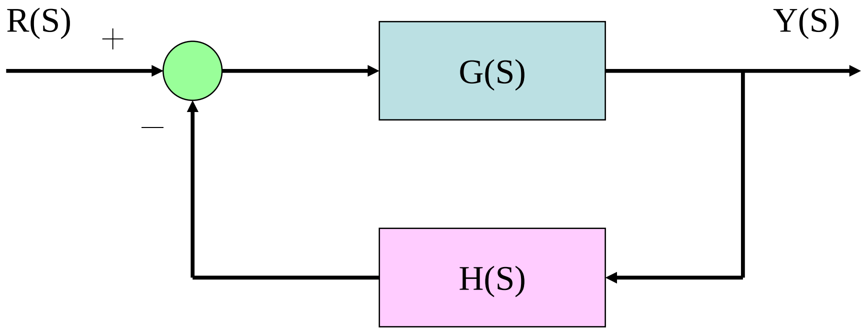
『自動控制實習講義 』

電機系吳佳斌編著

實驗四　方塊圖的簡化及 SIMULINK 基本指令(2)

實驗目的：練習 MATLAB 的方塊圖化簡操作及求轉移函數的應用，由方塊圖求轉移函數、由轉移函數求狀態方程式(控制標準式 CCF、對角標準式 DCF)、狀態方程式相似的轉換，應用於解控制相關的問題可作為日後控制系統設計及分析的參考。

■ 方塊圖簡化與系統響應



Ex.

$G(S)=\dfrac{2}{S(S+1)}$ 、 $H(S)=1$

指令：

G=tf(2,[1 1 0]);　　　　　　%輸入系統G的轉移函數

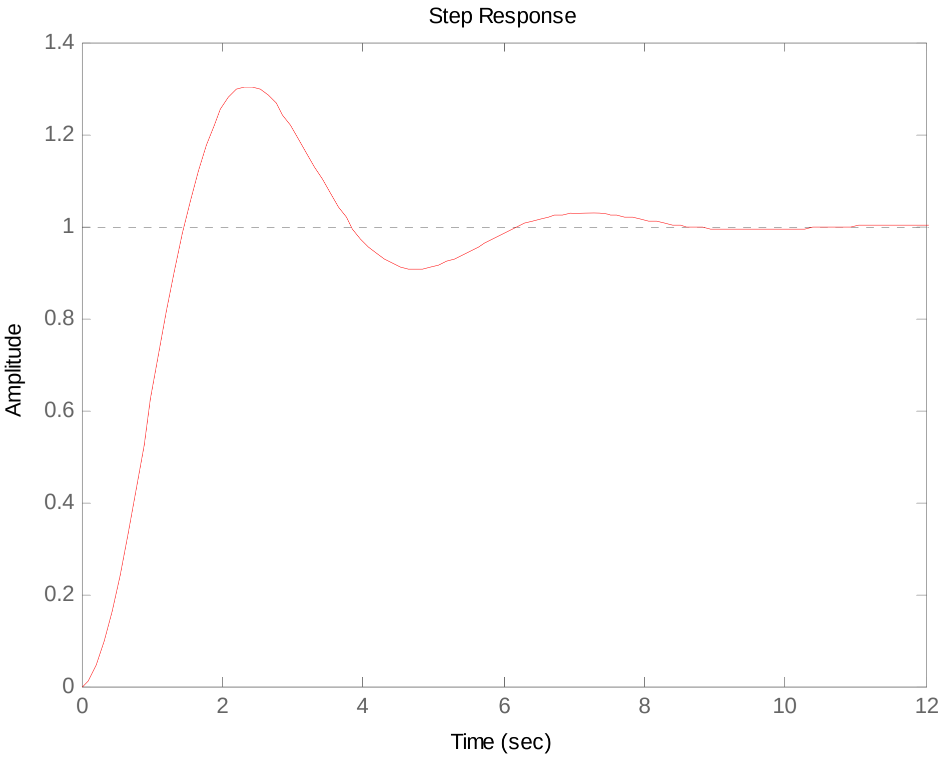
H=1;　　　　　　%輸入系統H的轉移函數

T=feedback(G,H)　　　　　　%簡化回授控制系統G及H的轉移函數

step(T)

