Minimização de Expressões

Método do Diagrama de Veitch-Karnaugh

Aula 9

IFSC - Prof. Cláudio L. Ebert
ebert@ifsc.edu.br

Índice

Minimização de Expressões Booleanas

- Método Algébrico ✓

- Método do Diagrama de Veitch-Karnaugh

Método do Diagrama de Veitch-Karnaugh

Mapa de Karnaugh é um método de simplificação gráfico criado por Edward Veicth (1952) e aperfeiçoado pelo engenheiro de telecomunicações Maurice Karnaugh.

Método do Diagrama de Veitch-Karnaugh

Edward W. Veitch foi um matemárico dos Estados Unidos. Ele descreveu em seu artigo "A Chart Method for Simplifying Truth Functions" (1952) um procedimento gráfico para otimizar circuitos lógicos, refinado em 1953 num artigo de Maurice Karnaugh no que hoje é conhecido como mapa de Karnaugh.

Edward W. Veitch, 1952, "A Chart Method for Simplifying Truth Functions", Transactions of the 1952 ACM Annual Meeting, ACM Annual Conference/Annual Meeting "Pittsburgh", ACM, NY, pp. 127-133.

Método do Diagrama de Veitch-Karnaugh

Maurice Karnaugh (1924) é um físico, cientista da computação e engenheiro de telecomunicações norte-americano.

Sua criação que o tornou famoso foi o mapa de Karnaugh, amplamente utilizado em álgebra booleana.

Maurice Karnaugh, Novembro de 1953, *The Map Method for Synthesis of Combinational Logic Circuits,* AIEE Committee on Technical Operations for presentation at the AIEE summer General Meeting, Atlantic City, N. J., Junho 15-19, 1953, pp. 593-599.

Método do Diagrama de Veitch-Karnaugh

Os diagramas são chamados de mapas, pois trata-se de um mapeamento a partir de uma tabela verdade da função analisada.

Ele é utilizado para simplificar uma equação lógica ou para converter uma tabela verdade no seu circuito lógico correspondente.

O método de leitura por "mapa de Karnaugh" é considerado mais simples que a "álgebra booleana", pois elimina o problema de erro nas simplificações.

Porém quando utilizado mais de 6 entradas, esse método se torna complicado, pois fica difícil identificar as células adjacentes no mapa. Para esse caso são utilizados soluções algorítmicas computacionais.

Diagrama de Karnaugh

Passos as serem seguidos na minimização pelo Método de Karnaugh:

1) Ter a tabela da verdade ou a expressão booleana na forma soma de produtos;

2) Desenhar corretamente o mapa de Karnaugh de acordo com o número de variáveis;

3) Preencher o mapa de Karnaugh com os valores da tabela da verdade ou da expressão booleana;

4) Formar os grupos de 1's vizinhos, lembrando que os grupos podem ser com um único termo (termo isolado), com 2 termos (pares na horizontal ou vertical), com 4 termos (quadras na horizontal, vertical ou quadrado), com 8 termos, 16 termos, 32 termos, e aí por diante.

5) Achar a expressão de cada grupo;

6) Fazer a adição lógica das expressões de cada grupo encontrado.

Diagrama de Karnaugh para 2 variáveis

A	B	S
0	0	1
0	1	1
1	0	0
1	1	1

A	B	S	
$\overline{A}$	$\overline{B}$	1	$\overline{A}.\overline{B}$
$\overline{A}$	B	1	$\overline{A}.B$
A	$\overline{B}$	0	
A	B	1	$A.B$

$S=\overline{A}.\overline{B}+\overline{A}.B+A.B$

A	B	S
0	0	1
0	1	1
1	0	0
1	1	1

$\Rightarrow S=\overline{A}.\overline{B}+\overline{A}.B+A.B$

Diagrama de Karnaugh para 2 variáveis

A	B	S
0	0	1
0	1	1
1	0	0
1	1	1

A	B	S
$\overline{A}$	$\overline{B}$	S_1
$\overline{A}$	B	S_2
A	$\overline{B}$	S_3
A	B	S_4

	$\overline{B}$	B
$\overline{A}$	$\overline{A}\,\overline{B}$	$\overline{A}\,B$
A	$A\,\overline{B}$	$A\,B$

	$\overline{B}$	B
$\overline{A}$	S_1	S_2
A	S_3	S_4

A	B	S
0	0	1
0	1	1
1	0	0
1	1	1

	$\overline{B}$	B
$\overline{A}$	1	1
A	0	1

Diagrama de Karnaugh para 2 variáveis

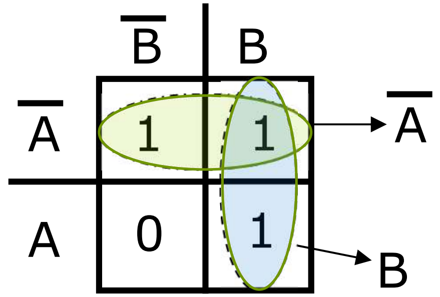
A	B	S
0	0	1
0	1	1
1	0	0
1	1	1

$$S=\overline{A}.\overline{B}+\overline{A}.B+A.B$$

	$\overline{B}$	B
$\overline{A}$	$\overline{A}\ \overline{B}$	$\overline{A}\ B$
A	$A\ \overline{B}$	$A\ B$

	$\overline{B}$	B
$\overline{A}$	1	1
A	0	1

Diagrama de Karnaugh para 2 variáveis



$S=\overline{A}+B$

Método de simplificação

- Agrupam-se as regiões onde S=1, no menor número possível de pares (conjunto de 2 regiões vizinhas);
- As regiões que não puderem ser agrupadas em pares serão tratadas isoladamente;
- Verifica-se em cada par o valor da variável: se a mesma muda de valor lógico, é desprezada; se a variável mantém seu nível lógico, este será o valor do par;
- Escreve-se a expressão de cada par, isto é, o valor que o mesmo ocupa no diagrama;
- Faz-se a adição lógica dos pares e/ou termos isolados.

-**Obs:** A simplificação baseia-se na Identidade do Postulado da Adição: $A+\overline{A}=1$

Verificação pelo método algébrico

A	B	S
0	0	1
0	1	1
1	0	0
1	1	1

$S=\overline{A}.\overline{B}+\overline{A}.B+A.B$

$S=\overline{A}.(\overline{B}+B)+A.B$ ← $\overline{A}$ colocado em evidência

$S=\overline{A}.1+A.B$ ← Postulado da adição

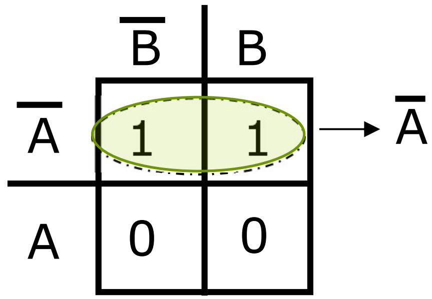
$S=\overline{A}+A.B$ ← Postulado da multiplicação

$S=\overline{A}+B$ ← Identidade auxiliar (c)

Diagrama de Karnaugh para 2 variáveis

Exemplo:

