

환율의 충격, 코스피의 변동성, 주가지수

옵션의 동태적 관계 분석

- 금융위기를 기점으로 -

경희대학교 김한상, 김승기, 한선웅, 김준용

<요약>

본 연구의 목적은 우리나라에서 금융위기를 기점으로 한 환율의 급등락이 코스피의 변동성과 주가 지수 옵션 변동성과 어떠한 동태적 관계를 갖는지 분석하는 것이다. 이를 위하여 기간을 금융위기 전 (2006.01~2007.04), 금융위기 (2007.4~2009.3), 금융위기 이후(2009.3~2010.11)으로 나누고 주가지수 옵션을 콜옵션, 풋옵션으로 구분하여 Black-Scholes 모형을 토대로 변동성을 추출하였다. 분석 데이터는 최근월물을 기준으로 하되, 만기가 있는 둘째 주의 데이터는 제외하였다. 코스피의 변동성은 주가지수 옵션의 기초자산인 코스피 200을 EGARCH(1, 1) 모형으로 추출한 conditional variance 로 사용하였으며, 환율의 예측하지 못한 갑작스러운 충격은 Kalman - filter algorithm 으로 추출한 One-step ahead forecast error 로 사용하였다. VAR (Vector Autoregressive)모형으로 콜옵션 내재변동성, 풋옵션 내재변동성, 코스피 200 변동성, 환율의 충격 4 개의 변수의 동태적 관계를 검정 하였으며, AIC 와 SBC 정보량을 기준으로 VAR(2) 모형으로 분석하였다.

검증 결과, 콜옵션의 내재 변동성은 금융위기를 기점으로 해서 환율의 shock 과 유의한 관계가 생겼다는 것을 확인 했으며, 풋옵션은 코스피의 변동성과의 유의성이 더 높아진 것을 알 수 있었다. 또한 금융위기와 같은 급변하는 시장 상황에선 콜옵션의 내재 변동성과 풋옵션의 내재 변동성간의 유의성이 일시적으로 매우 크게 증가하는 것을 확인했다. 충격 반응 분석을 실시한 결과 환율의 shock 은 금융위기 이후에 콜옵션과 풋옵션의 내재 변동성에 양의 충격을 주는 새로운 경향이 생겼으며, 콜옵션, 풋옵션의 내재 변동성은 공통적으로 금융위기와 같이 시장상황이 급변할 때 코스피의 충격에 가장 큰 영향을 받는 것을 확인할 수 있었다. 예측 오차 분산 분해를 실시한 결과 금융위기 당시엔 콜, 풋 모두 자신의 과거값의 영향력이 크게 낮아지고 환율의 shock 이나 코스피의 변동성 같은 외부 변수의 영향력이 커지는 것을 볼 수 있었다.

핵심 주제어: 코스피 변동성, 환율의 충격, 콜옵션 내재변동성, 풋옵션 내재변동성

목 차

- I 서론
- II 연구 설계
 - 1. 변동성에 관한 고찰
 - 2. 선정 변수에 관한 고찰
 - 2.1 내재변동성
 - 2.1.1 Black Scholes Model
 - 2.1.2 Cox-Ross Rubinstein Model
 - 2.1.3 Hull White Model
 - 2.1.4 Black Scholes Model 의 사용 근거
 - 2.1.5 변동성 산출을 위한 등가격 옵션의 사용 근거
 - 2.2 예상치 못한 환율의 갑작스런 충격
 - 2.2.1 Kalman Filter Algorithm
 - 2.2.2 Kalman Filter Algorithm 의 사용 근거
 - 2.3 코스피 200 변동성
 - 2.3.1 ARCH 모형
 - 2.3.2 GARCH 모형
 - 2.3.3 EGARCH 모형
 - 2.3.3.1 EGARCH 모형의 개념
 - 2.3.3.2 EGARCH 모형의 사용 근거
- III 실증분석
 - 1. Kalman Filter 를 이용한 환율 충격, 옵션의 변동성, 코스피 변동성의 관계
 - 2. 분석방법론 : VAR(Vector Autoregressive)
 - 3. 분석자료 단위근 검정
 - 4. Granger 인과검정
 - 5. 충격반응함수
 - 5.1 환율 충격의 충격반응
 - 5.2 코스피 충격의 충격반응
 - 6. 예측오차 분산분해
- IV 결과 해석 및 결론
- V Reference

I. 서론

오늘날 주가지수 선물 및 옵션시장은 주식시장의 가격변동 위험의 효과적인 관리수단이자 동시에 투자수단으로 널리 활용되고 있다. 옵션은 1973 년 미국 시카고 옵션거래소(CEOE)에서 16 개의 개별주식을 대상으로 한 콜옵션 거래를 시작으로 1983 년부터는 CBOE 에서 S&P 100 지수를 대상으로 한 장내 지수옵션 거래를 시작했다. 우리나라에서도 한국거래소(KRX)가 코스피 200 지수를 대상으로 1997 년 7 월 7 일에 주가지수 옵션거래를 시작한 이래 파생 금융상품의 본격적인 장내거래 시대가 도래 했다.

특히 최근 들어 낮은 거래비용과 레버리지 효과를 노린 정보성 거래자들이 대거 옵션시장으로 유입되면서 옵션시장에서의 거래활동이 미래 주가 움직임에 끼치는 영향력이 커지게 되었다. 이에 옵션시장과 주식시장간의 상관관계를 검토하는 연구가 지금까지 활발하게 이루어졌으며, 미국시장의 경우에는 상당수의 논문들이 이 두 시장 간의 관계를 실증 분석하여 결과를 보고하고 있다.

이러한 가운데 지난 11 월 11 일 옵션만기일에 코스피 시장에선 2 시 50 분부터 10 분 동안 도이치증권 창구를 통해 1 조 9000 억원의 매물이 한꺼번에 쏟아졌다. 이 날 코스피 상장 종목 중 불과 몇 개의 종목을 제외한 모든 종목이 일제히 하락반전 했고 수많은 국내 투자자들은 대량 손실을 면치 못했다. 이번 사태는 G20 비즈니스 서밋 중 무역 수지, 환율, 금융 시스템의 안정화에 대한 협력을 논의하는 와중에 벌어졌다. 또한 매물이 쏟아지기 불과 몇 시간 전 매물 폭탄의 창구 역할을 한 도이치 은행의 요제프 아커만 회장이 개막총회 패널토론에서 '공정한 경쟁 환경'을 강조한 점은 상황을 더욱 역설적으로 연출하는데 일조했다.

그러나 '옵션 만기일 사태'는 실상 이미 한참 전부터 예고된 일이었다. 지난 6 월 14 일부터 외국계 자본으로 구성된 한 펀드가 도이치증권을 통해 꾸준히 매수차익거래를 진행했고 매수차익잔고는 7 월 옵션만기 때 2800 억 원, 8 월 만기에는 1 조원까지 증가했다. 9 월에 잠시 주춤했던 펀드는 10 월 만기엔 약 1 조 5 천억원까지 규모를 키웠다. 증권업계에선 펀드가 10 월에 물량을 청산할 것으로 예상했으나 해당 펀드는 롤 오버를 통해 만기를 1 개월 더 연장했다. 이런 과정에서 차익잔고는 2 조원에 다다랐다. 11 월 만기 당시 증권업계는 해당 펀드가 물량을 청산하면 손해를 보는 상황이므로 다시 한번 만기를 연장할 것으로 예상했으나 이번에도 예상과는 달리 펀드는 모든 물량을 한번에 청산해 시장에 큰 파장을 일으켰다.

해당 펀드가 손해를 감수하면서까지 물량을 청산할 수 있었던 가장 큰 이유는 '환율'이다. 2.7 조원 규모의 기 설정된 외국인 매수잔고는 대부분 1180~1200 원대의 환율과 2.00 포인트 수준의 시장 베이스에서 추적 된 것이었다. 때문에 만기 시 청산으로 일정 부분 손실이 발생해도 그간의 원화 강세 추세로 이를 만회하고도 남을 정도의 환차익을 이미 확보할 수 있었던 것이다.

실제 옵션 만기 사건이 발생하기 얼마 전인 2010 년 10 월 28 일, 외국인의 현물 수급 공백, 아시아 증시 동반 약세로 인한 더불어 환율의 1%대 급상승은 코스피 지수를 6 일만에 하락 반전시켰다. 이는 대규모의 매수차익 잔고를 보유한 외국인들이 원화 약세 전환에 상당히 민감하게 반응한 결과라 할 수 있다. 그 동안 외국인 매수 차익거래 잔고는 0 수준의 베이스

에서는 청산이 제한돼 왔던 추세였으나, 10월 28일 1%대의 환율 반등 이후 차익잔고는 0 수준의 베이스에서 매수잔고 청산과 더불어서 0.34 조원의 매도우위를 기록했다.

그러나 '환율'이 펀드가 만기 날 일시에 매물폭탄을 던지며 폭락을 유발한 것을 모두 설명하지는 못한다. 만약 장중에 분할해 매도했다라면 충격을 다소 완화할 수 있었기 때문이다. 이는 풋옵션과 콜옵션을 결합한 합성선물로 선물과 같이 매도 포지션을 구축해 놓았기 때문에 가능했을 것이라는 설이 유력하다.

금융감독원과 한국거래소는 현재 옵션 만기 사태 이후 국내 주식시장 교란에 대한 외국인 투자의 제재 방법에 대해 논의하고 있다. 당국은 '외국인 채권투자 이자소득세 과세안', '변동성 완화를 위한 시카고 선물거래소 단일가 매매방식 도입' '프로그램 매매 사전보고에 대한 개선' 등 다양한 대안을 내놓고 있으나 제재의 실효적 방법에 대한 어려움은 차치하고서라도 규제의 당위성에 대한 논란도 뜨거운 상황이다. 옵션 만기 시 동시호가 거래에서 불공정거래가 있었다면 문제가 되지만 적법한 거래라면 한꺼번에 물량을 내놓았다는 것 자체로는 규제하는 것이 불가능하기 때문이다.

또한 외환위기 이후 자본 유출입이 완전 자유화 됐고, 투기 자본에 대한 규제는 경제협력개발기구(OECD) 가입 이후 자본시장 선진화의 명목으로 단독 규제안을 내놓지 못하도록 되어 있어 직접적인 규제는 현실적으로 불가능하다. 이러한 제도적 공백 사이에서 외국인들은 국내 자본시장에서 금융위기 이후 더욱 파생 상품 시장을 주도하며 단타거래 및 투기성 거래로 현물시장에 역으로 충격을 주는 '웍더독' 현상을 하루가 멀다 하게 일으키고 있다. 때문에 국내 옵션 시장은 세계 거래량 1위의 위업에도 불구하고 질적인 성장은 없이 외형만 키웠다는 평가를 받고 있는 것이다.

이에 본 논문은 이러한 현상들의 근본적인 해결책은 규제가 아닌 시장에 대한 정확한 분석과 이해라는 확신 하에 환율의 갑작스러운 충격이 국내 코스피 200 옵션의 내재 변동성과 기초자산인 주가지수 변동성에 미치는 영향력을 다양한 통계적 기법을 활용하여 분석하고자 한다. 특히 금융위기를 기점으로 변수들간의 동태적 관계에 특별한 변화가 생겼는지 규명하는 것을 주안점으로 삼아 점점 복잡해지고 있는 파생상품 시장을 해석하는데 조금이나마 보탬이 되고자 한다.

