

Departamento Acadêmico de Eletrônica - DAELN
IFSC – Câmpus Florianópolis

Eletrônica Digital 1

*Simplificação de circuitos: Mapas de
Karnaugh*

Prof. Matheus Leitzke Pinto
matheus.pinto@ifsc.edu.br

Simplificação de circuitos: Mapas de Karnaugh

- Um Mapa de Karnaugh (Mapa K) é um método gráfico para simplificar uma função lógica.
- Mais confiável que a simplificação algébrica.
- A lógica por trás de um Mapa K é juntar mintermos que se diferenciam apenas por um literal.

Simplificação de circuitos: Mapas de Karnaugh

Exemplo com simplificação algébrica

- $Y = \bar{A}\bar{B}\bar{C} + \bar{A}BC + A\bar{B}C + AB\bar{C}$
- $Y = \bar{A}\bar{B}\bar{C} + \bar{A}B\bar{C} + \bar{A}BC + A\bar{B}C + AB\bar{C}$
- $Y = \bar{A}\bar{B}\bar{C} + \bar{A}B\bar{C} + \bar{A}BC + A\bar{B}C + \bar{A}B\bar{C}$
- $Y = \bar{A}B(\bar{C} + C) + A\bar{B}C + (\bar{A} + A)B\bar{C}$
- $Y = \bar{A}B(1) + A\bar{B}C + (1)B\bar{C}$
- $Y = \bar{A}B + A\bar{B}C + B\bar{C}$

Propriedade da adição lógica :
 $\bar{A}B\bar{C} = \bar{A}B\bar{C} + \bar{A}B\bar{C}$

Propriedade comutativa

Propriedade distributiva

Propriedade da adição lógica :
 $\bar{C} + C = 1$
 $\bar{A} + A = 1$

Máxima simplificação possível:
equação mínima!
3 mintermos e 7 literais!

Sumário de aula

- Mapa de Karnaugh com duas variáveis
- Mapa de Karnaugh com três variáveis
- Mapa de Karnaugh com quatro variáveis
- Condições irrelevantes



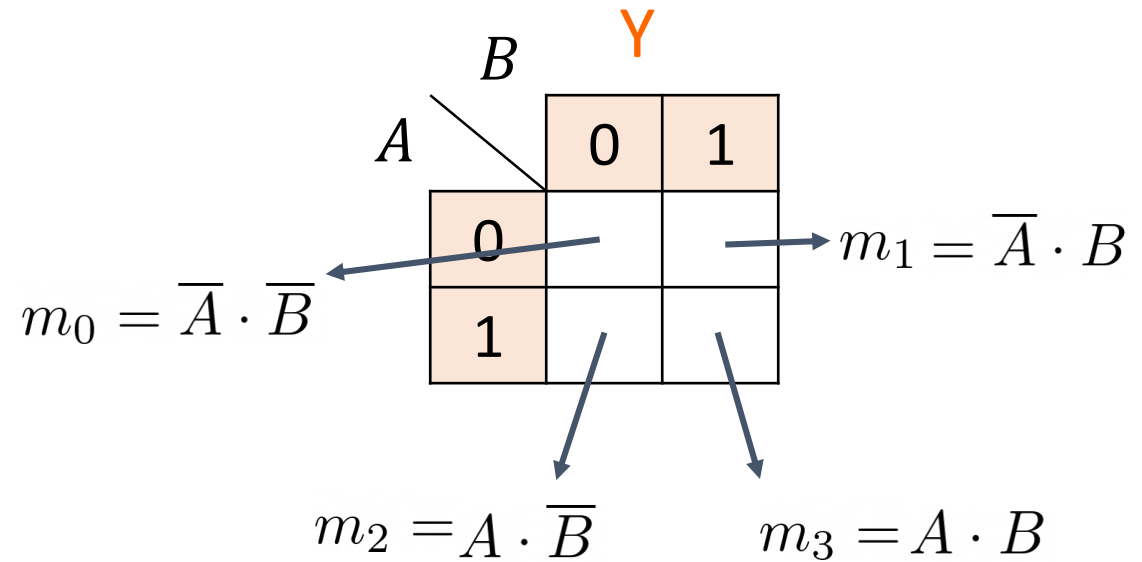
Mapa de *Karnaugh* com duas variáveis

Simplificação de circuitos: Mapas de Karnaugh

Mapa de *Karnaugh* com duas variáveis

- Para simplificar um circuito com o Mapa K, devemos obter sua tabela verdade.