A	B	S
0	0	1
0	1	1
1	0	0
1	1	0



$S=\overline{A}$

Diagrama de Karnaugh para 3 variáveis

A	B	C	S
0	0	0	S_1
0	0	1	S_2
0	1	0	S_3
0	1	1	S_4
1	0	0	S_5
1	0	1	S_6
1	1	0	S_7
1	1	1	S_8

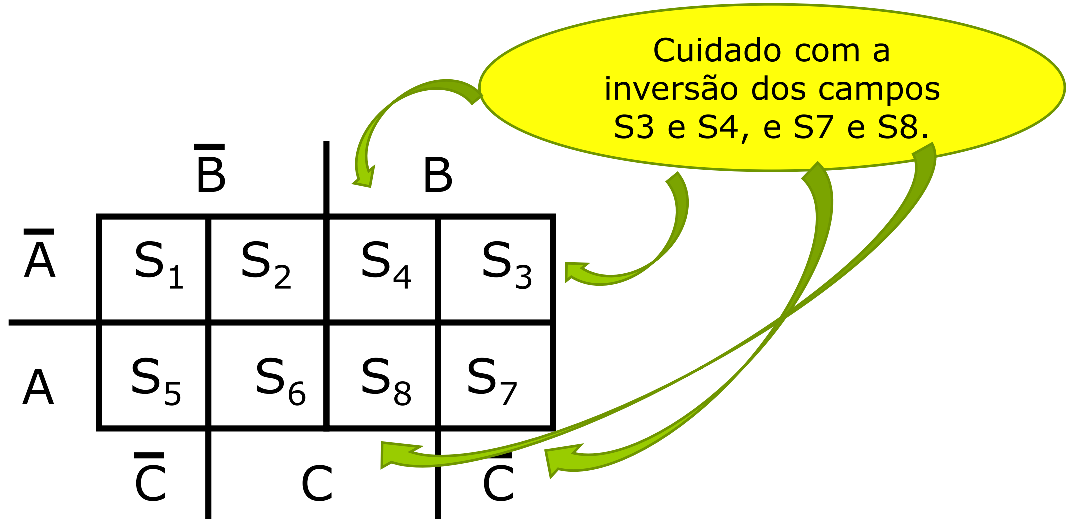


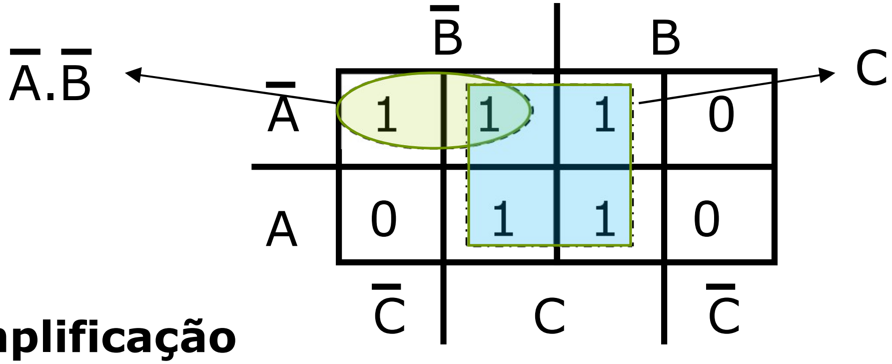
Diagrama de Karnaugh para 3 variáveis

Exemplo:

A	B	C	S
0	0	0	1
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	0
1	1	1	1

	$\bar{B}$		B	
$\bar{A}$	1	1	1	0
A	0	1	1	0
	$\bar{C}$	C		$\bar{C}$

Diagrama de Karnaugh para 3 variáveis



$S=\bar{A}.\bar{B}+C$

Método de simplificação

- Localizam-se as quadras (agrupamento de 4 regiões) e escrevem-se suas expressões;

- Localizam-se os pares e escrevem-se suas expressões, não considerando os pares já incluídos nas quadras. Todavia, pode-se ter um par formado por "1" externo à quadra e outro "1" pertencente à quadra;

- Localizam-se os termos isolados que não puderam ser agrupados e escrevem-se suas expressões;

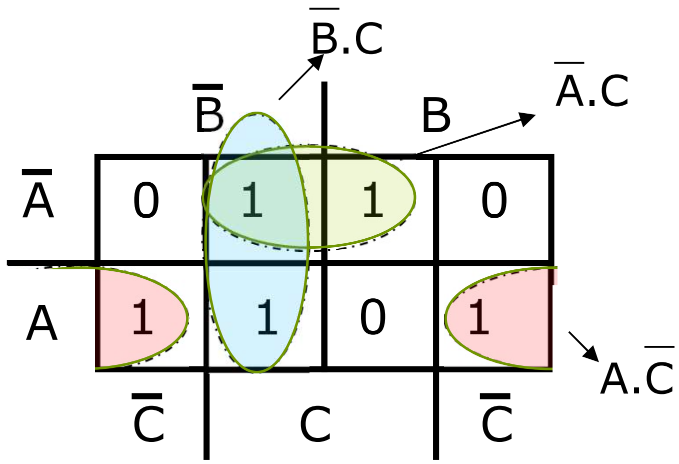
- Somam-se as expressões das quadras, dos pares e dos termos isolados.

OBS. O diagrama para 3 variáveis fecha-se nas laterais, como um cilindro.

Diagrama de Karnaugh para 3 variáveis

Exemplo 2:

$$S = \overline{A}.\overline{B}.C + \overline{A}.B.C + A.\overline{B}.\overline{C} + A.\overline{B}.C + A.B.\overline{C}$$



$S=\overline{B}.C+\overline{A}.C+A.\overline{C}$

$S=\overline{B}.C+A \oplus C$

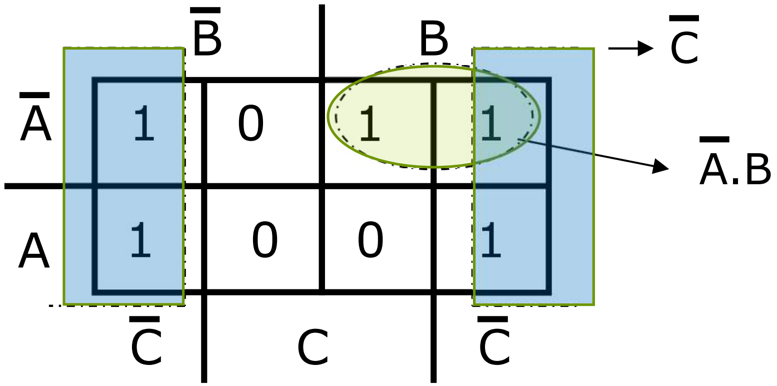
Diagrama de Karnaugh para 3 variáveis

Exemplo 3:

$$S=\overline{A+B+C}+A.\overline{B}.\overline{C}+\overline{A}.B.C+B.\overline{C}$$

$$S=\overline{A}.\overline{B}.\overline{C}+A.\overline{B}.\overline{C}+\overline{A}.B.C+B.\overline{C}$$ ← Teorema de De Morgan

$$S=\overline{A}.\overline{B}.\overline{C}+A.\overline{B}.\overline{C}+\overline{A}.B.C+A.B.\overline{C}+\overline{A}.B.\overline{C}$$ ← Postulado da adição ao contrário



$$S=\overline{C}+\overline{A}.B$$

Diagrama de Karnaugh para 3 variáveis

Exercícios:

a) $S = \overline{A}.\overline{B}.\overline{C} + \overline{A}.\overline{B}.C + \overline{A}.B.C + A.\overline{B}.C + A.B.C$

b) $S = \overline{A}.B.C + A.\overline{B}.\overline{C} + A.B.\overline{C}$

c) $S = \overline{A}.\overline{B}.\overline{C} + \overline{A}.B.\overline{C} + \overline{A}.B.C + \overline{A}.B.C + A.B.C$

d) $S = A.B.C + \overline{A} + \overline{B} + \overline{C}$

e) $S = A.B.C + A.\overline{C} + A.\overline{B}$

f) $S = \overline{(A + \overline{B} + \overline{C})}.\overline{(A + \overline{C})}$

Diagrama de Karnaugh para 4 variáveis

ABCD	S
0000	S_1
0001	S_2
0010	S_3
0011	S_4
0100	S_5
0101	S_6
0110	S_7
0111	S_8
1000	S_9
1001	S_{10}
1010	S_{11}
1011	S_{12}
1100	S_{13}
1101	S_{14}
1110	S_{15}
1111	S_{16}

	$\bar{C}$		C		
$\bar{A}$	S_1	S_2	S_4	S_3	$\bar{B}$
	S_5	S_6	S_8	S_7	B
A	S_{13}	S_{14}	S_{16}	S_{15}	
	S_9	S_{10}	S_{12}	S_{11}	$\bar{B}$
	$\bar{D}$	D		$\bar{D}$	

