Aula 5

Portas Lógicas

Índice

Álgebra Boolena
Funções e Portas Lógicas

Álgebra Booleana – Um pouco de história...

A álgebra de Boole é aplicável no projeto de circuitos lógicos eletrônicos e lógica de programação, bases fundamentais dos sistemas eletrônicos e computacionais, e funciona baseada nos princípios da lógica formal, uma área de estudo da filosofia.

Aristóteles

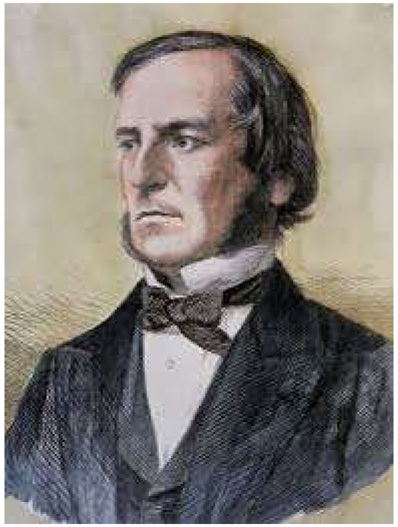
384-322 A.C

Foi um dos pioneiros da lógica formal, publicou um tratado sobre o assunto denominado "Da Interpretação" (*De Interpretatione*).

A lógica é exata, assim como a matemática, e permite o julgamento da forma de um enunciado, permitindo perceber se ele faz sentido ou não.

Álgebra Booleana – Um pouco de história...

George Boole



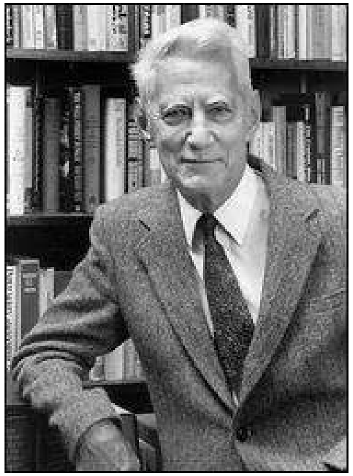
1815-1864

O período contemporâneo da lógica tem suas raízes estabelecidas nos trabalhos de George Boole.
Ele percebeu que poderia estabelecer um conjunto de símbolos matemáticos para substituir certas afirmativas da lógica formal.
O próprio Boole tinha certa noção do impacto histórico que seu sistema de lógica poderia ter.
Em 1851 ele disse a um amigo que a lógica booleana poderia ser a "contribuição mais valiosa, se não a única, que fiz ou que provavelmente farei à ciência, e é o motivo pelo qual desejaria ser lembrado, se é que serei lembrado, postumamente."
Morreu em 8 de dezembro de 1864, aos 49 anos, por um derrame pleural, acúmulo de água nos pulmões.

Em 1847, no artigo *Análise Matemática da Lógica*, introduz o uso de símbolos para expressar processos lógicos que podem então ser lidos com o mesmo rigor de uma equação algébrica. Com isso, dá origem à lógica moderna. Em 1848 publica *Os Cálculos da Lógica* e, em 1854, *Uma Investigação das Leis do Pensamento* (*Investigations of the laws of thought*).

Álgebra Booleana – Um pouco de história...

Claude Elwood Shannon



1916 - 2001

Foi um matemático, engenheiro eletrônico e criptógrafo estadunidense, conhecido como "o pai da teoria da informação". De 1932 a 1936, estudou matemática e engenharia elétrica na Universidade de Michigan.

Shannon mostrou em sua tese de mestrado no MIT que o trabalho de Boole poderia ser utilizado para descrever a operação de sistemas de comutação telefônica. As observações de Shannon foram divulgadas em 1938 no trabalho "Uma Análise Simbólica de Relés e Circuitos de Comutação". Tem-se dito que foi a tese de mestrado de mais importância de todos os tempos

Álgebra Convencional x Álgebra Booleana

A álgebra convencional trata de relações quantitativas.

?

Há interesse em saber o tamanho de x, ou se x é maior que y, ou outra informação qualquer relacionada com quantidades.

2.x = 4 Qual o valor de x?

A álgebra booleana se refere a relações lógicas. Trata das relações qualitativas.

?

