a corrente que por ele passa, não depende exclusivamente da resistência do circuito, mas também de sua própria resistência[16]. Esta é chamada de reatância capacitiva e é dada por:

$$X_C = \frac{1}{2\pi.f.C} \quad [\Omega] \tag{7}$$

onde, f é a freqüência do sinal aplicado ao capacitor e C é a capacitância. Da eq. 6 percebe-se que quando maior a freqüência e/ou o valor do capacitor menor será a resistência a passagem da corrente alterna.

Exemplo 35: Para o circuito da Fig. 1.64 calcular a impedância do capacitor.

Usando a equação 7:

$$X_C = \frac{1}{2\pi.1000.0,0001} \approx 1,6\Omega$$

O cálculo da corrente e tensão sobre o capacitor não pode ser efetuado simplesmente calculando-se a resistência total como a soma da resistência do resistor e a impedância do capacitor. Para saber a corrente é necessário usar a defasagem entre a tensão e a corrente do capacitor. Isto exige o conhecimento de números complexos, assunto a ser aborda na seção 1.4 XXXXX.

Os capacitores trabalhando em corrente alternada são amplamente utilizados em eletrônica para a realização de filtros seletivos de sinais, osciladores, acoplamento de sistemas e muitas outras funções. Em eletrotécnica são extensivamente utilizados para corrigir defasagens entre tensão e corrente (correção do fator de potência).

Em circuitos que trabalham com alta freqüência, a capacitâncias parasita, entre trilhas por exemplo, é um problema. O sinal acaba seguindo caminhos imprevisíveis. Em circuitos integrados, transistores e outros dispositivos eletrônicos, a operação em altas freqüências ficará limitada pelas capacitâncias intrínsecas dos mesmos.

1.13.2 O Indutor

É um dispositivo que trabalha com campos magnéticos, retendo energia nestes. A corrente elétrica ao se movimentar gera um campo magnético; se um fio condutor percorrido por uma corrente for disposto de certa forma é possível concatenar o campo gerado ao longo do fio e formar, assim um eletro-ímã.

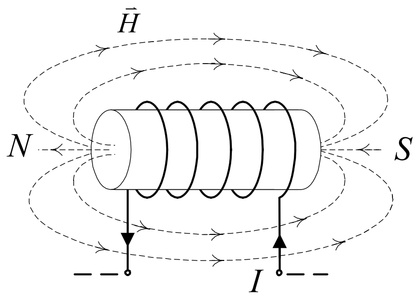
Na Fig. 1.64 é apresentado o indutor e os símbolos comumente utilizados na sua representação. A disposição do fio condutor será tal a ter espiras por onde a corrente circulará (bobina). A soma das contribuições individuais de várias espiras produz uma maior intensidade de campo magnético. Os pólos norte e sul criados dependerão da direção da corrente elétrica.

Fisicamente os indutores podem ter núcleo a ar ou algum material ferromagnético. Estes possuem elevada capacidade de indução magnética, conhecida como permeabilidade magnética μ. As linha de campo são fortemente concentradas nos materiais ferromagnéticos e os valores de campo gerado serão bem mais intensos. As geometrias das bobinas podem

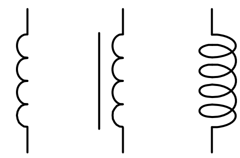
---

[16] Para elementos em corrente alternada é usada a palavra impedância ao invés de resistência, porque a contrário desta, naquela a corrente e a tensão estarão defasadas. Detalhes sobre isto serão vistos na seção sobre circuitos em corrente alternada.

variar de circulares a quadras, serem sobrepostas, bem como todo o indutor ter forma circular (toróide).



a)



b)

Fig. 1.64 – Indutores: representação física e simbólica.

A capacidade do indutor em relação ao seu campo magnético dependerá de suas características físicas e é definida pela indutância L, medida em Henry [H]. Esta indutância terá efeito direto sobre a corrente que atravessa o indutor e a tensão em seus terminais, ponderando o comportamento físico do indutor pela seguinte expressão:

$$v_L = L.\frac{di_L}{dt}. \tag{8}$$

Ou seja, a taxa com a qual a corrente varia no indutor e sua indutância determina a tensão em seus terminais. A eq. 8 nos mostra um importante efeito físico associado aos indutores, nestes uma variação rápida de corrente produz uma grande tensão. O indutor se opõe a variação brusca do seu campo magnético devida a força contra-eletromotriz produzida. Isto é, cada vez que a corrente alterar sua taxa de variação, nas bobinas é criada uma força que tende a manter o fluxo de elétrons no mesmo sentido. Esta é a lei de Lenz::

"A corrente induzida em uma espira condutora aparece num sentido tal a se opor a mudança que a produziu."

Este fato explica porque ao se interromper um circuito indutivo uma faísca é gerada. O indutor ao sentir que a corrente em seus terminais está mudando bruscamente, produz uma tensão tão elevada que é capaz de romper a rigidez dielétrica do ar e permitir o fluxo de elétrons[17]!

Integrando a eq. 8, têm-se:

$$i_L = \frac{1}{L}\int v_L.dt \ , \tag{9}$$

a qual nos diz que a corrente nos terminais do indutor será resultado do histórico das tensões sobre ele, ponderado pelo inverso da indutância

O comportamento do indutor é dual ao do capacitor, veremos uma simetria nas equações físicas que os descrevem. Ambos não gostam de variações bruscas, um na corrente, outro na tensão.

O Indutor em Corrente Contínua

[17] É desaconselhável desligar circuitos indutivos puxando plugues de alimentação. A tensão gerada nos terminais do plugue pode ser suficiente para gerar faíscas, a corrente elétrica, então, procurará o caminho de menor resistência, encontrando sua mão! Um choque assim é extremamente doloroso.

Quando o indutor é ligado a uma fonte de tensão contínua sua corrente será limitada pela resistência do circuito e sua tensão será nula. Entretanto, no momento da energização, o indutor se opõe a variação brusca de corrente, a corrente é nula e a tensão é máxima. Com o passar do tempo a força contra-eletromotriz diminui, a corrente começa a aumentar e a tensão diminui. Isto vai depender dos valores da indutância e da resistência do circuito. Na Fig. 1.65 é apresentado um circuito onde o indutor é ligado a uma fonte contínua de tensão em t=0s. Depois de passado o transitório a corrente no indutor será de 0,6A (6V/10Ω), a tensão nula (considerando a resistência nula do fio que compõe o indutor).

Então, o indutor tem comportamento contrário ao do capacitor. Quando é alimentado, o indutor comporta-se como um circuito aberto e vai diminuindo sua resistência à passagem da corrente até comportar-se como um curto circuito.

A equação que descreve a tensão do indutor durante a energização é:

$$v_L = v_F . e^{\frac{-R.t}{L}} , \qquad (10)$$

onde, v_F é a tensão da fonte, R a resistência do circuito e L a indutância. R/L é chamada constante de tempo indutiva τ_L. O valor desta indica a rapidez com que a corrente tende para o valor de equilíbrio (v_F/R).

Os indutores quando operando em tensão contínua, geralmente são empregados em relés, motores e outros dispositivos eletromagnéticos baseados em eletroímãs.

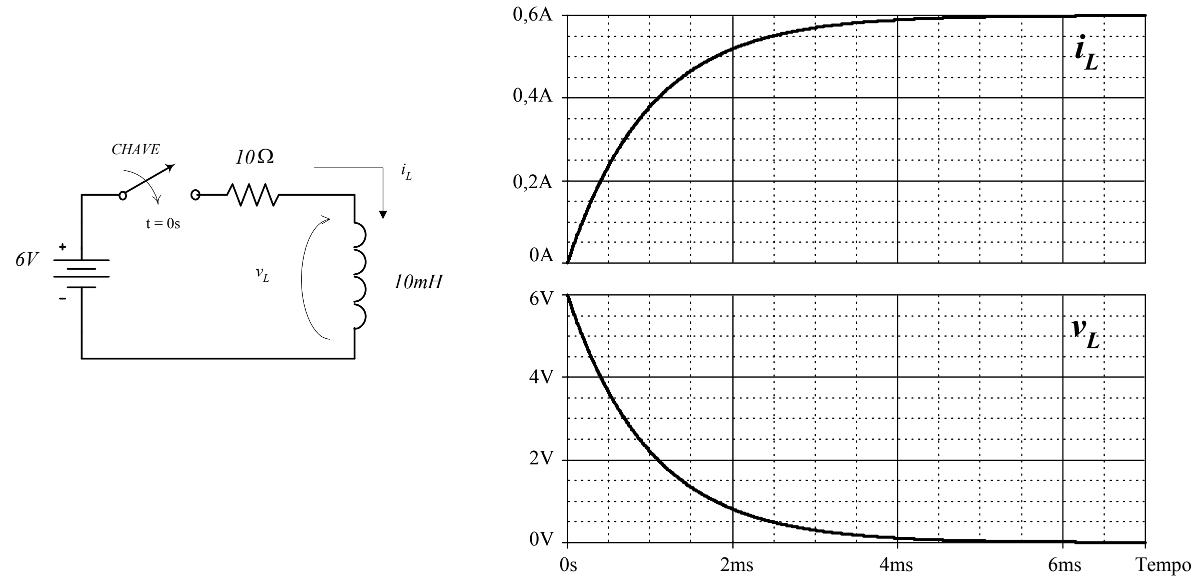


Fig. 1.65 – Indutor ligado a uma fonte contínua de tensão no instante t = 0s.

Em sistemas de corrente contínua, quando relés ou outros dispositivos indutivos são acionados por chaves eletrônicas, é fundamental o uso de um diodo para curto-circuitar a tensão produzida pelo indutor durante seu desligamento. Esse é chamado diodo de roda livre ou de caminho livre. Seu uso é fundamental para evitar a queima da chave semicondutora, ver Fig. 1.66. O diodo é polarizado reversamente sendo a corrente da bobina limitada por sua própria resistência.

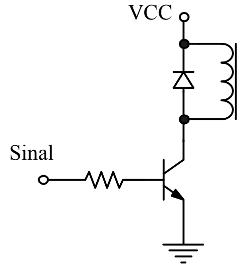


Fig. 1.66 – Diodo de roda livre.

O Indutor em Corrente Alternada

Nesta seção, estaremos avaliando o indutor quando submetido a uma tensão alternada e trabalhando em regime permanente, após o alcance da estabilidade do sistema. Como anteriormente não avaliaremos o regime transitório.

Uma vez conhecidas as equações que descrevem o comportamento físico do indutor (eqs. 8 e 9) podemos saber o comportamento do indutor em corrente alternada. Assim, derivando uma forma de onda senoidal de corrente na eq. 8, obtemos uma tensão cossenóide, ou seja, se for aplicada uma forma de onda de tensão senoidal ao capacitor a corrente será atrasada 90° em relação a tensão ("a corrente fica dando voltinhas e chega depois da tensão"). Como esperado do regime DC, a tensão máxima será obtida quando a corrente for mínima e vice-versa. A Fig. 1.67 ilustra as formas de tensão e corrente para o indutor do circuito apresentado.

Em regime de tensão contínua o indutor uma vez energizado, comporta-se como um curto-cirtuito, a corrente será limitada apenas pela resistência do circuito. Já em corrente alternada, o indutor apresenta uma resistência própria e a tensão sobre ele muda. Os campos eletromagnéticos se adaptam a situação alternada, respeitando sempre corrente máxima para tensão mínima e vice-versa.

O quanto o indutor limitará a corrente que por ele passa, dependerá da sua reatância indutiva, a qual é dada por:

$$X_L = 2\pi.f.L \quad [\Omega] \tag{11}$$

onde, f é a freqüência do sinal aplicado ao indutor e L é a indutância. Da eq. 11 percebe-se que quando maior a freqüência e/ou o valor do indutor maior será a resistência a passagem da corrente alterna. Para freqüência zero, fonte DC, temos resistência zero.

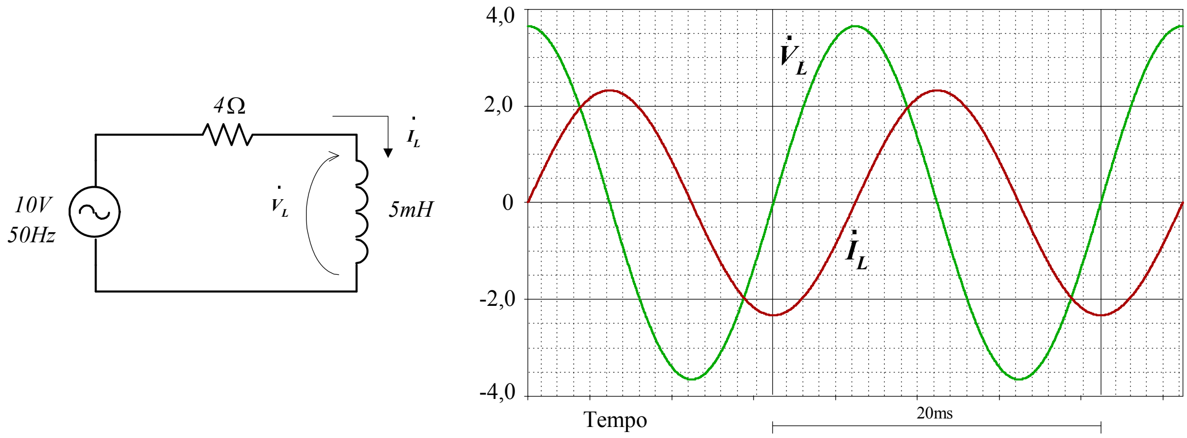


Fig. 1.67- Indutor em corrente alternada.

Os indutores trabalhando em corrente alternada são muito utilizados em eletrônica para a realização de filtros seletivos de sinais, osciladores, acoplamento de sistemas, relés, motores de corrente contínua, transformadores e varias outras funções. Em eletrotécnica são utilizados em transformadores, motores, relés e/ou outros dispositivos eletromecânicos.

1.13.3 O Circuito Indutor-Capacitor (LC)

Como mencionado, o indutor e o capacitor são duais, pois, têm propriedades físicas complementares. Um trabalha principalmente com campos elétricos e o outro magnéticos e ambos armazenam energia. A diferença é que o indutor não pode armazenar a energia quando desligado do circuito como o capacitor é capaz, ele a devolve.

Quando esses elementos são conectados juntos e possuem energia armazenada, eles irão trocar energia à uma certa freqüência, como pode ser visto em regime permanente na Fig. 1.67. Ora o capacitor receberá corrente e ora ele fornecerá, vice-versa com o indutor. As setas de tensão e corrente apenas ilustram um dado instante de tempo, pois estarão se alternando com o tempo.

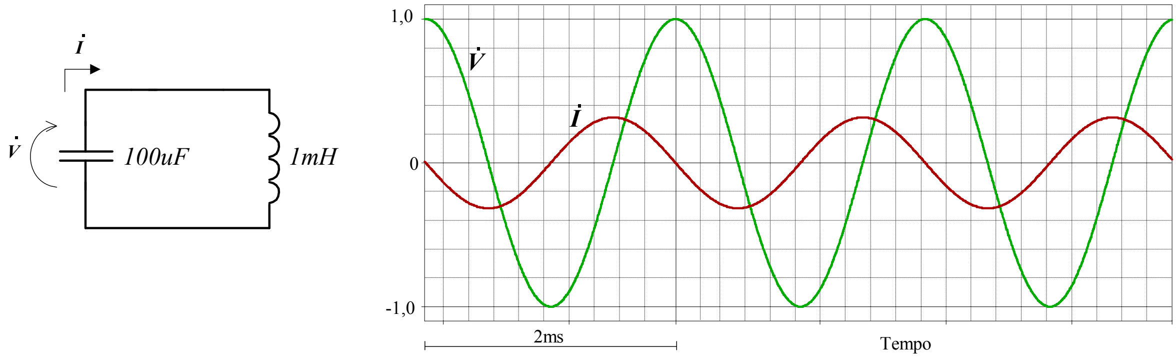


Fig. 1.67- Indutor e Capacitor conectados juntos contendo energia armazena antes da conexão.

Supondo inicialmente o capacitor carregado, ele começa a fornecer corrente para o indutor, quando a corrente no indutor começa a diminuir ele se opõe a esta variação e gera tensão tentando manter a corrente vinda do capacitor carregando este. O processo se repete e a troca de energia será infinita se não houver resistência no circuito para dissipá-la.