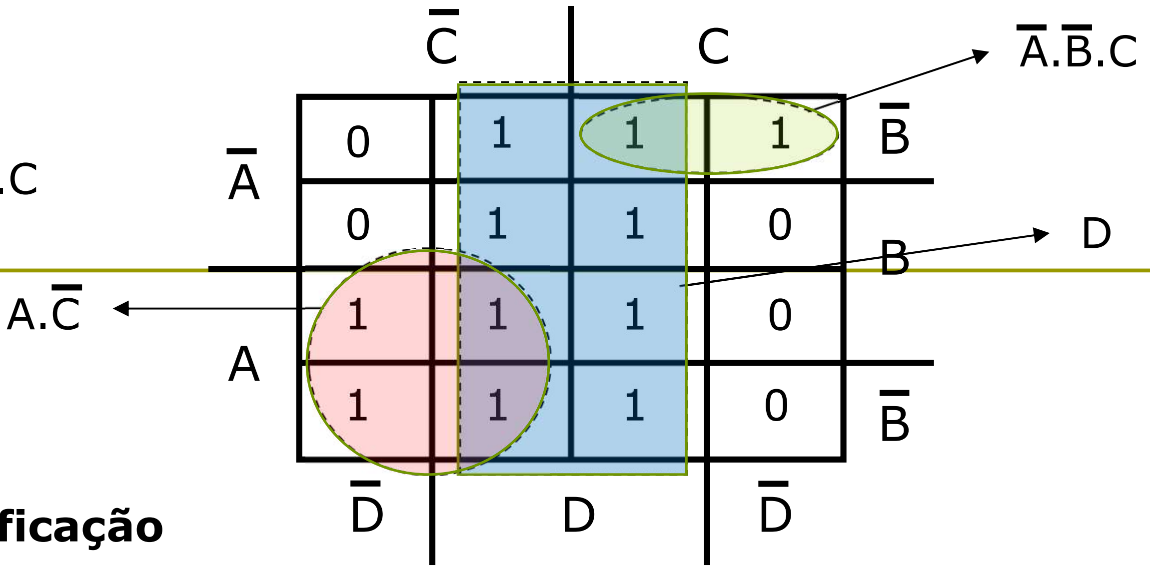
Diagrama de Karnaugh para 4 variáveis

Ex.:

ABCD	S
0000	0
0001	1
0010	1
0011	1
0100	0
0101	1
0110	0
0111	1
1000	1
1001	1
1010	0
1011	1
1100	1
1101	1
1110	0
1111	1

	$\bar{C}$		C		
$\bar{A}$	0	1	1	1	$\bar{B}$
	0	1	1	0	B
A	1	1	1	0	
	1	1	1	0	$\bar{B}$
	$\bar{D}$	D		$\bar{D}$	

$S=D+A.\overline{C}+\overline{A}.\overline{B}.C$



Método de simplificação

-Localizam-se as oitavas (agrupamento de 8 regiões) e escrevem-se suas expressões;

-Localizam-se as quadras e escrevem-se suas expressões, não considerando as quadras já inclusas nas oitavas. Localizam-se os pares e escrevem-se suas expressões, não considerando os pares já incluídos nas oitavas e/ou quadras.

- Todavia, pode-se ter uma quadra/par formado por “1s” externos à oitava/quadra e outros “1s” pertencentes à oitava/quadra;

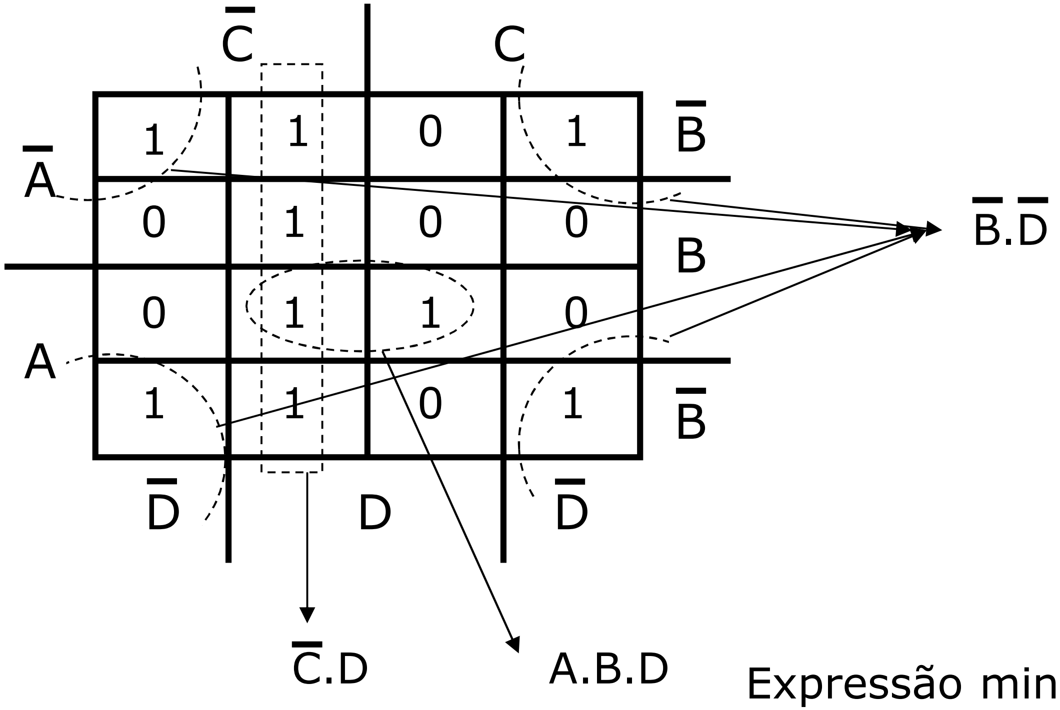
-Localizam-se os termos isolados que não puderam ser agrupados e escrevem-se suas expressões;

-Somam-se as expressões das oitavas, das quadras, dos pares e dos termos isolados.

Obs: O diagrama para 4 variáveis fecha-se nas laterais, bem como nos extremos superior e inferior. Formando um Toróide.

Ex.

$$S = \overline{A}.\overline{B}.\overline{C}.\overline{D} + \overline{A}.\overline{B}.\overline{C}.D + \overline{A}.\overline{B}.C.\overline{D} + \overline{A}.B.\overline{C}.D + A.\overline{B}.\overline{C}.\overline{D} + A.\overline{B}.\overline{C}.D + A.\overline{B}.C.\overline{D} + A.B.\overline{C}.D + A.B.C.D$$



Expressão minimizada:

$$S = A.B.D + \overline{C}.D + \overline{B}.\overline{D}$$

Diagrama de Karnaugh para 5 variáveis

ABCDE	S
00000	S_1
00001	S_2
00010	S_3
00011	S_4
00100	S_5
00101	S_6
00110	S_7
00111	S_8
01000	S_9
01001	S_{10}
01010	S_{11}
01011	S_{12}
01100	S_{13}
01101	S_{14}
01110	S_{15}
01111	S_{16}

ABCDE	S
10000	S_{17}
10001	S_{18}
10010	S_{19}
10011	S_{20}
10100	S_{21}
10101	S_{22}
10110	S_{23}
10111	S_{24}
11000	S_{25}
11001	S_{26}
11010	S_{27}
11011	S_{28}
11100	S_{29}
11101	S_{30}
11110	S_{31}
11111	S_{32}

	$\bar{A}$					A				
	$\bar{D}\bar{E}$	$\bar{D}E$	DE	$D\bar{E}$		$\bar{D}\bar{E}$	$\bar{D}E$	DE	$D\bar{E}$	
$\bar{B}$	S_1	S_2	S_4	S_3	$\bar{C}$	S_{17}	S_{18}	S_{20}	S_{19}	$\bar{C}$
$\bar{B}$	S_5	S_6	S_8	S_7	C	S_{21}	S_{22}	S_{24}	S_{23}	C
B	S_{13}	S_{14}	S_{16}	S_{15}	C	S_{29}	S_{30}	S_{32}	S_{31}	C
B	S_9	S_{10}	S_{12}	S_{11}	$\bar{C}$	S_{25}	S_{26}	S_{28}	S_{27}	$\bar{C}$

Método de simplificação

-Localizam-se as hexas (agrupamento de 16 regiões) e escrevem-se suas expressões;

-Localizam-se as oitavas e escrevem-se suas expressões, não considerando as oitavas já inclusas nas hexas.

-Localizam-se as quadras e escrevem-se suas expressões, não considerando as quadras já inclusas nas oitavas e/ou hexas.