A	B	Y
0	0	0
0	1	1
1	0	0
1	1	1



Mapa de *Karnaugh* com duas variáveis

- Para simplificar um circuito com o Mapa K, devemos obter sua tabela verdade.

A	B	Y
0	0	0
0	1	1
1	0	0
1	1	1

		Y	
A	B	0	1
	0	0	1
	1	0	1

Mapa de *Karnaugh* com duas variáveis

- Para simplificar um circuito com o Mapa K, devemos obter sua tabela verdade.

A	B	Y
0	0	0
0	1	1
1	0	0
1	1	1

		Y	
A	B	0	1
	0	0	1
	1	0	1

$$Y = \overline{A}B + AB$$

Mapa de *Karnaugh* com duas variáveis

- Para simplificar um circuito com o Mapa K, devemos obter sua tabela verdade.
- A regra de simplificação é juntar mintermos iguais a 1, em pares, se eles não estiverem na diagonal em relação ao outro, ou em quadras (o que estiver disponível).

A	B	Y
0	0	0
0	1	1
1	0	0
1	1	1

		Y	
		B	
A		0	1
	0	0	1
	1	0	1

$$Y = \bar{A}B + AB$$

Mapa de *Karnaugh* com duas variáveis

- Para simplificar um circuito com o Mapa K, devemos obter sua tabela verdade.
- A regra de simplificação é juntar mintermos iguais a 1, em pares, se eles não estiverem na diagonal em relação ao outro, ou em quadras (o que estiver disponível).

A	B	Y
0	0	0
0	1	1
1	0	0
1	1	1

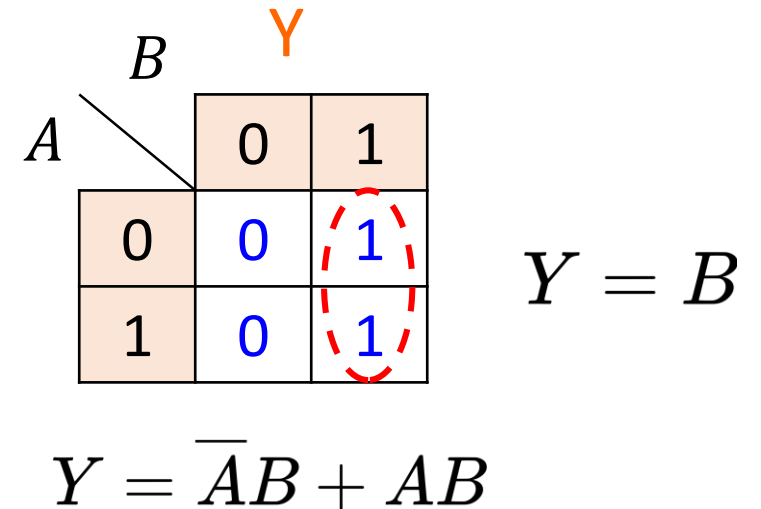
		Y	
		B	
A		0	1
	0	0	1
	1	0	1

$$Y = \overline{A}B + AB$$

Mapa de *Karnaugh* com duas variáveis

- Para simplificar um circuito com o Mapa K, devemos obter sua tabela verdade.
- A regra de simplificação é juntar mintermos iguais a 1, em pares, se eles não estiverem na diagonal em relação ao outro, ou em quadras (o que estiver disponível).

A	B	Y
0	0	0
0	1	1
1	0	0
1	1	1



Mapa de *Karnaugh* com duas variáveis

- Para simplificar um circuito com o Mapa K, devemos obter sua tabela verdade.
- A regra de simplificação é juntar mintermos iguais a 1, em pares, se eles não estiverem na diagonal em relação ao outro, ou em quadras (o que estiver disponível).