II. 연구 설계

1. 변동성에 관한 고찰

변동성(volatility)이란 어떤 시계열 변수가 평균을 중심으로 퍼진 편차를 측정하는 것으로 변동성이 큰 시계열 변수는 작은 변수에 비하여 변화 확률이 더욱 크다. 따라서 변동성은 금융시장 전반에서 투자결정에 중요한 변수로 작용한다. 투자자는 변동성의 정도에 따라 수익과 피해를 떠안게 되는 정도가 달라진다. 이는 옵션시장에서도 마찬가지이다. 옵션은 만기일에 주가가 행사가격을 상회할 경우(풋옵션의 경우는 하회할 경우), 상회한 부분(하회한 부분)을 매수자에게 지급하는 파생상품으로 투자자가 수익을 내기 위해서는 만기일의 증가에 대한 예측이 필수적이다. 이에 옵션시장에서의 변동성 예측은 곧 투자자의 수익과 밀접한 관련이 있다.

이러한 변동성 예측의 중요성에 대한 인식은 80년대 말부터 90년대까지 변동성에 대한 학계의 연구로 나타났다. 이 시기의 연구를 통해 변동성은 그 산출방식에 따라 크게 3가지로 분류되었다. 역사적 변동성(Historical Volatility), 실현 변동성(Realized Volatility), 내재적 변동성(Implied Volatility)이 그것으로 이 3가지 변동성은 모두 미래의 실현될 변동성 예측을 위해 사용된다.

역사적 변동성(HV)은 과거 시계열 모형을 통해 산출된 변동성으로 금융자산의 수익률 자체는 예측이 불가능하지만 분산은 예측할 수 있다는 속성을 모형화 한 것이다. 이 과정에서 발생할 수 있는 문제점은 추출에 사용된 테크니컬한 요소와 산정한 기간에 따라 그 값이 크게 달라진다는 점이다.

그럼에도 불구하고 Day 와 Lewis(1992)는 1985~1989년 동안 S&P100 지수옵션을 대상으로, Lamoureux 와 Lastrapes(1993)는 1982~1984년 동안 10개의 주식을 대상으로 연구한 결과, 내재변동성은 비효율적인 예측치이며 편의를 갖는다는 것을 제시하였다. 즉, 과거변동성은 내재변동성보다 더 효율적으로 미래변동성을 예측할 수 있는 정보를 포함하고 있다는 것이다. 그러나 이 두 연구는 표본이 중복되는 문제(overlapping samples)와 만기불일치문제 (maturity mismatch problem)를 갖고 있다.

최근에는 모형에 의존하지 않는 방법도 모색되고 있는데 그 대표적인 방법이 분 단위의 고빈도 자료를 이용하여 실현 변동성(RV)을 추정하는 것이다. Andersen, Bollerslev, Diebold, and Labys(2003)의 연구에서는 실현변동성의 측정을 위한 이론적 배경이 제공되었다고 할 수 있다. 이들은 5분단위로 관측된 마르크/엔화와 엔/달러를 이용하여 일중 실현변동성을 측정하고 그 통계적 특성을 분석하였다.

RV는 당일 장중의 변동성을 말하는 것으로 관찰이 가능하다는 점에서 기존의 시계열 모형으로 추정된 변동성과 크게 구별된다고 할 수 있다. 또 하나 다른 점은 관측되지 않은 변동성에 대하여 복잡한 계량기법을 적용하는 대신 매우 단순한 방법으로 변동성의 특성을 파악할 수 있다는 장점이 있는 것이다. 또한 고빈도 자료를 이용하여 변동성을 측정할 때 측정 오차가 발생하게 되는데 이 측정 오차는 단위기간 동안에 관찰되는 수에 반비례하게 되어 불편추정치로 정의할 수 있다.

마지막으로 내재적 변동성(IV)는 Black-Sholes의 옵션가격결정모형을 통해 산출되는 것으로 옵션가격을 결정하는 주요변수가 실제 시장에서 관측될 수 있다는 점이 가장 큰 매력이다. 그러나 기초자산 가격, 행사가격, 이자율, 잔존만기의 변수들은 객관적으로 시장에서 형성되지만 변동성만은 사전에 관측될 수 없으며 이후 시장에 유입되는 정보에 따라 항상 유동적으로 변하게 된다. 그 간의 연구결과에 따르면 이 내재변동성이 미래변동성을 가장 근접하게 예측한다고 밝혀져 있다. Wallmeier(2001)는 1995년부터 1999년까지 독일의 Dax 옵션으로 구한 내재변동성이 기초자산의 변동성과 유동성에 가장 큰 영향을 준다는 결과를 얻었다.

한편 몇몇 연구자들은 내재변동성 자체에 영향을 미치는 요인을 찾으려고 노력하였다. Mixon(2002)는 Nikkei 225 지수, 단기금리, 회사채·국채·수익률 스프레드 등이 S&P 500 옵션으로 구한 내재변동성의 변화와 관련되어 있다는 결과를 얻었다. Bollen and Whaley(2004)는 순매수압력(net buying pressure)이 내재변동성의 형태에 어떠한 영향을 미치는지 조사하였다.

Black-Sholes 모형은 가정이 비 현실적이라는 문제점을 갖고 있음에도 옵션가격결정 모형연구의 효시라는 점에서 다양하게 연구되고 실무적으로도 가장 빈번히 쓰인다.

이와 같이 미래 관측될 변동성을 추정하는 방식으로 과거의 가격정보를 기반으로 계산된 역사적 변동성과 실현 변동성, 그리고 옵션시장에서 형성된 옵션가격으로부터 계산된 내재 변동성을 이용하여 미래 변동성을 추정하는 방법이 주로 쓰이고 있다. 이렇듯 변동성은 옵션 투자전략에 있어서 매우 중요한 요소기 때문에 옵션 투자는 변동성에 대한 투자라 해도 과언이 아니다.

이러한 변동성의 중요함을 반영하여 1993 년 2 월 시카고 옵션거래소에서는 S&P100 옵션가격에 대한 내재변동성을 기초로 하는 변동성지수를 매일 발표하기 시작하였으며, 우리나라 역시 2009 년 4 월부터 거래소에서 코스피 200 에 대한 변동성지수를 발표하고 있다.

흥미로운 것은 이를 통해 발표되는 우리 나라의 변동성이 다른 금융시장이 발달한 나라들에 비해 유난히 높다는 점이다. 또 글로벌 금융위기 이후에는 코스피 200 지수의 변동성이 더욱 커져, 코스피 200 의 변동성 증가와 함께 옵션의 변동성에 대한 관심 역시 커지게 되었다. 뿐만 아니라 최근 외인들에 의해 국내 옵션시장이 좌지우지되는 경우가 빈번하여, 옵션시장에서의 변동성 예측력을 높이기 위해서는 추가적인 변수를 고려한 다양한 접근과 연구가 필요하게 되었다.

하지만 변동성에 관한 기존의 연구들은 미래에 실현될 변동성을 예측함에 있어서 내재, 역사적, 실현변동성 중 가장 우수한 방법이나 모형을 제시하고 검증하는데 초점을 맞추고 있다. 그에 비해 본 연구는 글로벌 금융위기 이후 옵션시장에서 외국 투자자들의 영향력이 기존보다 커진 최근 추세를 고려하여, 추가적인 외생변수인 환율의 충격이 옵션의 변동성과 주가지수의 변동성에 미치는 영향을 분석했다.

본 논문은 다음과 같이 구성되어 있다. 제 2 장에서는 변동성을 추출하는데 선정된 변수와 방법에 대해 알아보고, 제 3 장에서는 실증적인 분석을 다룬다. 마지막인 제 4 장 결론에서는 본 연구의 요약과 그 함의에 대해 논하고자 한다.

2. 선정 변수에 대한 고찰

2.1 옵션 변동성 선택 - 내재 변동성

내재 변동성은 시장에서 거래되는 옵션들의 실제 가격을 이용하여 실제 평가되고 있는 변동성을 추정하는 것으로 가장 최근의 정보를 반영하고 있는 미래 변동성에 대한 합리적인 기대를 나타낸다고 표현할 수 있다. 본 논문에서는 옵션의 변동성을 추출하는 다양한 방법 중 추출 방법의 편리함과 대부분의 연구자와 실무자가 분석 대상 데이터로써 가장 빈번히 사용한다는 점에 입각하여 내재 변동성을 옵션 변동성으로 사용하였다. 내재변동성의 추정에는 크게 3가지의 모형이 사용된다.

2.1.1 Black Scholes 모형

Black Scholes 모형은 현물의 가격이 기하학적 브라운운동(Geometric Brownian Motion)을 따른다고 가정한다. Black Scholes 모형에 기초자산가격(S_0), 금리(r), 변동성(σ), 만기까지의 잔존 기간(T), 행사가격(K)을 대입하면 옵션의 가격을 계산할 수 있다. 하지만 모형에서는 무배당 European Option을 가정하기 때문에 실질적으로 시장에서 배당금이 이산적으로 특정 기간에 집중되는 현물의 경우, 이론 가격 산정을 위해서는 현물 가격에서 배당금의 현재가치를 차감해 주어야 한다. 이러한 과정을 거쳐 콜옵션과 풋옵션의 현재가치를 구하는 Black Scholes 모형의 공식은 다음과 같다

$$c = S_0 N(d_1) - Ke^{-rT} N(d_2)$$

$$p = Ke^{-rT} N(-d_2) - S_0 N(-d_1)$$

$$\text{단, } d_1 = \frac{\ln\left(\frac{S_0}{K}\right) + \left(r + \frac{\sigma^2}{2}\right)T}{\sigma\sqrt{T}}$$

$$d_2 = \frac{\ln\left(\frac{S_0}{K}\right) + \left(r - \frac{\sigma^2}{2}\right)T}{\sigma\sqrt{T}} = d_1 - \sigma\sqrt{T}$$

위의 모형에서 외생적으로 주어진 것이 아닌 유일한 변수는 변동성이다. 이를 구하기 위해 변동성을 제외한 모든 변수(시장의 가격까지 포함)를 대입하고 역산하여 산출된 것이 옵션의 내재변동성이라 말할 수 있다. Black Scholes 모형에서 옵션의 내재변동성은 일정한 것으로 간주된다.

2.1.2 Cox-Ross-Rubinstein 모형

Cox-Ross-Rubinstein(1979)(이하 CRR로 약칭함)은 주가변동이 단기간 Δt 에서 이항과정(Binomial Process)을 따른다고 가정하고 위험중립적 가치평가원리(Risk-Neutral Valuation Principle)을 이용하여 옵션 또는 다른 파생상품의 가격을 결정하는 수치적 계산방법을 제안하였다. CRR의 이항모형에 근거하여 다음과 같이 콜옵션 및 풋옵션의 이론가격을 계산할 수 있다.

$$c = e^{-r(T-t)} \sum_{j=0}^N \left(\frac{N!}{(N-j)!j!} \right) p^j (1-p)^{N-j} \max[0, u^j d^{N-j} S - X]$$

$$p = e^{-r(T-t)} \sum_{j=0}^N \left(\frac{N!}{(N-j)!j!} \right) p^j (1-p)^{N-j} \max[0, u^j d^{N-j} S - X]$$

단, $u = e^{\sigma\sqrt{(T-t)/N}}$: 주가지수 상승 배율

$d = \left(\frac{1}{u}\right)$: 주가지수 하락 배율

N : 주가 tree의 노드 수

r : 무위험 이자율

σ : 연률 표시 변동성

$(T-t)$: 만료일까지의 잔존일수

S : 계약체결주가지수

X : 권리행사가가격

그러나 기초 자산에 배당이 지급되면 기초자산가격은 배당을 지급한 만큼 하락하게 되므로

옵션 프리미엄을 조정하여야 한다. 유럽형 옵션에서 일정비율 δ 로 배당지급이 이루어진다면 옵션프리미엄은 배당의 지급 시기나 이항 과정에서의 가격 경로에 의존하지 않고 다만 배당 횟수에만 영향을 받는다. 따라서 m 을 배당횟수라고 할 때 $u^j d^{N-j} S$ 대신 $(1-\delta)^m u^j d^{N-j} S$ 로 바꾸는 경우 CRR이항옵션가격모형을 그대로 사용할 수 있다.