A freqüência de oscilação de um circuito LC é dada por:

$$f = \frac{1}{2\pi\sqrt{L.C}} \quad [\text{Hz}] \tag{11}$$

Exemplo 36: Qual a freqüência de oscilação para o circuito da Fig. 1.64?

Usando a eq. 11, temos:

$$f = \frac{1}{2\pi\sqrt{1.10^{-3} \times 100.10^{-6}}} \approx 500Hz$$

Quando existe resistência em um circuito LC, formando um circuito RLC, a energia do sistema é dissipada na resistência e o sinal será amortecido até sua extinção. Na Fig. 1.68 é apresentado o gráfico para o circuito da Fig. 167 com uma resistência de 1Ω. Considerando que o capacitor estava inicialmente carregado a troca de energia entre capacitor e indutor será amortecida pela resistência até ser totalmente dissipada.

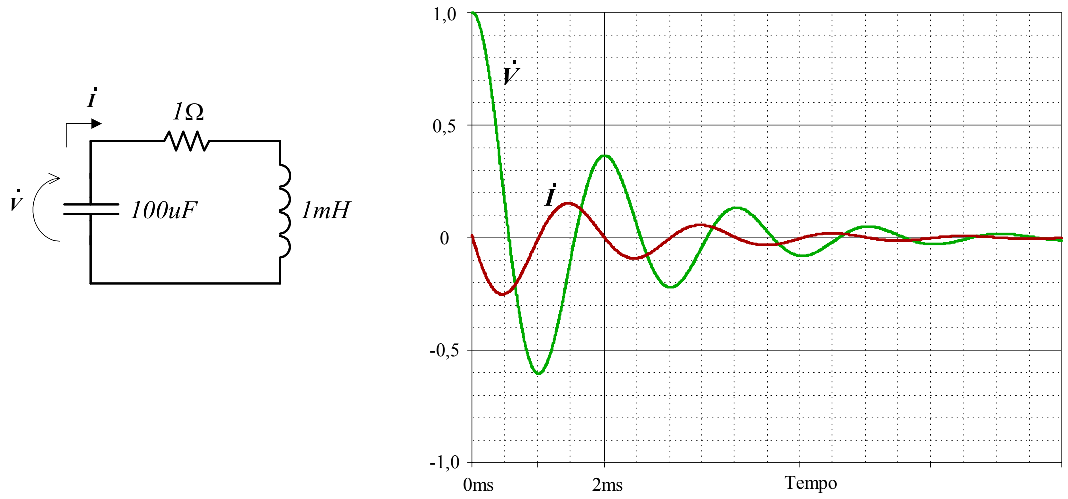


Fig. 1.68- Circuito amortecido RLC.

Em eletrônica os circuitos LC são empregados em osciladores e filtros. O amortecimento existirá porque os elementos físicos sempre apresentam certa resistência. Este amortecimento é compensado através de alguma forma de amplificação.

1.14 Números Complexos e Fasores

Para uma análise de circuitos em corrente alternada se faz necessário alguma ferramenta para facilitação dos cálculos. Os números complexos e os fasores são poderosas ferramentas para cortar, aplainar e polir as arestas de muitos circuitos e equações, o que seria impraticável com a matemática elementar. Essas ferramentas de auxílio, são fáceis de aprender e sua compreensão é fundamental.

Começamos pela revisão dos conceitos trigonométricos. A trigonometria deve ter surgido pelo conhecimento da regra de três, onde a relação entre duas variáveis permite encontrar uma variável incógnita correlata. Por exemplo, se tivermos uma pequena vareta perpendicular ao solo e medirmos seu tamanho e o comprimento da sombra projetada quando o sol incide sobre ela, podemos saber o tamanho de uma vareta perpendicular ao solo bem maior, medindo apenas a projeção de sua sombra. Está idéia era utilizada pelos Egípcios, para saber a altura de grandes estruturas!

Em geometria a relação entre as partes constituintes de um triângulo retângulo é invariável e independe do tamanho deste triângulo. Na Fig. 1.69, temos um circulo com raio igual a um (raio unitário), se for imaginado um triângulo com hipotenusa (*H*) igual ao raio, podemos construir relações para qualquer ângulo α. Oposto ao α temos o cateto oposto (*CO*) que representa a altura do triângulo projetada sobre o eixo *y*. Adjacente ao α temos o cateto adjacente (*CA*), projetado sobre o eixo *x*. Surgem então as relações trigonométricas:

$$tg\,\alpha = \frac{CO}{CA}, \qquad sen\,\alpha = \frac{CO}{H} \qquad \text{e} \qquad cos\,\alpha = \frac{CA}{H}.$$

O eixo *x* é o eixo dos cossenos porque ali são vistos os catetos adjacentes. O eixo *y* é o eixo dos senos porque ali são vistos os catetos opostos.

Considerando o circulo com 360˚, podemos determinar, por exemplo, qual o valor do seno de 30˚. Para isso basta medir no circulo unitário o tamanho do cateto oposto quando $\alpha = 30°$. Este valor é igual a 0,5 e como a hipotenusa é sempre igual a um, então, da relação trigonométrica do seno resulta:

$$sen\,30° = \frac{CO}{H} = \frac{0,5}{1} = 0,5\ ,$$

Isto significa que para qualquer tamanho de triângulo retângulo com um ângulo de 30˚, a relação entre o cateto oposto e a hipotenusa é sempre igual a 0,5. Assim, podemos estender a idéia para o cosseno e a tangente. As relações geométricas do triângulo com hipotenusa unitária, podem então, ser aplicadas como regra de três a qualquer triângulo retângulo.

Completando o raciocínio, o cosseno de 30˚ seria igual a 0,866 (tamanho do cateto adjacente). Aplicando Pitágoras ($H = \sqrt{CO^2 + CA^2}$) concluímos a verossímilhança matemática encontrando H = 1:

$$1 = \sqrt{0,5^2 + 0,866^2}$$

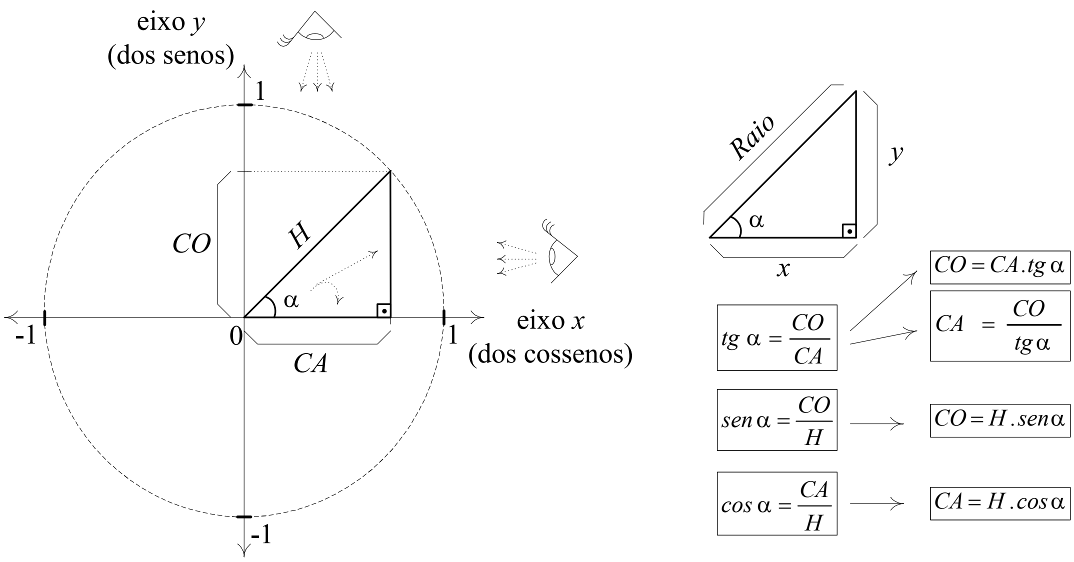


Fig. 1.69- Geometria para a trigonometria.

Os números complexos nada mais são que o uso do gráfico bidimensional *xy* substituindo o eixo *x* por um eixo denominado real e do eixo *y* por um eixo denominado imaginário. O triângulo retângulo poderá ser representado de duas formas: uma contendo os catetos oposto e adjacente e a outra, a hipotenusa e o ângulo α. O número imaginário $j = \sqrt{-1}$ é utilizado como uma forma de representação angular e vetorial, e pelas características matemáticas que apresenta, ver Fig. 1.70. Assim, temos três formas de representar um número complexo:

Forma retangular:

$$\dot{H} = CA + j.CO \;\rightarrow\; \dot{Z} = \text{real} + j.\text{imaginário} \;\rightarrow\; \dot{Z} = x + j.y$$

O ponto sobre a letra significa que o número é complexo. A letra Z é empregada porque é utilizada para representar impedâncias em circuitos elétricos. O *j* é usado somente para indicar os 90˚ entre o cateto adjacente e o cateto oposto. Assim, estes não podem ser somados algebricamente (representam uma soma vetorial). A hipotenusa é, então, encontrada com a fórmula de Pitágoras:

$$H = \sqrt{CO^2 + CA^2} \quad \text{ou} \quad r = \sqrt{x^2 + y^2}$$

Forma polar:

Usando as identidades trigonométricas, tem-se:

$$x = r.\cos\alpha$$

$$y = r.\text{sen}\,\alpha\ ,$$

como $\dot{Z} = x + j.y$, resulta:

$$\dot{Z} = r.(\cos\alpha + j.\text{sen}\,\alpha) \quad \rightarrow \quad r\angle\alpha$$

ou seja, $Hipotenusa \angle \hat{a}ngulo$, onde $\alpha = tg^{-1}\dfrac{y}{x}$.

Forma exponencial:

$$\dot{Z} = r.e^{j.\alpha}$$

Obs.: a representação da forma polar com módulo e ângulo é uma simplificação da representação exponencial.

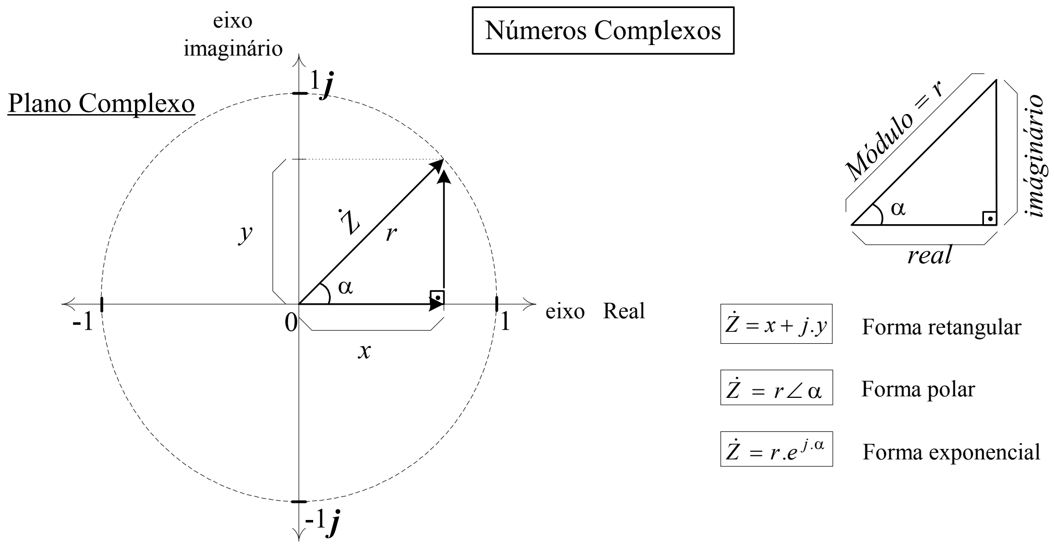


Fig. 1.70- Geometria para os números complexos.

A grande jogada do uso do número complexo *j* é a facilidade dos cálculos quando temos grandezas alternadas no tempo com defasagem entre si.

Para somar ou subtrair dois números complexos, a forma retangular é a melhor:

$$a_1 + j.b_1 + a_2 + j.b_2 \quad \rightarrow \quad a_1 + a_2 + j.(b_1 + b_2)$$

$$a_1 + j.b_1 - a_2 - j.b_2 \quad \rightarrow \quad a_1 - a_2 - j.(b_1 + b_2)$$

Somam-se os números reais e os imaginários, ou subtraem-se. Isto significa, somar ou subtrair vetores com origem em $x = 0$ e $y = 0$.

Para multiplicar ou dividir dois números complexos, a forma polar é a melhor:

$$\frac{M_1\angle\alpha_1}{M_2\angle\alpha_2} = \frac{M_1}{M_2}\angle(\alpha_1 - \alpha_2)$$ (dividem-se os módulos e subtraem-se os ângulos)

$$M_1\angle\alpha_1 \times M_2\angle\alpha_2 = M_1 \times M_2\angle(\alpha_1+\alpha_2)$$ (multiplicam-se os módulos e somam-se os ângulos).

A matemática polar vem diretamente da multiplicação e divisão dos números complexos em forma exponencial. Onde os módulos são multiplicados ou divididos e os ângulos somados ou subtraídos.

Para converter da forma polar para retangular basta o uso das relações trigonométricas. As calculadoras científicas modernas já trabalham com ambas formas facilmente.

Outra característica importante e necessária no cálculo de circuitos em corrente alternada é o conjugado de um número complexo. Este significa a inversão do sinal do j. Assim, quando um número complexo é multiplicado com seu conjugado, resulta um número real. O conjugado complexo será representado com um asterisco, $\dot{Z}^*$. Ver Tab. 2, lembrando que $j.j = \sqrt{-1}.\sqrt{-1} = -1$.

Tab. 2: Conjugado de um número complexo.

Forma	Número Complexo	Conjugado	Produto ($\dot{Z}.\dot{Z}^*$)
Retangular	$\dot{Z} = a + j.b$	$\dot{Z}^* = a + j.b$	$\dot{Z}.\dot{Z}^* = (a+j.b).(a-j.b) = a^2 + b^2$
Polar	$\dot{Z} = r\angle\alpha$	$\dot{Z}^* = r\angle-\alpha$	$\dot{Z}.\dot{Z}^* = r.r\angle(\alpha-\alpha) = r^2$
Exponencial	$\dot{Z} = r.e^{j.\alpha}$	$\dot{Z}^* = r.e^{-j.\alpha}$	$\dot{Z}.\dot{Z}^* = r.e^{j.\alpha}.r.e^{-j.\alpha} = r^2$

Exemplo 37: Converter os números complexos abaixo para sua forma polar e retangular. Aplicar as operações matemáticas elementares e multiplicá-los pelo conjugado complexo.

$$\dot{A} = 5 + j5$$
$$\dot{B} = 4{,}47\angle-26{,}56°$$

Primeiro transformamos ambos números para a forma polar e retangular:

$$r_A = \sqrt{5^2+5^2} \approx 7{,}07 \qquad \alpha_A = tg^{-1}\frac{5}{5} = 45° \qquad \rightarrow \qquad \dot{A} = 7{,}07\angle45°$$

$$y = 4{,}47.sen(-26{,}56°) = -2 \qquad x = 4{,}47.cos(-26{,}56°) = 4 \qquad \rightarrow \qquad \dot{B} = 4 - j.2$$

Realizamos as operações:

$$\dot{A}+\dot{B} \rightarrow 5+j.5+4-j.2 \rightarrow 5+4+j(5-2) \rightarrow \dot{A}+\dot{B} = 9+j.3$$
$$\dot{A}-\dot{B} \rightarrow 5+j.5-(4-j.2) \rightarrow 5-4+j(5+2) \rightarrow \dot{A}-\dot{B} = 1+j.7$$
$$\dot{B}-\dot{A} \rightarrow 4-j.2-(5+j.5) \rightarrow 4-5-j(2+5) \rightarrow \dot{A}-\dot{B} = -1-j.7$$

$$\dot{A}.\dot{B} \rightarrow 7{,}07\angle45° \times 4{,}47\angle-26{,}56° \rightarrow 7{,}07.4{,}47\angle(45°-26{,}56°) \rightarrow \dot{A}.\dot{B} = 31{,}6\angle18{,}4°$$
$$\frac{\dot{A}}{\dot{B}} \rightarrow \frac{7{,}07\angle45°}{4{,}47\angle-26{,}56°} \rightarrow \frac{7{,}07}{4{,}47}\angle(45°-(-26{,}56°)) \rightarrow \frac{\dot{A}}{\dot{B}} = 1{,}58\angle71{,}56°$$
$$\frac{\dot{B}}{\dot{A}} \rightarrow \frac{4{,}47\angle-26{,}56°}{7{,}07\angle45°} \rightarrow \frac{4{,}47}{7{,}07}\angle(-26{,}56°-45°) \rightarrow \frac{\dot{A}}{\dot{B}} = 0{,}63\angle-71{,}56°$$

$$\dot{A}.\dot{A}^* \rightarrow (5+j.5).(5-j.5) = 5^2+5^2 = 50 \quad \text{ou} \quad 7{,}07\angle45° \times 7{,}07\angle-45° = 50$$
$$\dot{B}.\dot{B}^* \rightarrow (4-j.2).(4+j.2) = 4^2+2^2 = 20 \quad \text{ou} \quad 4{,}47\angle-26{,}56° \times 4{,}47\angle26{,}56° = 20$$