結果：

```
Transfer function:
      2
-----------
s^2 + s + 2
```



Ex.

$$G(S)=\frac{2}{S(S+1)} \text{ 、 } H(S)=\frac{2}{S+2}$$

指令：

G=tf(2,[1 1 0]);　　　　　　　　%輸入系統G的轉移函數

H=tf(2,[1 2]);　　　　　　　　　%輸入系統H的轉移函數

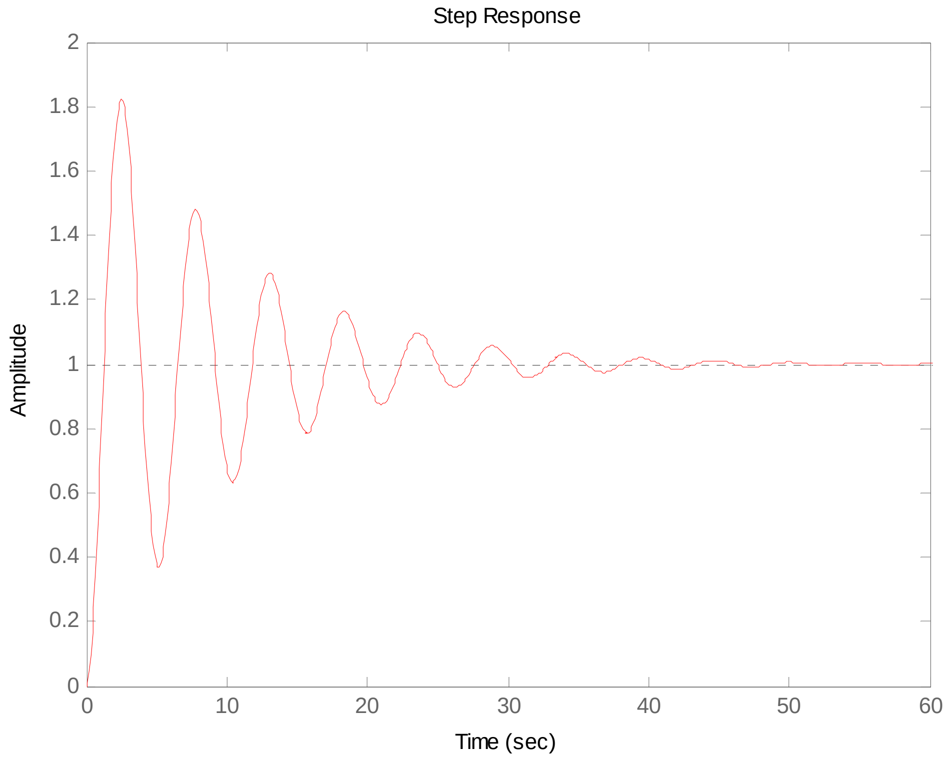
T=feedback(G,H)　　　　　　　　%簡化回授控制系統G及H的轉移函數

step(T)

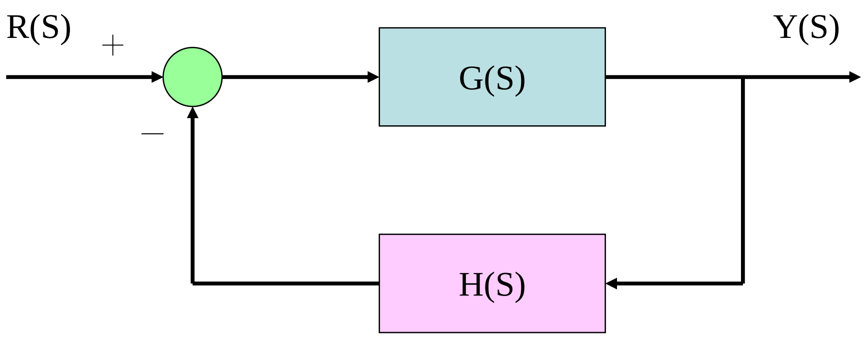
結果：

Transfer function:

```
          2 s + 4
---------------------
s^3 + 3 s^2 + 2 s + 4
```