2.1.3 Hull & White 모형

일반적으로 옵션의 변동성이 만기까지 고정적이라는 Black Scholes 모형으로 산출한 내재변동성은 변동성의 추계적인 성질로 오차가 발생한다. Hull&White 모형은 두 상태 변수(State Variable)인 기초자산(S)과 그 순간 변동성(instantaneous volatility) V 에 대한 추계적 과정을 다음과 같이 가정함으로써 문제점을 보완했다.

$$dS(t) = \varphi S(t) dt + \sigma S(t) d\omega$$

$$dV(t) = \mu V(t) dt + \zeta V(t) dz$$

변수 φ 는 $S(t)$, $V(t)$, 그리고 t 에 의존하는 모수이고, 변수 μ 와 ζ 는 고정적인 것으로 가정한다. dz 와 $d\omega$ 는 순간 상관 ρ 를 가진 위너 프로세스(wiener process)이다. 분석적 해의 도출을 위한 순간 변동성이 체계적 분산을 가지지 않고, 기초 자산의 변동성과 상관계수가 0이란 가정 하에 Hull&White의 콜옵션 가격 C^{HW} 는 옵션 만기까지의 평균 변동성에 대한 Black Scholes 모형을 이용한 기초 자산의 변동성 $C^{BS}(\bar{V})$ 의 적분값으로 나타낼 수 있다.

$$C^{HW}(S, \sigma^2) = \int C^{BS}(\bar{V}) h(\bar{V} | \sigma_t^2) d\bar{V}$$

단, $h = \bar{V}$ 의 조건부 분포함수

\bar{V} = 기간 $[t, T]$ 사이의 평균 변동성

$$\bar{V} = \frac{1}{T} \int_t^T \sigma^2(t) dt$$

또한 Hull&White는 Black Shocles 모형의 $C^{BS}(\bar{V})$ 을 평균 변동성의 기대값 ($E[\bar{V}]$)에 대하여 Taylor series로 확장한 근사치로서 산출하였다.

$$C^{HW}(S, \sigma^2) = C^{BS}(\bar{V}) + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 C^{BS}(E[\bar{V}])}{\partial \bar{V}^2} E(\bar{V}^2) + \frac{1}{6} \frac{\partial^3 C^{BS}(E[\bar{V}])}{\partial \bar{V}^3} E(\bar{V}^3)$$

위의 근사식의 정확도는 순간변동성의 두 모수인 μ 와 σ 의 값에 의해 결정된다. Hull&White는 $\mu = 0$ 이고 $\xi(T-t)$ 값이 충분히 적다면 이 근사식을 이용한 값은 상당히 정확하다고 제안하였고, 만약 $\mu = 0$ 가 아니라면 서로 다른 만기를 가진 옵션의 내재변동성은 서로 다른 내재변동성을 보여야 하지만 실증분석결과 동일한 내재변동성을 나타내므로 μ 를 0으로 선택할 수 있다고 주장하였다.

2.1.4 내재변동성 추정 시 Black Scholes 모형의 사용 근거

Black Scholes 모형은 특정 행사가에 따른 옵션의 변동성이 일정하다고 가정하였지만, 옵션의 변동성은 시간에 따라 무작위로 변하기 때문에 이 가정은 비현실적이다. 따라서 합리적으로 옵션의 가격을 평가하려면 Hull&White의 모형을 사용해야 할 것이다. 그러나 일반적으로 Hull&White의 모형은 Black Scholes 모형이나 이항분포 모형보다 복잡하기 때문에 일반적으로 잘 사용되지는 않고 있다. 오히려 오늘날 여러 논문에서 사용되고 있는 방법은 한 시점의 변동성을 예측한 후 이것을 Black Scholes 모형이나 이항모형에 대입하여 사용되는 것이다.

Black Scholes 모형이 비록 일정한 분산을 가정하고 있지만, 옵션이 등가격이고 만기까지의 시간이 얼마 남지 않은 경우 확률적 옵션 가격결정모형과 경험적으로 별 차이가 없다는 Harvey and Whaley(1992)의 연구에 근거하여 본 논문에서도 변동성이 일정하다고 가정하는 Black Scholes 모형을 사용할 것이다.

2.1.5 내재변동성 추정 시 등가격 옵션의 사용 근거

Latane&Rendleman(1976)이 지적했듯이 모든 옵션의 변동성이 동일하게 민감하지는 않다. 변동성은 일반적으로 Black Scholes 모형의 편미분값, 즉 베가¹의 경우 등가격 옵션에서 가장 크다. 따라서 등가격 옵션의 내재변동성이 가격의 변화에 가장 민감하다고 할 수 있다. 이러한 점을 고려하여 Becker(1981)는 Latane&Rendleman 방법의 가중내재변동성과 등가격 옵션의 내재변동성만을 이용하는 방법 등 옵션 잔존기간에 대해 미래 실현변동성의 예측력을 평가하는 방법을 이용하여 어느 것이 더 우수한지를 분석하였고 등가격 옵션의 예측력이 더 우수한 것으로 나타났다.

Engström(2002)은 스웨덴 주식옵션의 내재변동성 형태를 조사하였다. 6 가지 내재변동성 함수(implied volatility function: IVF)를 만기와 이익상태(moneyness)에 따라 측정해 본 결과, 등가격(at-the-money: ATM)에서 가장 정확하다는 결과를 얻었다.

또한 등가격옵션의 경우 가장 활발하게 거래되므로 매도-매수 호가차이로 인한 측정오차도 가장 작은 것으로 알려져 있다. 이러한 이유 때문에 대부분의 최근 연구들에서도 등가격 옵션만을 이용해 변동성에 대한 연구가 이루어지고 있다.

또한 내재변동성의 산출에 있어서도 내가격 옵션의 경우 일반적인 옵션 가격의 이론가격조건범위²를 벗어나서 내재변동성을 산출할 수 없는 경우가 생기기 때문에 가중평균을 사용하는 것은 불가능하다. 따라서 본 논문에서는 위의 이론적인 근거와 실질적인 측면에서 등가격 옵션의 내재변동성을 사용하기로 하였다. 변동성을 추출할 때 최근월물 데이터를 연속적으로 연결해 사용했으며 만기가 포함된 1주일간의 자료는 제외함으로써 거래량이 가장 많을 때의 시장 상황을 분석했다.

¹ 변동성에 대한 옵션 가격의 민감도

² $c = \text{Max}(S - Xe^{-r(T-t)}, 0), p = \text{Max}(Xe^{-r(T-t)} - S, 0)$

2.2 예상하지 못한 환율의 갑작스러운 충격 (Exchange rate shock)

- Kalman filter로 추출한 환율의 onestep-ahead forecast error를 사용

2.2.1 Kalman Filter Algorithm

$N \times 1$ 관측치 벡터 Z_t 와 $K \times 1$ 상태변수 벡터 X_t 는 다음과 같이 상태-공간모형으로 표현할 수 있다.

관측방정식(Measure Equation)

$$Z_t = G + HX_t + \varepsilon_t, \quad t = 1, 2, \dots, T, \varepsilon_t \sim N(0, R_t)$$

상태방정식(State Equation)

$$X_t = C + FX_{t-1} + v_t, \quad t = 1, 2, \dots, T, v_t \sim N(0, Q_t)$$

Kalman Filtering 은 반복적인 Algorithm으로, 상태-공간모형으로부터 상태변수를 예측하고 교정하는 과정을 통하여 관측치 조건부 예측오차와 이의 분산을 계산하고, 이들을 사용하여 우도함수를 설정한 후 미지의 모수에 대해서 수치최적화 하는 방식으로 환율의 급격한 변동 즉, shock의 모수를 추정한다. Kalman Filter를 자세히 살펴보면 다음과 같다.

t시점까지의 정보 집합을 Ψ_t 라 하면 상태방정식으로부터 t-1시점에서 상태변수 X_t 의 예측치 및 공분산 행렬을 조건부 평균과 조건부 분산을 이용하여 계산할 수 있다.

예측방정식(Predicting Equations)

$$X_{t|t-1} = E[X_t | \Psi_{t-1}] = C + FX_{t-1|t-1}$$

$$P_{t|t-1} = \text{Var}[X_t | \Psi_{t-1}] = FP_{t-1|t-1}F + Q_t$$

다음으로 예측된 상태변수 X_t 를 이용하여 관측방정식으로부터 관측치 벡터 Z_t 를 다음과 같이 예측한다.

교정방정식(Updating Equations)

$$X_{t|t} = X_{t|t-1} + P_{t|t-1}H'f_{t|t-1}^{-1}\eta_{t|t-1}$$

$$P_{t|t} = P_{t|t-1} + P_{t|t-1}H'f_{t|t-1}^{-1}HP_{t|t-1}$$

위의 식에서 $K_t = P_{t|t-1}H'f_{t|t-1}^{-1}$ 항은 칼만 교정항(Kalman gain)이라고 부른다. 이 때 칼만 교정항 K_t 는 교정방정식에서 새로운 정보에 주어지는 비중을 결정한다. 예를 들면, 예측오차의 공분산 $f_{t|t-1}$ 이 크게 계산되면 칼만 교정항은 작아지게 되므로 새로운 정보에 상대적으로 적은 비중을 두게 되며, 상태변수와 이의 공분산 행렬의 교정은 상대적으로 작게 이루어지게 된다. 이러한 반복적인 일련의 과정을 통해 계산되는 예측오차 $\eta_{t|t-1}$ 와 공분산의 행렬 $f_{t|t-1}$ 을 이용하여 다음과 같은 표본대수 우도 함수를 계산할 수 있다.

$$L(\theta) = -\frac{NT}{2} \ln(2\pi) - \frac{1}{2} \sum_{t=1}^T [\ln|f_{t|t-1}| + \eta_{t|t-1}^{-1} \eta_{t|t-1}]$$

2.2.2 Kalman Filter를 환율 shock 추출에 사용한 이유

Kalman Filter는 기존의 계수 추정치(Parameter Estimate)에 업데이트(Update)되는 정보를 반영하여 계수추정치에 업데이트 할 수 있는 기법을 의미한다. 그러므로 Kalman Filters는 Recursive한 구조를 갖추고 있어 데이터 하나하나가 추가될 때마다 계수추정치가 자동적으로 업데이트 되도록 한다. 각 단계마다 계수추정치 및 이의 분산(Variance)의 / 한 단계 앞선 종속 변수의 예측치(One-step ahead forecast) 및 이의 분산 / 한 단계 앞의 예측 오차(One-step ahead forecast error) 및 이의 분산 등이 자동으로 업데이트 되도록 하는 algorithm으로 구성되어 있다. 따라서 한 단계 앞의 예측 오차를 예상 하지 못한 환율의 충격으로 규정하고 이를 설명변수로 사용했다.

2.3 기초자산인 코스피200의 변동성 추정

- E-GARCH 모형으로 추출한 conditional variance를 이용

2.3.1 ARCH 모형

ARCH란 자기회귀 조건부 이분산성(Autoregressive Conditional Heteroskedasticity)의 약자로 ARCH 모형은 분산의 시계열 특성이 자기회귀성과 이분산성이 있다는 실증적인 현상을 계량화 한 모형이다. 이분산성(Heteroskedasticity)은 등분산성(Homoskedasticity)과 구분되는 개념이다. 등분산성은 독립변수 X의 값에 관계없이 종속변수 Y의 분산은 일정함을 뜻한다. 따라서 시계열 데이터의 등분산성 역시 변화율 자체가 시간에 관계없이 항상 동일한 평균과 분산을 가짐을 의미한다. 그러나 실제 대부분의 금융변수들은 그렇지 않다. 시간 구간별로 분산이 작은 기간이 있는가 하면 또한 분산이 큰 기간이 있다. 이와 같이 분산이 일정한 것이 아니라 시간에 따라서 변하는 속성을 갖고 있는 특성을 이분산성이라 한다.