Existe o interesse de conhecer um dos dois estados possíveis de um termo simbólico

Bom x Mal
Certo x Errado
Alto x Baixo
Ligado x Desligado
Verdadeiro x Falso (lógica filosófica)
Um X Zero (lógica digital)

Álgebra Booleana

Texto escrito por Boole

"O caso suposto na demonstração da equação abaixo é o da identidade absoluta de significado. A lei que ele expressa é praticamente exemplificada na linguagem. Dizer "bom, bom" em relação a qualquer assunto, embora seja um pleonasmo incômodo e inútil, é o mesmo que dizer "bom". Assim, homens "bons, bons" equivalem a homens "bons". Essas repetições de palavras às vezes são, de fato, empregadas para elevar uma qualidade ou fortalecer uma afirmação ".

$$\boxed{X.X=X}$$

Álgebra Booleana

Na álgebra da lógica, segundo Boole, a lei:

$$x.x = x$$

Todavia, na álgebra convencional essa lei não é geralmente válida.

A equação $x.x=x$ ou $x^2 = x$ tem solução e é verdadeira para quais valores de x ????

Álgebra Booleana

- A equação $x^2 = x$ tem apenas duas soluções: $x=0$ e $x=1$.

- Levando em conta esse fato, o pensador conclui que na álgebra da lógica são válidas as leis da álgebra matemática quando os valores de x se limitam a 0 e 1.

- Assim, com tal restrição, $x.x = x$ é verdadeira para todos os valores da variável (restritos ao par 0 e 1).

Na sua álgebra da lógica, Boole interpretou os símbolos 0 e 1 como classes especiais, de modo que 1 representa a classe de todos os objetos (o universo) e 0 representa a classe a que nenhum objeto pertença (a classe vazia).

Álgebra Booleana

O postulado básico da álgebra de Boole é a existência de uma variável boolena tal que:

$$x \neq 0 \Leftrightarrow x = 1$$
$$x \neq 1 \Leftrightarrow x = 0$$

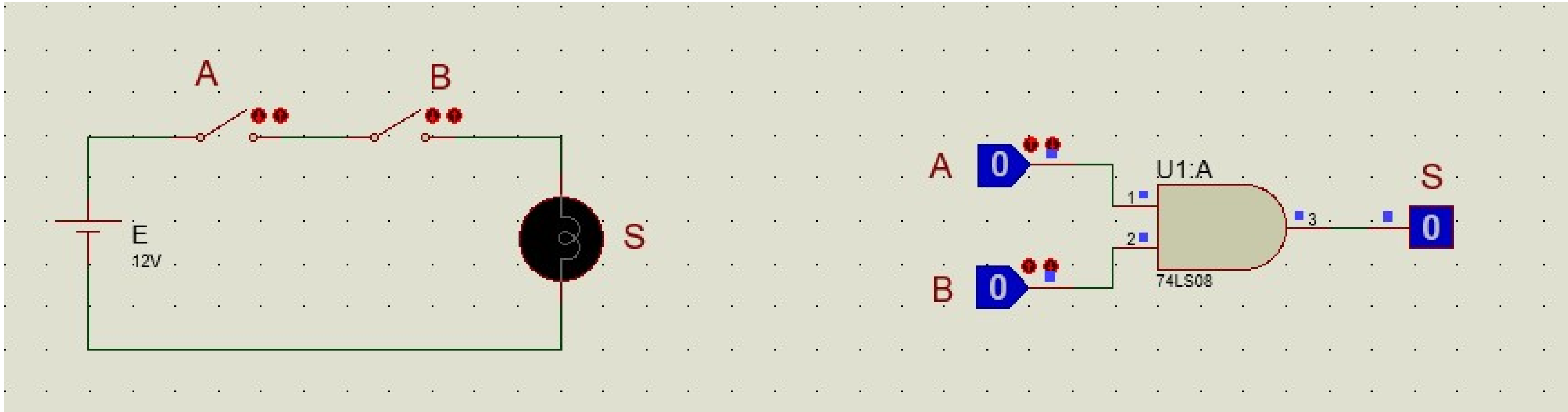
A álgebra de Boole é um sistema algébrico que consiste:

- do conjunto {0,1};
- de duas operações binárias chamadas *OR* (operador: +) e *AND* (.);
- de uma operação unária NOT (¯).

Funções Lógicas

- **FUNÇÃO E (AND)**

Executa o produto lógico de duas ou mais variáveis booleanas.



Funções Lógicas

- **FUNÇÃO E (AND)**

Executa o produto lógico de duas ou mais variáveis booleanas.