Os números complexos podem representarem grandezas vetoriais, bem como grandezas variáveis senoidalmente no tempo com amplitude e fase. Está idéia é baseada na identidade de Euler:

$$e^{\pm j.\alpha} = \cos\alpha \pm j.\text{sen}\,\alpha\ ,$$

onde podemos ver as funções seno e cosseno. Associando uma sinal variável no tempo à forma complexa exponencial, representado por $\omega.t$, onde $\omega = 2\pi.f$ (f = freqüência do sinal), t = tempo e α fase do sinal, resulta:

$$e^{\pm j.(\omega.t+\alpha)} = \cos(\omega.t+\alpha) \pm j.\text{sen}(\omega.t+\alpha)\ .$$

A parte real do sinal é associada ao cosseno e a imáginaria ao seno. Criando uma variável no tempo, com amplitude máxima $I_{máx}$, temos:

$$I_{máx}.e^{\pm j.(\omega.t+\alpha)} = I_{máx}.\cos(\omega.t+\alpha) \pm j.I_{máx}.\text{sen}(\omega.t+\alpha)\ . \qquad \text{(xx)}$$

Supondo que esta equação representa, por exemplo, uma corrente alternada no tempo $i(t)$. A parte real seria dada por:

$$i(t) = I_{máx}.cos(\omega.t+\alpha)\ ,$$

Ou seja,

$$i(t) = \text{Real}\{I_{máx}e^{j(\omega.t+\alpha)}\} \quad \text{ou} \quad i(t) = \text{Real}\{I_{máx}e^{j(\omega.t)}.e^{j.\alpha}\} \qquad \text{(xy)}$$

Se observarmos a eq. (xy) vemos que a parte variável do sinal ($e^{j(\omega.t)}$) pode ser retirada sem a perda da informação de amplitude e fase do sinal. Logo, se a freqüência do sinal é conhecida podemos trabalhar somente com a forma polar:

$$\dot{I} = I_{máx}e^{j.\alpha} \qquad \text{ou} \qquad \dot{I} = I_{máx}\angle\alpha \quad \text{(módulo e fase)},$$

que é representação fasorial da uma variável senoidal.

Outra possibilidade é:

$$\dot{I} = I_{máx}.\cos(\alpha) \pm j.I_{máx}.\text{sen}(\alpha)$$

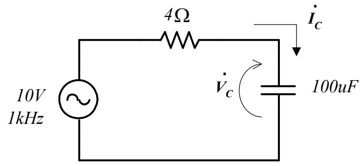
A transformação de um sinal com freqüência w para o domínio dos números complexos, também é chamada de transformação do domínio do tempo para o domínio da freqüência.

Resumindo:

Fasor é um número complexo que representa a amplitude e fase de uma função senoidal. Ele gira com freqüência f no plano complexo ($a + j.b$), mas é analisado estaticamente com a matemática dos números complexos.

Os fasores são amplamente utilizados em engenharia, para representar sinais alternados no tempo e em transformações matemáticas. Eles são extremamente úteis na análise de circuitos em corrente alternada.

Exemplo 38: Calcular a corrente e a tensão sobre o capacitor do circuito da Fig. 1.63.



Para o circuito capacitivo:

A resistência pode ser representada pelos números complexos:

$$R \rightarrow \; 4\angle 0^\circ \text{ ou } \; 4 + j.0 \; [\Omega]$$

Como não existe defasagem entre a corrente e a tensão, o ângulo é zero e a resistência é um número real puro.

A impedância do capacitor é calculada por:

$$\dot{X}_C = -j.\frac{1}{2\pi.f.C} \rightarrow \dot{X}_C = -j.\frac{1}{2\pi.1k.100u} \rightarrow \dot{X}_C = 0 - j.1,6 \text{ ou } 1,6\angle\text{-}90^\circ \; 0 \; [\Omega]$$

Como o capacitor apresenta uma defasagem entre corrente e tensão, ele é representado pelo número complexo $j.X_C$.

A fonte de tensão é representada por $\dot{V} = 10\angle 0^\circ$ (considera-se zero o ângulo de defasagem como a referência para as tensões e correntes do circuito).

Agora que todas as variáveis foram transformadas para números complexos, usamos estes no equacionamento normal para a resolução do circuito. A corrente, será então:

$\dot{I} = \dfrac{\dot{V}}{\dot{Z}}$ onde $\dot{Z} = \dot{R} + \dot{X}c$, resultando $\dot{Z} = 4 - j.1,6$, na forma polar → $\dot{Z} = 4,31\angle -21,8^\circ$. Substituindo:

$$\dot{I} = \frac{10\angle 0^\circ}{4,31\angle -21,8} = 2,32\angle 21,8^\circ \quad [\text{A}]$$

A corrente está adiantada 21,8˚ em relação a fonte de tensão, o que acontece em um circuito capacitivo. O módulo é 2,32 A (corrente de pico).

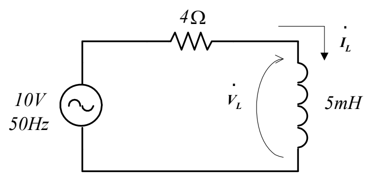
A tensão no capacitor será:

$$\dot{V}_C = \dot{I}.\dot{X}_C \rightarrow \dot{V}_C = 2,32\angle 21,8^\circ.1,6\angle -90^\circ \rightarrow \dot{V}_C = 3,7\angle -68,2^\circ \; [\text{V}]$$

Se for observado, a corrente e a tensão no capacitor estarão defasadas em 90˚.

Os valores dos módulos de tensão e corrente são dados nos valores de pico, porque a fonte é representada com o valor de pico.

Exemplo 39: Calcular a corrente e a tensão sobre o indutor do circuito da Fig. 1.67.



Para o circuito indutivo:

A resistência pode ser representada pelos números complexos:

$$R \rightarrow \; 4\angle 0^\circ \text{ ou } \; 4 + j.0 \; [\Omega]$$

O ângulo é zero e a resistência é um número real puro.

A impedância do indutor é calculada por:

$$\dot{X}_L = +j.2\pi.f.L \rightarrow \dot{X}_L = +j.2\pi.50.0,005 \rightarrow \dot{X}_C = 0 + j.1,57 \text{ ou } 1,57\angle 90^\circ \; 0 \; [\Omega]$$

Como o indutor apresenta uma defasagem entre corrente e tensão, ele é representado por $j.X_L$.

A fonte de tensão é representada por $\dot{V} = 10\angle 0^\circ$ (considera-se zero no ângulo de defasagem, referência para as tensões e correntes do circuito).

Agora que todas as variáveis foram transformadas para números complexos, usamos estes no equacionamento normal para a resolução do circuito. A corrente, será então:

$\dot{I} = \dfrac{\dot{V}}{\dot{Z}}$ onde $\dot{Z} = \dot{R} + \dot{X}c$, resultando $\dot{Z} = 4 + j.1{,}57$, na forma polar → $\dot{Z} = 4{,}3\angle 21{,}4°$. Substituindo:

$$\dot{I} = \frac{10\angle 0°}{4{,}3\angle 21{,}4} = 2{,}3\angle -21{,}4° \quad [A]$$

A corrente está atrasada 21,4° em relação a fonte de tensão, o que acontece em um circuito indutivo, o módulo é 2,3 A (corrente de pico).

A tensão no indutor será:

$$\dot{V}_L = \dot{I}.\dot{X}_L \rightarrow \dot{V}_L = 2{,}3\angle -21{,}4°.1{,}57\angle 90° \rightarrow \dot{V}_L = 3{,}65\angle 68{,}6° \; [V]$$

Se for observado, a corrente e a tensão no indutor estarão defasadas em 90°.

1.15 Circuitos em Corrente Alternada - CA

Para compreendermos como os circuitos em corrente alternada funcionam, precisamos primeiro analisar o efeito da fonte de tensão ou corrente no fornecimento de energia para uma carga com tensão e corrente em fase (resistor). Este problema se resume a seguinte pergunta:

-- Qual a potência média em uma resistência alimentada por um fonte de tensão contínua (DC) e outra alternada (AC)?

Considerando primeiro uma fonte de tensão DC, a potência que ela pode fornecer a uma resistência *R*, a qualquer instante de tempo é dada diretamente por:

$$P_{DC} = \frac{V_{DC}^2}{R} \quad [W] \qquad \text{(xc)}$$

Como a fonte de tensão é constante ao longo do tempo, a potência média é constante e igual à potência instantânea.

Para uma fonte AC representada por $v(t) = V_{máx} sen(\omega.t)$ a potência instantânea é dada por:

$$p(t) = \frac{v^2(t)}{R} = \frac{V_{máx}^2.sen^2\omega.t}{R} \quad [W].$$

Para encontrar a potência média é necessário integrar a potência instantânea durante um período da onda senoidal. Isto é feito calculando-se a área da tensão elevada ao quadrado durante um período dividido pelo período:

$$P_{méd} = \frac{1}{\pi}\int_0^{\pi} \frac{V_{máx}^2}{R} sen^2\omega.t \, d(\omega.t) \quad [W]$$

$$P_{méd} = \frac{V_{máx}^2}{2R} \quad [W] \qquad \text{(zx)}$$

A Fig. 1.71 mostra graficamente o significado da integração da função senoidal ao quadrado ($V_{máx} = 1$ por simplificação). O período da onda é 2π, mas como a onda se repete, só é necessário a área entre 0 e π para se obter o valor médio.

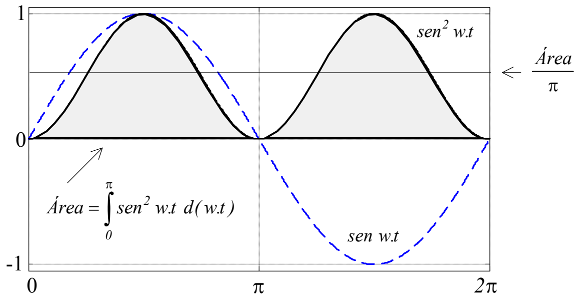


Fig. 1.71- Valor médio de uma onda senoidal ao quadrado com $V_{máx} = 1$.

Se observarmos as eq. xc e xz, qual seria o valor para que uma fonte alternada com amplitude $V_{máx}$ seja equivalente em termos de dissipação de potência a uma fonte contínua V_{DC}?

Igualando as eq. xc e xz, resulta:

$$\frac{V_{DC}^2}{R} = \frac{V_{máx}^{\;2}}{2R} \rightarrow V_{DC}^2 = \frac{V_{máx}^{\;2}}{2} \rightarrow \sqrt{V_{DC}^2} = \sqrt{\frac{V_{máx}^{\;2}}{2}} \rightarrow \boxed{\frac{V_{máx}}{\sqrt{2}} = V_{DC}}$$

Ou seja, o valor eficaz de tensão em uma fonte alternada é $V_{máx}/\sqrt{2}$.

O valor eficaz de qualquer função períodica, também é chamado de valor médio quadrático - RMS (*root-mean-square*), porque é raiz quadrada da integral de uma função elevada ao quadrado e dividida pelo período . Dado diretamente pela fórmula (que pode ser observada indiretamente na dedução acima):

$$V_{rms} = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T f^2(t)dt} \quad . \qquad \text{(xy)}$$

É o valor eficaz que é empregado no cálculo da potência em circuitos CA. É valido tanto para tensões como para correntes. Nos circuitos AC analisados a partir de agora, todas as tensões serão dadas em valores eficazes, caso não seja especificado o contrário.

Exemplo 40: A tensão de pico, ou tensão máxima de alimentação de um chuveiro elétrico é aproximadamente 311V. Sabendo que a resistência do chuveiro é 8Ω, qual a potência dissipada?

$$V_{eficaz} = \frac{V_{pico}}{\sqrt{2}} \rightarrow V_{eficaz} = \frac{311}{\sqrt{2}} = 220V$$

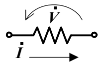
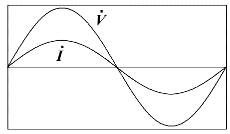
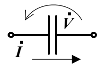
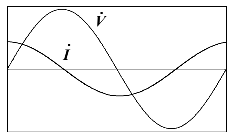
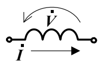
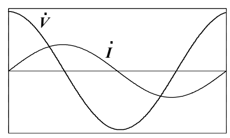
$$P_{chuveiro} = \frac{V_{eficaz}^2}{R} = \frac{220^2}{8} = 6050W$$

É sempre a tensão eficaz de trabalho que é mencionada nos equipamentos eletro-eletrônicos. Pois esta, é a que conta no cálculo da potência consumida. A tensão de pico serve para dimensionar o isolamento elétrico de fios, componentes eletrônicos e outros.

1.15.1 Elementos Passivos em CA

A análise de circuitos CA será baseada no conhecimento dos fasores e na compreensão do comportamento físico dos elementos envolvidos. Na categoria dos elementos passivos, os quais não produzem energia e não amplificam sinais, temos os resistores, indutores e capacitores. Seu comportamento em relação à tensão e à corrente são apresentados na Tab. 3.

Tab. 3: Elementos passivos no domínio da freqüência.

Elemento	**Símbolo**	**Equação (*j.2πf*)**	**Fasor**	**Gráfico no tempo ($\dot{V}$ – $\dot{I}$)**
Resistor		R	$R\angle 0°$	
Capacitor		$\dot{X}_C = \frac{1}{j.2\pi.f.C}$ $\dot{X}_C = -j.X_C$	$X_C\angle -90°$	
Indutor		$\dot{X}_L = j.2\pi.f.L$ $\dot{X}_L = j.X_L$	$X_L\angle 90°$	

1.15.2 Associação de Elementos

Quando se trabalha em regime alternado os elementos de circuito são vistos como impedâncias, apresentando defasagem entre a corrente e a tensão. Assim, quando a tensão e a corrente estão em fase o elemento apresenta comportamento resistivo. Com a corrente adiantada em relação à tensão o elemento tem comportamento capacitivo, em contrário comportamento indutivo.

A associação de elementos segue o mesmo processo realizado em regime de corrente contínua, com a diferença de que as associações são com impedâncias e a freqüência de trabalho é empregada nos cálculos das reatâncias[18].

<u>Elementos em série</u>

A impedância total é a soma das impedâncias do ramo analisado, ver Fig. 1.72.

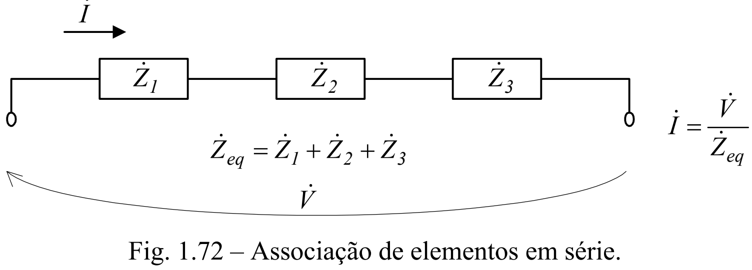


Fig. 1.72 – Associação de elementos em série.