본 논문이 연구하고자 하는 변동성의 충격(shock) 역시 이분산성을 띄기 때문에, 수익률에 예상치 못한 큰 변동이 발생할 경우 잠시 동안 변동성이 크게 나타날 것이다. 이와 같이 변동성의 등락이 지속되는 현상을 금융 데이터의 변동성 집중(Volatility Clustering)이라 한다.

예컨대 본 논문이 앞으로 연구하게 될 변화율의 제곱은 자기상관성(autocorrelation)을 보이며, 변화하는 폭도 일정하지 않음을 발견할 수 있다. 자기상관성이 있다면 과거 자기자신의 움직임에 현재의 값이 영향을 받는다는 것³을 의미하며, 변화하는 폭도 시기마다 다르다는 것은 이분산성을 의미한다.

이러한 시계열 데이터의 모형으로 맨 먼저 고안된 것이 Engle(1982)의 ARCH 모형이다. ARCH(q)의 모형은 다음과 같다.

³ $Cov(\varepsilon_i, \varepsilon_j) = E(\varepsilon_i \varepsilon_j) \neq 0$, 즉 ε_i 와 ε_j 가 독립이 아닌 경우에 발생

$$\sigma_t^2 = a_0 + \sum_{i=1}^q a_i r_{t+1-i}^2$$

여기서 q 는 과거 q 기까지를 의미한다. 이 모형은 계량모형이므로 a 가 임의로 주어지는 것이 아니라 이 모형의 설명력을 가장 높게 만드는 계수 추정방법으로 추정되는 것이다. Engle의 모형에서는 현재의 오차항들에 대한 분산을 과거시점의 오차항들에 대한 제곱의 선형함수로 나타내었는데, 실증분석에서 ARCH 모형은 비교적 긴 시차와 q 를 필요로 한다는 것이 알려졌다. 이러한 경우에는 차수 q 까지 ARCH 모형의 모수들 $a_i (i = 1, 2, 3, \dots, q)$ 가 양수라는 조건이 만족되지 않을 위험이 커지고, 따라서 모수의 유효한 추정치를 구하지 못할 수도 있다.

2.3.2 GARCH 모형

이러한 ARCH 모형의 문제점을 해소하기 위해 Bollerslev(1986)는 GARCH(p, q)(Generalized ARCH)를 고안했는데, ARCH 모형을 다음과 같이 다음과 같이 일반화한 것이다. 이는 ARCH 모형을 실제로 적용할 경우 시차 p 를 크게 설정해야 하는 경우가 많아 추정해야 할 모수가 많기 때문에 이 대안으로 GARCH 모형을 제시하였다.

$$y_t = x_t b + \varepsilon_t, \varepsilon_t | \psi_{t-1} \sim N(0, 1^2)$$

$$\varepsilon_t = \sigma_t e_t, e_t \sim N(0, 1^2)$$

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 r_{t-1}^2 + \dots + \alpha_p r_{t-p}^2 + \beta_1 \sigma_{t-1}^2 + \dots + \beta_q \sigma_{t-q}^2$$

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \sum_{i=1}^q \alpha_i r_{t+1-i}^2 + \sum_{i=1}^p \beta_i \sigma_{t-i}^2$$

GARCH 모형은 과거 변화율의 변동성의 자기상관성을 직접 모형화하여 변동성의 계수추정을 했기 때문에 과거에 실현된 변동성을 잘 설명한다. 또한 GARCH 모형의 계수들 α_i 와 β_i 를 추정하기 위해서 최대우도추정법(Maximum Likelihood Estimation)을 사용한다.

위의 GARCH(p, q) 모형을 변형하는 경우, 즉 GARCH(1, 1) 모형은 ARCH(∞)이다. 이는 ARMA(1, 1) 모형이 AR(∞)인 것과 같은 관계다. 실제로 데이터를 분석할 때, 높은 차수의 ARCH 모형 대신 낮은 차수의 GARCH 모형을 사용하는 것이 좋은 경우가 많다. 앞에서 언급한 바와 같이, 자산 가격의 변동성은 변동성 집중으로 인해 일단 상승(저하)하게 되면, 이후 잠시 동안 변동성이 높은(낮은) 상태가 지속된다. ARCH 모형과 GARCH 모형은 이러한 변동성 충격의 지속성을 나타낸다. 예를 들어, GARCH(1, 1) 모형에서 변동성에 대한 충격의 지속성을 $\alpha + \beta$ 에 의해서 구할 수 있다. 변동성 σ_t^2 는 ε_t^2 의 예측값, 즉 조건부 기대값 $E_{t-1}(\varepsilon_t^2)$ 이며, 다음과 같이 정의한다.

$$\eta_t = \varepsilon_t^2 - E_{t-1}(\varepsilon_t^2)$$

2.3.3 EGARCH 모형

2.3.3.1 EGARCH 모형의 개념

본 연구에서는 이 EGARCH 모형을 사용하여 코스피200의 변동성을 측정하는데, 이는 조건부 분산에 로그 값을 취한 형태이기 때문에 ARCH 혹은 GARCH 모형에서 나타나는 조건부 분산의 제약 조건이 해소되며, 또한 정보의 종류에 따른 변동성의 비대칭성(positive and negative effects)에 따라 변동성의 반응 정도를 포착할 수 있는 장점이 있다고 알려져 있다.

$$\epsilon_t = \sigma_t z_t, t = 1, 2, \dots, n$$

$$\ln(\sigma_t^2) = \alpha_0 + \sum_{i=1}^p \alpha_i g(z_{t-i}) + \sum_{j=1}^q \beta_j \ln(\sigma_{t-j}^2)$$

$$g(z_t) = \theta z_t + \gamma[|z_t| - E(|z_t|)]$$

여기서 θ 와 γ 는 실수이고 z_t 와 $|z_t| - E(|z_t|)$ 는 평균이 0인 IID 변수들이다. 특히 EGARCH(1,1) 모형은 다음과 같다.

$$\ln(\sigma_t^2) = \alpha_0 + \alpha_1 g(z_{t-1}) + \beta_1 \ln(\sigma_{t-1}^2)$$

2.3.3.2 EGARCH 모형의 사용 근거

EGARCH 모형은 Nelson(1991)에 의해 GARCH 모형의 한계점을 지적하며 제시된 모형이다. Nelson이 지적한 GARCH 모형의 한계는 다음과 같다. GARCH 모형은 예측하지 않은 초과수익률의 부호에 관계없이 그 크기만으로 조건부 분산의 특징을 결정하고 있다. 그러나 변동성은 악재에 증가하고 호재에 감소하는 경향이 있으므로, 조건부 분산이 양이나 음의 잔차에 비대칭적으로 반응하는 모형이 자산가격 결정을 적용하는데 더 적합할 수 있다.

둘째, GARCH 모형의 모수들은 모두 음이 아니라는 제약조건을 내포하고 있다. 이것은 조건부 분산이 모두 음이 아니도록 하기 위한 것이다. 그러나 이러한 제약 조건은 분산의 변동과정에서 임의적(random) 진동의 가능성을 배제하게 된다.

GARCH 모형의 경우 조건부 분산이 항상 양(positive)의 값을 갖기 위해 제약조건이 존재하는데 이 조건은 조건부 분산을 필요 이상으로 제약적으로 만들 가능성이 있으며, 결과적으로 현재의 수익률과 미래 수익률의 변동성 사이의 음(negative)의 상관성을 고려하지 못한다. 이는 시장의 참가자들은 positive shock(급등)에 비하여 negative shock(급락)이 시장 변동성에 더 큰 영향을 미친다는 비대칭적 효과를 고려하지 못한다. 때문에 본 연구는 시장에서 발생하는 충격의 비대칭

적 효과를 반영하고자 E-GARCH 모델을 사용했으며 이 모델로 추출한 conditional variance 를 코스피200 의 변동성으로 정의하였다.

III. 실증분석

1. Kalman Filter 모델을 이용한 환율 충격, 옵션의 변동성, 코스피 변동성의 관계 - 회귀분석

이번장에선 콜옵션과 풋옵션의 내재변동성에 미치는 Factor를 분석 하였다. 금융위기를 기점으로 콜옵션과 풋옵션의 내재변동성과 환율, 코스피 변동성의 동태적 관계에 변화가 생겼는지를 검정하고자 하는 것이 목적이다.

분석에 사용된 환율의 shock과 코스피의 변동성은 각각 앞장에서 설명한 Kalman-filtering으로 추출한 One-step-ahead forecast error와 E-GARCH로 추출한 conditional variance를 사용했다. 또한 환율의 shock 데이터를 급등과 급락으로 구분하여 각각의 영향관계를 검정했고, 급락한 데이터들의 경우 절대값을 취해 해석의 편의를 도모했다. 이러한 방법에 따라 금융위기 기간의 데이터를 분석한 결과 다음과 같은 결과가 산출되었다.

[표1.] 콜옵션의 내재변동성의 경우 금융위기 기간 : 2007년 4월~2009년 3월

Variable	DF	Estimate	Standard Error	T Value	ApproxPr > t
shockp	1	0.003456	0.002745	1.26	0.2087
shockn	1	0.008083	0.002229	3.63	0.0003
cvkos	1	0.008469	0.002510	3.37	0.0008

[표2.] 풋옵션의 내재변동성의 경우.

Variable	DF	Estimate	Standard Error	T Value	ApproxPr > t
shockp	1	0.0137	0.005927	2.31	0.0214
shockn	1	0.0107	0.004899	2.19	0.0292
cvkos	1	0.0152	0.004997	3.04	0.0025

shockp : 환율의 shock (급등), shockn : 환율의 shock(급락), cvkos : 코스피200의 변동성

위 결과값을 보면 신뢰도 99% 수준에서 코스피의 변동성은 콜옵션의 내재변동성과 양의 상관관계를 갖고, 환율의 shock(급락)은 콜옵션의 변동성을 증대시키는 요인인 것으로 파악되었다. 반면 환율의 shock(급등)은 콜옵션의 변동성과 상관관계가 없는 것으로 분석되었다. 풋옵션의 경우 환율의 shock(급등),(급락), 코스피변동성은 모두 풋옵션의 변동성을 증가시키는 요인인 것으로 파악되었다.

일반적으로 환율이 급등한다는 것은 그 나라의 경기가 안정적이지 못한 국면으로 흘러가고 있다는 것을 의미한다. 물론 적정 수준의 환율 상승은 우리 나라와 같이 수출 주도의 성장을 하고

있는 국가들에는 긍정적인 Signal이지만 여기서는 shock만 고려 대상으로 간주하기 때문에 일반적인 변동성은 논외로 한다.

금융위기 이전에 우리 나라 원화 가치가 급락했던 시점은 1997년 외환위기, 2001년 IT버블 시기였다. 그리고 이번 금융위기 때도 알 수 있다시피 전 세계의 경기 상황 커플링 현상으로 인해 환율이 해외 경기 상황에 반응해 급등하는 것을 확인했다. 이러한 점에서 환율이 급락하는 것은 원화의 상대적인 강세가 예상되므로 이에 콜옵션의 변동성이 증가한 것으로 파악된다. 반면 풋옵션의 경우는 위의 논리로 설명이 불가능하다. 환율의 급등과 급락 두 경우 모두 변동성이 증가하는 것으로 나타났기 때문이다. 이러한 현상의 분석기간 중 금융위기 기간에 일방적인 풋 매수의 경향 때문인 것으로 파악된다.