A	B	Y
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

Não é possível agrupar mintermos na diagonal!

		Y	
	B		
A		0	1
	0	0	1
	1	1	0

$$Y = \overline{A}B + AB$$

Mapa de *Karnaugh* com duas variáveis

- Para simplificar um circuito com o Mapa K, devemos obter sua tabela verdade.
- A regra de simplificação é juntar mintermos iguais a 1, em pares, se eles não estiverem na diagonal em relação ao outro, ou em quadras (o que estiver disponível).

A	B	Y
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

Podemos compartilhar
um mesmo mintermo
para dois agrupamentos
(propriedade da adição
lógica $A+A=A$)

		Y	
		B	
A		0	1
	0	0	1
	1	1	1

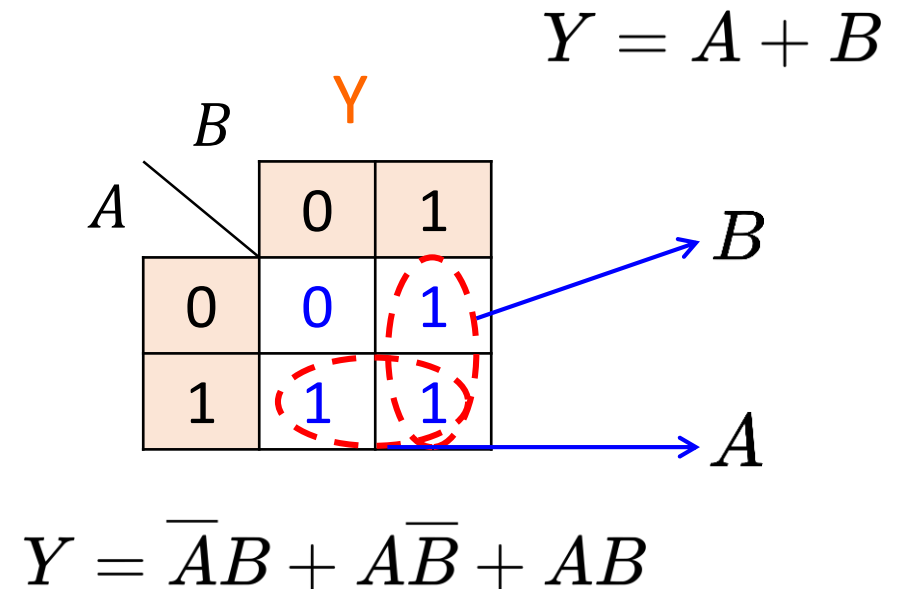
$$Y = \overline{A}B + A\overline{B} + AB$$

Mapa de *Karnaugh* com duas variáveis

- Para simplificar um circuito com o Mapa K, devemos obter sua tabela verdade.
- A regra de simplificação é juntar mintermos iguais a 1, em pares, se eles não estiverem na diagonal em relação ao outro, ou em quadras (o que estiver disponível).

A	B	Y
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

Podemos compartilhar
um mesmo mintermo
para dois agrupamentos
(propriedade da adição
lógica $A+A=A$)

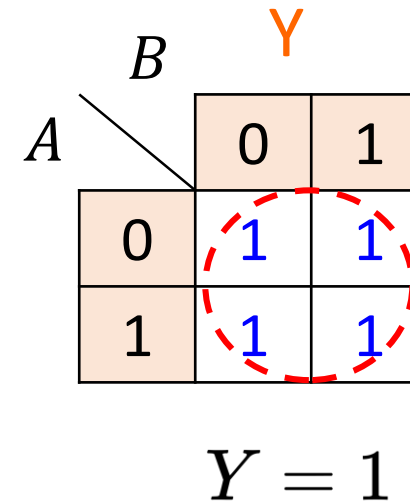


Mapa de *Karnaugh* com duas variáveis

- Para simplificar um circuito com o Mapa K, devemos obter sua tabela verdade.
- A regra de simplificação é juntar mintermos iguais a 1, em pares, se eles não estiverem na diagonal em relação ao outro, ou em quadras (o que estiver disponível).

