

0. 論理記法についての準備

2022 秋期「哲学者のための数学」授業資料（大塚淳）

ver. 2022 年 10 月 4 日

このテキストで使用する論理記号についての最低限の説明を行う。

1 論理記号

- $\neg P$ 「 P でない」
- $P \vee Q$ 「 P もしくは Q 」
- $P \wedge Q$ 「 P かつ Q 」
- $P \Rightarrow Q$ 「 P ならば Q 」
- $P \iff Q$ 「 P のとき、その時に限り Q 」

それぞれの真理値は以下の通り

P	Q	$\neg P$	$P \vee Q$	$P \wedge Q$	$P \Rightarrow Q$	$P \iff Q$
T	T	F	T	T	T	T
T	F	F	T	F	F	F
F	T	T	T	F	T	F
F	F	T	F	F	T	T

注意 「ならば」は、前件が偽になるとき常に真になることに気をつけよう。

2 全称記号と存在記号

- a, b, \dots : 個体定項
- x, y, \dots : 個体変項
- P, R, \dots : 述語
- $\forall x(Rx)$ 「すべての x について述語 R が成り立つ」
- $\exists x(Rx)$ 「ある x について述語 R が成り立つ」

また $\forall x \in \mathbb{N}$ のように、 x が属するドメインを明示して制約することもある（ここでの \mathbb{N} は自然数全体の集合を表す）。例えば $\forall x \in \mathbb{N}, \exists y \in \mathbb{N}(x \leq y)$ は、「すべての自然数についてそれより大きい自然数がある」ということを述べている。

練習問題 2.1 次の命題の意味を明らかにし、その真偽を確定せよ.

1. $\forall x \in \mathbb{N}, \exists y \in \mathbb{N}(y = 0 - x)$
2. $\exists e \in \mathbb{N}, \forall x \in \mathbb{N}(n \cdot e = n)$
3. $\forall x > 10(\sqrt{x} > 3)$

練習問題 2.2 xLy を、「 x は y を愛する」という意味の 2 項述語としたとき、次を論理式によって書き下せ.

1. 誰にも愛する人がいる.
2. すべての人から愛される人がいる.
3. すべての人を愛する人なんて存在しない.
4. 相思相愛のカップルなんて存在しないんですよ.
5. 好きになった人はことごとく他の人のことが好き, という人がいる.