■ 取出轉移函數分子分母的資料[分子參數,分母參數]=tfdata(轉移函數, 'v')



Ex.

$$G(S)=\frac{2}{S(S+1)} \text{、} H(S)=1$$

指令：

G=tf(2,[1 1 0]);　　　　%輸入系統G的轉移函數

H=1;　　　　%輸入系統H的轉移函數

```
T=feedback(G,H);                    %簡化回授控制系統G及H的轉移函數
[numt,dent]=tfdata(T,'v')           %取出轉移函數分子分母的資料
```

結果：

```
numt =

     0     0     2


dent =

     1     1     2
```

■ 求自然頻率ω_n及阻尼比ς

指令：

```
Wn=sqrt(dent(3))
Zeta=dent(2)/2/Wn
```

結果：

```
Wn =

    1.4142
Zeta =

    0.3536
```

■ 取出轉移函數的分子分母資料的型式[分子參數,分母參數]=tfdata(轉移函數)

指令：

```
[numt,dent]=tfdata(T)
```

結果：

```
numt =

    [1x3 double]
```

dent =

[1x3 double]

■ 由轉移函數轉為各種標準型式的狀態方程式

Ex.

$$T(S) = \frac{4}{S^3 + 2S^2 + 3S + 4}$$

■ 轉為控制標準型式(CCF)時A B C D的值

指令：

```
numt=4;
dent=[1 2 3 4];
T=tf(numt,dent)
[Acc Bcc Ccc Dcc]=tf2ss(numt,dent)
```

結果：

Acc =

```
    -2    -3    -4
     1     0     0
     0     1     0
```

Bcc =

```
     1
     0
     0
```

Ccc =

```
     0     0     4


Dcc =

     0
```

■ 將已知的狀態方程式矩陣以控制標準型式(CCF)的狀態方程式表示

指令：

Scc=ss(Acc,Bcc,Ccc,Dcc)

結果：

```
a =
           x1   x2   x3
    x1   -2   -3   -4
    x2    1    0    0
    x3    0    1    0


b =
          u1
    x1    1
    x2    0
    x3    0


c =
           x1   x2   x3
    y1    0    0    4


d =
          u1
    y1    0
```

Continuous-time model.

■ 將狀態方程式表示為對角標準式(DCF)

指令：

Sd=canon(Scc,'modal')

結果：

a =

	x1	x2	x3
x1	-1.651	0	0
x2	0	-0.1747	1.547
x3	0	-1.547	-0.1747

b =

	u1
x1	-0.7304
x2	-0.5083
x3	0.7691

c =

	x1	x2	x3
y1	-1.198	1.279	-0.2926

d =

	u1
y1	0

Continuous-time model.

Ex.

$$T(S)=\frac{6}{S^3+6S^2+11S+6}$$

指令：

```
T=tf(6,[1 6 11 6])
Tss=ss(T)
```

結果：

```
a =
             x1      x2      x3
   x1        -6   -2.75    -1.5
   x2         4       0       0
   x3         0       1       0


b =
        u1
   x1    1
   x2    0
   x3    0


c =
          x1    x2    x3
   y1      0     0   1.5


d =
        u1
   y1    0
```

Continuous-time model.

指令：

```
Sd=canon(Tss,'modal')
```

結果：

```
a =
        x1   x2   x3
   x1   -3    0    0
   x2    0   -2    0
   x3    0    0   -1
```

```
b =
              u1
   x1   -7.762
   x2   -9.798
   x3    2.872


c =
              x1         x2         x3
   y1   -0.3865     0.6124      1.044


d =
         u1
   y1     0
```

Continuous-time model.