A	B	Y
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	1

Em uma quadra completa, eliminamos todos os literais!



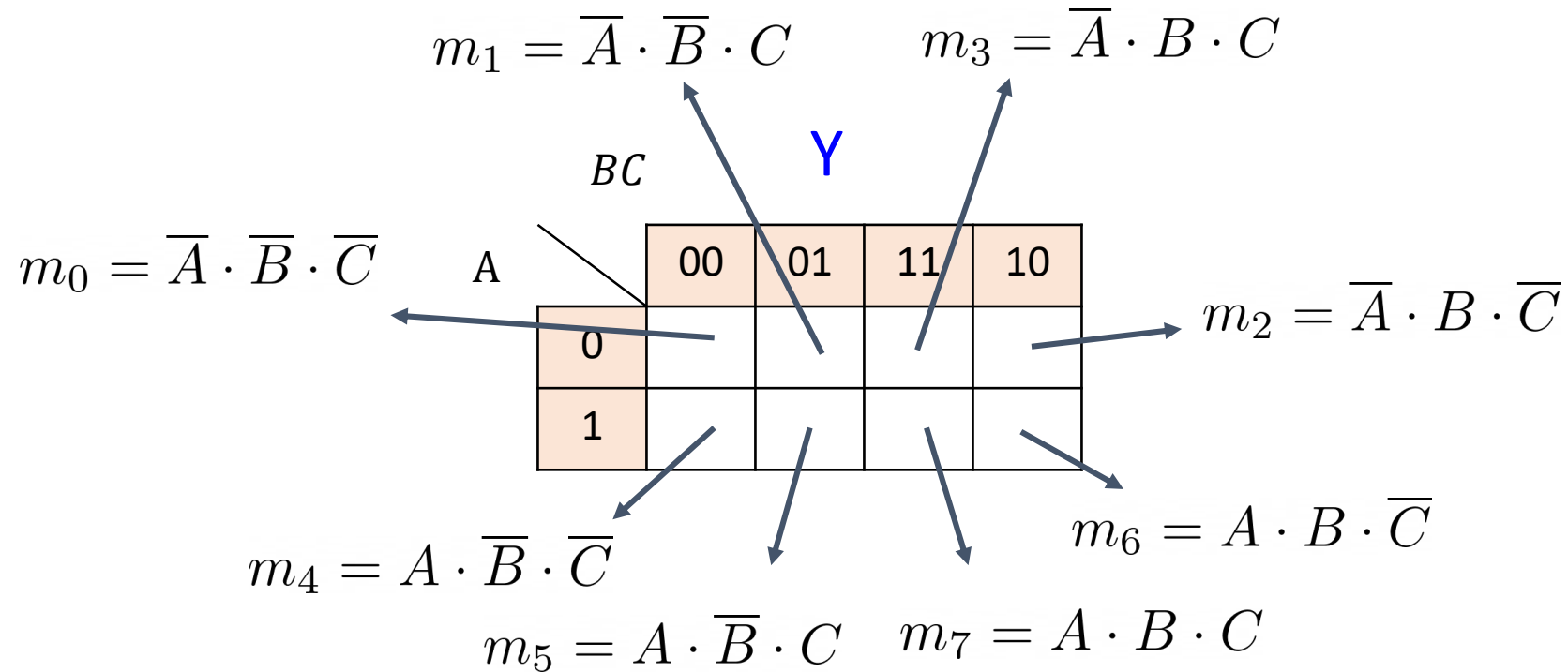
Mapa de *Karnaugh* com três variáveis

Simplificação de circuitos: Mapas de Karnaugh