-Localizam-se os pares e escrevem-se suas expressões, não considerando os pares já incluídos nas hexas, oitavas e/ou quadras. Todavia, pode-se ter uma oitava/quadra/par formado por "1s" externos a hexa/oitava/quadra e outros "1s" pertencentes à hexa/oitava/quadra;

-Localizam-se os termos isolados que não puderam ser agrupados e escrevem-se suas expressões;

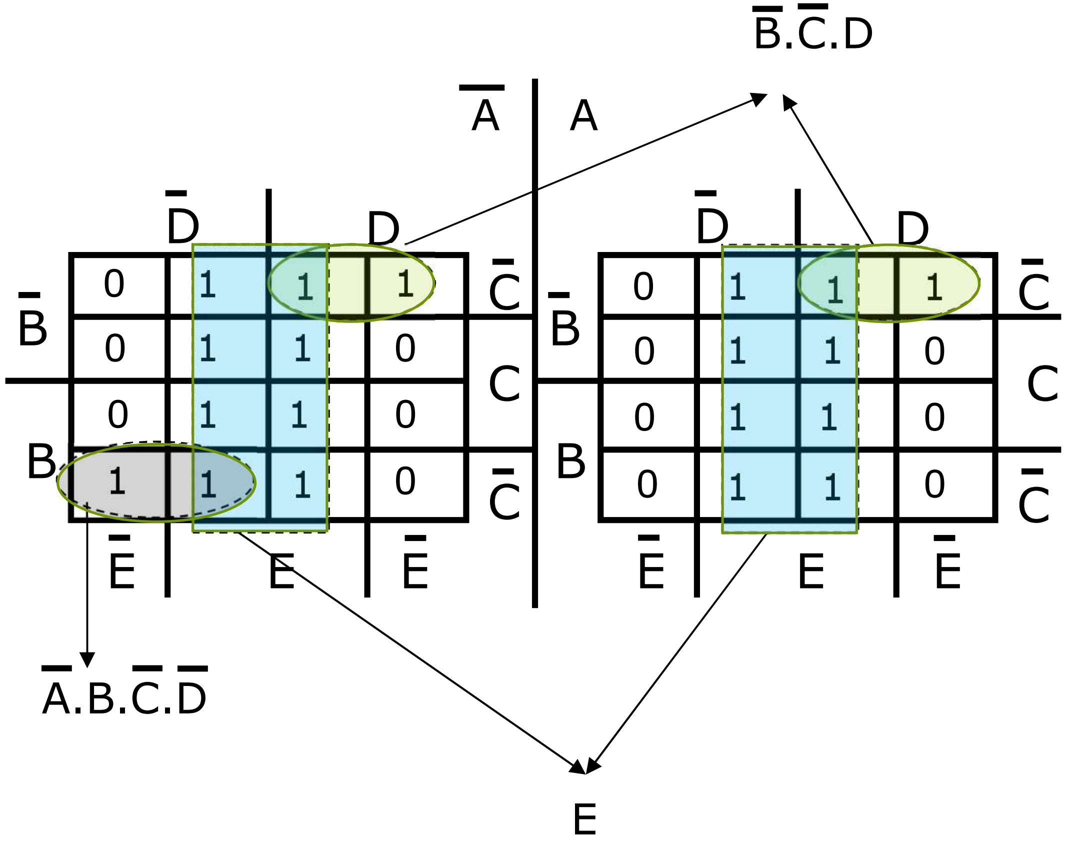
-Somam-se as expressões obtidas das hexas, das oitavas, das quadras, dos pares e dos termos isolados.

Obs: O diagrama para 5 variáveis é constituído de dois diagramas para 4 variáveis.

Ex.

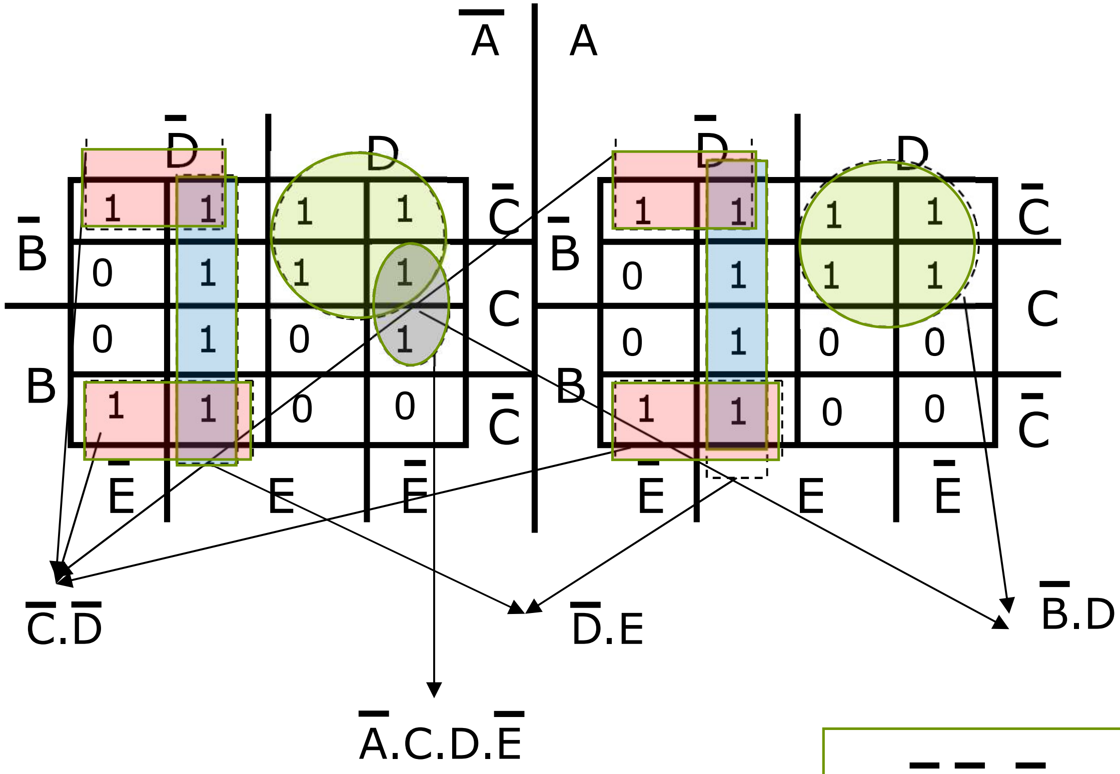
ABCDE	S
00000	0
00001	1
00010	1
00011	1
00100	0
00101	1
00110	0
00111	1
01000	1
01001	1
01010	0
01011	1
01100	0
01101	1
01110	0
01111	1

ABCDE	S
10000	0
10001	1
10010	1
10011	1
10100	0
10101	1
10110	0
10111	1
11000	0
11001	1
11010	0
11011	1
11100	0
11101	1
11110	0
11111	1



$S=E+\overline{B}.\overline{C}.D+\overline{A}.B.\overline{C}.\overline{D}$

Ex.



$$S=\bar{D}.\bar{E}+\bar{B}.D+\bar{C}.\bar{D}+\bar{A}.C.D.\bar{E}$$

Funções Incompletas - Condição Irrelevante

Um sistema que depende de uma lógica de funcionamento, pode apresentar combinações de variáveis em que nunca ocorrerão, desta forma o valor que se tem na saída, não importa, ou seja é irrelevante. Desta forma ele pode ser tanto o valor 0, quanto 1.

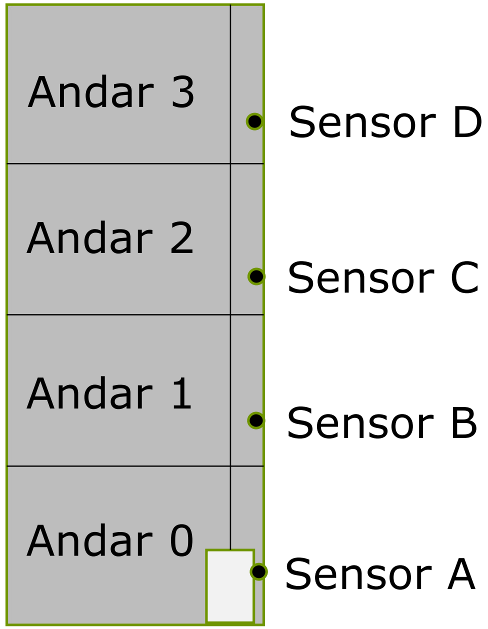
Um sistema que apresenta condição irrelevante, é o caso do sistema de um elevador, onde se tem os sensores dos andares, que são algumas das variáveis do sistema, e estes não tem a possibilidade de ter dois sensores acionados ao mesmo tempo.

Então:

Uma função pode ser apresentada sem ser definida para uma ou mais das combinações possíveis das variáveis de entrada. Neste caso, a variável pode assumir, indiferentemente, o valor 0 ou 1. Por conseguinte, adota-se o nível lógico que representar maior grau de simplificação de uma expressão.

Melhoria da simplificação com a observação da condição Irrelevante

Exemplo: Deseja-se implementar um sistema lógico que abra a porta de um elevador somente nos andares impares.



