

# 방위각만을 이용한 표적 추적 필터 설계

이 양 원

김 경 기

김 영 수

진 해 기 계 창

## A Design of Target Tracking Filter using Bearing-Only

Yang-Weon Lee

Kyung-Ki Kim

Yong-Su Kim

Jinhae Machine Depot

### Abstract

This paper addresses the development of the estimation algorithm to acquire target position, velocity and course using bearing-only measurements in two dimensional environment. System state equations are derived from modified polar coordinates instead of existing cartesian coordinates system. The Extended Kalman Filter is used to constitute the estimation algorithm because of state equation's nonlinearity. The computer simulation is done to verify the performance of derived algorithm. Simulation result showed that estimated state value of filter was converged to the true value in 10 minutes.

### I. 서 론

능동 센서를 사용한 표적 추적기법은 정확한 표적정보를 획득할 수 있으나 자기위치 노출의 위험이 있기 때문에 자기위치를 은폐해야 하는 경우에는 수동센서에서 얻은 표적의 상대 방위각과 관측기 자체의 운동 정보만을 이용하여 표적의 속도 및 위치를 알아내는 수동 추적기법<sup>1)</sup>이 사용되고 있다. 이와같은 기법은 그림1의 기하학적인 분포에서 보는바와 같이 하나의 음향배열(Acoustic array)에서 방위각 정보만을 측정하므로 일반적인 표적 운동 해석과는 달리 관측기가 이동하기 전에는 가관측성이 존재하지 않으므로 특수해가 없다. 또한 측정식이 비선형이므로 이것을 선형 모델 필터에 적용하기 위해서는 선형화 작업이 선행되어야 한다. 수동추적기법의 실현은 회귀필터(recursive filter)를 이용하는 것과 병렬필터를 이용한 배치 프로세싱(batch processing) 방법의 두가지가 있다. 전자는 측정식의 비선형성을 테일러 급수를 이용 선형화시켜 1967년에 Kolb<sup>2)</sup>가 칼만필터에 적용한 이래로 근래는 직각좌표계에서 확장칼만필터(Extended Kalman Filter)를 사용하는연구가 수행되었으나 이방법은 초기값이 적절하지 못할 경우에 오차공분산 값이 붕괴되는 현상<sup>3)</sup>이 발생하여 현재는 측정 불가능한 변수를 분리할 수 있는 극좌표계상에서 체계 모델을 유도하여 확장칼만필터를 사

용하는 방법<sup>4)</sup>이 연구되어지고 있다. 병렬 필터 추적기법<sup>5)</sup>은 표적이 기동할때 신속히 적응할 수 있으며 특히 방위각 변화율이 작은 원거리에서 추적 정확도를 향상시킬 수 있으나 계산기 계산량이 많으므로 주로 대형 시스템에 적용하기 위한 연구가 수행되어지고 있다.

본 논문에서는 그림1에서 보는바와 같이 동일평면내의 이차원 분포에서 표적이 일정속도 및 침로로 움직인다는 가정 아래 표적의 위치 및 속도를 추정하는 알고리즘을 구성하기 위하여 체계 다이내믹스 모델을 변형 극좌표계(Modified polar coordinates)에서 유도하였고, 칼만필터를 이용한 수동 추적 기법을 적용함에 있어서 계산기 계산 시간을 줄이기 위하여 관측기가 기동하는 순간과 기동하지않는 부분을 분리하여 추적기를 구성하는 방법을 제시하였으며 구성된 필터의 성능은 컴퓨터 시뮬레이션을 통하여 확인하였다.