Para N elementos:

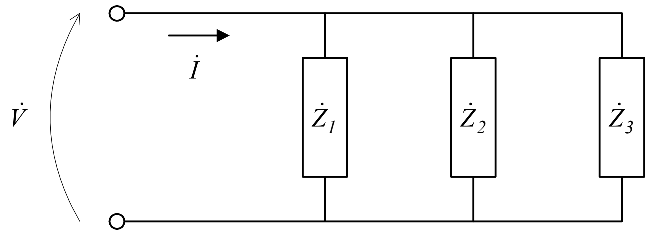
[18] Quando tivermos indutâncias no circuito, esta será individual. Indutância mútuas não são consideradas.

$$\dot{Z}_{eq} = Z_1\angle\alpha_1 + Z_2\angle\alpha_2 + Z_3\angle\alpha_3 + ... + Z_N\angle\alpha_N$$

$$\dot{Z}_{eq} = a_1 + j.b_1 + a_2 + j.b_2 + a_3 + j.b_3 + ... + a_N + j.b_N \rightarrow \dot{Z}_{eq} = a_1 + a_2 + a_3 + ... + a_N + j.(b_1 + b_1 + b_1 + ... + b_N)$$

Elementos em Paralelo

Elementos submetidos à mesma diferença de potencial, a impedância equivalente é o paralelo das impedâncias, ver Fig. 1.73.



$$\frac{1}{\dot{Z}_{eq}} = \frac{1}{\dot{Z}_1} + \frac{1}{\dot{Z}_2} + \frac{1}{\dot{Z}_3} \qquad \dot{I} = \frac{\dot{V}}{\dot{Z}_{eq}}$$

Fig. 1.73 – Associação de elementos em paralelo.

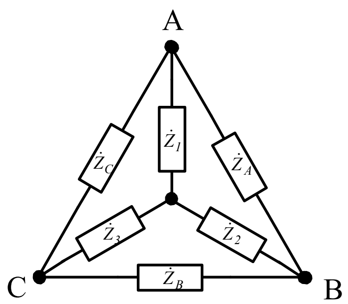
Para 2 Elementos:

$$\dot{Z}_{eq} = \frac{\dot{Z}_1.\dot{Z}_2}{\dot{Z}_1 + \dot{Z}_2}$$

Para N elementos:

$$\frac{1}{\dot{Z}_{eq}} = \frac{1}{\dot{Z}_1} + \frac{1}{\dot{Z}_2} + \frac{1}{\dot{Z}_3} + ... + \frac{1}{\dot{Z}_N}$$

Transformação Δ - Y

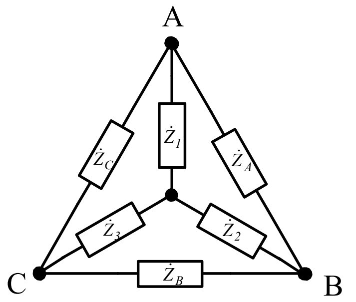


Δ - Y

$$\dot{Z}_1 = \frac{\dot{Z}_A\dot{Z}_C}{\dot{Z}_A + \dot{Z}_B + \dot{Z}_C}$$

$$\dot{Z}_2 = \frac{\dot{Z}_A\dot{Z}_B}{\dot{Z}_A + \dot{Z}_B + \dot{Z}_C}$$

$$\dot{Z}_3 = \frac{\dot{Z}_B\dot{Z}_C}{\dot{Z}_A + \dot{Z}_B + \dot{Z}_C}$$



Y - Δ

$$\dot{Z}_A = \frac{\dot{Z}_1\dot{Z}_2 + \dot{Z}_1\dot{Z}_3 + \dot{Z}_2\dot{Z}_3}{\dot{Z}_3} \qquad \dot{Z}_B = \frac{\dot{Z}_1\dot{Z}_2 + \dot{Z}_1\dot{Z}_3 + \dot{Z}_2\dot{Z}_3}{\dot{Z}_1}$$

$$\dot{Z}_C = \frac{\dot{Z}_1\dot{Z}_2 + \dot{Z}_1\dot{Z}_3 + \dot{Z}_2\dot{Z}_3}{\dot{Z}_2}$$

Exemplo 41: Determinar a impedância equivalente vista dos terminais A e B do circuito da Fig. 1.73. Dados:

$R_1 = 10\Omega$ $R_2 = 5\Omega$ $R_3 = 20\Omega$ $R_4 = 2\Omega$
$C_1 = 10\mu F$ $C_2 = 22\mu F$
$L_1 = 1mH$ $L_2 = 3mH$
Freqüência de trabalho de 1kHz.

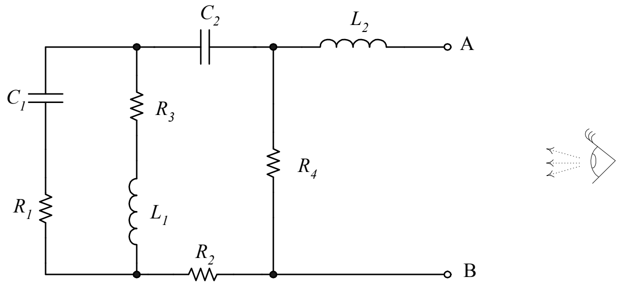


Fig. 1.74 – Circuito para o exemplo 41.

Primeiro calculam-se as reatâncias (Tab. 3):

$$X_{C1} = \frac{1}{2\pi.1k.10\mu} = 15{,}9\Omega \quad \rightarrow \quad \dot{X}_{C1} = -j.15{,}9 \quad \rightarrow \quad \dot{X}_{C1} = 15{,}9\angle -90°$$

$$X_{C2} = \frac{1}{2\pi.1k.22\mu} = 7{,}2\Omega \quad \rightarrow \quad \dot{X}_{C2} = -j.7{,}2 \quad \rightarrow \quad \dot{X}_{C1} = 7{,}2\angle -90°$$

$$X_{L1} = 2\pi.1k.1m = 6{,}3\Omega \quad \rightarrow \quad \dot{X}_{L1} = j.6{,}3 \quad \rightarrow \quad \dot{X}_{L1} = 6{,}3\angle 90°$$

$$X_{L1} = 2\pi.1k.5m = 31{,}4\Omega \quad \rightarrow \quad \dot{X}_{L2} = j.31{,}4 \quad \rightarrow \quad \dot{X}_{L2} = 31{,}4\angle 90°$$

Agora associam-se os elementos, ver Fig. 1.75:

→ C_1 esta em série com R_1:

$$\dot{Z}_a = R_1 - j.X_{C1} \quad \rightarrow \quad \dot{Z}_a = 10 - j.15{,}9 \quad \rightarrow \quad \dot{Z}_a = 18{,}8\angle -57{,}8°$$

→ R_3 esta em série com L_1:

$$\dot{Z}_b = R_3 + j.X_{L1} \quad \rightarrow \quad \dot{Z}_b = 20 + j.6{,}3 \quad \rightarrow \quad \dot{Z}_b = 21\angle 17{,}5°$$

→ Assim, $\dot{Z}_a$ está em paralelo com $\dot{Z}_b$:

$$\dot{Z}_c = \frac{18{,}8\angle -57{,}8° \times 21\angle 17{,}5°}{10 - j.15{,}9 + 20 + j.6{,}3} = \frac{394{,}8\angle -40{,}3°}{30 - j.9{,}6} = \frac{394{,}8\angle -40{,}3°}{31{,}5\angle -17{,}7} = 12{,}5\angle -22{,}6° \quad \rightarrow \quad \dot{Z}_c = 11{,}6 - j.4{,}8$$

→ Assim, $\dot{Z}_c$ está em série com C_2 e R_2:

$\dot{Z}_d = \dot{Z}_c + R_2 - j.X_{C2}$ → $\dot{Z}_d = 11{,}6 - j.4{,}8 + 5 - j.7{,}2 = 16{,}6 - j.12$ → $\dot{Z}_d = 20{,}5\angle -35{,}9$

→ Assim, $\dot{Z}_d$ está em paralelo com R_4:

$$\dot{Z}_e = \frac{20{,}5\angle -35{,}9° \times 2\angle 0°}{16{,}6 - j.12 + 2} = \frac{41\angle -35{,}9°}{18{,}6 - j.12} = \frac{41\angle -35{,}9°}{22{,}1\angle -32{,}8} = 1{,}9\angle -3{,}1° \;\rightarrow\; \dot{Z}_e = 1{,}8 - j.0{,}1$$

→ Finalmente, $\dot{Z}_e$ está em série com L_2:

$$\dot{Z}_{eq} = \dot{Z}_e + j.X_{L2} \;\rightarrow\; \dot{Z}_{eq} = 1{,}8 - j.0{,}1 + j.31{,}4 = 1{,}8 + j.31{,}3 \;\rightarrow\; \boxed{\dot{Z}_{eq} = 31{,}4\angle 86{,}6°\Omega}$$

O resultado indica um circuito bastante indutivo. A associação das impedâncias em conjunto com a freqüência de trabalho indicará a característica principal do circuito: capacitivo, indutivo ou resistivo. Indutâncias e capacitâncias podem se anular e o resultado pode ser estritamente resistivo.

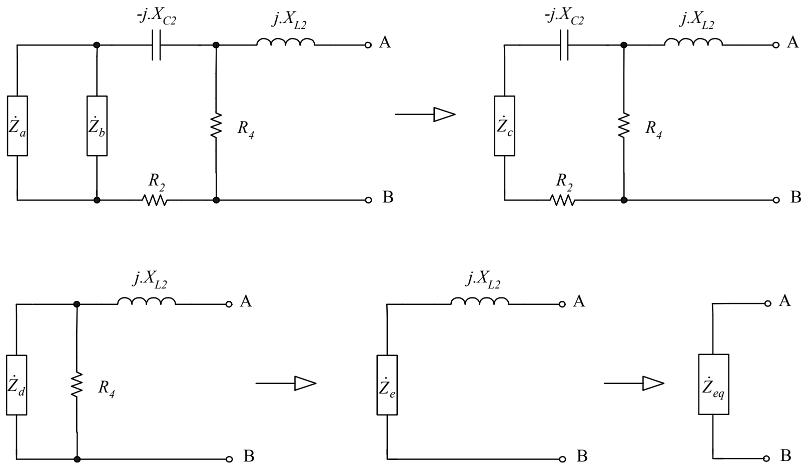


Fig. 1.75 – Resolução do exemplo 41.

Exemplo 42: Determinar as freqüências para as quais os circuitos vistos dos terminais A e B da Fig. 1.76 sejam puramente resistivos? O que acontece nestas freqüências se o valor da resistência for zero?

Dados: $R = 47\Omega$, $C = 22\mu F$ e $L = 10mH$.

Para que o circuito da Fig. 1.76a seja puramente resistivo as reatâncias do capacitor e indutor devem ser iguais, pois se anularão, visto que os elementos estão em série e serão somados. Assim:

$$\dot{Z}_{AB} = R + j.X_L - j.X_C. \quad \text{Se} \quad X_L = X_C \quad \text{, então,} \quad R_{AB} = R$$

Igualando as reatâncias temos:

$$2\pi f.L = \frac{1}{2\pi f.C} \;\rightarrow\; f^2 = \frac{1}{4\pi^2 L.C} \;\rightarrow\; f = \sqrt{\frac{1}{4\pi^2 L.C}} \;\rightarrow\; \boxed{f = \frac{1}{2\pi\sqrt{L.C}}} \qquad \text{(xx)}$$

A eq. xx é a freqüência de ressonância de um circuito LC, como visto na seção XX! Logo, substituindo valores nessa equação:

$$f = \frac{1}{2\pi\sqrt{10.10^{-3}.22.10^{-6}}} \;\rightarrow\; f \approx 339{,}3Hz.$$

Na freqüência de 339,3Hz temos então que o circuito visto na Fig. 1.76a tem o valor de 47Ω. Se o valor de *R* for zero teremos um curto circuito nos terminais A e B.

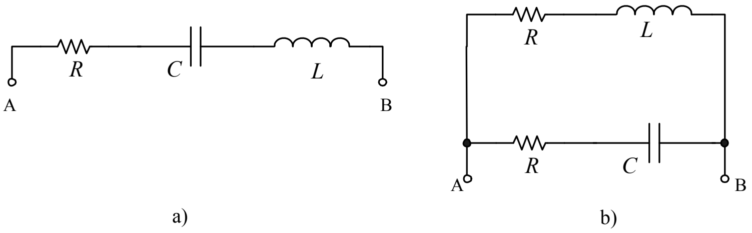


Fig. 1.76 – Circuitos para o exemplo 42.

Para o circuito da Fig 1.76b os ramos RC e RL estão em paralelo, resultando:

$$\dot{Z}_{AB} = \frac{\dot{Z}_{RC}.\dot{Z}_{RL}}{\dot{Z}_{RC} + \dot{Z}_{RL}} \rightarrow \dot{Z}_{AB} = \frac{(R - j.X_C).(R + j.X_L)}{R - j.X_C + R + j.X_L} \rightarrow \dot{Z}_{AB} = \frac{R^2 - j.R.X_C + j.R.X_L + X_C.X_L}{2R - j.X_C + j.X_L} \quad . \qquad \text{(xy)}$$

Se $X_L = X_C$, a impedância $\dot{Z}_{AB}$ se torna puramente resistiva, sendo dada por:

$$R_{AB} = \frac{R^2 + X_C.X_L}{2R} \, \Omega. \qquad \text{(xv)}$$

Ou seja, na freqüência de ressonância do circuito LC, o circuito é puramente resistivo. Então, calculando qualquer uma das reatâncias na freqüência de ressonância (339,3Hz), têm-se :

$$X_C = X_L = 2\pi f.L = 2\pi.339{,}3.10.10^{-3} = 21{,}3\Omega \qquad \text{(xz)}$$

Substituindo (xz) e o valor de *R* em (xv), resulta:

$$R_{AB} = \frac{47^2 + 21{,}3.21{,}3}{2.47} \rightarrow R_{AB} = 28{,}3\Omega$$

Caso *R* seja zero a impedância vista dos terminais A e B será infinita (divisão por zero na eq. (xv)). Teremos um circuito aberto entre A e B.

A freqüência de ressonância de um circuito LC é importante e pode produzir grandes variações nas grandezas elétricas quando ocorre indesejavelmente nos circuitos. Ou seja, ela pode ser fatal para alguns circuitos elétricos.

Comportamento Real de Elementos de Circuito

Exemplo 43: Um elemento real de circuito, fisicamente apresentará capacitância, indutância e resistência. Quando empregado como resistor, por exemplo, a resistência deverá ser sua principal característica. Entretanto, a característica de um elemento dependerá da freqüência de sinal a qual é submetido. Um resistor trabalhando em alta freqüência pode ter um comportamento inesperado, e tanto capacitores e indutores podem ter suas características alteradas. Para exemplificar, vamos analisar o comportamento em freqüência de um modelo hipotético de resistor representado pela Fig. 1.77.

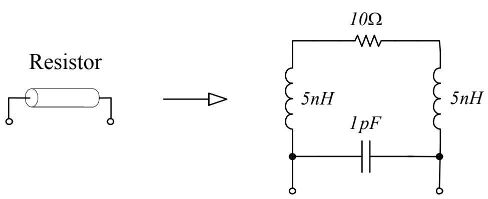


Fig. 1.77 – Modelo hipotético de um resistor.

Precisamos então achar o módulo da impedância em função da freqüência e avaliar graficamente o resultado. Analisando o modelo, percebe-se que teremos o capacitor em paralelo com o resistor e os indutores. Logo, a impedância do resistor será dada por:

$$\dot{Z} = \frac{\dot{X}_C.\dot{Z}_{RL}}{\dot{X}_C + \dot{Z}_{RL}} \quad \rightarrow \quad \dot{Z} = \frac{\left(\frac{1}{j.\omega.C}\right).(10 + j.2\omega.L)}{\frac{1}{j.\omega.C} + 10 + j.2\omega.L} \quad \rightarrow \quad \dot{Z} = \frac{\left(\frac{2L}{C} - j.\frac{10}{\omega.L}\right)}{10 + j.\left(\frac{2\omega^2 L.C - 1}{\omega.C}\right)}$$

Sabendo que:

$\frac{a + j.b}{c + j.d} = \frac{ac + bd}{c^2 + d^2} + j.\left(\frac{bc - ad}{c^2 + d^2}\right)$, e fazendo:

$a = \frac{2L}{C}$, $b = -\frac{10}{\omega.L}$, $c = 10$ e $d = \frac{2\omega^2 L.C - 1}{\omega.C}$. Resulta:

$$\dot{Z} = \frac{\frac{2L}{C}.10 - \frac{10}{\omega.L}.\frac{2\omega^2 L.C - 1}{\omega.C}}{10^2 + \left(\frac{2\omega^2 L.C - 1}{\omega.C}\right)^2} + j.\left(\frac{-\frac{10}{\omega.L}.10 - \frac{2L}{C}.\frac{2\omega^2 L.C - 1}{\omega.C}}{10^2 + \left(\frac{2\omega^2 L.C - 1}{\omega.C}\right)^2}\right)$$

Para encontrar o módulo de $\dot{Z}$, então:

$$|\dot{Z}| = \sqrt{\left(\frac{\frac{20L}{C} - \frac{20\omega^2 L.C - 10}{\omega^2 L.C}}{10^2 + \left(\frac{2\omega^2 L.C - 1}{\omega.C}\right)^2}\right)^2 + \left(\frac{-\frac{100}{\omega.L} - \frac{4\omega^2 L^2.C - 1}{\omega.C^2}}{10^2 + \left(\frac{2\omega^2 L.C - 1}{\omega.C}\right)^2}\right)^2}$$

Como $\omega = 2\pi.f$, podemos fazer um gráfico para ver o comportamento do resistor com a variação da freqüência (*f*). Se observarmos a equação acima veremos que ela é trabalhosa devendo ser calculada computacionalmente.