■ 將狀態方程式轉為控制標準式的A,B,C,D矩陣資料

指令：

```
[Acc,Bcc,Ccc,Dcc]=ssdata(Tss)
```

結果：

```
Acc =

   -6.0000    -2.7500    -1.5000
    4.0000          0          0
         0     1.0000          0


Bcc =

     1
     0
     0
```

Ccc =

$$0 \quad 0 \quad 1.5000$$

Dcc =

$$0$$

■ 狀態方程式的相似轉換

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{Ax} + \mathbf{Bu}$$
$$\mathbf{y} = \mathbf{Cx} + \mathbf{Du}$$
$$\mathbf{x} = \mathbf{Pz}$$
$$\mathbf{P\dot{z}} = \mathbf{APz} + \mathbf{Bu}$$
$$\mathbf{y} = \mathbf{CPz} + \mathbf{Du}$$
$$\dot{\mathbf{z}} = \mathbf{P}^{-1}\mathbf{APz} + \mathbf{P}^{-1}\mathbf{Bu}$$
$$\mathbf{y} = \mathbf{CPz} + \mathbf{Du}$$

Ex. 某系統狀態方程式為 $\dot{x}(t) = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -1 & -2 & -3 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} r(t)$

$$y(t) = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \end{bmatrix} x(t)$$

把此系統轉換為新的狀態變數z，新舊變數間的關係如下：

$$z_1 = x_1$$
$$z_2 = x_1 + 2x_2$$
$$z_3 = x_1 + 2x_2 + 3x_3$$

$$z = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 1 & 2 & 3 \end{bmatrix} x = P^{-1}x$$

指令：

```
Pinv=[1 0 0;1 2 0;1 2 3];
P=inv(Pinv)
Ax=[0 1 0;0 0 1;-1 -2 -3];
Bx=[0;0;1];
Cx=[1 2 3];
```

```
Az=Pinv*Ax*P
Bz=Pinv*Bx
Cz=Cx*P
```

結果：

```
Az =

   -0.5000    0.5000         0
   -0.5000   -0.1667    0.6667
   -0.5000   -0.1667   -2.3333


Bz =

     0
     0
     3


Cz =

     0     0     1
```

轉換後的系統為

$$\dot{z}(t)=\begin{bmatrix}-0.5 & 0.5 & 0\\ -0.5 & -0.1667 & 0.6667\\ -0.5 & -0.1667 & -2.3333\end{bmatrix}z(t)+\begin{bmatrix}0\\0\\3\end{bmatrix}r(t)$$
$$y(t)=\begin{bmatrix}0 & 0 & 1\end{bmatrix}x(t)$$

■　以特徵向量矩陣 P 做狀態方程式的相似轉換

轉換公式如下：

$$A_P=P^{-1}AP$$
$$B_P=P^{-1}B$$
$$C_P=CP$$
$$D_P=D$$

Ex. 某系統狀態方程式為 $\dot{x}(t)=\begin{bmatrix}0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 1\\ -6 & -11 & -6\end{bmatrix}x(t)+\begin{bmatrix}0\\0\\1\end{bmatrix}r(t)$

$y(t)=\begin{bmatrix}1 & 2 & 3\end{bmatrix}x(t)$

指令：

```
Ax=[0 1 0;0 0 1;-6 -11 -6];
Bx=[0;0;1];
Cx=[1 2 3];
Dx=0;
[P,d]=eig(Ax)
Ap=inv(P)*Ax*P
Bp=inv(P)*Bx
Cp=Cx*P
Dp=Dx
```

結果：

```
Ax =

     0     1     0
     0     0     1
    -6   -11    -6


P =

   -0.5774    0.2182   -0.1048
    0.5774   -0.4364    0.3145
   -0.5774    0.8729   -0.9435


d =

   -1.0000         0         0
         0   -2.0000         0
         0         0   -3.0000
```

Ap =

```
   -1.0000   -0.0000    0.0000
   -0.0000   -2.0000    0.0000
    0.0000   -0.0000   -3.0000
```

Bp =

```
   -0.8660
   -4.5826
   -4.7697
```

Cp =

```
   -1.1547    1.9640   -2.3062
```

Dp =

```
     0
```

*原狀態方程式

S=ss(A,B,C,0) % Create state-space LTI object for original system.