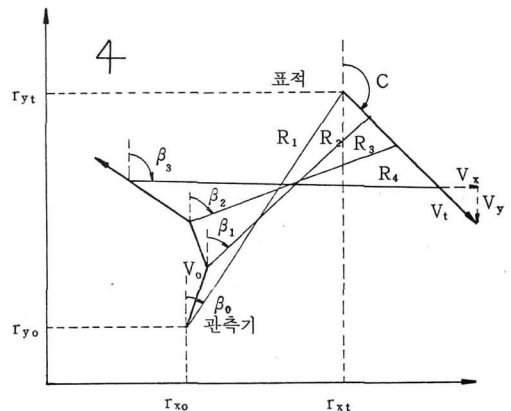


그림 1. 표적 및 관측기의 기하학적 분포

Fig.1 Target and Observer geometrical Configuration

### II. 체계 모델 및 가 관측성

표적 및 관측기의 기하학적인 분포가 그림 1과 같이 이차원의 동일 평면내로 제한된 상황 아래서 표적은 일정 속도 및 침로로 움직이고 관측기는 기동에 구속이 없다고 가정한다. 이때  $r_{xt}$ ,  $r_{yt}$ 가 표적 위치 벡터이고  $v_{xt}$ ,  $v_{yt}$ 가 속도 벡터이면 직각좌표에서 표적상태벡터는  $X_t(t) = [r_{xt} \ r_{yt} \ v_{xt} \ v_{yt}]^T$ 가

된다. 마찬가지로 관측기의 상태벡터  $X_o(t) = [r_{xo} \ r_{yo} \ v_{xo} \ v_{yo}]^T$ 가 된다. 여기서 표적과 관측기 사이의 상대 상태벡터  $X(t)$ 는 아래<식1>과 같이 나타낼 수 있다.

$$X(t) = [r_{xt} - r_{xo} \ r_{yt} - r_{yo} \ v_{xt} - v_{xo} \ v_{yt} - v_{yo}]^T = [r_x \ r_y \ v_x \ v_y]^T \quad (1)$$

체계 다이내믹스의 수학적 모델을 일반적인 형태로 나타내면 <식2>와 같이 쓸 수 있다.

$$\dot{X} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} X - \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ a_{ox} \\ a_{oy} \end{pmatrix} \quad (2)$$

$a_{ox}, a_{oy}$ 는 관측기의 가속도 벡터 성분을 나타낸다. <식2>을 이산형태로 나타내면 <식3>같이 된다.

$$X(n+1, n) = \Phi(n+1, n)X(n) - W_o(n) \quad (3)$$

$$\Phi(n+1, n) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & T & 0 \\ 0 & 1 & 0 & T \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (4)$$

여기서 상태전이행렬( $\Phi$ )은 <식4>와 같으며  $W_o(n)$ 는 관측기의 가속도 성분이고  $T$ 는 샘플링 간격이다. 수동 추적 기법에서 표적 상태변수는 방위각의 측정을 통하여 간접적으로 관측되며 방위각 측정값과 상태 변수와는 <식5>와 같은 관계가 있다.

$$\beta(t) = \tan^{-1} r_x(t)/r_y(t) \quad (5)$$

순수 측정값  $\beta(t)$ 에 부가적인 측정잡음  $\eta(t)$ 을 고려하면 측정식은 아래와 같이 된다.

$$\beta_m(t) = \tan^{-1} r_x(t)/r_y(t) + \eta(t) \quad (6)$$

위에서 유도된 직각 좌표계에서 체계 다이내믹스 모델을 이용하여 변형극좌표에서 체계 모델을 구하기 위하여, 먼저 새로운 체계 상태 벡터를 <식7>과 같이 정의한다.

$$Y(t) \triangleq \begin{bmatrix} y_1(t) & y_2(t) & y_3(t) & y_4(t) \\ \beta(t) & \dot{\beta}(t) & \dot{\rho}(t) & s(t) \end{bmatrix}^T \quad (7)$$

여기서  $\dot{\rho}(t) = \dot{r}(t)/r(t) = -\dot{\beta}(t)/2\dot{\beta}(t)$  이며  $s(t) \triangleq 1/r(t)$ 이다. 위 상태 벡터를 이용하여 변형극좌표계에서 임의의 운동 물체에 대한 체계 상태 방정식을 표시하면 <식8>과 같이 된다.

$$\dot{Y} = \begin{bmatrix} y_2(t) \\ -2y_2(t)y_3(t) + y_4(t)[a_{ox}(t)\cos y_1(t) - a_{oy}(t)\sin y_1(t)] \\ y_2^2(t) - y_3^2(t) + y_4(t)[a_{ox}(t)\sin y_1(t) + a_{oy}(t)\cos y_1(t)] \\ -y_3(t)y_4(t) \end{bmatrix} \quad (8)$$