Convenção:
Aberto/desligado=0
Fechado/ligado=1

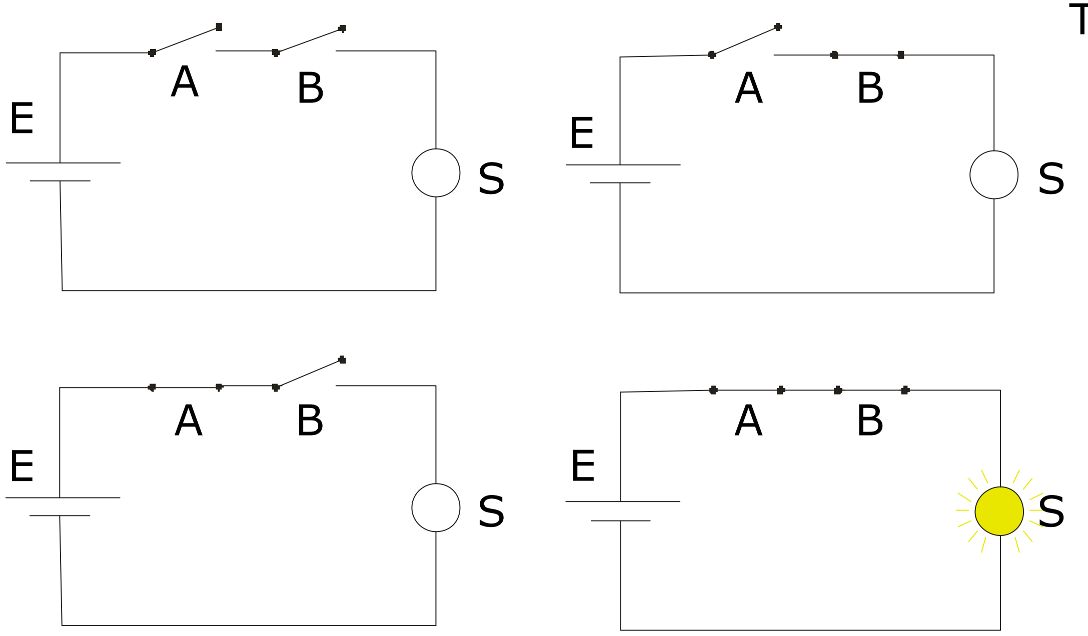
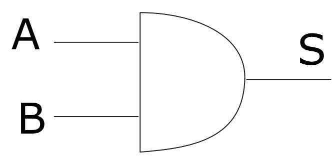


Tabela da Verdade

A	B	S
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Símbolo



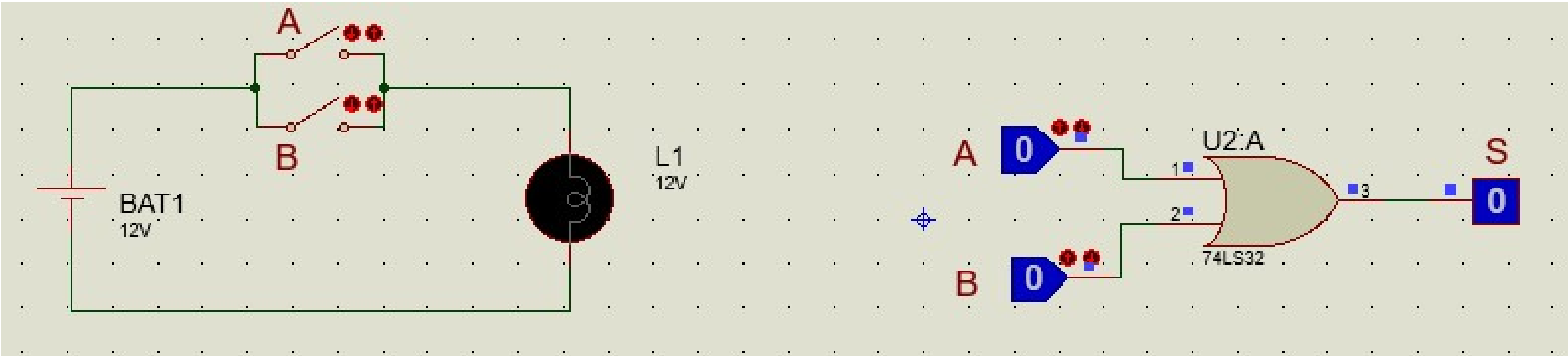
Expressão Booleana:
S=A.B lê-se "A e B"

Lógica: Será 1 na saída, se e somente se, todas as entradas forem 1.

Funções Lógicas

- **FUNÇÃO OU (OR)**

Executa a adição lógica de duas ou mais variáveis booleanas.



Funções Lógicas

FUNÇÃO OU (OR)

Executa a adição lógica de duas ou mais variáveis booleanas.