ABCD	S
0000	0
0001	1
0010	0
0011	0
0100	1
0101	0
0110	0
0111	0
1000	0
1001	0
1010	0
1011	0
1100	0
1101	0
1110	0
1111	0

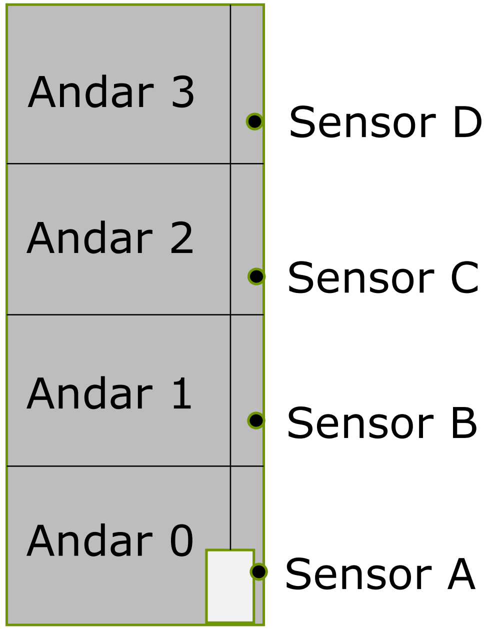
	$\bar{C}\bar{D}$	$\bar{C}D$	CD	$C\bar{D}$
$\bar{A}\bar{B}$	0	1	0	0
$\bar{A}B$	1	0	0	0
AB	0	0	0	0
$A\bar{B}$	0	0	0	0

$S=\bar{A}.\bar{B}.\bar{C}.D+\bar{A}.B.\bar{C}.\bar{D}$

Este projeto foi feito sem considerar as condições irrelevantes.

Melhoria da simplificação com a observação da condição Irrelevante

Exemplo: Deseja-se implementar um sistema lógico que abra a porta de um elevador somente nos andares impares.



ABCD	S
0000	x
0001	1
0010	0
0011	x
0100	1
0101	x
0110	x
0111	x
1000	0
1001	x
1010	x
1011	x
1100	x
1101	x
1110	x
1111	x

	$\bar{C}\bar{D}$	$\bar{C}D$	CD	$C\bar{D}$
$\bar{A}\bar{B}$	X	1	X	0
$\bar{A}B$	1	X	X	X
AB	X	X	X	X
$A\bar{B}$	0	X	X	X

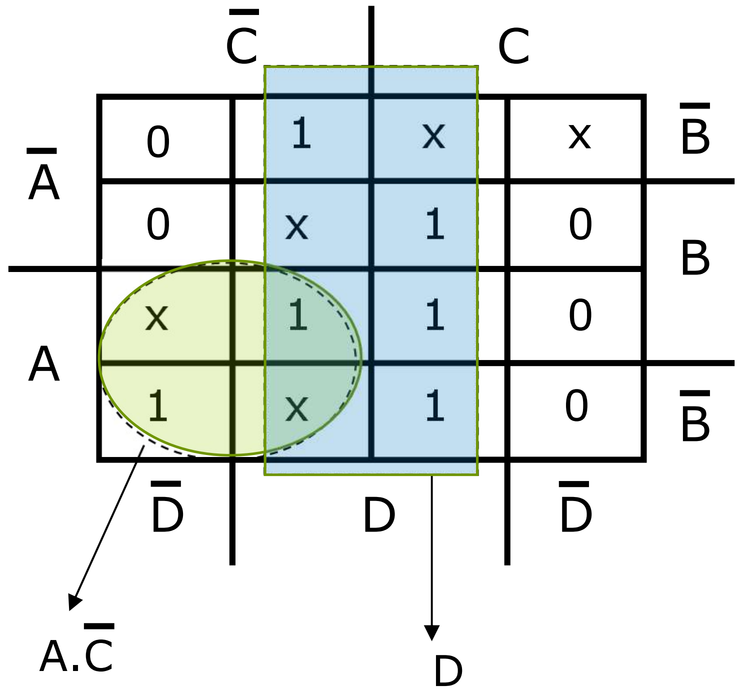
$S=\bar{A}.\bar{C}$

Este projeto foi feito considerando as condições irrelevantes. Resultou um circuito menor.

Ex.

Ex.:

ABCD	S
0000	0
0001	1
0010	x
0011	x
0100	0
0101	x
0110	0
0111	1
1000	1
1001	x
1010	0
1011	1
1100	x
1101	1
1110	0
1111	1



$S = D + A.\bar{C}$

Exercícios:

2.a) $S = \overline{A}.\overline{B}.\overline{C}.D + \overline{A}.\overline{B}.C.D + \overline{A}.B.\overline{C}.\overline{D} + \overline{A}.B.\overline{C}.D + \overline{A}.B.C.\overline{D} + \overline{A}.B.C.D + A.\overline{B}.C.\overline{D} + A.B.C.D$

2.b) $S = \overline{A}.\overline{B}.\overline{C}.\overline{D} + \overline{A}.\overline{B}.C.\overline{D} + \overline{A}.B.\overline{C}.\overline{D} + \overline{A}.B.\overline{C}.D + \overline{A}.B.C.\overline{D} + \overline{A}.B.C.D + A.\overline{B}.\overline{C}.\overline{D} + A.\overline{B}.C.\overline{D} +$

$A.B.\overline{C}.\overline{D} + A.B.C.\overline{D} + A.B.C.D$

2.c) $S = \overline{A}.\overline{B}.\overline{C}.\overline{D} + \overline{A}.\overline{B}.C.D + \overline{A}.B.C.\overline{D} + \overline{A}.B.C.D + A.\overline{B}.C.\overline{D} + A.\overline{B}.C.D + A.B.\overline{C}.\overline{D} + A.B.\overline{C}.D +$

$A.B.C.\overline{D} + A.B.C.D$

2.d) $S = \overline{A}.\overline{C}.\overline{D} + \overline{A}.\overline{B}.\overline{C}.D.E + \overline{B}.C.D.E + \overline{C}.\overline{D} + \overline{A}.B.C.\overline{D} + A.\overline{B}.C + A.\overline{B} + A.B.C.D.E$

Ex.

3.a)

ABC	S
000	1
001	0
010	X
011	1
100	0
101	X
110	X
111	X

3.b)

ABCD	S
0000	1
0001	1
0010	x
0011	x
0100	0
0101	x
0110	0
0111	1
1000	1
1001	x
1010	x
1011	1
1100	x
1101	1
1110	0
1111	1

3.c)

ABC	S
000	1
001	0
010	X
011	1
100	0
101	0
110	1
111	0

3.d)

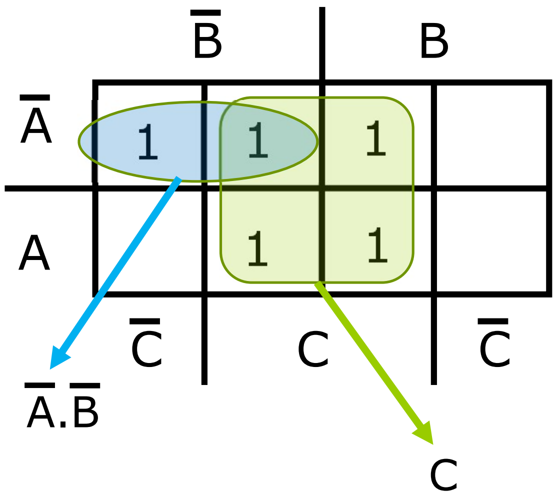
ABCD	S
0000	0
0001	x
0010	x
0011	x
0100	0
0101	x
0110	0
0111	1
1000	1
1001	x
1010	x
1011	1
1100	x
1101	1
1110	x
1111	1

Atenção

As cenas a seguir não devem ser assistidas se você ainda não tentou fazer os exercícios propostos.
Risco de não aprender bem o assunto.

Resolução dos exercícios

1.a) $S = \overline{A}.\overline{B}.\overline{C} + \overline{A}.\overline{B}.C + \overline{A}.B.C + A.\overline{B}.C + A.B.C$



$S = C + \overline{A}.\overline{B}$

Observe que neste caso o método de Karnaugh foi uma solução simples e direta.

