

解答

問 1.

$$(1) \cos^2 t = \frac{1}{2}(1 + \cos 2t) \text{ より, } f(t) = 50 + 50 \cos 2t$$

第 1 項は直流成分ゆえ周波数 0 であり, 周期には影響しない. 第 2 項は基本周期 π .

したがって基本周期 $T_0 = \pi$.

$$(2) \frac{2\pi}{k}T_0 = 2\pi \therefore T_0 = k.$$

$$(3) T = 2\pi l, \frac{T}{2} = 2\pi m, \frac{T}{3} = 2\pi n \quad (l, m, n \text{ は整数})$$

したがって $2\pi, 4\pi, 6\pi$ の最小公倍数を考えて, $T_0 = 12\pi$.

$$(4) T = 2\pi m_1, 2T = 2\pi m_2, \dots, kT = 2\pi m_k, \dots \quad (m_k (k = 1, 2, \dots) \text{ は整数})$$

したがって $2\pi, \pi, \dots, \frac{2\pi}{k}, \dots$ の最小公倍数を考えて, $T_0 = 2\pi$.

ただしここでは $b_1 \neq 0$ とした.

$$(5) f(t) = 2 \cdot \frac{1}{2} \left(\sin \left(t + \frac{t}{2} \right) + \sin \left(t - \frac{t}{2} \right) \right) = \sin \frac{3t}{2} + \sin \frac{t}{2}$$

したがって $\frac{2}{3} \times 2\pi, 2 \times 2\pi$ の最小公倍数を考えて, $T_0 = 4\pi$.

$$(6) \text{正弦波の絶対値をとると負の部分が折り返されるため, 周期は半分になる.}$$

したがって $3T_0 = \pi \therefore T_0 = \frac{\pi}{3}$.

$$(7) f(t) = \frac{1}{2} (\sin (5\omega_0 t + \omega_0 t) + \sin (5\omega_0 t - \omega_0 t)) = \frac{1}{2} (\sin 6\omega_0 t + \sin 4\omega_0 t)$$

したがって $\frac{2\pi}{6\omega_0}, \frac{2\pi}{4\omega_0}$ の最小公倍数を考えて, $T_0 = \frac{\pi}{\omega_0}$.

$$(8) f(t) = \frac{1}{2} (1 - \cos 2t) \text{ したがって (1) 同様, } T_0 = \pi.$$

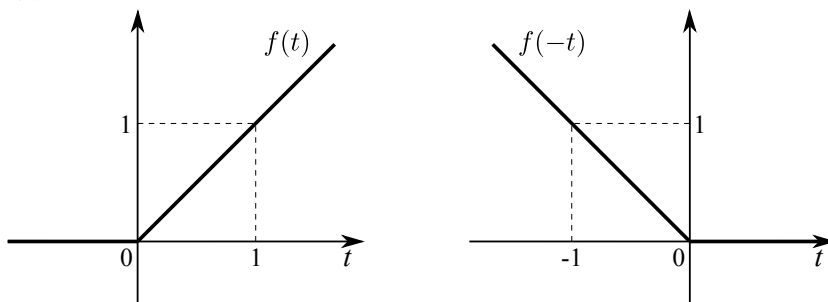
$$(9) f(t) = \frac{1}{4} (3 \sin t - \sin 3t) \quad (3 \text{ 倍角の公式})$$

したがって $2\pi, \frac{2\pi}{3}$ の最小公倍数を考えて, $T_0 = 2\pi$.

$$(10) \tan t \text{ の基本周期は } \pi \text{ である. したがって, } f(t) = \tan 2t \text{ の基本周期は } T_0 = \pi/2.$$

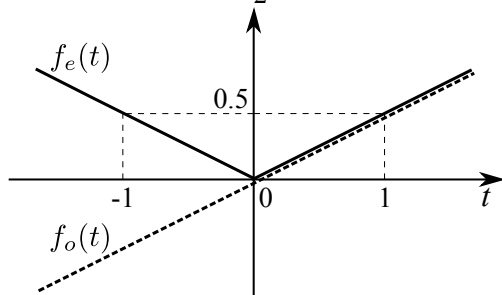
問 2.

(1) 下図.

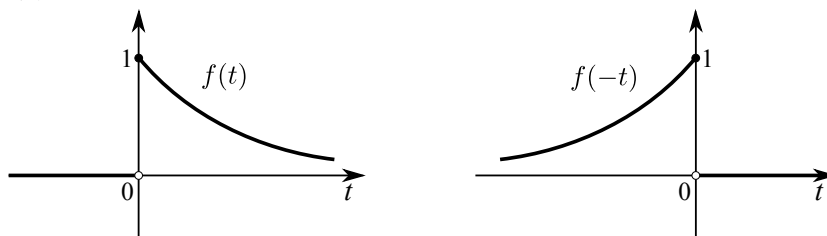


また、偶関数成分 $f_e(t) = \frac{1}{2}(f(t) + f(-t)) = \begin{cases} 0.5t, & t \geq 0 \\ -0.5t, & t < 0 \end{cases}$,

奇関数成分 $f_o(t) = \frac{1}{2}(f(t) - f(-t)) = 0.5t$ より下図.

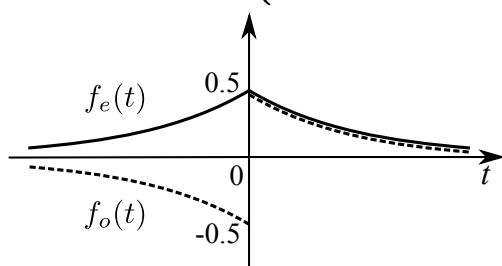


(2) 下図.



また、偶関数成分 $f_e(t) = \begin{cases} 0.5e^{-t}, & t \geq 0 \\ 0.5e^t, & t < 0 \end{cases}$,

奇関数成分 $f_o(t) = \begin{cases} 0.5e^{-t}, & t > 0 \\ -0.5e^t, & t < 0 \end{cases}$ より下図.



問 3.

(1) 偶関数成分 $x_e(t) = 1 + t^2$

奇関数成分 $x_o(t) = t + t^3$

(2) $x(t) = \cos t + \sin t + \sin 2t$ と変形できるので,

偶関数成分 $x_e(t) = \cos t$

奇関数成分 $x_o(t) = \sin t + \sin 2t$