금융 위기 이전 9.11 테러 이후로 시작된 미국 연방준비은행의 양적 완화 정책에 힘입어 미국 발 유동성이 전 세계 곳곳에 영향을 미치게 되었다. 처음 유동성은 주식 시장으로 유입되었다가 후에는 부동산, 원자재와 같은 현물로 움직여가면서 전 세계적인 자산 가격의 인상을 야기했다. 이후 서브프라임 사태와 함께 한 순간에 거품이 꺼지면서 풋 일변도의 시장 상황이 연출된 것이다. 한편 금융위기 이후에는 이전과는 다른 움직임이 포착되었는데 이는 다음과 같은 결과로 요약될 수 있다.

[표3.] 콜옵션의 내재변동성의 경우 2009년 3월~ 현재

Variable	DF	Estimate	Standard Error	T Value	ApproxPr > t
shockp	1	0.001266	0.002718	0.47	0.6415
shockn	1	0.003249	0.002745	1.18	0.2373
cvkos	1	0.002358	0.0111	0.21	0.8314

[표 4.] 풋옵션의 내재변동성의 경우

Variable	DF	Estimate	Standard Error	T Value	ApproxPr > t
shockp	1	0.0180	0.006452	2.78	0.0057
shockn	1	-0.007398	0.006501	-1.14	0.2559
cvkos	1	0.0855	0.0165	5.19	<.0001

위 결과값들을 통해 뚜렷이 알 수 있는 흐름은 금융위기 이후에 콜옵션의 경우 환율의 shock, 기초자산인 코스피의 변동성과 관계가 없어지고, 풋옵션의 경우 환율이 급등할 경우에만 상관관계가 유지되고 급락할 경우엔 상관관계가 사라졌음을 볼 수 있다.

콜옵션의 경우 금융 위기를 기점으로 해서 환율의 shock이 더 이상 영향을 미치지 못한다는 점은, 위기 이후 한국의 국가 경제 전반적인 Fundamental에 대한 개선이 크게 영향을 미친 것으로 판단된다. Fundamental이 개선되었기 때문에 환율의 급등 혹은 급락과 관계 없이 경기가 안정적으로 흘러갈 수 있다라는 인식이 반영된 결과라고 판단된다. 반면 풋옵션의 경우 기존과는 달리 환율이 급락할 때 옵션 변동성과 상관관계를 갖지 않는 것으로 분석되었다. 이는 금융 위기로 인한 여파가 사라졌기 때문이라 판단된다.

그러나 금융 위기 이후 시장 참여자들이 예전과 같은 과열된 시장의 열기가 한꺼번에 식을

때 나타나는 파괴력을 경험 했다. 이러한 '학습 효과'로 이전 보다 시장의 움직임에 더 민감하게 반응해 졌음은 주지의 사실이다. 우리나라의 경제 전반의 Fundamental 많이 개선된 것은 사실이나, 외국인의 입장에서 우리나라는 안정적이기보단 Risky한 시장이다. 때문에 환율의 갑작스러운 충격과 옵션 시장 변동성의 순간적인 움직임에 대해 보다 면밀한 연구가 필요하다.

회귀분석을 이용한 위의 모델만으로 이러한 것을 설명하기엔 다음과 같은 한계가 있다.

가장 큰 문제점은 변수 간에 정확한 동태적 관계를 파악할 수 없다는 점이다. 위 모형에서는 종속 변수와 독립 변수가 고정되어 있다. 이럴 경우 콜옵션(혹은 풋옵션)의 내재변동성에 영향을 미치는 가장 근원적인 독립 변수는 무엇인지의 파악할 수 없다. 그리고 독립 변수로 설정된 환율의 shock과 코스피의 변동성 중 어느 것이 선행하고, 어느 것이 후행하며 내재변동성에 영향을 미치는지의 여부도 판단할 수 없다. 따라서 보다 정확한 변수 간의 동태적 영향력에 대한 분석을 위해 VAR (Vector Auto-regressive)분석으로 변수 간의 관계를 검정했다.

2. 분석 방법론: VAR(Vectore Auto-regressive)

실증분석에서 두 개 이상의 시계열을 동시에 모형화하는 것이 유리한 경우가 많다. 벡터 시계열 X_t 가 자기회귀구조를 갖는 모형을 벡터자기회귀 모형(Vector Autoregression; VAR)이라고 한다. 벡터자기회귀 모형은 서로 인과관계가 있는 변수들의 현재 관측치를 종속변수로 하고, 다른 변수들의 과거 관측치를 설명변수로 구성된 선형방정식으로 구성된다.

벡터자기회귀 모형은 경제금융변수들의 상호의존성 혹은 내생성(endogeneity)을 고려하여 모형화 하는데 적절한 도구이다. 특히 VAR 모형은 간단한 구조를 가정함에도 불구하고 단일 시계열의 AR 보다 훨씬 신축적으로 대상 변수들의 자기상관 구조를 모형화할 수 있는 장점이 있으며, 변수들의 움직임에 대한 사전적 이론과 지식이 없이도 순전히 변수들의 시계열적 형태에 기초하여 간단한 예측을 실행할 수 있는 유용한 시계열 모형이다.

그러나 VAR 모형은 이러한 장점에도 불구하고 내생변수의 배열순서에 따라 분석결과가 예민하게 변화하고 상이한 충격반응분석 결과가 도출된다는 중대한 결점이 있다. VAR 모형에서의 변수의 배열순서는 그 외생성(exogeneity)의 정도에 따라 다르다. 즉, 상호 연관되어 있는 충격들을 구조적 충격들로 해석하기 위해서는 이들 오차항들을 직교화해야 하는데 이 과정에서 변수의 배열 순서가 큰 영향을 미치게 된다. 이러한 이유로 최근에는 내생변수간의 구조적 상호작용을 식별하는 데 있어서 VAR 모형 분석의 골격은 그대로 유지하되 최소한의 이론적 제약을 두는 보다 발전된 형태의 구조적 VAR 모형이 대안으로 제시되고 있다.⁴

일반적으로 p-차 벡터자기회귀과정은 다음과 같다.

$$X_t = C + \beta_1 X_{t-1} + \beta_2 X_{t-2} + \dots + \beta_p X_{t-p} + e_t$$

$$C = (c_1, c_2, \dots, c_n), e_t = (e_{1t}, e_{2t}, \dots, e_{nt})$$

⁴ VAR모형을 이용한 국내 이자율 기간구조의 기대가설 검정, 이화여자대학교 양선주 2009, 7

$$\beta_j = \begin{bmatrix} \beta_{11} & \cdots & \beta_{1nj} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \beta_{n1j} & \cdots & \beta_{nnj} \end{bmatrix}, j = 1, 2, \dots, p,$$

$$E(e_t) = 0$$

$$E(e_t e_s) = \begin{cases} \Omega, & t = s \\ 0, & t \neq s \end{cases}$$

벡터 $t \ X$ 는 평균벡터 $E(X_t) = \mu < \infty$ 가 모든 t 에 대해서 성립하고, 공분산행렬 $E[(X_t - \mu)(X_{t+h} - \mu)'] = \Gamma_x(h) < \infty$ 가 모든 t 와 h 에 대해서 성립한다면, X_t 는 안정적(stationary)인 벡터여야 한다.

벡터자기회귀모형은 서로 인과관계가 있는 변수들의 현재 관측치를 종속변수로 하고 자신과 다른 변수들의 과거 관측치를 설명변수로 구성된 n 개의 선형회귀방정식 시스템을 통하여 시계열 과정을 추론한다. 따라서 VAR 모형은 통계적인 시계열 모형으로 변수들 간의 상관관계에 근거하여 연구자의 선형적인 주관을 가급적 배제하고 지극히 일반화된 형태로 모형을 작성한다. VAR 모형은 특별히 정의되지 않은 구조적 계량모형으로부터 도출된 축약형 모형이므로 VAR 모형으로부터 추정되는 계수들은 경제학적 의미를 지니지 않는 경우가 많다. 그러나 이로부터 중요한 정보를 얻게 되는데, 모형내의 변수들 간의 내재적 상관관계를 보여주는 충격반응함수는 각각의 변수들의 변화가 시간의 흐름에 따라 서로 어떤 영향을 주고 받는지 분석할 수 있게 된다. 이에 본 연구에서는 옵션의 변동성을 분석하는데 있어 다변량 시계열을 모형화 하는데 간편하고 적용성이 높은 VAR 모형을 활용했다.

3. 분석 자료 단위근 검정

경제변수의 시계열 자료는 대부분 불안정적(non-stationary)인 것으로 알려져 있으며 이러한 불안정한 시계열 자료를 이용해서 전통적인 회귀분석을 실시할 경우에는 실제로는 변수간에 아무런 상관관계가 없음에도 불구하고 외견상 의미 있는 상관관계가 존재하는 것처럼 보이는 허구적 회귀가 발생한다.⁵ 즉 변수간에 상관관계가 없음에도 불구하고 불안정적 변수간의 회귀분석 결과에서는 다중회귀계수(R-square)값과 유의성 검정을 위한 검정통계량 (t)값이 높게 나타날 수 있다는 것이다.⁶ 따라서 이러한 문제를 해결하기 위해 변수를 차분해 확률적 추세 (stochastic trends)를 없애므로써 시계열을 안정화시켜야 한다. 단위근의 존재 여부를 검정하는 방법에는 DF(Dickey-Fuller)검정법과 ADF(Augmented Dickey-Fuller)검정법, PP(Phillips-Perron) 검정법이 사용된다⁷. 본 연구에서는 단위근 검정 분석을 일반적으로 이용되는 ADF 검정법을 이용하여 실시하였다.

⁵ C. R Nelson and C. I. Plosser, "Trends and random walks in Macroeconomic Time series : some evidence and implication", Journal of Monetary Economics, 1982, Vol 10, pp.139~162

⁶ 이종원, "계량경제학", 박영사, 2007, pp900~905

⁷ 김건우, "금융경제 시계열분석", 경문사, 2004, pp231~232

Augmented Dickey-Fuller Unit Root Tests								
Variable	type	lags	rho	Pr<Rho	Tau	Pr<Tau	F	Pr>F
shock	Trend	4	-6296.68	0.0001	-13.73	<.0001	94.26	0.0010
cvkos	Trend	4	-29.5802	0.0085	-3.73	0.0211	7.02	0.0289
Call_iv	trend	4	-22.6600	0.0389	-3.28	0.0709	5.39	0.0973
Put_iv	Trend	4	-719.358	0.0001	-11.35	<.0001	64.38	0.0010

변수들의 단위근 존재여부를 ADF검증을 통해 분석하였는데, 검정결과 변수를 차분하지 않은 상태에서 단위근이 존재한다는 귀무가설이 5%유의수준에서 기각되어 단위근이 없는 것으로 나타났다. 단, E-GARCH 모형의 Conditional Variance로써 추출한 코스피의 변동성 자료인 cvkos는 10% 유의수준에서 기각되었음을 확인 했다.

변수에 단위근이 있는 것으로 나타나는 경우에는 공적분 검증 단계를 거친 후 공적분 관계가 있으면 VECM을 통한 그랜저 인과관계 분석을 해야 하고 공적분 관계가 없으면 시계열 자료를 차분하여 VAR모형을 통한 그랜저 인과관계 분석을 해야 한다. 그러나 본 논문의 데이터는 단위근이 없기 때문에 원자료를 이용하여 VAR을 통한 그랜저 인과관계 분석을 실시 하였다.