Mapa de *Karnaugh* com três variáveis

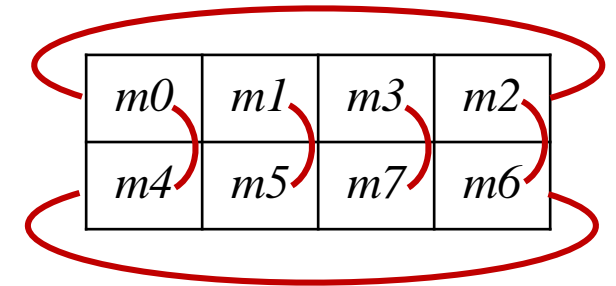
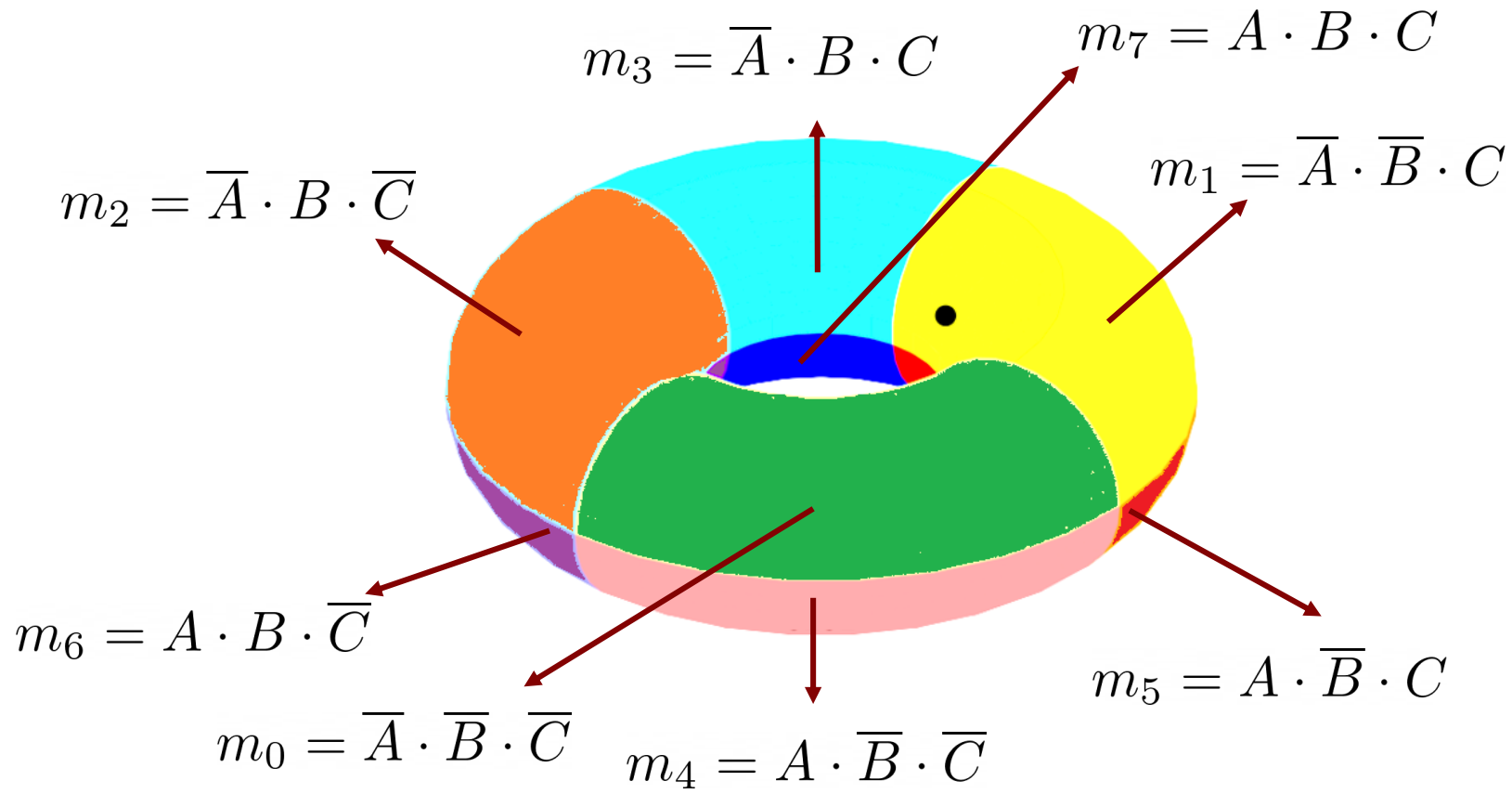
- Para simplificar um circuito com o Mapa K, devemos obter sua tabela verdade.