<식8>의 상태 방정식의 일반해를 직각 좌표계와 극좌표계의 변환매핑을 이용하여 구하면 <식9>와 같이 된다.

$$Y(t) = f[Y(t_0); t, t_0] = \begin{bmatrix} y_1(t_0) + \tan^{-1}[S_3(t, t_0)/S_4(t, t_0)] \\ [S_1(t, t_0)S_4(t, t_0) - S_2(t, t_0)S_3(t, t_0)] / [S_3^2(t, t_0) + S_4^2(t, t_0)] \\ [S_1(t, t_0)S_3(t, t_0) + S_2(t, t_0)S_4(t, t_0)] / [S_3^2(t, t_0) + S_4^2(t, t_0)] \\ y_4(t_0) / [S_3^2(t, t_0) + S_4^2(t, t_0)] \end{bmatrix} \quad (9)$$

여기서

$$S_1(t, t_0) = y_2(t_0) + y_4(t_0)[w_3(t, t_0)\cos y_1(t_0) - w_4(t, t_0)\sin y_1(t_0)] \quad (10a)$$

$$S_2(t, t_0) = y_3(t_0) + y_4(t_0)[w_3(t, t_0)\sin y_1(t_0) + w_4(t, t_0)\cos y_1(t_0)] \quad (10b)$$

$$S_3(t, t_0) = (t - t_0)y_2(t_0) + y_4(t_0)[w_1(t, t_0)\cos y_1(t_0) - w_2(t, t_0)\sin y_1(t_0)] \quad (10c)$$

$$S_4(t, t_0) = 1 + (t - t_0)y_3(t_0) + y_4(t_0)[w_1(t, t_0)\sin y_1(t_0) + w_2(t, t_0)\cos y_1(t_0)] \quad (10d)$$

한편 표적 방위각은 상태변수이므로 측정식은 선형 형태로 나타낼 수 있다.

$$Z(t) = [1 \ 0 \ 0 \ 0] Y(t) + \eta(t) \quad (11)$$

### III. 추정 알고리즘

변형 극좌표계에서는 체계 측정식은 선형이나 체계 상태 방정식은 비선형이므로 일반 칼만 필터의 직접 적용은 불가능하다. 따라서 근사화 알고리즘인 확장 칼만 필터를 사용해서 추적필터를 구성하였다. 그러나 확장칼만필터를 사용하면 매단계마다 선형화 계산이 필요하므로 실시간 처리에 어려움이 많다. 이것을 개선하기 위해서 관측기가 기동하는 순간과 기동하지 않고 일정 운동만하는 부분을 분리하여 추적필터를 구성하였다. 먼저 관측기 기동값( $a_{ox}, a_{oy}$ )을 무시하면 관측기가 기동하지 않을 때 시간의 경과에 대한 상태전달을 위하여 사용할 수 있는 체계 운동 모델은 <식12>와 같이 간단하게 된다.

$$y_1(t) = y_1(t_0) + \tan^{-1} [y_2(t_0)t / (1 + y_3(t_0))] \quad (12a)$$

$$y_2(t) = y_2(t_0) / [(1 + y_3(t_0)t)^2 + (y_2(t_0)t)^2] \quad (12b)$$

$$y_3(t) = [(y_3(t_0) + (y_3^2(t_0) + y_2^2(t_0))t) / (1 + y_3(t_0)t)^2 + (y_2(t_0)t)^2] \quad (12c)$$

$$y_4(t) = y_4(t_0) / [(1 + y_3(t_0)t)^2 + (y_2(t_0)t)^2]^{1/2} \quad (12d)$$

확장칼만필터의 공분산 전달을 위해서는 <식12>를 선형화하여야 한다. <식12>를 임의 고정값  $t_0$ 에 대해서 미분하여 정리하면 <식13>과 같이 된다.