Fazendo a minimização pelo método algébrico para conferir:

$S=\overline{A}.\overline{B}.\overline{C}+\overline{A}.\overline{B}.C+\overline{A}.B.C+A.\overline{B}.C+A.B.C$

$S=\overline{A}.\overline{B}.(\overline{C}+C)+A.C.(\overline{B}+B)+\overline{A}.B.C$

$S=\overline{A}.\overline{B}+A.C+\overline{A}.B.C$

$S=\overline{A}.(\overline{B}+B.C)+A.C$

$S=\overline{A}.(\overline{B}+C)+A.C$

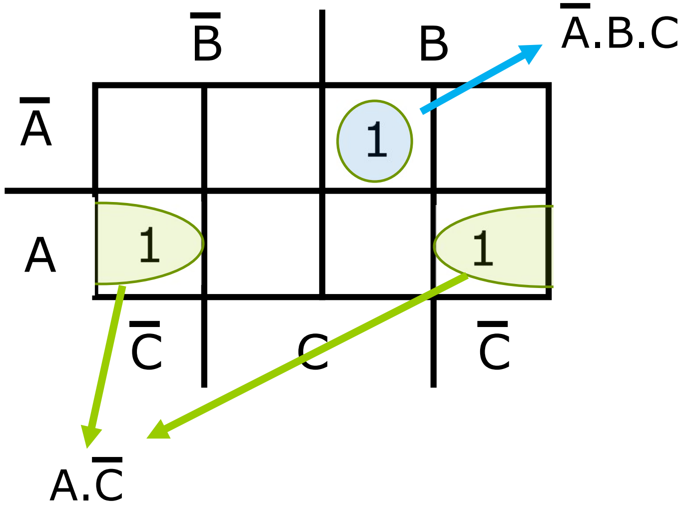
$S=\overline{A}.\overline{B}+\overline{A}.C+A.C$

$S=\overline{A}.\overline{B}+C.(\overline{A}+A)$

$S=\overline{A}.\overline{B} + C$

Resolução dos exercícios

1.b) $S = \overline{A}.B.C + A.\overline{B}.\overline{C} + A.B.\overline{C}$



$S = \overline{A}.B.C + A.\overline{C}$

Fazendo a minimização pelo método algébrico para conferir:

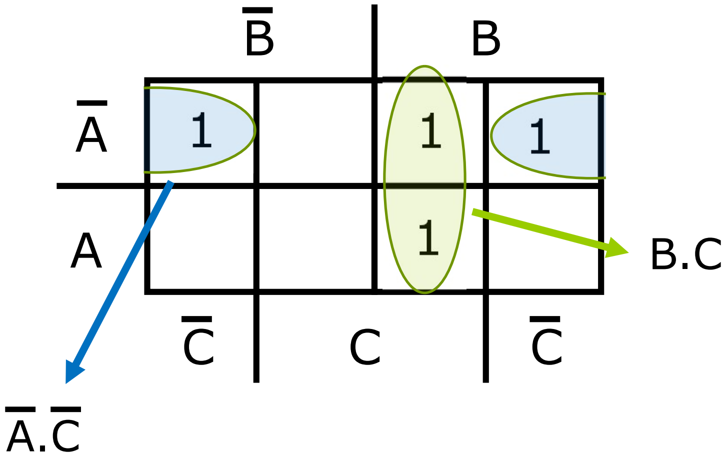
$S = \overline{A}.B.C + A.\overline{B}.\overline{C} + A.B.\overline{C}$

$S = \overline{A}.B.C + A.\overline{C}.(\overline{B} + B)$

$S = \overline{A}.B.C + A.\overline{C}$

Resolução dos exercícios

1.c) $S = \overline{A}.\overline{B}.\overline{C} + \overline{A}.B.\overline{C} + \overline{A}.B.C + \overline{A}.B.C + A.B.C$



$$S = \overline{A}.\overline{C} + B.C$$

Fazendo a minimização pelo método algébrico para conferir:

$$S = \overline{A}.\overline{B}.\overline{C} + \overline{A}.B.\overline{C} + \overline{A}.B.C + \cancel{\overline{A}.B.C} + A.B.C$$

$$S = \overline{A}.\overline{B}.\overline{C} + \overline{A}.B.\overline{C} + \overline{A}.B.C + A.B.C$$

$$S = \overline{A}.\overline{C}.(\overline{B}+B) + B.C.(\overline{A}+A)$$

$$S = \overline{A}.\overline{C} + B.C$$

Resolução dos exercícios

1.d) $S = A.B.C + \overline{A} + \overline{B} + \overline{C}$

	$\overline{B}\,\overline{C}$	$\overline{B}C$	BC	$B\overline{C}$
$\overline{A}$	1	1	1	1
A	1	1	1	1

$S=1$

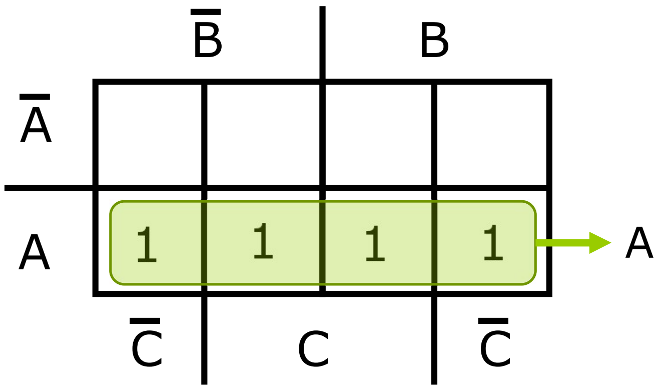
$$S=A.B.C+\overline{A}+\overline{B}+\overline{C}$$

$$S=A.B.C+\overline{A.B.C}$$

$$S=1$$

Resolução dos exercícios

1.e) $S = A.B.C + A.\overline{C} + A.\overline{B}$



$S = A.B.C + A.\overline{C} + A.\overline{B}$

$S = A.(B.C + \overline{C} + \overline{B})$

$S = A.(B.C + \overline{C.B})$

$S = A$

$S = A$

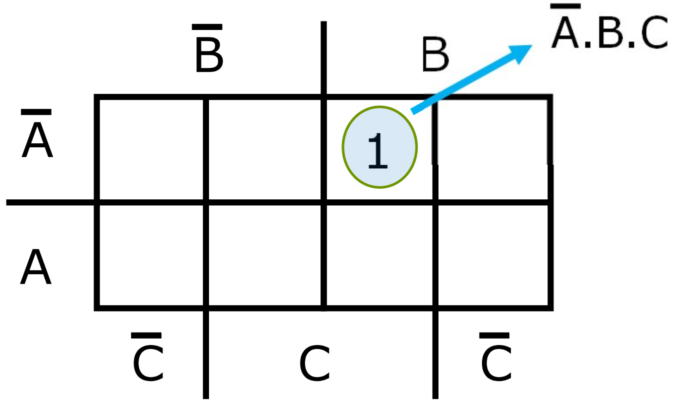
Resolução dos exercícios

1.f) $S = \overline{(A + \overline{B} + \overline{C})}.\overline{(A + \overline{C})}$

$S = (\overline{A}.\overline{\overline{B}}.\overline{\overline{C}}).(\overline{A}.\overline{\overline{C}})$

$S = (\overline{A}.B.C).(\overline{A}.C)$

$S = \overline{A}.B.C$



$S=\overline{A}.B.C$

$S = \overline{(A + \overline{B} + \overline{C})}.\overline{(A + \overline{C})}$

$S = (\overline{A}.\overline{\overline{B}}.\overline{\overline{C}}).(\overline{A}.\overline{\overline{C}})$

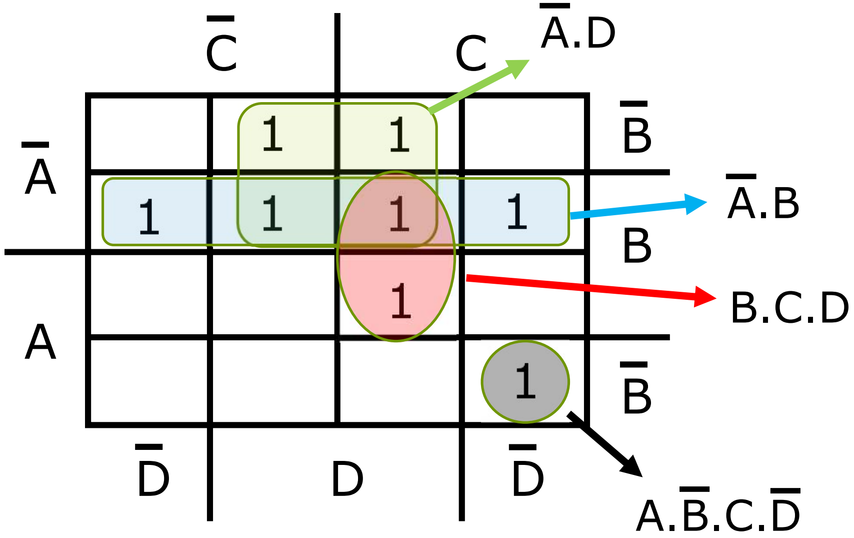
$S = (\overline{A}.B.C).(\overline{A}.C)$

$S = \overline{A}.B.C$

Neste exercício que teve-se que trabalhar algebricamente na expressão para chegar na forma soma de produtos. Mas a expressão onde se chegou é a própria resposta da minimização.