答：

a =

	x1	x2	x3
x1	3	1	5
x2	4	-2	7
x3	2	3	1

b =

	u1
x1	1

x2	2
x3	3

c =

	x1	x2	x3
y1	2	4	6

d =

	u1
y1	0

Continuous-time model.

■ 找資料的最大值最小值

Ex.

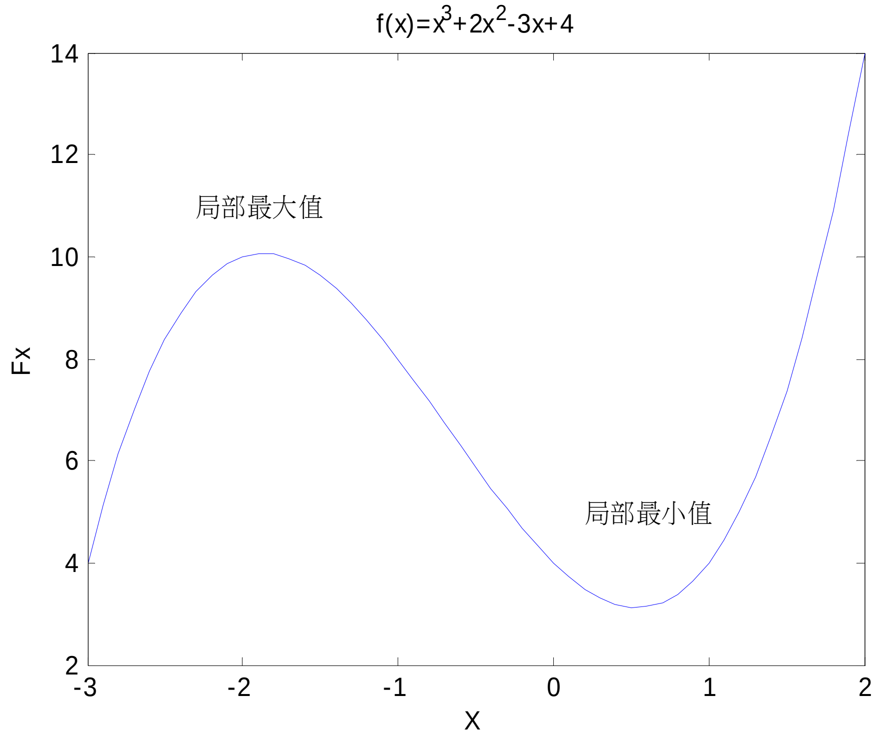
$f(x) = x^3 + 2x^2 - 3x + 4$

求 x=-3~2 間的局部最大和最小值

指令：

```
x=-3:0.1:2;
Fx=x.^3+2*x.^2-3*x+4;
plot(x,Fx)

'局部最小值'

min(Fx(20:50))

'局部最大值'

max(Fx(1:20))
```

結果：



局部最小值
ans =

3.1250

局部最大值
ans =

10.0610

Ex.某系統為 $\frac{Y(S)}{R(S)} = \frac{15}{S^3 + 5S^2 + 11S + 15}$，求步階響應在 2~5 秒的局部最大及最小值與對應的時間