$$\frac{\partial Y(t)}{\partial Y(t_0)} = \begin{bmatrix} 1 & \frac{[1 + y_3(t_0)t]t}{D} & \frac{-[y_2(t_0)t]t}{D} & 0 \\ 0 & \frac{[1 + y_3(t_0)t]^2 - [y_2(t_0)t]^2}{D^2} & \frac{-2y_2(t_0)t[1 + y_3(t_0)t]}{D^2} & 0 \\ 0 & \frac{2y_2(t_0)t[1 + y_3(t_0)t]}{D^2} & \frac{[1 + y_3(t_0)t]^2 - [y_2(t_0)t]^2}{D^2} & 0 \\ 0 & \frac{-[y_2(t_0)t]y_4(t_0)t}{D^{3/2}} & \frac{-[1 + y_3(t_0)t]y_4(t_0)t}{D^{1/2}} & \frac{1}{D^{1/2}} \end{bmatrix} \quad (13)$$

여기서  $D = [1 + y_3(t_0)t]^2 + [y_2(t_0)t]^2$ 이다. <식13>은 확장칼만 필터에서 상태 변수의 변환 행렬( $\Phi$ )로써 사용된다. 앞에서 관측기의 기동값을 무시 했기 때문에 관측기가 기동했을 때는 기동값을 보상해 주어야 한다. 여기서 관측기의 기동을 임펄스라 가정하면 가속 임펄스는 관측기 위치는 변화가 없고 순간적인 속도 변화만을 야기하며 그 값은  $y_2(t)$  및  $y_3(t)$ 의 속도 성분에 영향을 미친다. 즉 가속 임펄스가 발생하는 즉시  $y_2(t)$  및  $y_3(t)$  값에  $\Delta V_{dr}/r$ 와  $\Delta V_{dt}/r$ 이 각각 첨가된다. 따라서 기동이 발생할 때 상태 방정식은 <식14>와 같이 된다.

$$Y(t^+) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -\Delta V_{cr} \\ 0 & 0 & 1 & -\Delta V_{dr} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} Y(t^-) \quad (14)$$

여기서,

$$\Delta V_{cr} = \Delta V_x \cos \beta + \Delta V_y \sin \beta \quad (15a)$$

$$\Delta V_{dr} = \Delta V_x \sin \beta + \Delta V_y \cos \beta \quad (15b)$$

이때  $\Delta V_x$ ,  $\Delta V_y$ 는 x축 및 y축에서 관측기 속도 변화량이다.  $Y(t^-)$ 는 관측기가 기동 직전 상태 벡터이고,  $Y(t^+)$ 는 관측기가 기동 직후 상태 벡터를 나타낸다. 관측기가 기동하지 않을 때에는 상태 및 공분산 전달을 위해서는 <식12> 및 <식13>이 사용되고 관측기가 기동하면 <식14>를 사용한다.

실시시스템에 적용을 위하여 이산시간형태에서 관측기의 운동을 구분하면, 샘플시간 n을 기준으로 하여 (n-1)부터 n까지의 관측기 속도 변화량을 (n-1)<sup>+</sup>에서 기동값  $\Delta V_{cr}$ ,  $\Delta V_{dr}$ 값으로 하고 관측기 위치변화량은 <식12>와 <식13>을 이용하여 구하면 된다.

여기서 지금까지 유도한 식을 이용하여 추적 필터를 구성하기 위해 필요한 제식을 요약해 보면 다음과 같다.

#### A. 상태 예측

$$Y^+ = \Phi_m Y^- \quad : \text{기동전이} \quad (16a)$$

$$Y(n+1/n) = f(Y(n/n)) \quad : \text{시간전이} \quad (16b)$$

여기서  $\Phi_m$ 은 <식14>와 같고 f는 <식12>을 나타낸다.

#### B. 공분산 예측

$$P^+ = \Phi_m P^- \Phi_m^T \quad : \text{기동전이} \quad (17a)$$

$$P(n+1/n) = \Phi_t P(n/n) \Phi_t^T \quad : \text{시간전이} \quad (17b)$$

여기서  $\Phi_m^T$ 는 행렬 치환(matrix transpose) 이고  $\Phi_t$ 는 <식13>을 나타낸다.