Resolução dos exercícios

2.a) $S = \overline{A}.\overline{B}.\overline{C}.D + \overline{A}.\overline{B}.C.D + \overline{A}.B.\overline{C}.\overline{D} + \overline{A}.B.\overline{C}.D + \overline{A}.B.C.\overline{D} + \overline{A}.B.C.D + A.\overline{B}.C.\overline{D} + A.B.C.D$

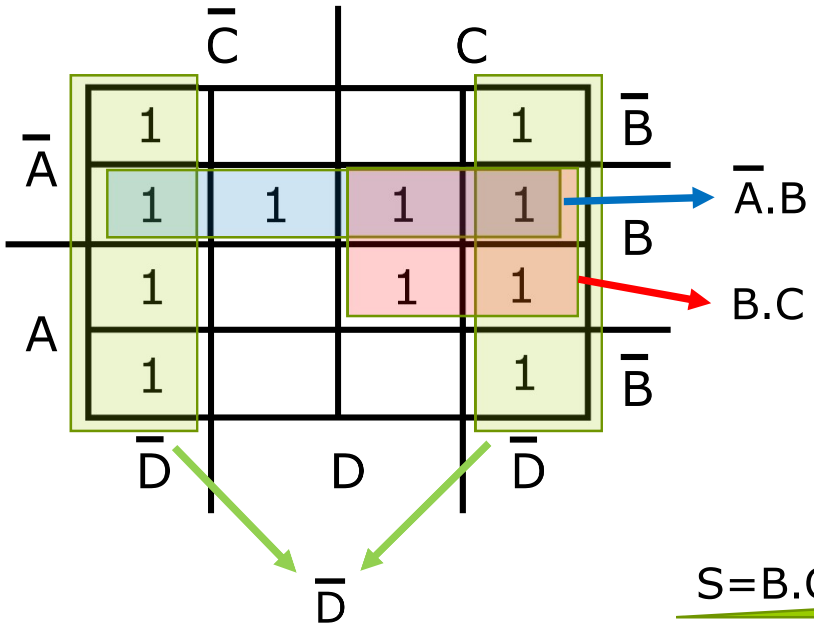


$S = \overline{A}.B.\overline{C}.D + B.C.D + \overline{A}.B + \overline{A}.D$

Resolução dos exercícios

2.b) $S = \bar{A}.\bar{B}.\bar{C}.\bar{D} + \bar{A}.\bar{B}.C.\bar{D} + \bar{A}.B.\bar{C}.\bar{D} + \bar{A}.B.\bar{C}.D + \bar{A}.B.C.\bar{D} + \bar{A}.B.C.D + A.\bar{B}.\bar{C}.\bar{D} + A.\bar{B}.C.\bar{D} +$

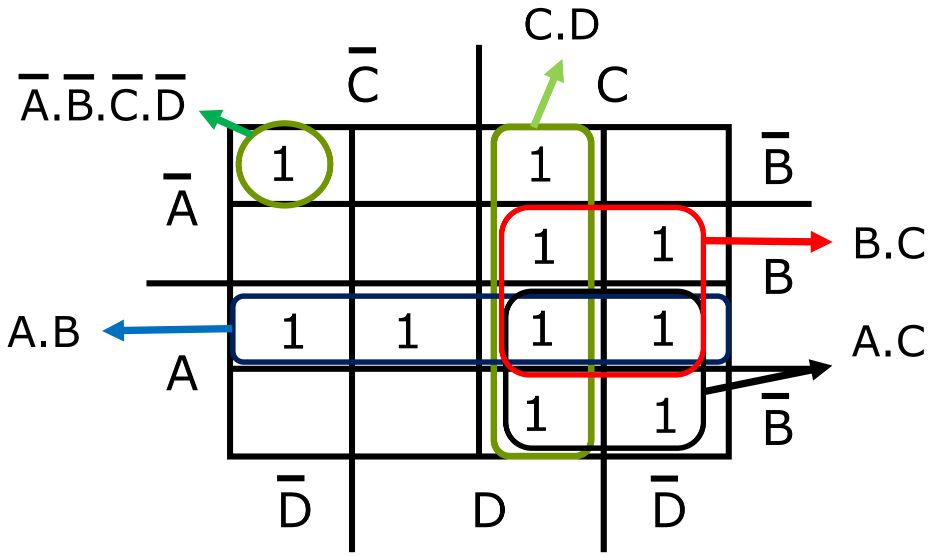
$A.B.\bar{C}.\bar{D} + A.B.C.\bar{D} + A.B.C.D$



$S = B.C + \bar{A}.B + \bar{D}$

Resolução dos exercícios

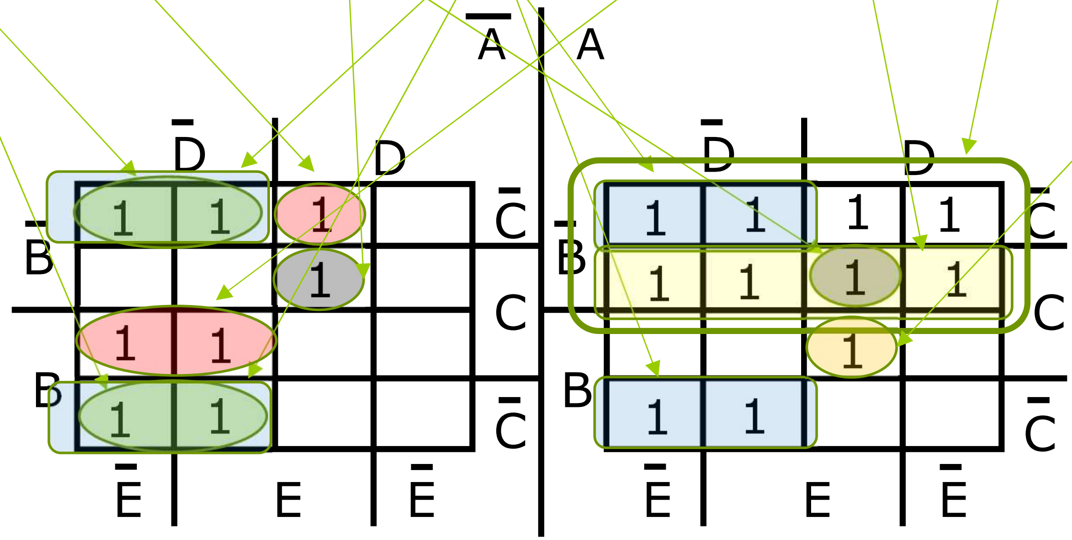
2.c) $S = \overline{A}.\overline{B}.\overline{C}.\overline{D} + \overline{A}.\overline{B}.C.D + \overline{A}.B.C.\overline{D} + \overline{A}.B.C.D + A.\overline{B}.C.\overline{D} + A.\overline{B}.C.D + A.B.\overline{C}.\overline{D} + A.B.\overline{C}.D +$
$A.B.C.\overline{D} + A.B.C.D$



