

Market Microstructure – Final Exam

Junwoo Yang

December 18, 2020

Problem 1. In the case of N auctions, Kyle (1985) shows $E[y_n - y_{n-1} | y_{n-1}] = 0$ where y_n denotes the total order flow at the nth auction. Based on this, provide the implication for the informed trader's order submission strategy.

Proof. Glosten and Milgrom sequential trade model에서는 informed traders가 한 번의 거래 후 시장에서 빠지는 반면, Kyle의 strategic trade model에서는 Informed trader가 order를 split하여 내기 때문에 시장에 계속 머무르게 된다. trade impact처럼 trader가 낸 order가 subsequent trader에 영향을 미치게 되는데 Kyle은 이를 고려해준 것이다. uninformed trader들의 order flow는 toss of coin의 결과에 맡기는 셈이므로 zero expectation을 가지며 서로 uncorrelated하다. 하지만 informed trader들은 value V 에 대한 정보를 바탕으로 올라갈 것으로 생각되면 average 값으로 지속적으로 buy order를 내게 된다. 즉, persistence order가 존재하여 informed trader의 order flow는 positively correlated하다. 그런데, 문제에서 언급된 것처럼 total order flow는 unpredictable하며, 서로 uncorrelated하다. informed trader 입장에서 dealer가 제시한 price보다 security value가 높다면, aggressive한 order로 최대한 많은 물량을 거래하고자 한다. 하지만 그 물량을 한번에 order를 내게 되면 Informed trader의 주문임을 dealer가 눈치 챌 수 있으므로 여러번에 split하여 주문을 내는 전략을 취해야 한다. 즉, uninformed trader의 order flow에 숨어서 dealer가 quoting을 변경하지 않고 그대로 유지하게끔 하면서 본인의 profit을 최대화 시켜야 한다. \square

Problem 2. It is said that incoming orders change the price-time priority of existing limit orders in the book. Specify (a) a case in which the price priority of the existing limit buy order increases and (b) a case in which the time priority of the existing limit sell order increases.

Proof. (a) Suppose that at the current t point in time, there are 10 limit buyer orders in L and one in $L - k$ ($k > 0$). If the market sell order came in after t and all 10 limit buyer orders of L were fastened, the price priority of the limit buyer of $L - k$ would increase. (b) Suppose there are 10 limit cell orders in L at the current t point. If the limit cell order of L was entered and the limit cell order of L was signed, the time priority of the remaining 1 limit cell order would be increased. (first-in first-out)

(a) 현재 t 시점에서 limit buy order가 L 에 10개, $L - k$ ($k > 0$)에 1개가 있다고 가정하자. 만약 t 시점 이후에 market sell order가 들어와서 L 의 limit buy order 10개를 모두 체결시켰다면, $L - k$ 의 limit buy order의 price priority가 증가하게 된다. (b) 현재 t 시점에서 limit sell order가 L 에 10개가 있다고 가정하자. 이후에 market buy order가 들어와서 L 의 limit sell order 9개가 체결되었다면 남은 1개의 limit sell order의 time priority가 증가하게 된다. (first-in first-out) \square

Problem 3. The Parlour (1998) model predicts that the longer queue at the ask will induce more limit buy orders. Explain why.

Proof. limit sell order at ask의 queue가 길다면, subsequent potential seller 입장에서 limit sell order는 덜 매력적이게 된다. limit sell order를 넣어도 execution probability가 낮기 때문이다. (time-priority가 낮기 때문.) 따라서 subsequent seller는 crowding out of limit sell order로 인해 limit sell order 보다 market sell order를 내게 된다. 이에 따라 limit buy order at bid가 체결되고 limit buy order의 execution probability가 증가하게 된다. 따라서 buyer들은 market buy order 보다 limit buy order를 많이 내게 된다. \square

Problem 4. Explain the difference between a market order and a limit order. Under what circumstances would a trader prefer to use a market order instead of a limit one?

Proof. market order는 주문을 넣는 즉시 체결되는 장점이 있지만 unfavorable한 price에 체결되기 때문에 profit이 낮다. 반면 limit order는 favorable한 price에 체결되는 장점이 있지만, non-execution risk와 adverse-selection risk에 노출된다. 즉 limit order가 체결되지 않을 수 있고, (under Foucault model) 주문 취소 불가능으로 인하여 adverse-selection risk에 노출될 수 있다. 따라서 두 위험에 노출되기를 싫어하는 more risk-averse한 trader들은 market order를 선호할 것이다. 또한 Parlour model 하에서 same direction의 order queue가 길다면 구축효과로 인해 상대적으로 market order를 선호하게 된다. 또한 market이 closing에 다가갈수록 limit order의 execution probability가 낮아지기 때문에 (opposite-side market order가 들어와 limit order를 체결해줄 시간적 기회가 적어지므로) market order의 선호도가 증가할 것이다. \square

Problem 5. The Glosten and Milgrom (1985) model implies

$$(A - E[V|U, Buy]) \times Pr(U|Buy) = (E[V|I, Buy] - A) \times Pr(I|Buy).$$

What is the economic intuition of it?

Proof. Glosten and Milgrom model은 asymmetric information model로서 informed trader와 uninformed trader가 공존한다고 설정한다. informed trader의 proportion μ 와 security payoff V 가 낮아질 확률 δ (높아질 확률; $1 - \delta$)를 이용하여 여러 event의 조건부확률을 계산한다. ask price에 대한 산식에 law of iterated expectation을 이용하여 전개하면 문제의 등식을 얻을 수 있다. 좌변의 $(A - E[V|U, Buy])$ 는 uninformed trader들로 부터 얻은 gain을 의미하고, 우변의 $(E[V|I, Buy] - A)$ 는 informed trader로 부터 잃은 loss를 의미한다. informed trader로 부터 잃은 손실이 uninformed trader로 부터 얻은 이익으로 cover된다는 의미이다. 즉, dealer는 uninformed trader에서 informed trader로 profit을 transfer 시키는 역할을 할 뿐 dealer는 다른 profit을 얻지 않는다(현실은 그렇지 않지만). dealer는 informed trader와의 거래에서 항상 손실을 보게 되기 때문에, informed trader의 비율이 높아질수록 bid-ask spread를 높임으로써 자신을 protect하게 된다. 따라서 기본적으로 이 Glosten and Milgrom model은 dealer가 어떻게 ask와 bid를 설정해야하는지에 초점이 맞춰져 있다. 거래가 집중되면서 정보가 축적될수록 A 를 더 정확하게 추정하게 된다. \square