#### C. 이득계산

$$K(n+1) = P(n+1/n)H^T[HP(n+1/n)H^T + \sigma^2]^{-1} \quad (18)$$

$$H = [1 \ 0 \ 0 \ 0]$$

$\sigma$  = 측정 방위각의 스칼라 편차

K: 이득

#### D. Covariance Update

$$P(n+1/n+1) = [I - K(n+1)H]P(n+1/n) \quad (19)$$

I: 단위행렬

#### E. State estimate Update

$$X(n+1/n+1) = X(n+1/n) + K(n+1)[Z(n+1) - HX(n+1/n)] \quad (20)$$

### IV. 컴퓨터 시뮬레이션

앞절에서 구성한 수동 추적 필터의 성능을 평가하기 위해서 PDP 11/70 미니 컴퓨터를 사용하여 시뮬레이션을 수행하였다. 본 시뮬레이션에서는 공분산 행렬의 update 오차를 줄이기 위해서 <식19>를 <식21>과 같이 Joseph형식(Joseph form)으로 변환하여 사용하였다.

$$P(n+1/n+1) = [I - K(n+1)H]P(n+1/n)[I - K(n+1)H]^T + K(n+1)\sigma^2 K(n+1)^T \quad (21)$$

체계 상태 및 공분산 오차의 초기값을 결정하기 위해서  $y_1(0)$ 값은 최초 방위각 측정값을 사용하였고  $y_2(0)$  및  $y_3(0)$ 의 크로스 레인지(cross range) 및 다운 레인지(down range) 속도 성분은 미지의 값이므로 영으로 하였으며  $y_4(0)$  값은  $1/r_0$ 로 하였다.  $r_0$ 값은 표적과 관측기의 초기거리 추측값이다. 공분산 오차의 초기값은 상태벡터들이 서로 분리되어 있으므로 대각선 행렬로서 주어졌으며 그 값은 diag [1.0E-4 1.0E-4 1.0E-4 1.0E-8]이다. 표적 및 관측기의 시나리오의 관측기가 2개의 레그(leg)를 갖고서 운동하게 하였으며 샘플링 시간은 1초이며 측정잡음 편차는  $2^\circ$ 로 하였다. 시뮬레이션 결과 필터의 특성은 관측기의 속력과 침로 변경 값에 가장 크게 좌우됨을 알 수 있었다. 그림 2, 3, 4, 5에 관측기의 침로 변경에 따른 필터의 특성을 보였으며 <표 1>은 관측기의 침로 변경에 따른 필터의 수렴시간을 나타냈고 <표 2>는 관측기의 속도 변화에 따른 필터의 수렴시간을 나타냈다.

표 1. 관측기 침로변경에 따른 필터 특성 비교

Table 1. Filter Performance Comparision by Observer course change

변경각(도)	거리 오차 10%이내 수렴시간 (초)	침로 오차 $\pm 2^\circ$ 수렴시간 (초)	속도 오차 1노트 수렴시간 (초)
90	560	480	500
80	600	520	540
70	760	580	600
60	*	*	*

표 2. 관측기 속도변화에 따른 필터 특성 비교

Table 2. Filter Performance Comparision by Observer speed change

기동값(노트)	거리오차10%이내 수렴시간(초)	침로오차 $\pm 2^\circ$ 수렴시간(초)	속도오차 1노트 수렴시간(초)
4	600	520	540
6	760	480	380
8	320	320	320