$S=\overline{A}.\overline{B}.\overline{C}.\overline{D}+A.B+C.D+B.C+A.C$

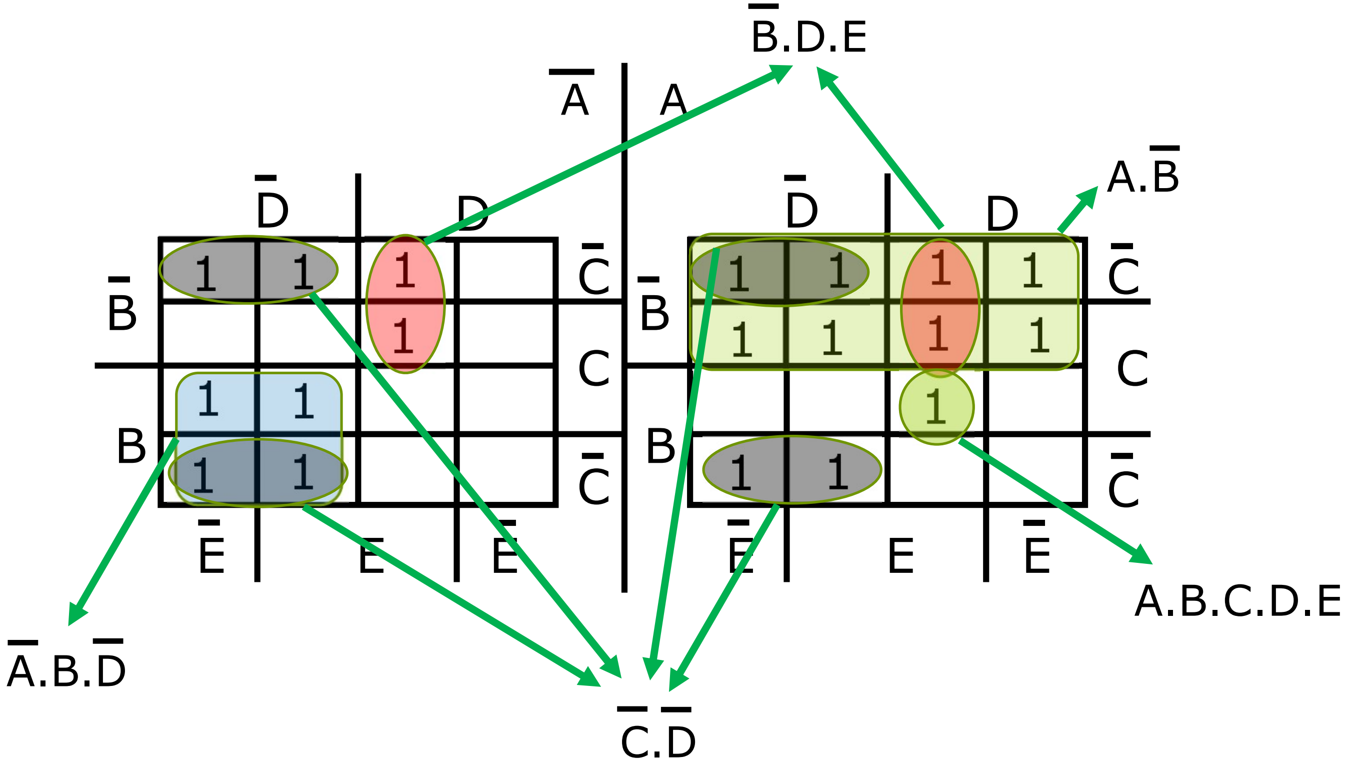
Resolução dos exercícios

2.d) $S = \overline{A}.\overline{C}.\overline{D} + \overline{A}.\overline{B}.\overline{C}.D.E + \overline{B}.C.D.E + \overline{C}.\overline{D} + \overline{A}.B.C.\overline{D} + A.\overline{B}.C + A.\overline{B} + A.B.C.D.E$



Resolução dos exercícios

2.d) $S = \overline{A}.\overline{C}.\overline{D} + \overline{A}.\overline{B}.\overline{C}.D.E + \overline{B}.C.D.E + \overline{C}.\overline{D} + \overline{A}.B.C.\overline{D} + A.\overline{B}.C + A.\overline{B} + A.B.C.D.E$



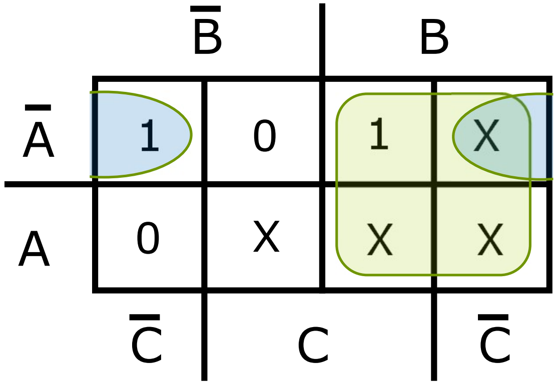
$S = A.B.C.D.E + \overline{A}.B.\overline{D} + \overline{C}.\overline{D} + B.\overline{D}.E + B. + A.\overline{B}$

CE1

Resolução dos exercícios

3.a)

ABC	S
000	1
001	0
010	X
011	1
100	0
101	X
110	X
111	X



$S = B + \bar{A}.\bar{C}$

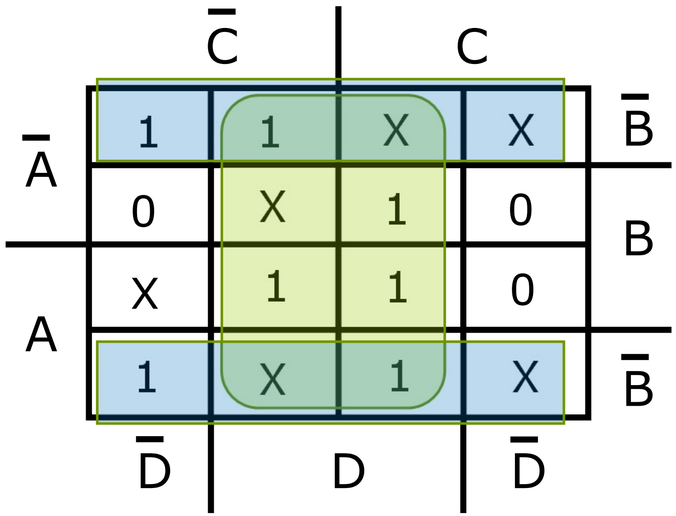
Slide 46

CE1 Cláudio Ebert; 29/11/2020

Resolução dos exercícios

3.b)

ABCD	S
0000	1
0001	1
0010	x
0011	x
0100	0
0101	x
0110	0
0111	1
1000	1
1001	x
1010	x
1011	1
1100	x
1101	1
1110	0
1111	1

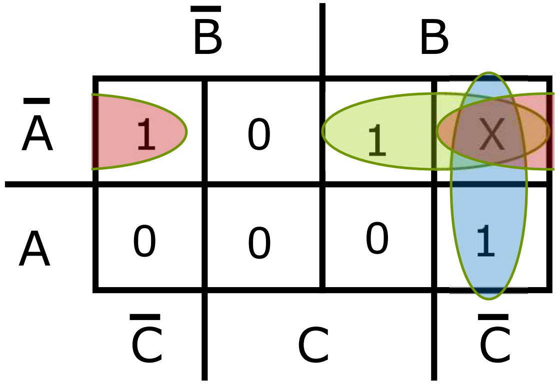


$S = D + \bar{B}$

Resolução dos exercícios

3.c)

ABC	S
000	1
001	0
010	X
011	1
100	0
101	0
110	1
111	0



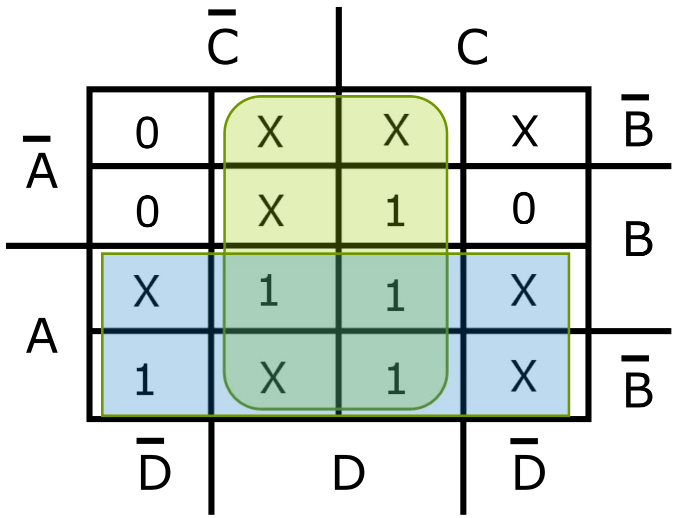
$$S=\bar{A}.B+\bar{A}.\bar{C}+B.\bar{C}$$

IFSC - Prof. Cláudio L. Ebert
ebert@ifsc.edu.br

Resolução dos exercícios

3.d)

ABCD	S
0000	0
0001	x
0010	x
0011	x
0100	0
0101	x
0110	0
0111	1
1000	1
1001	x
1010	x
1011	1
1100	x
1101	1
1110	x
1111	1



S=D+A