Convenção:
Aberto/desligado=0
Fechado/ligado=1

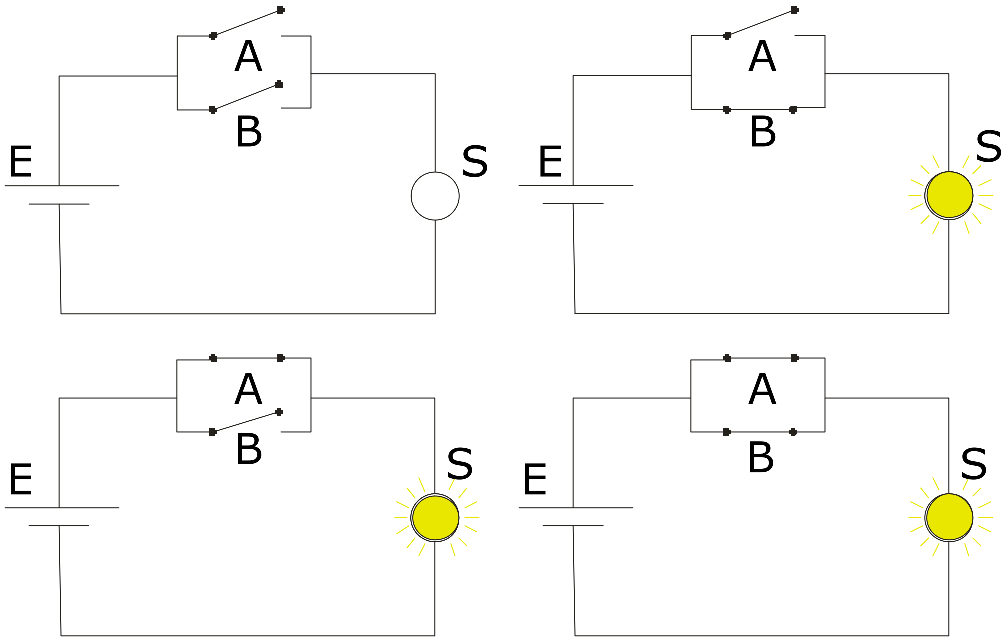
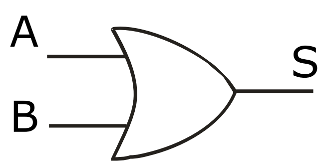


Tabela da Verdade

A	B	S
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

Símbolo



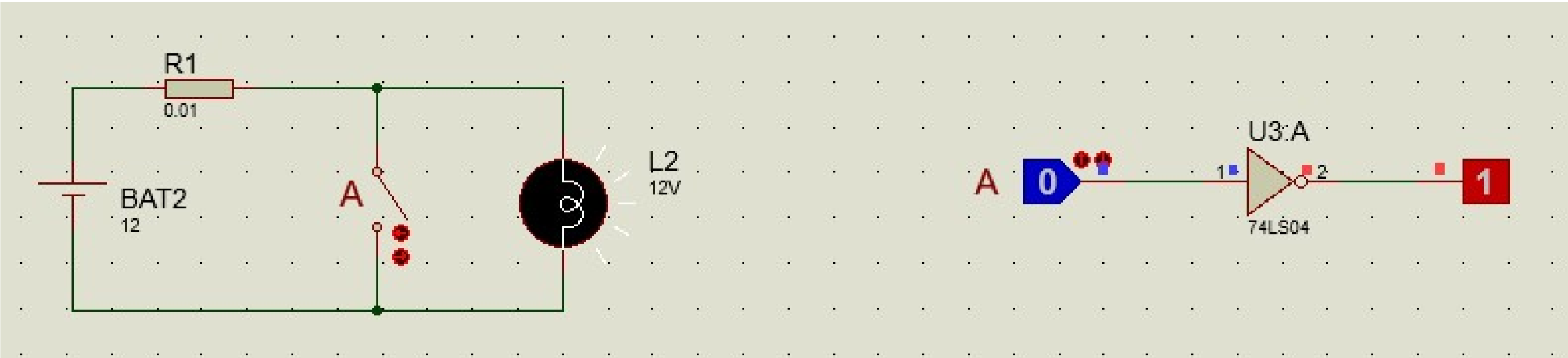
Expressão Booleana:
S=A+B lê-se "A ou B"

Lógica: Será 0 na saída, se e somente se, todas as entradas forem 0.

Funções Lógicas

- **FUNÇÃO NÃO (NOT) OU INVERSORA**

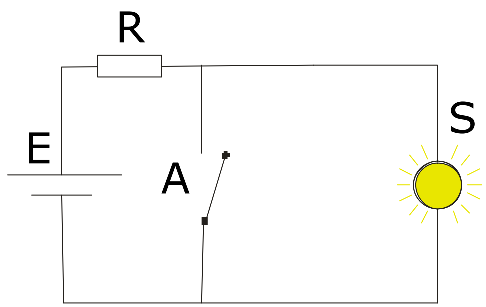
Executa a complementação lógica ou inversão de uma variável booleana.