Na Fig. 1.78 temos o gráfico da resposta em freqüência do nosso resistor. Até aproximadamente 10MHz o resistor comporta-se como resistor com resistência igual a 10Ω, a partir de então, apresenta comportamento indutivo, chegando a uma impedância máxima, quanto a parte capacitiva e indutiva estão em ressonância(entre 1GHz e 2GHz). Após esta, a capacitância predomina. Assim, o resistor se comportou indutivamente e capacitivamente de acordo com a freqüência!

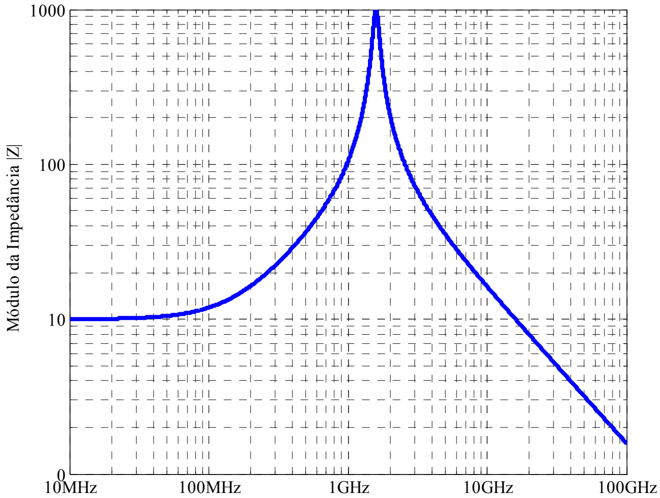


Fig. 1.78 – Comportamento em freqüência do resistor hipotético apresentado na Fig. 1.76.

A capacitância apresentada no modelo é a capacitância parasita dos terminais do resistor. Cada terminal também apresenta uma indutância parasita. Portanto, dependendo da freqüência de trabalho, o comprimento dos terminais terá grande influência na resposta. Tudo vai depender da constituição física do resistor.

Projetos eletrônicos que trabalham em alta freqüência são projetos complicados, onde os componentes eletrônicos são cuidadosamente selecionados. Toda a forma física do circuito e disposição dos componentes terá influência no comportamento do circuito.

1.15.3 Análise de Circuitos CA

Como visto na associação de elementos em CA, a forma de resolução desses circuitos é igual à usada nos circuito CC. As leis de Kirchhoff são iguais, os métodos também, a diferença está no emprego do cálculo fasorial com o uso dos números complexos.

A seguir serão apresentados alguns exemplos. O uso de uma calculadora cientifica moderna torna simples a resolução destes circuitos, sem a necessidade enfadonha das conversões de polar para retangular e vice-versa.

Exemplo 44: Calcular a corrente da fonte e a tensão sobre o resistor do circuito da Fig. 1.79.

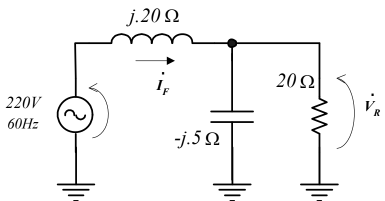


Fig. 1.79 – Circuito para o exemplo 44.

Como as reatâncias já são dadas, basta efetuar a associação de elementos. Percebe-se que o capacitor esta em paralelo com o resistor e sua associação esta em série com o indutor. Assim:

$$\dot{Z}_{RC} = \frac{20\angle 0° \times 5\angle -90°}{20 - j.5} = \frac{100\angle -90°}{20{,}6\angle -14°} = 4{,}8\angle -76° = 1{,}18 - j.4{,}7\Omega$$

$$\dot{Z}_{LRC} = j.20 + 1{,}18 - j.4{,}7 = 1{,}18 + j.15{,}3 = 15{,}3\angle 85{,}6°\Omega$$

A corrente da fonte é dada por: $\dot{I}_F = \dfrac{\dot{V}_F}{\dot{Z}_{LRC}}$. Assume-se $\dot{V}_F = 220\angle 0°$ por referência. Então:

$\dot{I}_F = \dfrac{220\angle 0°}{15{,}3\angle 85{,}6°}$ → $\boxed{\dot{I}_F = 13{,}4\angle -85{,}6° \text{ A}}$ (atraso de 85,6˚ da corrente em relação à tensão, efeito indutivo)

A tensão no resistor será dada por: $\dot{V}_R = \dot{I}_F.\dot{Z}_{RC}$. Assim:

$$\dot{V}_R = 13{,}4\angle-85{,}6°\times 4{,}8\angle-76° \quad \rightarrow \quad \boxed{\dot{V}_R = 64{,}32\angle-161{,}6°\ \text{V}}$$

Sobreposição para um Filtro de Linha

Quando estamos trabalhando com uma única freqüência, a resolução de circuitos com várias fontes pode ser feita com o teorema da superposição (seção. 1.7). O resultado individual de cada fontes é somado e obtemos a resposta final. Entretanto, quando estamos trabalhando com fasores e temos fontes com diferentes freqüência, a soma dos fasores de freqüências diferentes não pode ser realizada diretamente. É necessário passar a informação fasorial para o domínio do tempo e aí realizar a soma. O exemplo a seguir ilustrará este fato. Analisaremos individualmente cada fonte e teremos condições de avaliar o comportamento total do circuito.

Exemplo 45: O chamado filtro de linha é utilizado para suavizar ruídos presentes na rede elétrica de 60Hz. O circuito da Fig. 1.80 ilustra um suposto filtro de linha, os terminais A e B correspondem a saído do filtro, onde será ligado um equipamento qualquer. O tensão de entrada é dado pela fonte de tensão de 220V – 60Hz mais um ruído de 20V – 1,2kHz (valores eficazes). Usando superposição determinar a tensão V_{AB} no domínio do tempo.

Dados: $C = 10\mu F$ e $L = 10mH$.

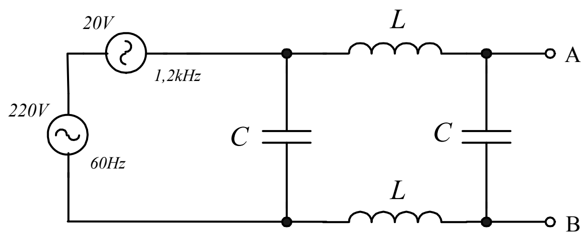


Fig. 1.80 – Circuito com filtro de linha para o exemplo 45.

A tensão de entrada do filtro é dada no domínio do tempo por:

$$v_e = 220.\sqrt{2}.\text{sen}(2\pi.60.t) + 20.\sqrt{2}.\text{sen}(2\pi.1200.t)$$

Calculamos as reatâncias, <u>análise 60Hz com curto-circuito da fonte de ruído</u>:

$$\dot{X}_{C1} = \frac{-j}{2\pi.60.10.10^{-6}} = 265\angle-90°\Omega, \qquad \dot{X}_{L1} = j.2\pi.60.10.10^{-3} = 3{,}8\angle90°\Omega$$

Para a baixa freqüência o capacitor apresenta uma impedância alta contrária a do indutor. Se observarmos o filtro de linha veremos que o arranjo dos capacitores dificulta a passagem do sinal de baixa freqüência ao contrário dos indutores. Assim, o sinal de baixa freqüência tende a fluir por L e não por C, ou seja, pelo caminho de menor impedância.

A corrente no capacitor de saída é dada por:

$$\dot{I}_{S1} = \frac{\dot{V}_F\angle0°}{\dot{X}_{L1} + \dot{X}_{C1} + \dot{X}_{L1}} = \frac{220\angle0°}{2.3{,}8\angle90° + 265\angle-90°} = 0{,}85\angle90°\text{A}$$

A tensão de saída será a corrente do capacitor multiplicada por sua reatância:

$$\dot{V}_{AB1} = \dot{I}_{S1}.\dot{X}_{C1} \rightarrow \dot{V}_{AB1} = 0{,}85\angle90°.265\angle-90° \rightarrow \dot{V}_{AB1} = 225{,}25\angle0°\text{V}$$

Calculamos as reatâncias, <u>análise 1,2kHz com curto-circuito da fonte principal</u>:

$$\dot{X}_{C2} = \frac{-j}{2\pi.1200.10.10^{-6}} = 13,3\angle -90°\Omega\,, \qquad \dot{X}_{L2} = j.2\pi.1200.10.10^{-3} = 75,4\angle 90°\Omega$$

Para a alta freqüência o capacitor apresenta uma impedância baixa contrária a do indutor. Se observarmos o filtro de linha veremos que o arranjo dos capacitores facilitam a passagem do sinal de alta freqüência ao contrário dos indutores. Assim, o sinal de alta freqüência tende a fluir por C e não por L, ou seja, pelo caminho de menor impedância.

A corrente no capacitor de saída é dada por:

$$\dot{I}_{S2} = \frac{\dot{V}_R\angle 0°}{\dot{X}_{L2} + \dot{X}_{C2} + \dot{X}_{L2}} = \frac{20\angle 0°}{2.75,4\angle 90° + 13,3\angle -90°} = 0,145\angle -90°\text{A}$$

A tensão de saída será a corrente do capacitor multiplicada por sua reatância:

$$\dot{V}_{AB2} = \dot{I}_{S2}.\dot{X}_{C2} \;\rightarrow\; \dot{V}_{AB2} = 0,145\angle -90°.13,3\angle -90° \;\rightarrow\; \dot{V}_{AB2} = 1,93\angle -180° = -1,93\angle 0°\text{V}$$

Se observarmos a tensão de saída de 60Hz esta não difere muito da tensão da fonte:

$$\dot{V}_{AB1} = 225,25\angle 0° \approx \dot{V}_F = 220\angle 0°\;;$$

Ao contrário do sinal ruído que é grandemente atenuado:

$$\dot{V}_{AB2} = -1,93\angle 0° \neq \dot{V}_R = 20\angle 0°\,.$$

Agora no domínio do tempo teríamos:

$$v_{AB} = 225,25.\sqrt{2}.\text{sen}(2\pi.60.t) - 1,93.\sqrt{2}.\text{sen}(2\pi.1200.t)$$

As formas de onda de entrada e saída do filtro, são apresentadas na Fig. 1.81.

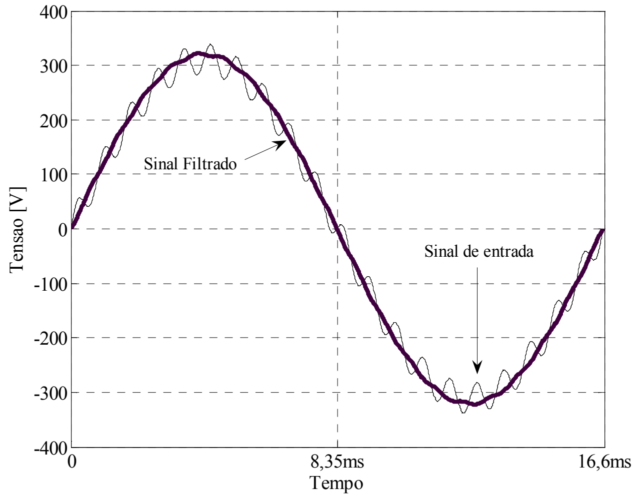


Fig. 1.80 – Sinal de entrada e de saída do filtro de linha do exemplo 45.

Nota: Na prática a fonte de ruído não é ideal como a deste exemplo, ela possui uma impedância de saída e não consegue fornecer corrente ilimitadamente. Assim, o capacitor de entrada na prática atenua o sinal ruidoso e fornecer uma tensão de ruído bem menor ao ramo LCL do filtro. Por isso o capacitor de entrada não aparece nos cálculos acima.

O filtro analisado é um passa-baixas, atenuando as altas freqüência e dando preferência à passagem das baixas freqüências.

1.15.4 Potência Ativa, Reativa e Aparente

Quando trabalhamos em regime permanente, corrente contínua, temos somente a potência dissipada que é chamada potência ativa. Em corrente alternada, teremos a potência reativa produzida pelos indutores e capacitores, a qual em conjunto com a potência ativa produz a potência aparente.

Em resumo:

- **Potência Ativa**: potência média, dissipa energia, parte resistiva do circuito. É representada pela letra *P* e dada em Watts.
- **Potência Reativa**: energia não dissipável, provém de indutores e capacitores, pode retornar ao circuito ("reagir"). É representada pela letra *Q* e dada em Var (Volt-Ampère Reativo).
- **Potência Aparente**: possui em sua composição a potência ativa e reativa. É representada pela letra *S* e dada em VA (Volt-Ampére).

A Fig. 1.81 ilustra por comparação a composição da impedância e da potência aparente no plano complexo. A impedância de um circuito é dada por:

Impedância: $\dot{Z} = R + j.X$ ou $\dot{Z} = R - j.X$, com módulo $|\dot{Z}|$ → $Z = \sqrt{R^2 + X^2}$. Onde podemos ter uma reatância indutiva com *+j* ou capacitiva com *–j*.

Por sua vez, a potência aparente de um circuito é dada por:

Potência Aparente: $\dot{S} = P + j.Q$ ou $\dot{S} = P - j.Q$, com módulo $|\dot{S}|$ → $S = \sqrt{P^2 + Q^2}$. Onde podemos ter uma potência reativa indutiva com *+j* ou capacitiva com *–j*.

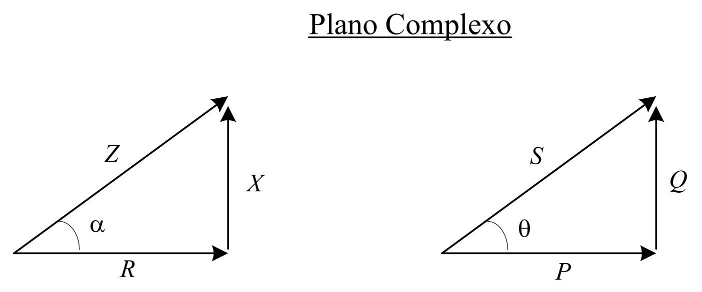


Fig. 1.81 – Triângulos da impedância e potência aparente .

No cálculo das potências temos que saber se estamos trabalhando com grandezas eficazes (rms) ou máximas (pico). E a forma de cálculo será semelhante à realizada com resistores. A seguir serão dadas algumas fórmulas para cálculo de potências utilizando valores rms (o asterisco significa conjugado complexo):

Potência Aparente: $\dot{S} = \dot{V}_{rms}.\dot{I}^*_{rms}$ (1) $\dot{S} = \dfrac{V^2_{rms}}{\dot{Z}^*}$ (2) $\dot{S} = \dot{Z}.I^2_{rms}$ (3)

Potência Reativa: $Q = \dfrac{V^2_{rms}}{X}$ (4) $Q = X.I^2_{rms}$ (5) $Q = V_{rms}.I_{rms}.\text{sen}\theta$ (6)

Potência Ativa: $P = \dfrac{V^2_{rms}}{R}$ (7) $P = R.I^2_{rms}$ (8) $P = V_{rms}.I_{rms}.\cos\theta$ (9)

Ligação entre as potências: $\dot{S} = P \pm j.Q$ (10) $S = \sqrt{P^2 + Q^2}$ (11) $\theta = \text{tg}^{-1}\dfrac{Q}{P}$ (12)

O ângulo cos θ é chamado de fator de potência – FP (eq. 9) e é estritamente obtido através das potências médias reativa e ativa (eq. 12). Quando se tem formas de onda perfeitamente senoidais o fator de potência pode ser dado diretamente pela medição do ângulo θ, caso contrário são necessárias as potências médias Q e P.