4. Granger 인과검정

회귀분석에서는 설명변수와 결과변수를 경제이론, 또는 연구자의 주관에 의해 미리 결정된 것으로 가정하고 인과관계를 실증 분석하는 것이 일반적이다. 이러할 경우, 변수들간의 원인과 결과의 순서를 명확히 구분할 수 없다는 맹점이 있다. 이러한 문제의 해결을 위하여 시차분포모형을 이용하여 원인과 결과를 확인할 수 있는 방법이 Granger에 의해 개발된 인과관계검정모형이며 이는 전통적인 F-통계량을 이용한다.⁸

Granger의 정의에 의하면 Y를 추정할 때 Y의 과거값과 함께 X의 과거값도 함께 사용하는 것이 Y의 과거값 만으로 추정하는 것보다 정확하고 X에서 Y로의 인과방향이 존재한다고 분석 한다. X 값을 추정할 때도 같은 논리로 Y의 과거값을 포함시키면 추정결과가 더욱 정확하고 Y에서의 X의 인과관계가 존재한다고 본다. 이러한 관계가 두 방향 모두 성립될 경우 X와 Y는 상호의존적인 관계가 존재한다고 판단한다.⁹

Granger인과관계 검정은 한 변수가 다른 변수를 예측하는데 도움이 되지 않는다는 귀무가설에 대한 검정이다. 이러한 정의에 입각해 분석 대상 데이터들의 인과관계를 검정하였다 Granger인과관계 검정분석은 시차에 상당한 영향을 받는데 일반적으로 작은 시차보다는 많은 시차를 선정하도록 하고 있다. 본 연구는 한 주의 거래일인 5일을 기준으로 1,2,3 시차를 적용하였으며 12개의 귀무가설을 설정하여 실증 분석하였다.

⁸ 이종원, "계량경제학", 박영사, 2004, pp569-570

⁹ '주가, 환율 및 외국인 주식투자간 상호관계에 대한 연구', 부산대학교 김학순, 2009. 2

귀무가설	P=1		P=2		P=3	
	Chi-Square	Pr > ChiSq	Chi-Square	Pr > ChiSq	Chi-Square	Pr > ChiSq
#1. $\Delta cvkos \Rightarrow \Delta shock$	0.08	0.7803	4.25	0.1193	15.57	0.0014
#2. $\Delta shock \Rightarrow cvkos$	5.64**	0.0176	14.82	0.0006	14.60	0.0022
#3. $\Delta cvkos \Rightarrow \Delta call_iv$	15.34**	<.0001	12.12	0.0023	14.78	0.0020
#4. $\Delta call_iv \Rightarrow cvkos$	23.30**	<.0001	9.18	0.0102	5.39	0.1453
#5. $\Delta cvkos \Rightarrow \Delta put_iv$	4.64**	0.0313	3.45	0.1781	4.86	0.1824
#6. $\Delta put_iv \Rightarrow \Delta cvkos$	17.66**	<.0001	20.22	<.0001	20.26	0.0002
#7. $\Delta shock \Rightarrow \Delta call_iv$	0.97	0.3237	1.37	0.5050	1.26	0.7376
#8 $\Delta call_iv \Rightarrow \Delta shock$	2.13	0.1446	2.93	0.2307	7.43	0.0593
#9. $\Delta shock \Rightarrow \Delta put_iv$	0.14	0.7110	0.06	0.9720	1.28	0.7331
#10. $\Delta put_iv \Rightarrow \Delta shock$	0.55	0.4571	0.98	0.6133	2.73	0.4353
#11. $\Delta call_iv \Rightarrow \Delta put_iv$	8.94**	0.0028	7.51	0.0234	12.87	0.0049
#12. $\Delta put_iv \Rightarrow \Delta call_iv$	33.53**	<.0001	27.24	<.0001	33.14	<.0001

주) **는 5%유의 수준에서 유의함

귀무가설1 분석결과	코스피200의 변동성(cvkos)는 환율의 충격(shock)에 대해 인과관계가 없다. P-value가 유의수준 0.05보다 커서 환율의 충격(shock) 원인변수가 아닌 것으로 나타났다.
귀무가설2 분석결과	환율의 충격(shock)은 코스피200의 변동성(cvkos)에 대해 인과관계가 없다. P-value가 유의수준 0.05보다 작아 코스피200의 변동성(cvkos)의 원인변수인 것으로 나타났다.
귀무가설3 분석결과	코스피200의 변동성(cvkos)는 콜옵션 내재 변동성(call_iv)에 대해 인과관계가 없다. P-value가 유의수준 0.05보다 작아 콜옵션 내재 변동성(call_iv)의 원인변수인 것으로 나타났다.
귀무가설4 분석결과	콜옵션 내재 변동성(call_iv)은 코스피200의 변동성(cvkos)에 대해 인과관계가 없다. P-value가 유의수준 0.05보다 작아 코스피200의 변동성(cvkos)의 원인변수인 것으로 나타났다.
귀무가설5 분석결과	코스피200의 변동성(cvkos)은 풋옵션 내재 변동성(put_iv)에 대해 인과관계가 없다. P-value가 유의수준 0.05 보다 작아 풋옵션 내재 변동성(put_iv)의 원인변수인 것으로 나타났다.
귀무가설6 분석결과	풋옵션 내재 변동성(put_iv)은 코스피200의 변동성(cvkos)에 대해 인과관계가 없다. P-value가 유의수준 0.05보다 작아 코스피200의 변동성 (cvkos)의 원인변수인 것으로 나타났다.
귀무가설7 분석결과	환율의 충격(shock)은 콜옵션 내재 변동성(call_iv)에 대해 인과관계가 없다. P-value가 유의수준 0.05보다 커서 콜옵션 내재 변동성(call_iv) 원인변수가 아닌 것으로 나타났다.
귀무가설8 분석결과	콜옵션 내재 변동성(call_iv)은 환율의 충격(shock)에 대해 인과관계가 없다 P-value가 유의수준 0.05보다 커서 환율의 충격(shock) 원인변수가 아닌 것으로 나타났다.
귀무가설9 분석결과	환율의 충격(shock)은 풋옵션 내재 변동성(put_iv)에 대해 인과관계가 없다. P-value가 유의수준 0.05보다 커서 풋옵션 내재 변동성(put_iv) 원인변수가 아닌 것으로 나타났다.
귀무가설10	풋옵션 내재 변동성(put_iv)은 환율의 충격(shock)에 대해 인과관계가 없다.

분석결과	P-value가 유의수준 0.05보다 커서 환율의 충격(shock) 원인변수가 아닌 것으로 나타났다.
귀무가설11	콜옵션 내재 변동성(call_iv)은 풋옵션 내재 변동성(put_iv)에 대해 인과관계가 없다.
분석결과	P-value가 유의수준 0.05보다 작아 풋옵션 내재 변동성(put_iv)의 원인변수인 것으로 나타났다.
귀무가설12	풋옵션 내재 변동성(put_iv)은 콜옵션 내재 변동성(call_iv)에 대해 인과관계가 없다.
분석결과	P-value가 유의수준 0.05보다 작아 콜옵션 내재 변동성(call_iv)의 원인변수인 것으로 나타났다.

위의 귀무가설 채택/기각 기준은 시차 1 기준으로 원인 관계가 있는지의 여부로 결정했다. 결과를 요약하자면 환율의 충격(shock)이 모든 변수에 가장 선행하는 것으로 나타났다. 이렇게 판단한 근거는, 환율의 충격(shock), 콜옵션 내재변동성 (call_iv), 풋옵션 내재변동성 (put_iv), 코스피 200 변동성(cvkos) 4가지 변수 중 환율의 충격(shock)을 설명할 수 있는 변수는 아무것도 없기 때문이다.

또한 환율의 충격(shock)이 설명할 수 있는 유일한 변수는 코스피200 변동성(cvkos)였다. 환율의 충격과(shock) 콜옵션 내재변동성, 풋옵션 내재변동성 세가지 변수는 서로의 원인 변수로 작용하는 경우가 단 한가지도 없었다. 이는 다시 말해서 환율 충격이 옵션시장으로 바로 전이 되는 것이 아니라 코스피200 시장을 거쳐 옵션 시장으로 전이 된다는 것을 뜻한다.

분석결과를 종합해보면 4가지 변수는 상호 인과관계가 존재하는데 환율 충격이 코스피200 변동성에 선행하는 원인변수이며 이후에는 코스피200 시장의 변동성, 콜, 풋옵션 시장의 변동성이 서로 동시다발적으로 반응하는 상황이라고 할 수 있다.

5. 벡터자기 회귀 모형 추정

앞서 밝힌 VAR 모형의 추정식을 다음과 같이 구체화 하였다.

$$DY_t = C + \sum_{i=1}^p \beta_i DY_{t-i} + \varepsilon_t$$

DY_t 는 각각 코스피200의 변동성(cvkos), 환율의 충격(shock), 풋옵션 내재변동성(put_iv), 콜옵션 내재변동성(call_iv)이고, β_i 는 AR의 계수벡터이며, ε_t 는 $N(0, \sigma^2)$ 을 따르는 오차항이다. VAR 모형에서의 변수의 배열은 앞서 실시한 그랜저-인과관계의 검정 결과에 따라 환율의 충격이 외생성이 가장 큰 것으로 고려하여 환율의 충격, 코스피200의 변동성, 콜옵션 내재변동성, 풋옵션 내재변동성 순으로 배열하였으며, 시차의 기준은 AIC, SBC 정보기준으로 최소값을 가진 VAR(2) 모형을 선택하였다. VAR(2) 모형의 결과는 다음과 같다.

Vector Autoregression Estimates						
	금융위기 이전 (2006.01~2007.04)		금융위기 (2007.04~2009.03)		금융위기 이후 (2009.03~2010.11.6)	
	put_iv	call_iv	put_iv	call_iv	put_iv	call_iv
shock(-1)	0.00291 (0.01114) [0.26]	0.00421 (0.00549) [0.77]	0.00461 (0.00401) [1.15]	0.00631*** (0.00183) [3.45]	0.00594 (0.00459) [1.29]	0.00372** (0.0019) [1.95]
shock(-2)	-0.0061 (0.0111) [-0.55]	-0.0055 (0.00547) [-1.01]	0.00313 (0.00393) [0.8]	0.00537*** (0.00179) [3.01]	0.00365 (0.00457) [0.8]	0.00227 (0.00189) [1.2]
cvkos(-1)	-0.02604 (0.02038) [-1.28]	-0.00177 (0.01004) [-0.18]	-0.00586 (0.00635) [-0.92]	0.00472* (0.00289) [1.64]	-0.04542* (0.02964) [-1.53]	0.00058 (0.01228) [0.05]
cvkos(-2)	0.04688** (0.02022) [2.32]	0.01341 (0.00997) [1.35]	0.01453** (0.0062) [2.34]	-0.00025 (0.00282) [-0.09]	0.06387*** (0.02875) [2.22]	0.01549 (0.01191) [1.3]
Put_iv(-1)	0.40663*** (0.06353) [6.4]	0.0557* (0.03132) [1.78]	0.58339*** (0.0535) [10.9]	0.1378*** (0.02435) [5.66]	0.46725*** (0.05401) [8.65]	0.04351** (0.02238) [1.94]
Put_iv(-2)	0.14454** (0.06395) [2.26]	-0.01373 (0.03152) [-0.44]	0.01267 (0.0563) [0.23]	-0.04627* (0.02562) [-1.81]	0.05221 (0.05337) [0.98]	-0.0418* (0.02211) [-1.89]
Call Iv(-1)	0.06091 (0.13072) [0.47]	0.38629*** (0.06443) [6]	0.35548*** (0.11611) [3.06]	0.5897*** (0.05284) [11.16]	0.36564*** (0.12265) [2.98]	0.44811*** (0.05082) [8.82]
Call Iv(-2)	-0.03271 (0.13126) [-0.25]	0.06275 (0.0647) [0.97]	-0.14517 (0.10929) [-1.33]	0.17484*** (0.04974) [3.52]	-0.05177 (0.12317) [-0.42]	0.33392*** (0.05103) [6.54]

Constant	0.02422*** (0.00861) [2.81]	0.02217*** (0.00385) [5.76]	0.03621** (0.01367) [2.65]	0.02854*** (0.00622) [4.59]	0.01448 (0.01263) [1.15]	0.02537*** (0.00523) [4.85]
-----------------	-----------------------------------	-----------------------------------	----------------------------------	-----------------------------------	--------------------------------	-----------------------------------

주) Standard errors in () & t-statistics in [].