Funções Lógicas

- **FUNÇÃO NÃO (NOT) OU INVERSORA**
- Executa a complementação lógica ou inversão de uma variável booleana.

Convenção:
Aberto/desligado=0
Fechado/ligado=1



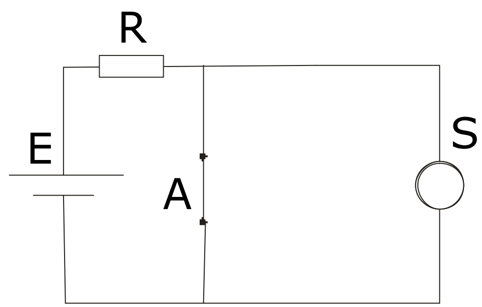
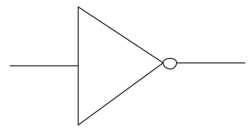


Tabela da Verdade

A	S
0	1
1	0

Símbolo

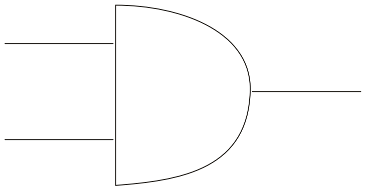


Expressão Booleana:
S=$\overline{A}$ lê-se "A barra"

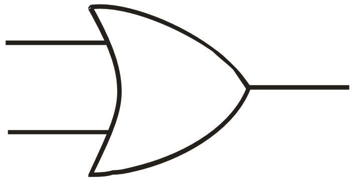
Lógica: A saída terá nível lógico inverso ao da entrada.

Funções e Portas Lógicas

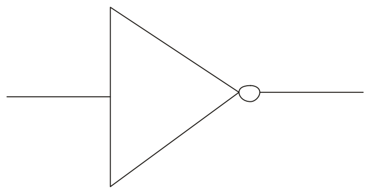
- Simbologia



AND



OR



NOT

Funções e Portas Lógicas

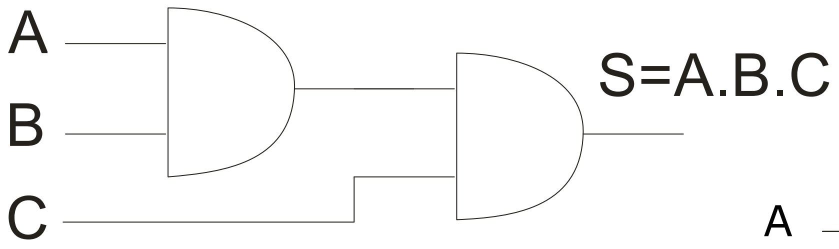
- Portas E com mais de 2 entradas

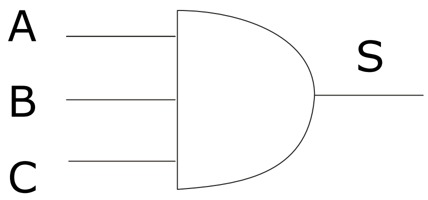
Ex.:Expressão Booleana
S=A.B.C

Lógica:
Será 1 na saída, se e somente se, todas as entradas forem 1.

ABC	S
000	0
001	0
010	0
011	0
100	0
101	0
110	0
111	1

Símbolo





Funções e Portas Lógicas

- Portas OU com mais de 2 entradas

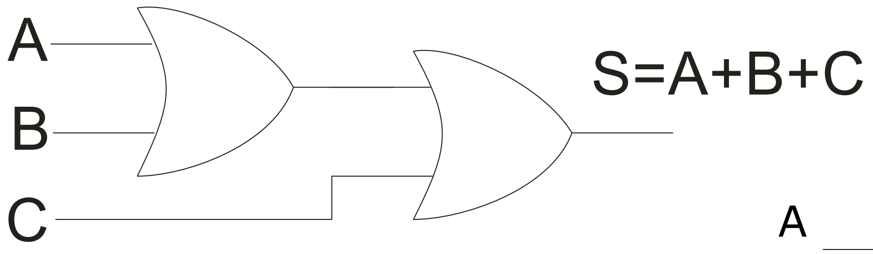
Ex.:Expressão Booleana

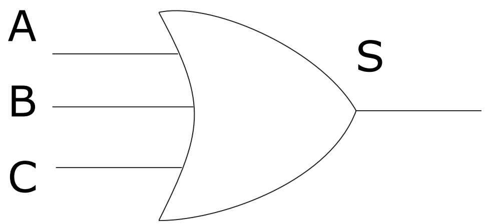
S=A+B+C

Lógica:
Será 0 na saída, se e somente se, todas as entradas forem 0.