Exemplo 46: Corrigir o fator de potência visto pela fonte de tensão do circuito da Fig. 1.82 para unitário (FP =1), e determinar as potências antes e depois da correção, com:

a) um capacitor em série com a fonte;

b) um capacitor em paralelo com a fonte.

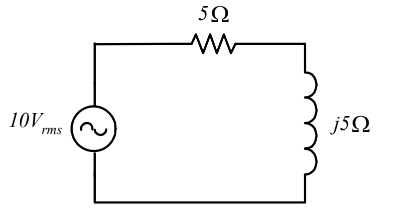


Fig. 1.82- Circuito para o exemplo 46.

Primeiro calculamos a corrente no circuito:

$$\dot{I} = \frac{\dot{V}_{rms}}{\dot{Z}} = \frac{10\angle 0°}{5 + j.5} = \frac{10\angle 0°}{7{,}07\angle 45°} = 1{,}41\angle -45°\text{A}$$

A potência no resistor é:

$$P = R.I_{rms}^2 = 5.1{,}41^2 = 10\text{W}$$

A potência no indutor: $Q_L = X_L.I_{rms}^2 = 5.1{,}41^2 = 10\text{VAr}$

A potência aparente:

$$\dot{S} = \dot{V}_{rms}.\dot{I}_{rms}^* = 10\angle 0° \times 1{,}41\angle 45° = 14{,}1\angle 45°\text{VA} \text{ ou } \dot{S} = P + j.Q_L = 10 + j.10 = 14{,}1\angle 45°\text{VA} .$$

Assim: → $S = 14{,}1\text{VA}$

O fator de potência é dado por:

$$\theta = \text{tg}^{-1}\frac{Q}{P} = \text{tg}^{-1}\frac{10}{10} = 45° \quad \rightarrow \quad FP = \cos\theta = \cos 45° = 0{,}707$$

Quando θ = 0˚ o FP = 1, ou seja, quando a potência reativa total do circuito é nula, temos somente a potência ativa (observar Fig. 1.81). Assim, é necessário menos 10VAr no circuito, o qual é fornecido por um capacitor com $-j.5\Omega$ em série com o resistor e o indutor.

A corrente neste caso será então:

$$\dot{I} = \frac{\dot{V}_{rms}}{\dot{Z}} = \frac{10\angle 0°}{5 + j.5 - j.5} = \frac{10\angle 0°}{5} = 2\text{A}$$

A potência no resistor,

$$P = R.I_{rms}^2 = 5.2^2 = 20\text{W}$$

A potência no indutor e capacitor: $Q_L = X_L.I_{rms}^2 = 5.2^2 = 20\text{VAr}$, $Q_C = X_C.I_{rms}^2 = 5.2^2 = 20\text{VAr}$

A potência aparente é igual à potência ativa:

$$\dot{S} = P + j.Q_L - j.Q_C = 20 + j.20 - j.20 = 20\angle 0°\text{VA} \quad \rightarrow \quad S = P = 20W$$

Quando conectamos o capacitor em paralelo com a fonte, a corrente no ramo RL não muda, o qual como calculado é igual à:

$$\dot{I} = 1{,}41\angle -45°\text{A} .$$

As potência no ramo também não mudam. Entretanto, queremos agora que a fonte veja um circuito resistivo, sem defasagem entre corrente e tensão (FP = 1). Para tal, a potência reativa total do circuito deve ser nula. Como no ramo RL o indutor consome uma potência reativa de 10Var, o capacitor deve consumir menos 10VAr. Logo, a reatância do capacitor, será:

$$\dot{X}_C = -j.\frac{V_{rms}^2}{Q_c} = \frac{10^2}{10} = -j.10\,\Omega .$$

A potência vista pela fonte é então:

$$\dot{S} = P + j.Q_L - j.Q_C = 10 + j.10 - j.10 = 10\angle 0°\text{VA} \rightarrow \quad S = P = 10W$$

Se calcularmos a impedância vista pela fonte, a mesma tem que ser resistiva. Como o capacitor estará em paralelo com RL, resulta:

$$\dot{Z} = \frac{(5 + j.5).(-j.10)}{5 + j.5 - j.10} = \frac{+50 - j.50}{5 - j.5} = \frac{70{,}7\angle -45°}{7{,}07\angle -45} = 10\angle 0°$$

A corrente fornecida pela fonte é:

$$\dot{I} = \frac{\dot{V}_{rms}}{\dot{Z}} = \frac{10\angle 0°}{10\angle 0°} = 1\text{A}$$

Quando o circuito trabalha com uma única freqüência, o ângulo da impedância é o fator de potência do circuito.

Se compararmos a corrente fornecida pela fonte com o capacitor em paralelo e a mesma corrente sem o capacitor veremos que a corrente da fonte em módulo é menor!:

$$1\angle 0° \neq 1{,}41\angle -45°\text{A} .$$

Isto se deve porque o capacitor corrige a defasagem da corrente. A energia reativa fica sendo trocada entre indutor e capacitor e a fonte vê um circuito resistivo. Se somarmos a corrente que passa pelo capacitor e pelo ramo RL, as defasagens da corrente se ajustarão:

$$\dot{I}_C = \frac{\dot{V}_{rms}}{\dot{X}c} = \frac{10\angle 0°}{10\angle -90°} = 1\angle 90° \quad \rightarrow \quad I_{Fonte} = 1{,}41\angle -45° + 1\angle 90° = 1A \text{ (sem o uso de arredondamentos)}$$

A correção do fator de potência com capacitor em paralelo é muito utilizada para diminuir a corrente fornecida pela fonte sem alterar a potência consumida pelos elementos conectados ao circuito. As fontes são especificadas de acordo com a potência aparante – VA. Se toda essa potência for ativa, muito melhor, os cabos poderão ter menores dimensões e as fontes podem ter potência menor.

Se neste exemplo a máxima potência da fonte fosse 10VA, e precisássemos alimentar o circuito RL, teríamos que substituir a fonte por uma de 14,1VA. Do mesmo modo se o cabo de alimentação que liga a fonte ao circuito suportasse uma corrente máxima de 1A, ele teria que ser substituído para comportar 1,41A.

O fator de potência é muito importante em eletrotécnica, principalmente na transmissão e distribuição de energia elétrica . Determinará o dimensionamento de geradores, transformadores e cabos.

Máxima Transferência de Potência

Exemplo 47: : Determinar o valor de $\dot{Z}_{CARGA}$ para que tenhamos a máxima transferência de energia (potência ativa) da fonte para a carga, passando pela linha de transmissão - LT. Circuito da Fig. 1.83.

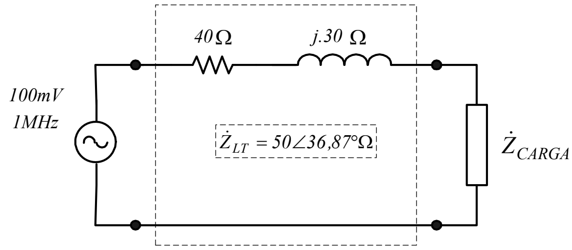


Fig. 1.82- Fonte, linha de transmissão e carga.

Este problema é similar ao apresentado no exemplo 1.26, no entanto, agora temos impedâncias ao invés de resistências. O objetivo é determinar o valor da impedância de carga para que a potência ativa nela seja máxima.

Considerando 0,1V como valor eficaz de tensão, calcula-se a corrente que fluirá pelo circuito, como:

$$\dot{I} = \frac{0{,}1\angle 0°}{40 + R + j.(30 + X)}$$

onde, R e X são os valores referentes a impedância da carga. A potência ativa na carga pode ser dada por:

$$P = R.I^2$$

Calculando agora, por exemplo, com $\dot{Z}_{CARGA} = 20 + j.30\Omega$, resulta:

$$\dot{I} = \frac{0{,}1\angle 0°}{40 + 20 + j.(30 + 30)} = \frac{0{,}1\angle 0°}{60 + j.60} = 1{,}1785\angle 45°\text{mA} \quad \rightarrow \quad P = 20.(0{,}001785)^2 = 27{,}78\mu\text{W}$$

Alguns valores de potências calculados para algumas impedâncias podem ser vistos na Tab. 1.4. Como temos 2 variáveis o número de cálculos para algumas variações de R e X se torna grande, e se faz necessário o uso de algum método automático para a resolução. Na Fig. 1.85 é apresentado um gráfico feito por computador com variações da resistência de 20Ω até 70Ω e a da reatância de $-j$.40Ω até j.50Ω (incremento de 1Ω, num total de 4641 pontos calculados). O resultado para a máxima potência foi $\dot{Z}_{CARGA} = 40 - j.30\Omega$, ou seja, o conjugado complexo da linha de transmissão!

O eixo horizontal do gráfico representa o módulo da impedância, seus valores não são apresentados para não confundir o entendimento. Um gráfico com valores de resistência e reatância seria confuso. Curioso é a forma com que a potência se comporta com a mudança da impedância.

Tab. 1.4: Cálculo da potência na carga.

$\dot{Z}_{CARGA}$ [Ω]	P_{CARGA} [μW]
20 - j.30	*55,56*
20 + j.0	*44,44*
20 + j.30	*27,78*
30 - j.30	*61,22*
30 + j.0	*51,72*
30 + j.30	*35,29*
40 - j.30	***62,50***
40 + j.0	*54,79*
40 + j.30	*40,00*

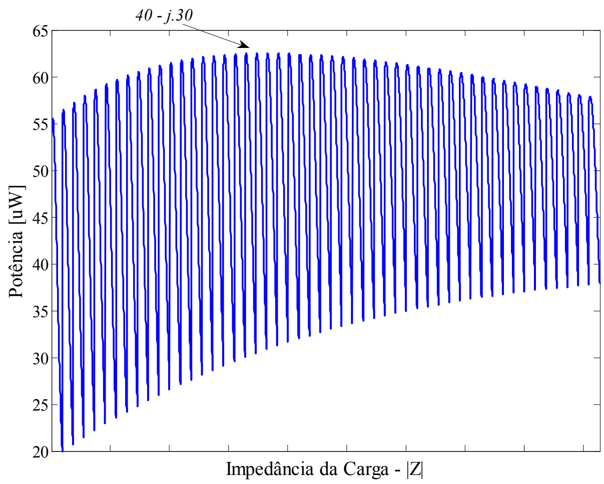


Fig. 1.85 – Gráfico da potência na carga versus impedância.

A fonte vê apenas um circuito resistivo quando somado a impedâncias da linha de transmissão e o valor da impedância para a máxima potência ($\dot{Z}_{LT} + \dot{Z}_{CARGA} = 40 + j.30 + 40 - j.30 = 80\Omega$). Assim, a obtenção da máxima transferência de potência em corrente alternada é o mesmo da corrente contínua (resistência vista pela carga igual à resistência da carga).

A idéia da máxima transferência de potência pode ser estendida para qualquer circuito aplicando o circuito equivalente de Thévenin. Assim, a máxima transferência de potência se dará quando a impedância da carga for igual ao conjugado complexo da impedância vista pela carga ($\dot{Z}$ de Thévenin). A fonte verá somente duas resistências iguais:

$$\boxed{\dot{Z}_{CARGA} = \dot{Z}_{TH}^{*}} \quad \rightarrow \quad \boxed{R_{CARGA} = R_{TH}}$$

Se imaginarmos a fonte deste exemplo como um sinal proveniente de uma antena, é fundamental o casamento de impedâncias entre o cabo da antena e o receptor. Havendo assim, a máxima transferência de energia da antena para o circuito amplificador.

1.16 Resumo

A matéria é constituída de átomos que formando estruturas maiores geram a infinidade de moléculas que compõe a natureza. A união e estabilidade encontrada em tais estruturas e átomos se devem ao equilíbrio de forças e consumo mínimo de energia. As cargas elétricas são fundamentais nesse equilíbrio. O átomo sendo formado por elétrons, prótons e neutros é eletricamente neutro. Se o equilíbrio for alterado existirá uma força natural tentando restituí-lo. Assim:

- A separação dos elétrons do átomo dá origem à tensão elétrica. Em metais, a polaridade negativa indicará o excesso de elétrons e a positiva falta destes;
- O movimento dos elétrons devido à tensão ou diferença de potencial produz a corrente elétrica, que é o fluxo de elétrons.

A potência elétrica é a energia absorvida por um determinado sistema pelo tempo de absorção e dependerá da tensão e corrente fornecidas. A energia elétrica será quantificada pela quantidade de potência consumida por um sistema. Sendo energia, pode ser convertida para outra foram de energia, tais como, luminosa, calorífica e mecânica.

Circuito elétrico é todo conjunto de componentes eletricamente conectados que desempenha uma função específica. Os componentes que consomem energia elétrica são denominados passivos; os que fornecem, ativos.

Os resistores dificultam a passagem de corrente e apresentam comportamento linear relacionando tensão, resistência e corrente pela lei de Ohm ($V = R.I$).

Ao contrário da corrente contínua, na alternada o fluxo de elétrons troca constantemente de sentido, de acordo com a freqüência de tensão produzida pelo gerador elétrico.

As leis de Kirchhoff indicam claramente a lei de conservação de energia:

- A corrente que entra em um determinado ponto, tem que ser igual à corrente que saí deste ponto (os elétrons não podem ser criados ou desaparecerem);
- A soma de tensões ao longo de um caminho fechado é nula (fontes de tensão não surgem espontaneamente).

A associação de elementos é utilizada para simplificar circuitos ou modificá-los de acordo com a necessidade:

- Elementos em paralelo estarão sujeitos a uma mesma diferença de potencial e cada elemento determinará sua corrente;
- Elementos em séria estarão sujeitos a uma mesma corrente e cada um determinará sua tensão.

Em sistemas lineares o princípio da superposição se aplica e a resposta total do sistema pode ser calculada pela soma das respostas individuais de diferentes excitações com as demais em repouso.

Fontes de tensão quando em repouso serão um curto circuito e fontes de corrente um circuito aberto.

Os teoremas de Thévenin e Norton indicam que um circuito linear e ativo, pode ser substituído, respectivamente por:

- Uma fonte de tensão em série com uma resistência ou impedância;
- Uma fonte de corrente em paralelo com uma resistência ou impedância.

A máxima transferência de potência de um circuito para uma carga é obtida quando a resistência vista pela carga é igual à resistência da carga. Ou a impedância vista pela carga é igual ao conjugado complexo de sua impedância.

A máxima transferência de um sinal de tensão é obtida quando a resistência ou impedância da carga é infinita. Para um sinal de corrente, quando a resistência ou impedância da carga é nula.

Os diferentes métodos para análise de circuitos são todos baseados nas leis de Kirchhoff.

- A análise nodal leva em conta a soma de correntes em nós para a determinação de tensões.
- Na análise por malhas, as somas de tensões ao longo destas, permite o cálculo das correntes.

A chave transistorizada é muito utilizada em eletrônica: em pequenos acionamentos como amplificador de corrente e na inversão de sinais lógicos.

Para a melhor compreensão do comportamento físico de determinados circuitos são fundamentais os conhecimentos da derivada e integral. A derivada mede o quão rápido uma variável muda em relação à outra (taxa de variação). A integral soma toda e qualquer contribuição de uma variável em relação à outra (soma infinitesimal).

O capacitor é um dispositivo que armazena energia elétrica através do acúmulo de cargas elétricas em suas placas metálicas. O número total de elétrons antes e depois da carga é o mesmo. A velocidade com que a tensão se altera nos terminais do capacitor indicará a corrente que ele absorve. Em regime DC após a carga, o capacitor comporta-se como um circuito aberto, em regime AC terá uma reatância capacitiva que diminui com o aumento da freqüência. A corrente estará 90˚ graus adiantada em relação à tensão.

O indutor é um dispositivo composto por espiras metálicas, a corrente ao percorrê-lo produz um campo magnético. Ao contrário do capacitor, não pode reter energia quando desligado do circuito, devolvendo rapidamente a corrente que por ele passa. A taxa com que a corrente muda em suas espiras indicará a tensão nelas. Em regime estável DC, comporta-se com um curto-circuito, em regime AC terá uma reatância indutiva que aumenta com o aumento da freqüência. A corrente estará 90˚ atrasada em relação à tensão.

Quando conectados juntos capacitor e indutor podem oscilar em uma freqüência determinada pelos valores da capacitância e indutância.