指令：

```
T_YR=tf(15,[1 5 11 15]);
step(T_YR)
[y_a,t_a]=step(T_max,0:0.01:6);
```

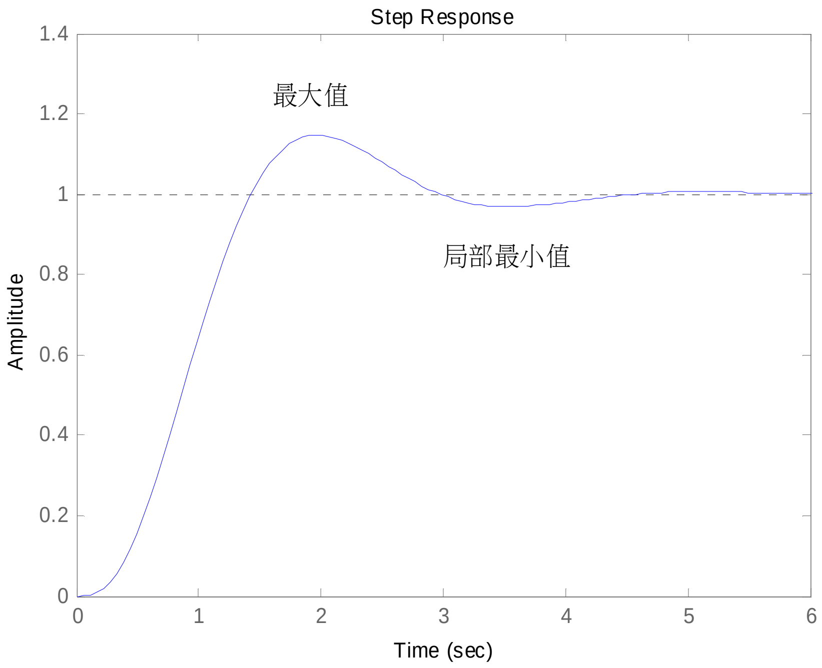
'局部最大值'

```
[Y_max,I_max]=max(y_a)
t_max=t_a(I_max)
```

'局部最小值'

[Y_min,I_min]=min(y_a(300:500))
t_min=t_a(I_min+300)