A	B	C	Y
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	1
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	0



$$Y = \overline{A}B\overline{C} + \overline{A}BC + A\overline{B}\overline{C} + ABC\overline{C}$$

Mapa de *Karnaugh* com três variáveis



Mapa de *Karnaugh* com três variáveis

- Para simplificar um circuito com o Mapa K, devemos obter sua tabela verdade.

A	B	C	Y
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	1
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	0

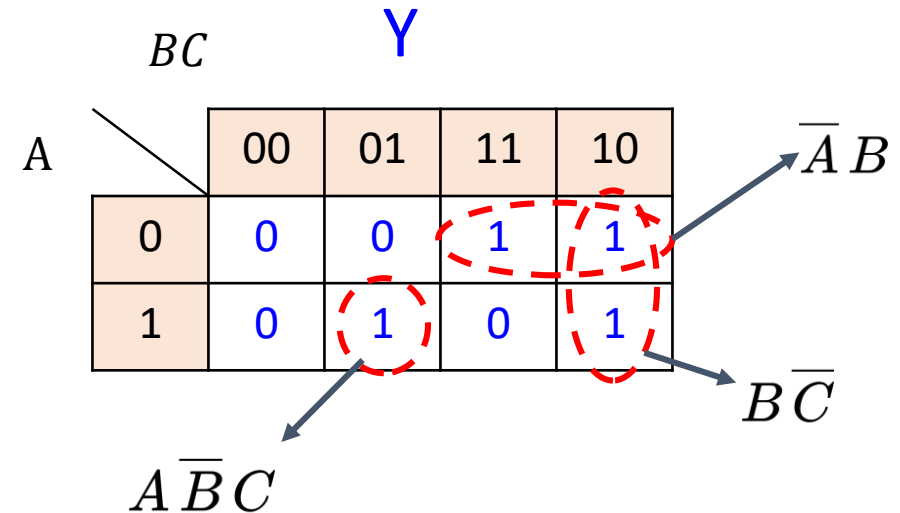
		Y			
		BC			
A		00	01	11	10
	0	0	0	1	1
	1	0	1	0	1

$$Y = \bar{A}\bar{B}\bar{C} + \bar{A}BC + A\bar{B}\bar{C} + ABC\bar{C}$$

Mapa de *Karnaugh* com três variáveis

- Para simplificar um circuito com o Mapa K, devemos obter sua tabela verdade.

A	B	C	Y
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	1
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	0



$$Y = \bar{A}B + A\bar{B}C + B\bar{C}$$

$$Y = \bar{A}B\bar{C} + \bar{A}BC + A\bar{B}C + ABC\bar{C}$$

Simplificação de circuitos: Mapas de Karnaugh

Exemplo com simplificação algébrica

- $Y = \bar{A}\bar{B}\bar{C} + \bar{A}BC + A\bar{B}C + AB\bar{C}$
- $Y = \bar{A}\bar{B}\bar{C} + \bar{A}B\bar{C} + \bar{A}BC + A\bar{B}C + AB\bar{C}$
- $Y = \bar{A}\bar{B}\bar{C} + \bar{A}B\bar{C} + A\bar{B}C + \bar{A}B\bar{C} + \bar{A}B\bar{C}$
- $Y = \bar{A}B(\bar{C} + C) + A\bar{B}C + (\bar{A} + A)B\bar{C}$
- $Y = \bar{A}B(1) + A\bar{B}C + (1)B\bar{C}$
- $Y = \bar{A}B + A\bar{B}C + B\bar{C}$

Propriedade da adição lógica :
 $\bar{A}B\bar{C} = \bar{A}B\bar{C} + \bar{A}B\bar{C}$

Propriedade comutativa

Propriedade distributiva

Propriedade da adição lógica :
 $\bar{C} + C = 1$
 $\bar{A} + A = 1$

Máxima simplificação possível:
equação mínima!
3 mintermos e 7 literais!