ABC	S
000	0
001	1
010	1
011	1
100	1
101	1
110	1
111	1

Símbolo





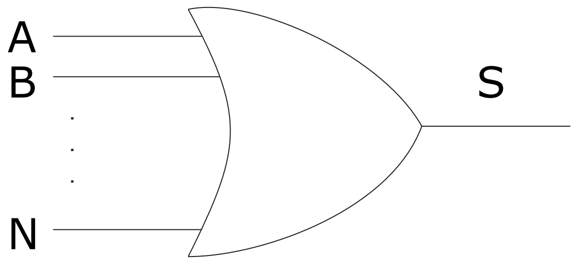
Funções e Portas Lógicas

- Portas OU com mais de 2 entradas

Ex.:Expressão Booleana
$S=A+B+C+...+N$

Lógica:
Será 0 na saída, se e somente se, todas as entradas forem 0.

Símbolo



Construção da tabela da verdade

Número de combinações = N
Número de variáveis = n

$N=2^n$

Ex.: Sistemas com 4 variáveis
A,B,C e D

bms = bit menos significativo
Varia de 0 para 1, de **um em um**

Próximo bit
Varia de 0 para 1, de **dois em dois**

Próximo bit
Varia de 0 para 1, de **quatro em quatro**

Próximo bit, o BMS = Bit Mais Significativo
Varia de 0 para 1, de **oito em oito**

BMS → A; bms → D

A	B	C	D
0	0	0	0
0	0	0	1
0	0	1	0
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	0	1
0	1	1	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	0	1
1	0	1	0
1	0	1	1
1	1	0	0
1	1	0	1
1	1	1	0
1	1	1	1

Portas Lógicas

- **FUNÇÃO Não - E (NAND)**

Executa a complementação da multiplicação lógica de duas ou mais variáveis booleanas.

Simbologia:

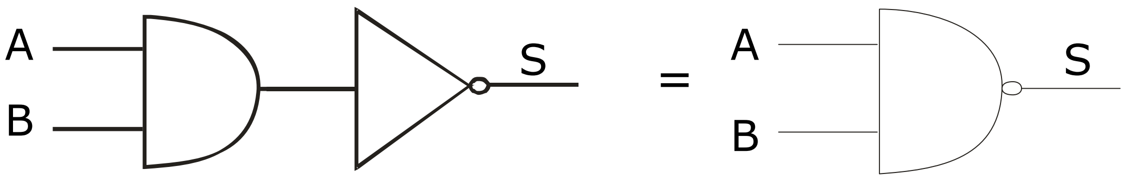


Tabela da Verdade

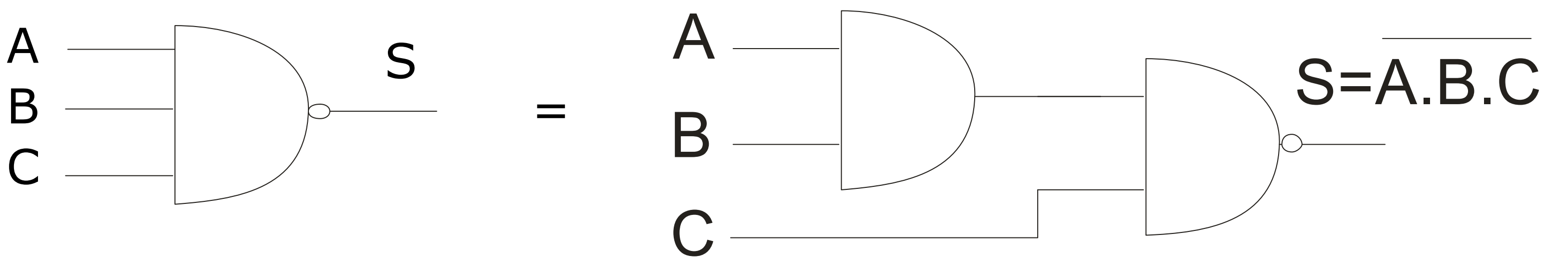
A	B	S
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0

Expressão Booleana:
$S=\overline{A.B}$ lê-se "A e B barrados"

Lógica: Será 0 na saída, se e somente se, todas as entradas forem 1.

Portas Lógicas

- **FUNÇÃO Não - E (NAND) com 3 entradas**



Obs.: Somente a última porta da cascata é barrada.

Portas Lógicas

- **FUNÇÃO Não - OU (NOR)**

Executa a complementação da adição lógica de duas ou mais variáveis booleanas.