結果：



最大值
Y_max =

1.1472
I_max =

198
t_max =

1.9700

局部最小值

Y_min =

0.9690
I_min =

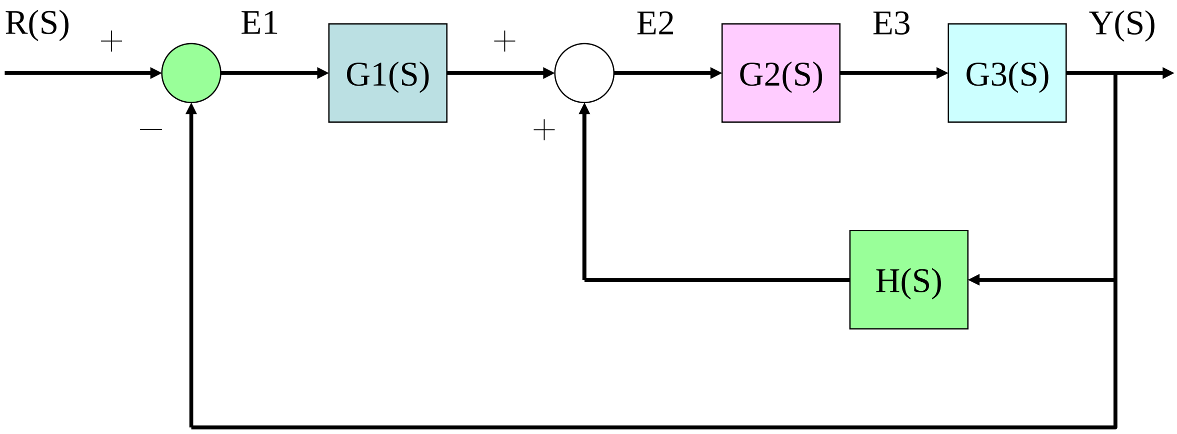
55

t_min =

    3.5400

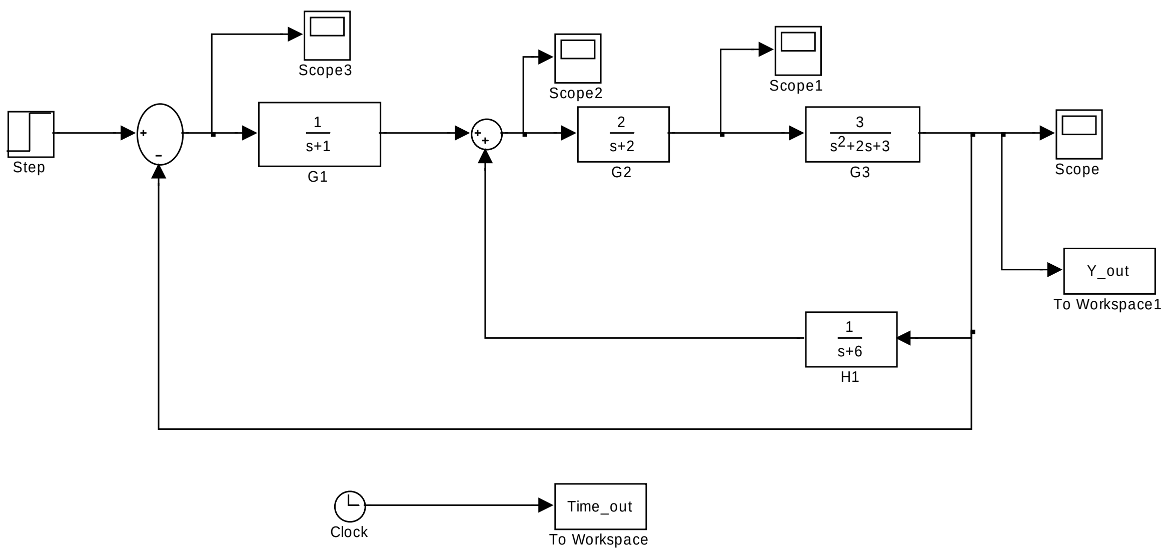
■　以 Simulink 執行程式

Ex.



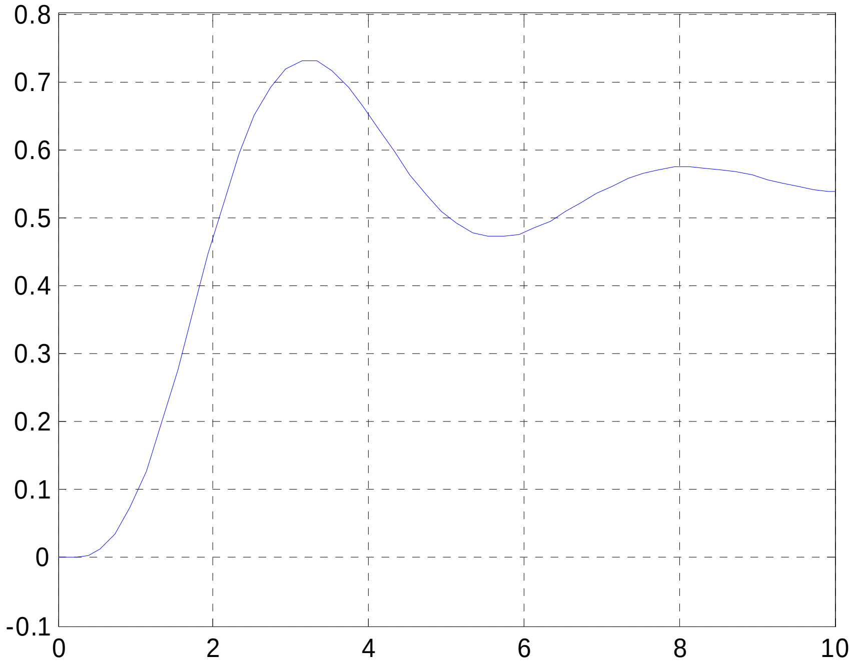
其中 $G_1(S)=\dfrac{1}{S+1}$ 、$G_2(S)=\dfrac{2}{S+2}$ 、$G_3(S)=\dfrac{3}{S^2+2S+3}$ 、$H(S)=\dfrac{1}{S+6}$