Mapa de *Karnaugh* com quatro variáveis

Simplificação de circuitos: Mapas de Karnaugh

Mapa de *Karnaugh* com quatro variáveis

A	B	C	D	Y
0	0	0	0	1
0	0	0	1	0
0	0	1	0	1
0	0	1	1	0
0	1	0	0	1
0	1	0	1	0
0	1	1	0	0
0	1	1	1	0
1	0	0	0	0
1	0	0	1	0
1	0	1	0	0
1	0	1	1	0
1	1	0	0	1
1	1	0	1	0
1	1	1	0	0
1	1	1	1	0

- Para simplificar um circuito com o Mapa K, devemos obter sua tabela verdade.

Y

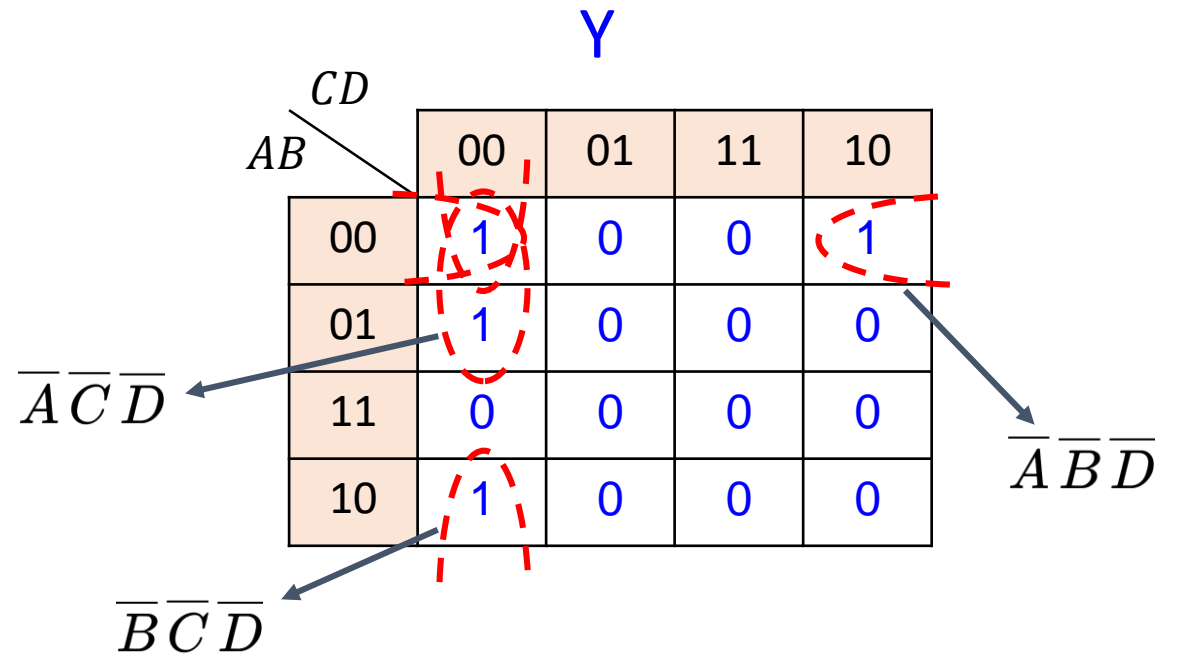
		CD			
		00	01	11	10
AB	00	m0	m1	m3	m2
	01	m4	m5	m7	m6
	11	m8	m9	m11	m10
	10	m12	m13	m15	m14

$$Y = \overline{A}\overline{B}\overline{C}\overline{D} + \overline{A}\overline{B}C\overline{D} + \overline{A}B\overline{C}\overline{D} + AB\overline{C}\overline{D}$$