Simbologia:

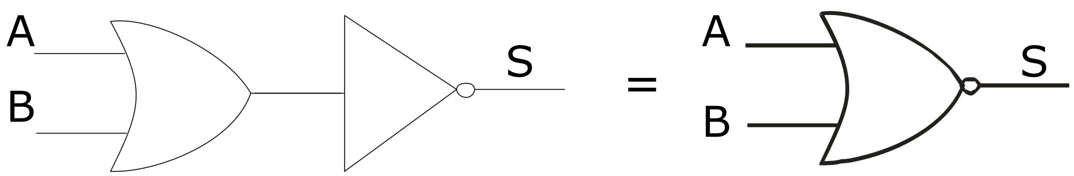


Tabela da Verdade

A	B	S
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	0

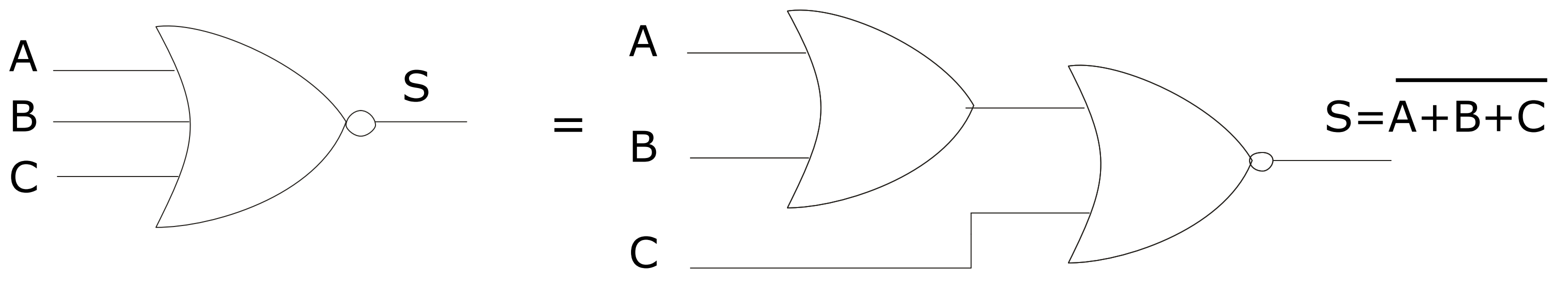
Expressão Booleana:

$S=\overline{A+B}$ lê-se "A ou B barrados"

Lógica: Será 1 na saída, se e somente se, todas as entradas forem 0.

Portas Lógicas

- **FUNÇÃO Não - OU (NOR) com 3 entradas**

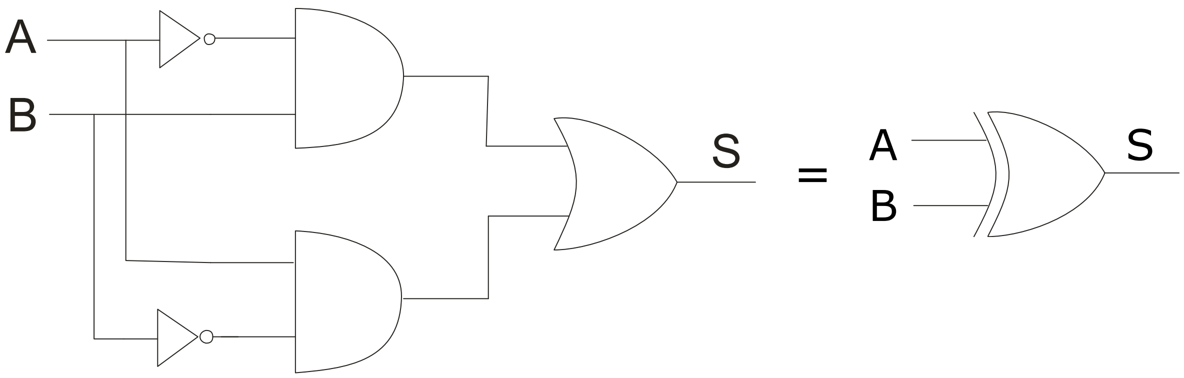


Obs.: Somente a última porta da cascata é barrada.

Portas Lógicas

- **FUNÇÃO OU EXCLUSIVO (EXOR – EXCLUSIVE OR)**

Faz a comparação entre duas variáveis



Convenção:
Aberto/desligado=0
Fechado/ligado=1

Tabela da Verdade

A	B	S
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

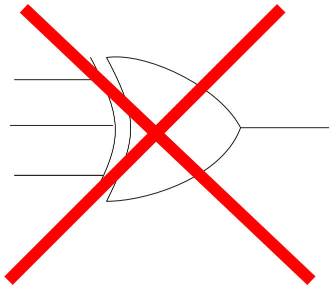
Expressão Booleana:
$S= \overline{A}.B+A.\overline{B} = A \oplus B$ lê-se "A ou exclusivo B"