각 추정치가 ***은 1%의 유의수준에서, **은 5%에서, *은 10%에서 유의함.

VAR(2)모형의 추정결과 기간에 따른 변수들간의 계수가 차이가 나는 것을 확인할 수 있었다.

풋옵션 내재 변동성의 경우, 금융위기 이전과 이후 모두 환율의 shock과 유의한 관계를 갖지 않는 것을 볼 수 있다. 반면, 콜옵션의 경우, 금융위기 이전에는 환율의 shock과 관계를 갖지 않다가 금융위기에 t-1기와 t-2기의 shock과 유의한 관계가 생긴 것을 볼 수 있다. 이러한 관계는 금융위기가 끝난 이후에도 t-1기의 경우 관계가 지속되고 있다.

또한 풋옵션의 내재 변동성은 기간에 관계 없이 t-2기의 코스피의 변동성과 유의한 관계를 갖고 있는데, 금융위기를 기점으로 해서 t-1기의 관계가 새로 생기고 t-2기의 계수 역시 상승한 것을 볼 수 있다. 이는 풋옵션의 내재 변동성은 금융위기를 기점으로 해서 코스피 변동성과의 유의 관계가 더 커졌다는 것을 의미한다. 콜옵션의 경우엔 금융위기 당시 t-1기의 코스피 변동성과 미미하지만 유의한 관계가 있었으나, 금융위기 이전, 이후엔 관계가 없는 모습을 보여주고 있다. 이를 통해서 콜옵션의 내재 변동성은 금융위기를 기점으로 해서 환율의 shock과 유의한 관계가 생겼다는 것을 볼 수 있으며, 풋옵션의 경우엔 코스피의 변동성과의 관계가 더 높아졌다는 것을 확인할 수 있었다.

풋옵션은 자신의 전기와의 회귀계수가 금융위기 이전 이후보다 금융위기 당시에 일시적으로 더 높아지는 것을 보여주고 있으며, 금융위기 이전에는 콜옵션의 과거값과 유의한 관계가 없었으나, 금융위기를 기점으로 하여 그 관계가 약 6배 가량 증가한 특이점을 파악할 수 있었다. 즉, 금융위기 때 콜옵션의 내재 변동성과 풋옵션의 내재 변동성간의 유의성이 매우 큰 폭으로 증가했음을 볼 수 있다.

콜옵션은 금융위기 이전보다 금융위기를 거치면서 자신의 전기와의 회귀계수가 크게 상승하고 그 지속성도 향상된 것을 볼 수 있다. 금융위기 이전에는 자신의 t-2기 데이터와 유의한 관계가 없었으나, 금융위기 이후에는 0.33392 라는 관계가 생겨 시간이 지나도 영향력이 지속되는 것을 파악할 수 있다. 또한 콜옵션 내재변동성의 과거값이 금융위기를 기점으로 풋옵션의 내재변동성과 유의한 관계가 생긴 것에 반하여, 풋옵션 내재 변동성의 과거값은 금융위기 이후 이전 보다 콜옵션과의 유의 관계가 오히려 더 떨어진 것을 확인할 수 있다. 즉 금융위기 이후에 콜옵션의 전기 내재변동성이 풋옵션의 내재 변동성에 영향력을 갖는 신 조류가 생겼다고 말할 수 있다.

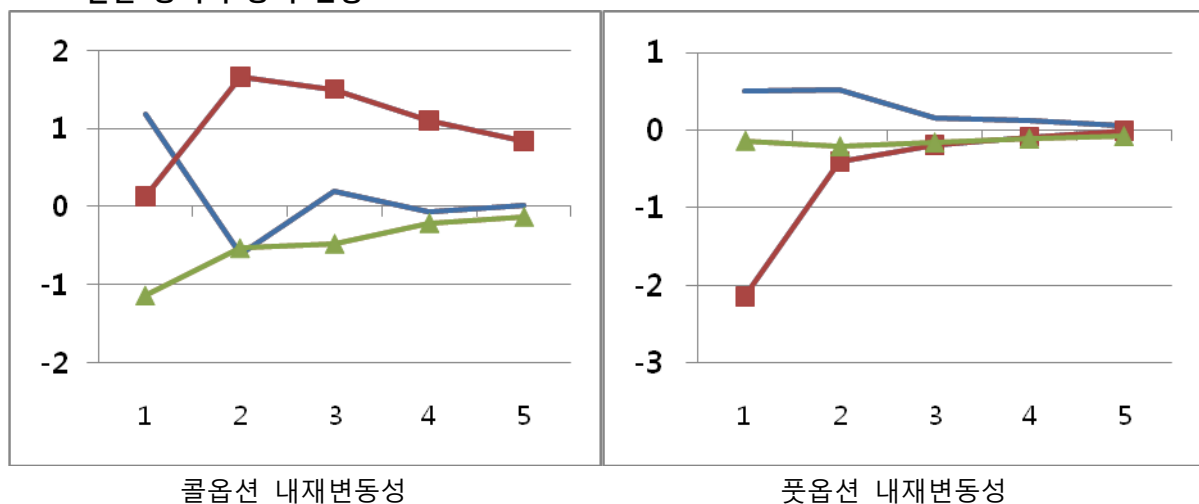
그러나 시계열 자료의 회귀분석을 통해 얻은 VAR 모형의 계수들은 특별히 정의되지 않는 계량 구조식으로부터 도출된 축약식의 계수로서 이들 만으로 변수간의 경제적 의미를 부과하는 것은 무리라고 여겨진다. 따라서 이 모형의 분석의 결과로 의미 있는 결과를 도출하기 위해서 충격함

수 분석과 예측오차 분산분해를 시도 했다.

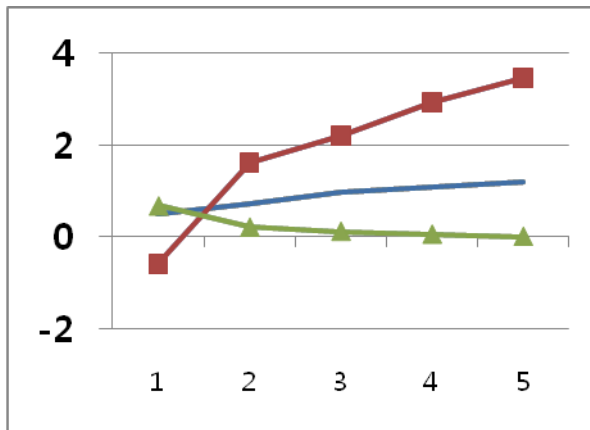
5. 충격반응 함수

충격반응함수는 VAR모형에서 한 변수에 자신의 표준 편차만큼의 크기로 충격이 발생했을 때 모형 내의 다른 변수에 미치는 영향을 나타내는 것으로써 모형내의 어느 특정 변수에 대하여 일정한 충격을 가한 다음 모형내의 모든 변수들이 시간의 경과에 따라 어떻게 반응하는지를 볼 수 있다. 이를 통해 변수 상호간의 파급효과를 분석할 수 있다. 본 실증분석에서는 일반적인 시차결정인 AIC(Akaike information criterion), SBC(Schwarz's Bayesian criterion)를 종합 고려해 시차를 2를 기준으로 분석하였다. 또한, 금융위기 전과 후의 충격반응함수를 각각 구해 비교함으로써 변수간의 동태적 변화에 차이를 분석해봤다.

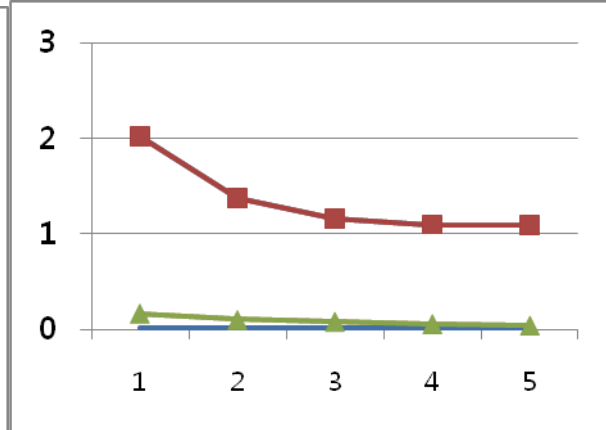
5.1 환율 충격의 충격 반응



5.2 코스피 변동성의 충격 반응



콜옵션 내재변동성



풋옵션 내재변동성

주) 실선은 금융위기 이후, 삼각형은 금융위기 이전, 사각형은 금융위기 이후를 의미함.
 금융위기 전 : 20080119~20070401 금융위기 : 20070401 ~ 20090301
 금융위기 후 : 20090301 ~ 현재

충격 변수 : 환율의 충격(shock)	
반응변수 \ 기간	금융위기 이전
콜 내재 변동성 (call_iv)	환율의 shock이 발생할 경우, 콜옵션의 내재 변동성은 감소하는 경향을 보이다가 시간이 지날수록 영향력이 점점 감소하는 형태를 띄는 것을 볼 수 있다.
풋 내재 변동성 (Put IV)	풋옵션 내재 변동성 그래프가 0 근처에서 움직이지 않는 것을 볼 수 있다. 이는 환율의 shock이 풋옵션 내재 변동성에 실질적인 충격을 주지 못한 다는 것을 의미한다.
반응변수 \ 기간	금융위기 시점
콜 내재 변동성 (call_iv)	환율의 shock이 발생할 경우, 시차를 두고 콜옵션의 내재 변동성이 급격하게 증가하다가 상당기간 그 효과가 지속하는 것을 볼 수 있다. 금융위기를 기점으로 환율의 shock이 콜옵션 내재 변동성에 충격을 미치는 경향이 생겼다고 할 수 있다..
풋 내재 변동성 (Put IV)	환율의 shock이 발생할 경우 풋옵션의 내재 변동성이 강한 음의 충격이 발생하다가 빠른 속도로 효과가 사라지는 것을 확인할 수 있다.
반응변수 \ 기간	금융위기 이후

콜 내재 변동성 (call_iv)	금융위기 이전엔 환율의 shock이 콜옵션에 음의 충격을 발생 시켰으나 금융위기 이후 양의 충격을 주는 것으로 관계가 변한 것을 확인할 수 있다.
풋 내재 변동성 (Put IV)	금융위기 이전엔 환율의 shock이 풋옵션 내재 변동성에 이렇다 할 영향을 미치지 않았으나, 금융위기 이후에 양의 충격을 주는 관계로 변화한 것을 파악할 수 있다.
정리	환율의 shock은 금융위기 이후에 콜옵션과 풋옵션의 내재 변동성에 양의 충격을 주는 새로운 경향이 생긴 것을 확인할 수 있다.