Mapa de *Karnaugh* com quatro variáveis

A	B	C	D	Y
0	0	0	0	1
0	0	0	1	0
0	0	1	0	1
0	0	1	1	0
0	1	0	0	1
0	1	0	1	0
0	1	1	0	0
0	1	1	1	0
1	0	0	0	0
1	0	0	1	0
1	0	1	0	0
1	0	1	1	0
1	1	0	0	1
1	1	0	1	0
1	1	1	0	0
1	1	1	1	0

- Para simplificar um circuito com o Mapa K, devemos obter sua tabela verdade.



$$Y = \overline{A}\overline{C}\overline{D} + \overline{B}\overline{C}\overline{D} + \overline{A}\overline{B}\overline{D}$$

$$Y = \overline{A}\overline{B}\overline{C}\overline{D} + \overline{A}\overline{B}C\overline{D} + \overline{A}B\overline{C}\overline{D} + A\overline{B}\overline{C}\overline{D}$$

Condições irrelevantes

Simplificação de circuitos: Mapas de Karnaugh

Condições irrelevantes

- Existem situações no projeto de um circuito digital, nas quais determinadas combinações de entradas são irrelevante para o correto funcionamento do circuito.
- Chamamos essas combinações de entrada de **condições irrelevantes**.

Condições irrelevantes

Exemplo

A	B	C	Y
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	1
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	X
1	1	0	1
1	1	1	X

		Y			
		BC			
A		00	01	11	10
	0	0	0	1	1
	1	0	X	X	1

Condições irrelevantes

Exemplo

A	B	C	Y
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	1
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	X
1	1	0	1
1	1	1	X

		Y			
		BC			
A		00	01	11	10
	0	0	0	1	1
	1	0	X	X	1

Condições irrelevantes

Exemplo

A	B	C	Y
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	1
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	X
1	1	0	1
1	1	1	X

BC *Y*

<i>A</i> \ <i>BC</i>	00	01	11	10
0	0	0	1	1
1	0	X	1	1

B

Condições irrelevantes

Exemplo

A	B	C	Y
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	1
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	X
1	1	0	1
1	1	1	X

BC *Y*

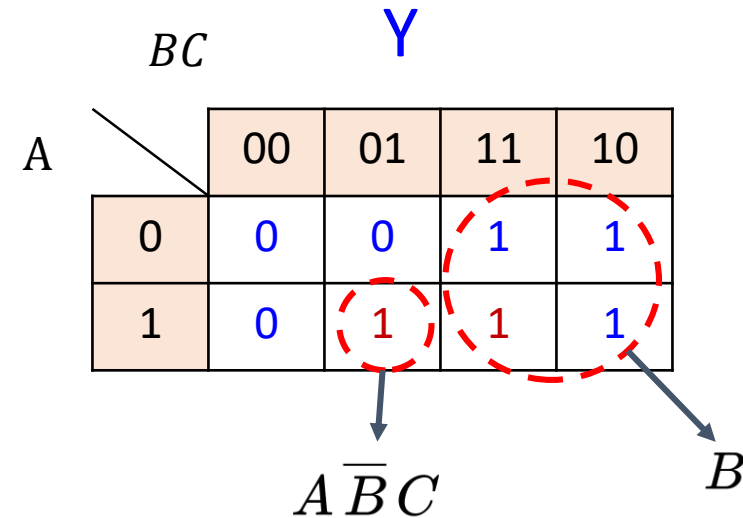
<i>A</i> \ <i>BC</i>	00	01	11	10
0	0	0	1	1
1	0	X	1	1

B

Condições irrelevantes

Exemplo

A	B	C	Y
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	1
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	X
1	1	0	1
1	1	1	X



Condições irrelevantes

Exemplo

A	B	C	Y
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	1
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	X
1	1	0	1
1	1	1	X

BC *Y*

<i>A</i> \ <i>BC</i>	00	01	11	10
0	0	0	1	1
1	0	0	1	1

B

$$Y = B$$