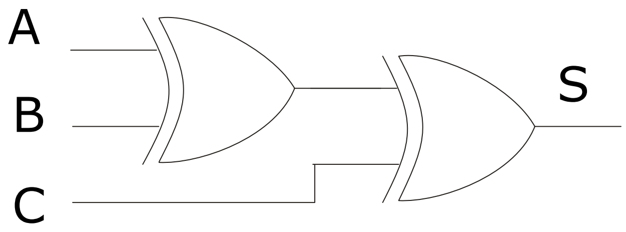
Lógica: A saída terá nível lógico 1 quando as entradas forem diferentes, nível lógico 0 se as entradas forem iguais.

Portas Lógicas

- **FUNÇÃO OU EXCLUSIVO com 3 variáveis**

$S = A \oplus B \oplus C$





OBS.: Somente há porta lógica **ou exclusivo** com 2 entradas

Portas Lógicas

- **FUNÇÃO NÃO OU EXCLUSIVO (EXNOR – EXCLUSIVE NOR)**
  - **Função Coincidência**

Faz a comparação entre duas variáveis

Convenção:
Aberto/desligado=0
Fechado/ligado=1

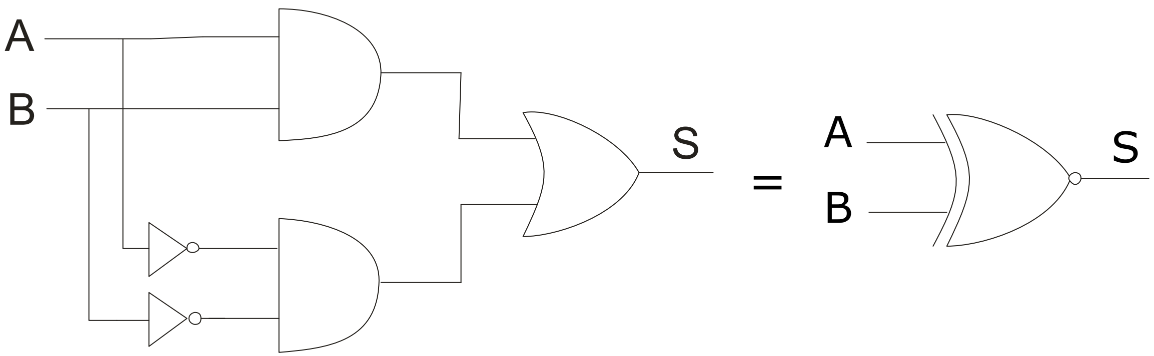


Tabela da Verdade

A	B	S
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Expressão Booleana:

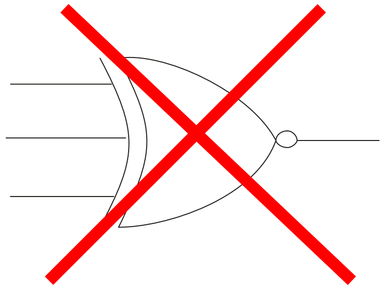
$S= A.B+\overline{A}.\overline{B} = A \otimes B$ lê-se "A coincidência B"

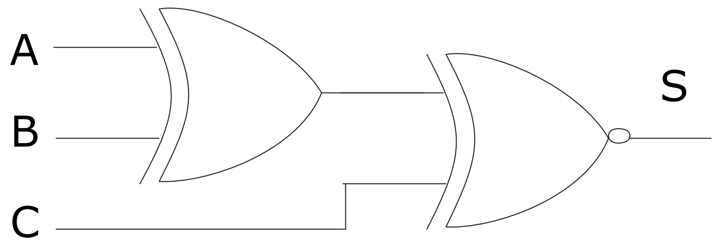
Lógica: A saída terá nível lógico 1 quando as entradas forem iguais, nível lógico 0 se as entradas forem diferentes.

Portas Lógicas

- **FUNÇÃO COINCIDÊNCIA com 3 variáveis**

$S=A\otimes B\otimes C$





OBS.: Somente há porta lógica **coincidência** com 2 entradas.
Somente a última porta lógica é barrada.

Funções e portas lógicas

- Aplicações

  - Sistema de Alarme

  - Sistema de segurança em acionamentos

  - Sistema de abertura de cofres, salas, ...

Exercício: Elaborar um sistema usando lógica E, outro usando OU, e outro usando o conjunto das 3 lógicas estudadas.

Ex. a) Identificar as portas lógicas envolvidas em cada circuito.
b) Montar a tabela da verdade de cada porta lógica do circuito.
c) Montar a tabela verdade do circuito.
d) Escrever a expressão do circuito.