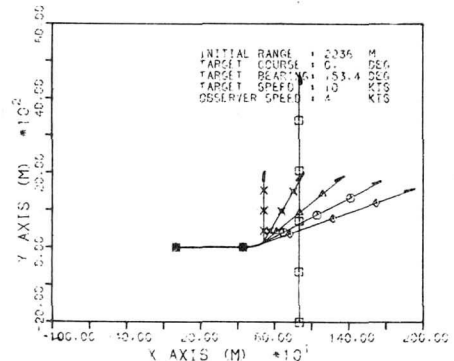


그림 2. 표적 및 관측기의 운동 시나리오

Fig. 2 Target and Observer scenario

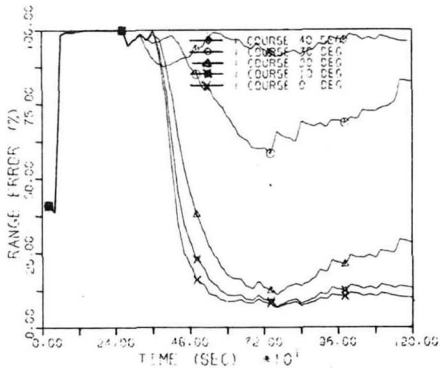


그림 3. 거리 오차  
Fig. 3 Range error

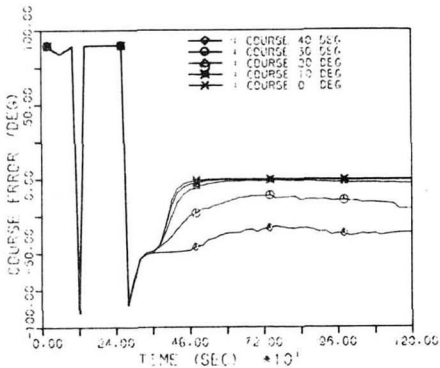


그림 4. 침로 오차  
Fig. 4 Course error

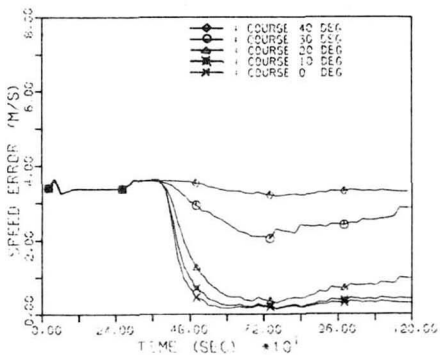


그림 5. 속도 오차  
Fig. 5 Speed error

## V. 결 론

본 논문에서는 관측기의 운동을 기동 순간과 시간천이로 구분하여 체계 모델을 유도하였으며, 확장칼만필터를 이용한 수동 추적 필터를 구성하여 관측기의 운동 및 측정 잡음에 대하여 추적 필터 성능을 비교, 분석하였다. 컴퓨터 시뮬레이션 결과 기존 직각 좌표계에서 확장칼만필터를 사용시 문제되었던 공분산 및 거리값의 초기 단계에서의 붕괴 현상이 나타나지 않았다. 또한 표적 추적 정확도는 원거리 표적에

대해서는 낮은 방위 변화를 때문에 정확도가 떨어졌으나 근거리 표적에 대해서는 거리, 속도 및 침로 추정값들은 추적 시작 10분안에 진값의 10%이내에 수렴하였다. 그러나 시뮬레이션 결과에도 나타난 바와 같이 수동 추적기의 성능은 필드 그 자체의 성능도 중요하지만, 관측기와 표적사이의 기하학적인 분포에 의한 관측기의 기동패턴에 따라 추적기의 성능이 크게 좌우됨을 알 수 있었으므로 실시간에 적용하기 위해서는 관측기의 기동패턴에 관한 연구가 수행되어야 할 것이다.

## VI. 참 고 문 헌

1. A.G. Lindgren and K.F. Gong, "Position and Velocity estimation via bearing observations", U.S. AFUSC, Newport, R.I., Rep. 5260, June 1977
2. R.C. Kolb, "Bearing-only target estimation", Proc. 1st Asilomar Conf. Circuits and systems(1967) pp. 935-946
3. S.I. Chou, "Some drawbacks of Extended Kalman Filters in ASW Passive angle tracking", Presented at the ONR Conf. Advance in Passive target tracking. Naval Post graduate school, Monterey, CA, May 1977, Rep MPS-62 TS 77071 pp. 76-113
4. V.J. Aidala and S.E. Hammel, "Utilization of Modified Polar coordinates for Bearing-only Tracking", IEEE Trans. on AC. VOL-28, No.3 Mar. 1983 pp283-294
5. S.E. Hammel and V.I. Aidala, "Recursive versus Batch Processing Algorithms for Bearing-only Tracking", IEEE, 1983 pp. 50-61