Em corrente alternada capacitores e indutores podem ser associados para corrigir a defasagem entre a corrente e a tensão em determinadas partes do circuito, o chamado fator de potência. Pois, um adianta a corrente em relação à tensão e o outro a atrasa.

Os números complexos são espelho de um sistema cartesiano xy. Entretando, o eixo vertical y é substituído pelo imaginário j ($\sqrt{-1}$) e o horizontal x troca de nome e vira eixo dos reais. Como j não pode ser somado a um número real de forma direta, a soma de j com um número real gera um vetor com módulo direção e sentido, sempre apontando para fora da origem do sistema. Com esta propriedade vetorial, os números complexos permitem facilidades numéricas na resolução de circuitos. Quando associa-se aos números complexos, freqüência, eles passam a ser chamados fasores e as grandezas variáveis no tempo são analisadas com eles de forma estática.

A análise de circuitos em regime estável em corrente alternada é idêntica à forma de análise em regime de corrente contínua. Com a ressalva do uso de impedâncias no lugar das resistências e fasores de corrente e tensão no lugar das fontes DC. Sendo os cálculos realizados com fasores (números complexos).

Em regime AC existem três tipos de potência: ativa, reativa e aparente. A potência ativa pode produzir trabalho e é dada em Watts; a potência reativa é a produzida por capacitores e indutores e não produz trabalho, dada em VAr; a potência aparente é a combinação da ativa e aparente, dada em VA, sendo usada na especificação da potência de geradores e transformadores.

A potência reativa em sistemas de energia elétrica é ruim pois diminui a capacidade dos geradores, transformadores e exige um cabeamento maior. O desejável é somente a parcela ativa de potência. Como a maioria das cargas conectadas ao sistema de energia é indutiva, bancos de capacitores são empregados para corrigir o fator de potência.

Para a máxima transferência de energia em circuitos de corrente alternada a impedância da carga deve ser igual ao conjugado complexo da impedância vista pela carga. Ou seja, as parcelas indutivas e capacitivas se anulam e a fonte vê somente um circuito resistivo, onde a resistência da carga é igual resistência de Thevénin.

1.17 Conclusão

Neste capítulo revisamos os principais conceitos e teorias para a resolução de circuitos elétricos. Estudo este, fundamental para a análise em eletrônica e imprescindível ao estudo dos amplificadores operacionais.

A compreensão dos fenômenos físicos envolvidos juntamente com a matemática, permite uma maior facilidade na resolução de problemas, aumentando o grau de abstração mental e capacidade intelectual.

No próximo capítulo serão apresentadas novas ferramentas matemáticas importantíssimas no campo da engenharia. Sua compreensão é um passo além do trivial em circuitos e os conceitos envolvidos deverão ser dominados.

1.18 Exercícios

1-1. Um chuveiro elétrico residencial opera em 110V, dissipando 5500W. Qual a corrente elétrica que circula no circuito do chuveiro?

1-2. Um diodo emissor de luz (LED) de alto brilho, apresenta uma queda de tensão de 3,0 V quando por ele circula uma corrente de 10mA. Qual sua resistência?

1-3. Um resistor de uso comercial possui as seguintes características: dissipação máxima de potência ½ W, resistência nominal 47Ω. Se ele deve operar no limite de sua potência, qual a corrente máxima que ele suporta?

1-4. Demonstrar que se um equipamento resistivo feito para trabalhar na tensão de 110V for ligado em 220V a sua potência aumentará 4 vezes.

1-5. Aquecedores comerciais podem ter os circuitos apresentados na Fig. E1a (série) ou E1b (paralelo). Determinar as resistências para que na posição 1 da chave, a potência dissipada seja de 600W, na posição 2 de 1200W e posição 3 de 2400W.

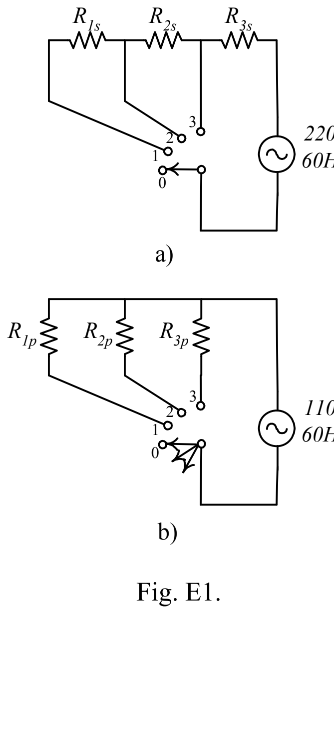


Fig. E1.

1-6. Calcular as correntes e as potências fornecidas por cada fonte no circuito da Fig. E2.

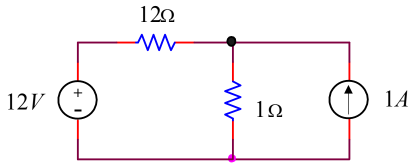


Fig. E2.

1-7. Calcular a potência fornecida pelas fontes e a potência consumida pelos resistores no circuito da Fig. E3.

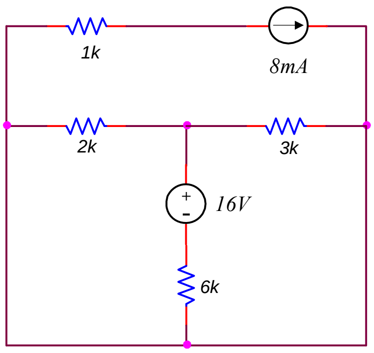


Fig. E3.

1-8. Calcule os valores das resistências indicadas no circuito da Fig. E4 para uma dissipação de 1W em cada resistor.

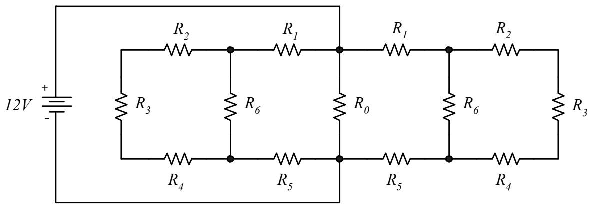


Fig. E4.

1-9. Determinar a resistência equivalente vista dos pontos A e B da Fig. E5.

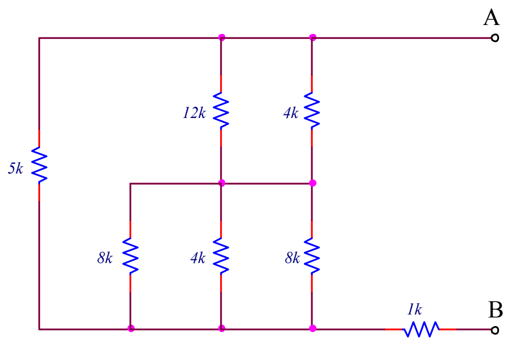


Fig. E5.

1-10. Determinar a resistência equivalente vista dos pontos A e B da Fig. E6.

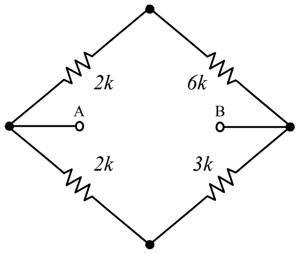


Fig. E6.

1-11. Qual a resistência vista dos terminais A e B do circuito das Figs. E7a e E7b?

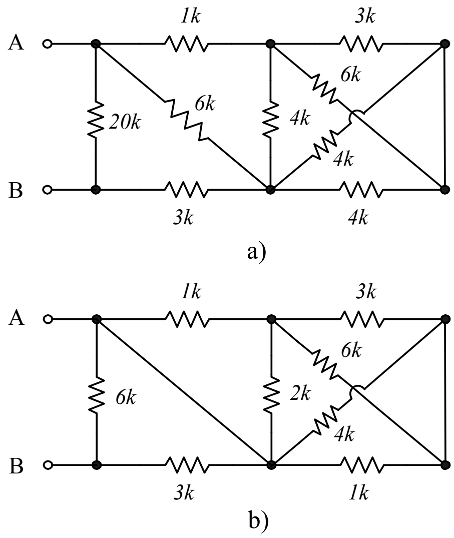


Fig. E7.

1-12. Determinar a potência fornecida pela fonte de corrente do circuito da Fig. E8.

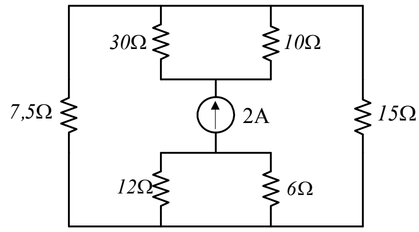


Fig. E8.

1-13. Calcular as tensões do circuito da Fig. E9 usando a regra do divisor de tensão.

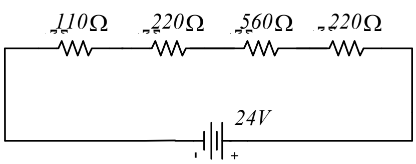


Fig. E9.

1-14. Calcular as correntes do circuito da Fig. E10 usando a regra do divisor de corrente.

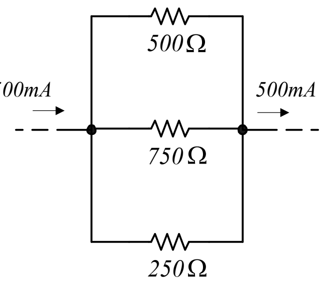


Fig. E10.

1**-15.** O circuito da Fig. E11 apresenta uma fonte simétrica de tensão. Em relação ao terra do circuito, quais são as tensões sobre os resistores?

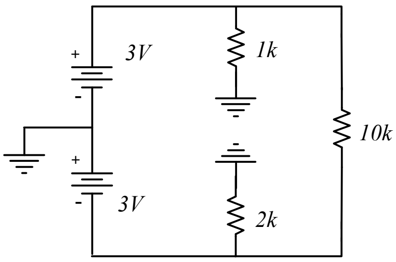


Fig. E11.

1**-16.** A associação de baterias é utilizada para aumentar a tensão ou a corrente que pode ser fornecida a um circuito. Isto se deve ao fato que na prática toda bateria tem um limite de corrente e tensão. Observando os circuitos das Figs. E12a e E12b, encontre os valores de R_A e R_B para que cada uma das resistências dissipem 5W de potência. Considerando $R_A = R_B = 1\Omega$ qual a corrente fornecida por cada bateria nos circuitos e a potência dissipada nos resistores?

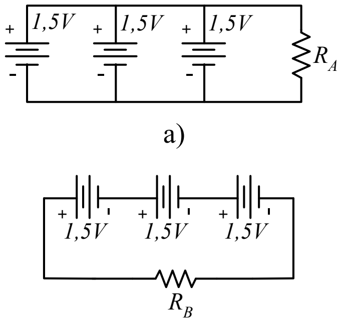


Fig. E12.

1**-17.** O potenciômetro é um resistor variável com três terminais. Pode ser empregado como divisor de tensão ou como resistência variável. Na Fig. E13a é apresentado o símbolo de um potenciômetro linear de 10kΩ. Para a análise neste exercício, um modelo de potenciômetro discreto contendo uma chave com 6 posições é apresentado, Fig. E13b. Considerando uma fonte de 5V (V_F) conectada nos terminais A e B conforme Fig. E13c , quais são as 6 tensões (V_P) que podem ser lidas entre os terminais C e B do potenciômetro? Se os terminais C e B forem curto-circuitados, quais os 6 valores de resistências que podem ser obtidas entre os terminais A e B (Fig. E13d)?

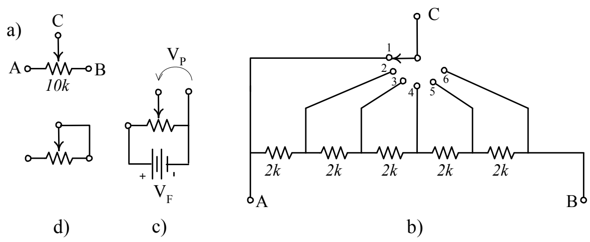


Fig. E13.

1**-18.** Qual a tensão no ponto A em relação ao terra no circuito da Fig. E14?

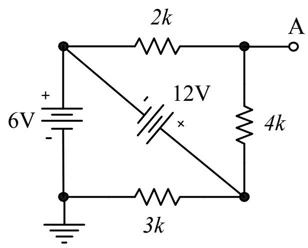


Fig. E14.

1**-19.** Esboçar graficamente a tensão E_S do circuito da Fig. E15?

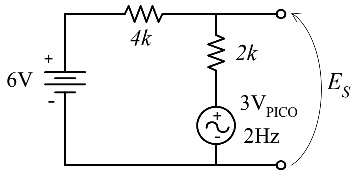


Fig. E15.

1-20. Usando o teorema da superposição, determinar a tensão sobre o resistor de 100Ω do circuito da Fig. E16.

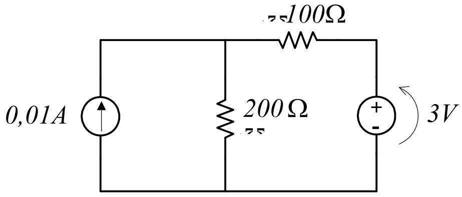


Fig. E16.

1-21. Usando o teorema da superposição no circuito da Fig. E17, determinar a tensão sobre a fonte de corrente de 3A (o circuito possui uma fonte de corrente controlada por corrente).

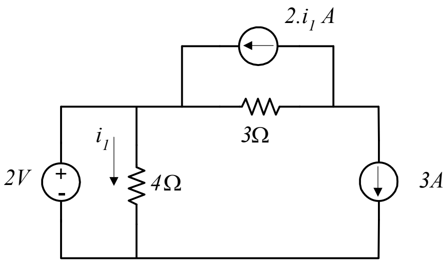


Fig. E17.

1-22. Determinar o circuito equivalente de Thévenin visto dos pontos A e B do circuito da Fig. E18, dividindo a tensão de Thévenin pela corrente de Norton.

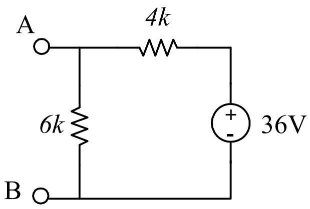


Fig. E18.

1-23. Determinar o circuito equivalente de Norton visto dos pontos A e B do circuito da Fig. E19.

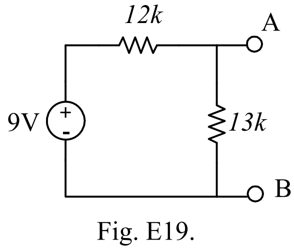


Fig. E19.

1-24. Determinar o valor de R_C para que tenhamos a máxima transferência de potência do circuito X para a carga do circuito da Fig. E20. Qual é esse valor de potência?

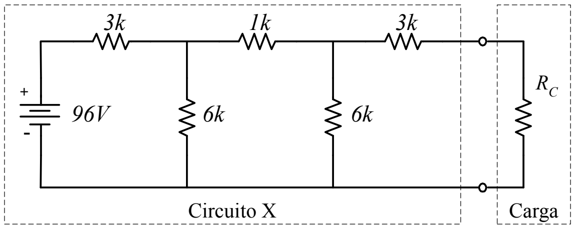


Fig. E20.

1-25. Determinar a tensão vista dos terminais A e B da ponte de Wheatstone do circuito da Fig. E21, bem como a corrente de curto circuito entre esse dois pontos. Confirmar que a tensão de Thévenin dividida pela corrente de curto é igual à resistência de Thévenin. Dados: $v_F = 6$V, $R_1 = R_4 = 60Ω$ e $R_2 = R_3 = 30Ω$.

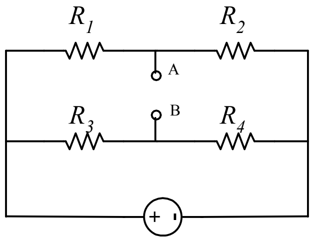


Fig. E21.

1-26. Qual o circuito equivalente visto pelo amplificador operacional da Fig. E22?

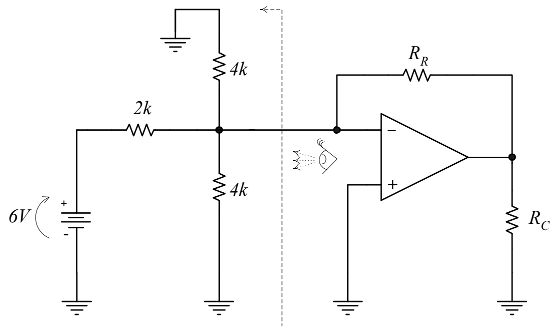


Fig. E22.