指令：

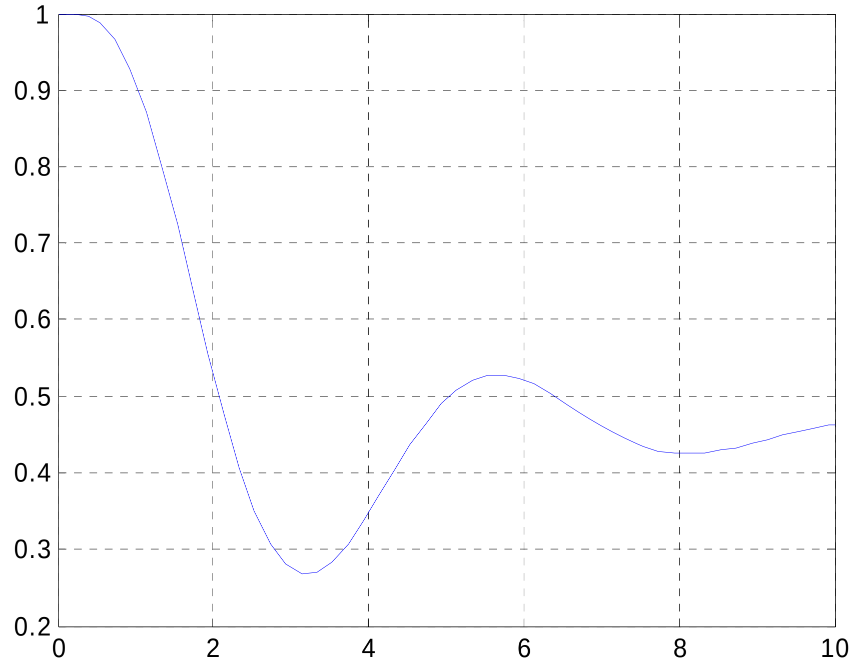


結果：

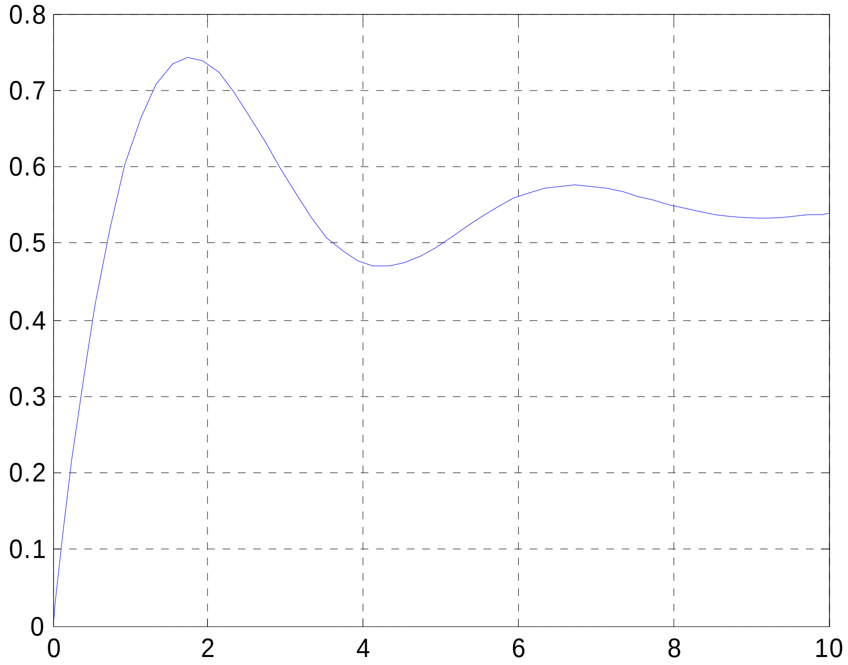
Y(S)的輸出訊號



E1(S)的輸出訊號



E2(S)的輸出訊號



E3(S)的輸出訊號