1-27. Considerando as chaves Ch.2 e Ch.4 conectadas ao +VCC, qual a resistência vista pelo amplificador operacional (pontos A e B) da Fig. E23? Dado: R = 10kΩ.

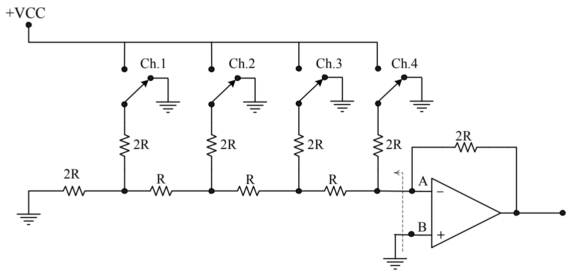


Fig. E23.

1-28. Usando o teorema de Thévenin encontra o valor de R_x para que i_x = 5mA, circuito da Fig. E24.

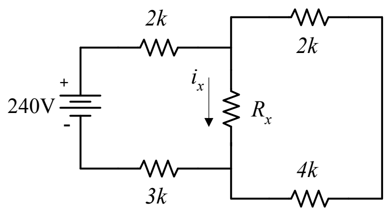


Fig. E24.

1-29. Qual o valor das tensões nos pontos A e B do circuito da Fig. E25?

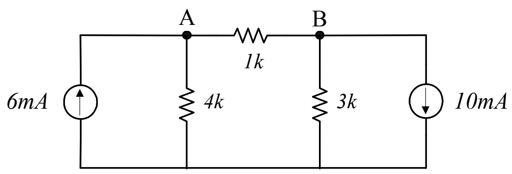


Fig. E25.

1-30. Usando a análise por malhas encontre as correntes no circuito da Fig. E26.

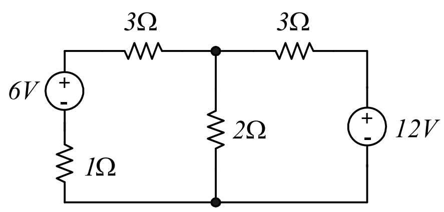


Fig. E26.

1-31. Calcule a tensão V desconhecida no circuito da Fig. E27, bem como as potências fornecidas às resistências e as potências fornecidas pelas fontes.

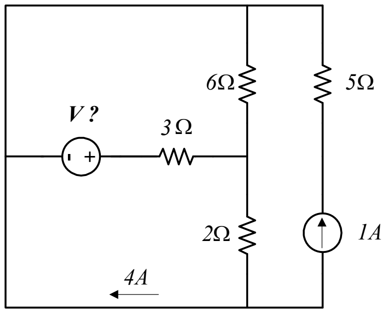


Fig. E27.

1-32. Qual o valor da corrente i_x no circuito da Fig. E28?

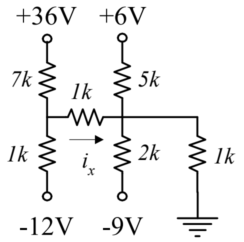


Fig. E28.

1-33. Para o circuito da Fig. E29. determinar a potência dissipada no resistor de 10Ω.

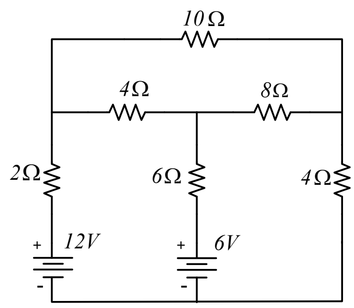


Fig. E29.

1-34. Qual o valor da tensão Ey que deve ser aplicada ao circuito da Fig. E30 para que i_x = 0A?

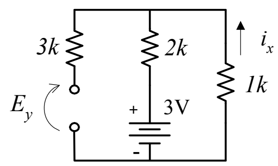


Fig. E30.

1-35. Determinar a potência fornecida pela fonte de 1A do circuito da Fig. E31.

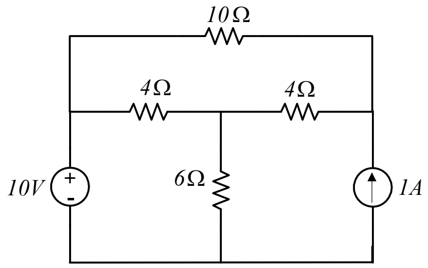


Fig. E31.

1-36. Determinar as potências consumidas e fornecidas nos elementos de circuito da Fig. E32 (o circuito possui uma fonte de corrente controlada por corrente).

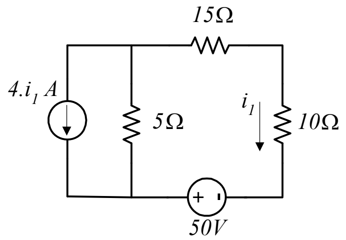


Fig. E32.

1-37. Qual o valor da corrente i_x no circuito da Fig. E33?

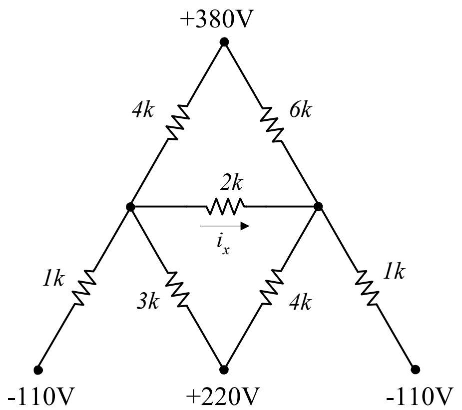


Fig. E33.

1-38. Qual o valor da tensão Ey que deve ser aplicada ao circuito da Fig. E34 para que $E_x = 0$V?

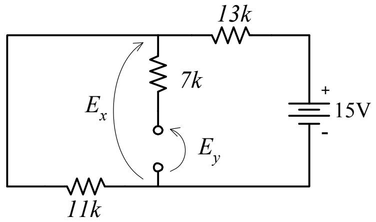


Fig. E34.

1-39. Deseja-se acionar o relé do circuito da Fig. E34 com um sinal de 5V. O relé deve operar com uma corrente de 50mA. Será empregado o transistor NPN de chaveamento 2N2222 que têm um ganho mínimo de 50. Determinar R_B.

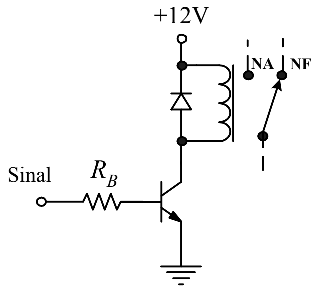


Fig. E35.

1-40. Deseja-se acionar uma carga que consome 150mA quando ligada à chave transistorizada da Fig. E36. É empregado o transistor PNP de chaveamento 2N2907 que têm um ganho mínimo de 60. Determinar R_B e a tensão v_s de acordo com a tensão de entrada.

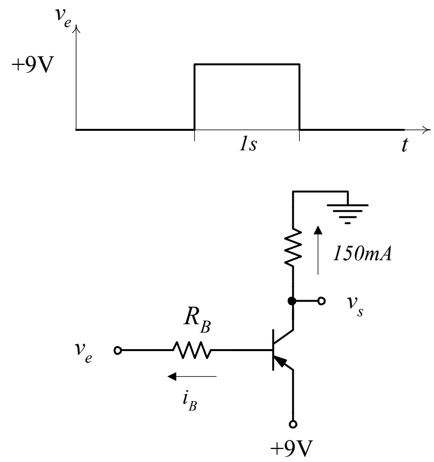


Fig. E36.

1-41. Considerando o capacitor da Fig. E37 inicialmente descarregado, qual o tempo para que o sinal de *RESET* do circuito da atinja 4,5V? Se o capacitor após carregado for isolado e aos seus terminais for conectado um resistor de 2,2kΩ quanto tempo levaria para sua tensão cair a 3V?

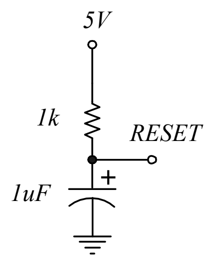


Fig. E37.

1**-42.** Calcular a capacitância equivalente vista dos terminais A e B do circuito da Fig. E38 quando a chave Ch. estiver aberta e quando estiver fechada.

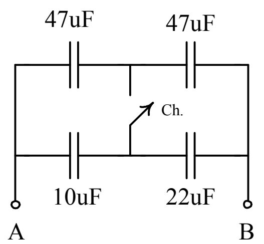


Fig. E38.

1-43. Calcular a corrente e a tensão sobre o capacitor do circuito da E39.

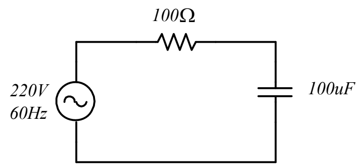


Fig. E39.

1-44: Calcular a corrente e a tensão sobre o indutor do circuito da Fig. E40.

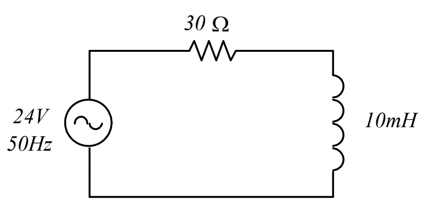


Fig. E40.

1-45. Determinar a impedância equivalente vista dos terminais A e B do circuito da Fig. E41. Dados: *R_1 = 10Ω, R_2 = 5Ω, R_3 = 20Ω, R_4 = 22Ω, C_1 = 100μF, C_2 = 47μF, L_1 = 3mH, L_2 = 1mH e freqüência de trabalho de 100Hz.*

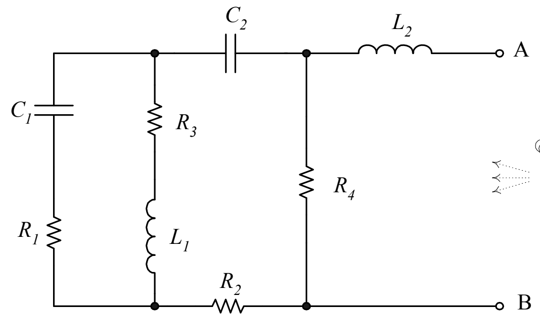


Fig. E41.

1-46. Determinar as freqüências para as quais os circuitos vistos dos terminais A e B da Fig. E42 sejam puramente resistivos. Dados: *R = 5Ω, C = 2,2μF e L = 1mH.*

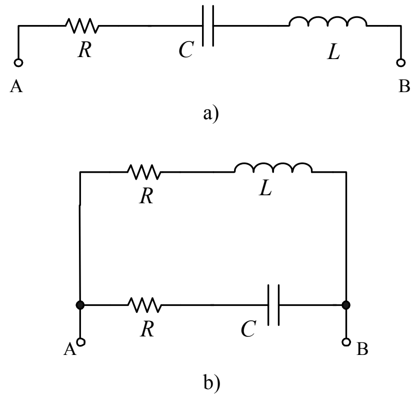


Fig. E42.

1-47. Calcular a corrente da fonte e a tensão sobre o resistor do circuito da Fig. E43.

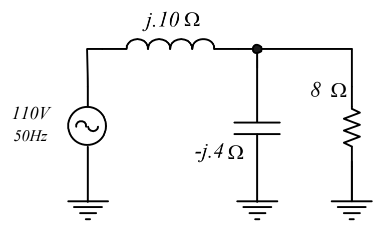


Fig. E43.

1-48. Determinar o circuito equivalente visto dos terminais A e B dos circuitos das Figs. E44a e E44b, para as freqüências de 60Hz e 1kHz. Dados: *C = 10μF* e *L = 10mH.*

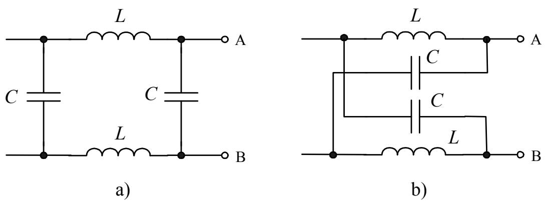


Fig. E44.

1-49. Corrigir o fator de potência visto pela fonte de tensão do circuito da Fig. E45 para 0,92 (FP =0,92), e determinar as potências antes e depois da correção, com:

a) um capacitor em série com a fonte;

b) um capacitor em paralelo com a fonte.

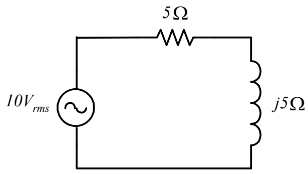


Fig. E45.

1-50. Determinar o valor de $\dot{Z}_{CARGA}$ para que tenhamos a máxima transferência de energia (potência ativa) da fonte para a carga, passando pela linha de transmissão - LT. Circuito da Fig. E46. Qual o valor desta potência?

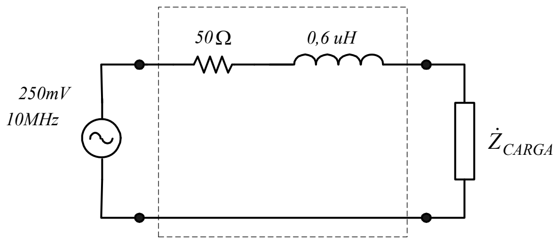


Fig. E46.

1-51. As impedâncias de saída de dois sistemas de som mono canais independentes são 16Ω e 4Ω. Se dispusermos de alto-falantes com impedância de 8Ω como estes devem ser associados e conectados às saídas? Considerar que os alto-falantes possuem potência suficiente para dissipar a energia recebida.

1-52. Determinar o circuito equivalente de Thévenin do ponto de vista dos terminais A e B do circuito da Fig. E47. Qual o valor da carga que deve ser conectada aos referidos terminais para a máxima transferência de potência?

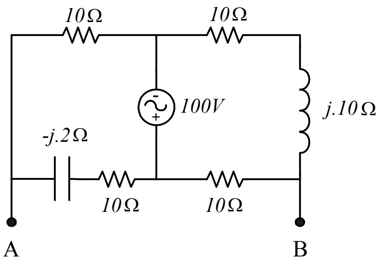


Fig. E47.

1-53. Determinar a corrente que percorre o resistor do circuito da Fig. E48.

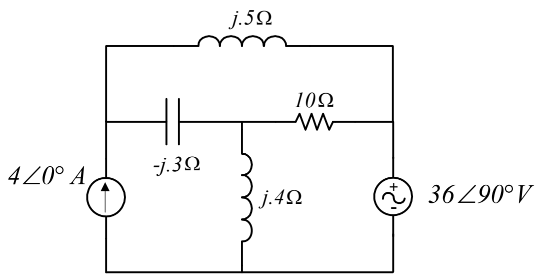


Fig. E48.

1-54. Determinar a potência média (ativa) fornecida pela fonte de corrente do circuito da Fig. E49. Dado: $\dot{I}_F = 40.\cos(20000.t)$ A.

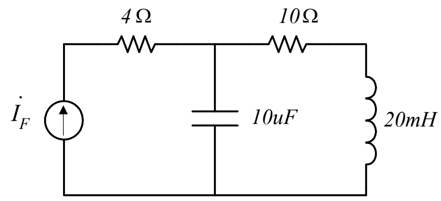


Fig. E49.

1.55. Algumas vezes pode-se empregar um diodo em série com uma das fases da rede elétrica para diminuir o valor da tensão eficaz. Isto pode ser feito, por exemplo, para se alimentar algum equipamento projetado para operar com 110V em uma rede de 220V. O diodo produz uma onda retificada de meio período, conforme Fig. E50. Qual é o valor eficaz dessa tensão retificada? Se fosse o caso de um ferro de passar com as seguintes especificações: 110V, 2200W, qual a nova potência máxima que poderia ser obtida? Esta potência respeitaria as especificações do aparelho? Desconsiderar a queda de tensão no diodo.

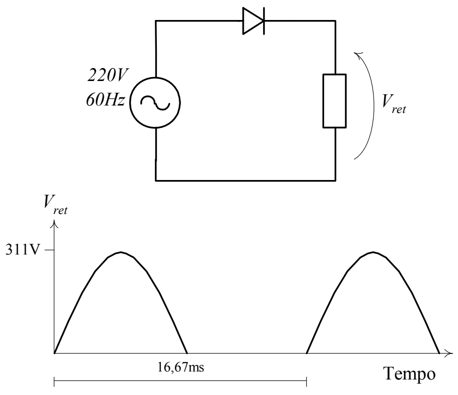


Fig. E50.