충격 변수 : 코스피 변동성	
반응 변수 \ 기간	금융위기 이전
콜 내재 변동성 (call_iv)	콜 내재 변동성 그래프가 0 근처에서 크게 움직이지 않는 것을 볼 수 있다. 즉 코스피 변동성이 콜옵션 내재 변동성에 큰 충격을 주지 않는 것을 의미한다.
풋 내재 변동성 (Put IV)	콜 내재 변동성과 마찬가지로 코스피 변동성은 풋옵션 내재 변동성에 큰 영향을 미치지 않는다.
반응 변수 \ 기간	금융위기 당시
콜 내재 변동성 (call_iv)	코스피 변동성에 충격이 발생할 경우, 콜 내재 변동성은 시차를 갖고 급격하게 증가하는 것을 볼 수 있다. 더군다나 지속 효과가 누적되는 상황을 보여주고 있다.
풋 내재 변동성 (Put IV)	코스피 변동성에 충격이 발생할 경우, 풋 내재 변동성은 종전과 달리 급격하게 증가하다 지속효과가 서서히 사라지는 것을 볼 수 있다.
반응 변수 \ 기간	금융위기 이후
콜 내재 변동성 (call_iv)	금융위기 당시만큼은 아니지만 금융위기 이전에 비해 코스피의 변동성의 콜옵션 내재 변동성에 충격을 주고 지속 효과가 사라지지 않고 누적되는 것을 볼 수 있다.
풋 내재 변동성 (Put IV)	금융위기 이전과 마찬가지로 코스피 변동성의 충격은 금융

	위기 이후 풋옵션 내재 변동성에 충격을 주지 않는다.
정리	콜옵션, 풋옵션의 내재 변동성은 공통적으로 금융위기와 같이 시장상황이 급변할 때 코스피의 충격에 가장 큰 영향을 받는 것을 확인할 수 있었다. 특이할 만한 점은 금융위기가 끝난 이후에 콜옵션의 경우는 양의 충격이 누적적으로 지속되는 관계가 생겼고, 풋옵션은 이전과 마찬가지로 충격 반응이 다시 사라진 것을 보여주고 있다.

6. 예측 오차 분산 분해

벡터자기회귀모형 내에 포함된 각 변수들의 상대적 중요성의 정도를 파악하기 위해 예측오차분산분해를 시도했다. 분산분해결과표에는 예측기간별 예측오차의 분산에서 개별 변수들의 충격 요인이 차지하는 비중이 백분율로 나타나있다. 제시된 오차는 정량적인 백분율로 표시되기 때문에 한 변수에 영향을 주고 있는 다른 변수의 상대적인 영향력이 나타난다. 따라서 분산분해를 통해 자기 자신 및 다른 변수들이 전체변동에 얼마나 영향력을 미치고 있는지를 알아볼 수 있다. 또한 거래일 기준으로 미래 10일동안의 분산분해를 실시 했다.

기간			2006.01.19 ~ 2007.04.01	2007.4.01 ~ 2009.03.01	2009.03.01 ~ 2010.11.05
예측 시차			10	10	10
4변수모형 cvkos, shock call_iv put_iv	콜옵션 내재변동 성	shock(환율 충 격)	0.00451	0.08319	0.01866
		cvkos(코스피 200 변동성)	0.07863	0.13411	0.06302
		call_iv(콜옵션 내재변동성)	0.89944	0.69972	0.91374
		put_iv(풋옵션 내재변동성)	0.01742	0.08298	0.00458
	풋옵션 내재변동 성	shock(환율 충 격)	0.00205	0.02692	0.04427
		cvkos(코스피	0.06885	0.10493	0.02964

		200 변동성)			
		call_iv(콜옵션 내재변동성)	0.00470	0.21994	0.15039
		put_iv(풋옵션 내재변동성)	0.92440	0.64821	0.7757

분석 결과, 콜옵션 내재 변동성의 경우, 금융위기 이전엔 환율의 shock의 설명력이 0.451%에 불과했다. 그러나 금융위기 당시엔 설명력이 약 8.3%정도로 증가해 영향력이 약 20배 정도 증가한 것을 볼 수 있다. 또한 금융위기 이후에도 이전에 비해 영향력이 4배 정도 증가 했다. 코스피의 변동성도 금융위기 당시 이전의 7.863% 보다 2배 가량 증가한 13.411%의 영향력이 지속되는 것을 볼 수 있으나 금융위기 이후엔 6.302%로 종전 보다 감소했다.

특이점은, 금융위기 당시에 자기의 과거값의 영향력이 가장 낮아 진다는 점이다. 이는, 금융위기와 같이 시장이 혼란스러울 땐, 자기 자신의 과거값 보단 환율의 shock이나 코스피의 변동성 같은 외부 변수가 콜옵션의 내재 변동성에 미치는 영향력이 증가한다는 것을 뜻한다.

또한, 금융위기 당시엔 풋옵션의 내재 변동성의 비중이 크게 증가한 것을 볼 수 있는데, 이는 이 시기에 콜옵션과 풋옵션의 연계성이 증가한다는 것을 의미한다.

풋옵션의 경우엔, 콜옵션과 마찬가지로 금융위기 때 환율의 shock 의 비중이 0.2%에서 약 2.7% 정도로 크게 증가했으며 금융위기 이후엔 4.427%로 더 증가한 것을 볼 수 있다. 이는 금융위기를 기점으로 환율의 shock이 풋옵션 내재변동성에 미치는 영향력이 증가한 신 경향이 나타났다는 것을 의미한다. 반면 코스피의 변동성은 금융위기 당시엔 비중이 증가했으나, 이후엔 종전보다 줄어든 것을 볼 수 있다. 이는 풋옵션 내재변동성은 코스피의 변동성 보단 환율의 shock에 더 많은 영향을 받는 것을 의미한다. 또한 금융위기 이전엔 콜옵션의 과거값의 비중이 매우 작았으나, 금융위기를 기점으로 매우 큰 폭으로 증가한 것을 볼 수 있다. 금융위기 이후 풋옵션이 콜옵션을 설명하는 비중은 사라진 것에 비해 콜옵션은 여전히 풋옵션에 대해 설명력을 유지하고 있는 것을 볼 수 있다. 마지막으로 풋옵션의 경우에도 금융위기 땐 자기자신의 과거값 비중이 줄어들어 환율의 shock과 코스피의 변동성 같은 외부 변수의 비중이 이를 대체한다는 것을 의미한다.

특이점은, 금융위기 당시에 자기의 과거값의 영향력이 가장 낮아 진다는 점이다. 이는, 금융위기와 같이 시장이 혼란스러울 땐, 자기 자신의 과거값 보단 환율의 shock이나 코스피의 변동성 같은 외부 변수가 콜옵션의 내재 변동성에 미치는 영향력이 증가한다는 것을 뜻한다.

금융위기 당시엔 풋옵션의 내재 변동성의 비중이 크게 증가한 것을 볼 수 있는데, 이는 이 시기에 콜옵션과 풋옵션의 연계성이 증가한다는 것을 의미한다. 이는 풋옵션 내재변동성은 코스피의 변동성 보단 환율의 shock에 더 많은 영향을 받는 것을 의미한다.

IV. 결론

우리나라 주가지수의 콜, 풋옵션 변동성과 환율의 충격, 코스피의 변동성이 금융위기를 기점으로 동태적 관계가 어떠한 변화를 가지게 되었는지 벡터자기회귀 모델을 통해 검증하였다. 실증분석에 사용된 변수들은 단위근을 갖지 않는 안정 시계열로서 공적분 검정을 거치지 않고 바로 모형화 했으며, VAR(2)의 모델이 선택되었다. 또한 일반적으로 VAR 모형의 계수는 축약식의 계수로서 동시적 관계의 분석에 한계가 있음을 고려해 보다 의미 있는 결과를 도출하기 위하여 충격반응함수와 예측오차분산분해의 분석을 시도했다. 분석의 결과는 다음과 같다.

첫째, 그랜저 인과검정을 시행한 결과, 분석 대상인 4개의 변수는 환율 충격, 코스피의 변동성, 콜, 풋 순서의 관계를 갖는 것으로 나타났다. 즉, 환율 충격이 옵션시장으로 바로 전이 되는 것이 아니라 코스피200 시장을 거쳐 옵션 시장으로 전이 된다는 것을 뜻한다.

둘째, 콜옵션의 내재 변동성은 금융위기를 기점으로 해서 환율의 shock과 유의한 관계가 생겼다는 것을 확인했으며, 풋옵션의 경우엔 코스피의 변동성과 유의성이 더 높아졌다. 또한 금융위기 와 같은 급변하는 시장 상황에선 콜옵션의 내재 변동성과 풋옵션의 내재 변동성간의 유의성이 일시적으로 매우 크게 증가하는 것을 확인했다. 또한 콜옵션은 금융위기 이후 자기 자신뿐만 아니라 풋옵션에 대해서도 유의한 관계가 생긴 것을 확인할 수 있었다. 풋옵션의 경우엔 이러한 현상이 발견되지 않았다.

셋째, 금융위기가 끝난 이후에 콜옵션의 경우는 코스피 변동성에 대해서 양의 충격이 누적되며 효과가 지속되는 관계가 생겼고, 풋옵션은 코스피 변동성에 대해서 반응이 사라지고 환율의 shock에 주로 영향을 받는다는 것을 확인했다. 마지막으로, 예측 오차 분산 분해를 실시한 결과 금융위기 당시엔 콜, 풋 모두 자신의 과거값의 영향력이 크게 낮아지고 환율의 shock이나 코스피의 변동성 같은 외부 변수의 영향력이 커지는 것을 볼 수 있었다. 또한 이 시기에 콜옵션과 풋옵션의 연계성이 증가한다는 것 역시 확인했다.

본 논문은 최근 환율과 옵션 시장의 연계성이 높아지면서 현물 시장에 미치는 파급력이 증가하는 현상이 나타나는 점에 착안하여, 예측하지 못한 환율의 shock과 코스피의 변동성이 주가지수 옵션의 변동성에 미치는 영향력이 금융위기를 기점으로 하여 어떻게 변화 하였는가 분석하였다. 금융위기 이후 급변하는 한국 시장에서의 환율의 충격, 코스피 변동성, 옵션 변동성의 동태적 관계에 대해 면밀한 분석을 한 것에는 의의가 있으나 여러 가지 한계점을 갖는 Black-Scholes 모형으로 옵션의 변동성을 추출한 것과, 옵션 시장과 현물 시장의 종가가 형성되는 시간이 15분 차이 난다는 점을 반영하지 못했다는 한계점을 지닌다. 이후 같은 시점의 옵션 변동성과 환율, 코스피 데이터가 확보된다면 보다 정확한 분석이 가능할 것으로 예상되며 이는 향후 연구 과제로 남긴다.

V. Reference

양선주 (2009), "VAR모형을 이용한 국내 이자율 기간구조의 기대가설 검정" 이화여자대학교 대학원 석사학위 논문.

구재운, 문호성 (2003), "공적분 검정법을 이용한 기대가설 검정" 한국경제연구, 제 9권, pp 81-99.

이성은 (2005), "환율 변화가 코스닥과 코스피200에 미치는 영향" 동국대학교 대학원 석사학위 논문

박교혁 (2004), "고빈도 자료를 이용한 코스피200 옵션의 내재변동성과 실현변동성에 대한 연구" 서강대학교 대학원 석사학위 논문

엄영호, 지현준, 장운옥 (2008), "변동성지수의 미래예측력에 대한 연구", journal of money & finance, 제 22권, No.3

송재환 (2005), "고빈도 자료를 이용한 변동성 측정 및 예측 성과에 관한 실증 연구" 한국과학기술원 대학원 석사학위 논문

이천주 (2002), "변동성 콘을 이용한 코스피200 지수 옵션 거래 전략의 실증 분석", 한국과학기술원 대학원 석사학위 논문

김보현, 정규환, 이대원, 이재욱 "옵션 변동성 추정 방법론의 비교 연구", 대한산업공학회 2005 추계학술대회 논문집

옥기울 (2003), "옵션시장에 있어서 내재변동성의 비대칭적 반응에 관한 연구", 선물연구 제11권 제2호 pp 81-102

정주혁 (2010), "옵션시장에서 극단치 이론을 이용한 변동성 추정에 관한 연구", 건국대학교 대학원 석사학위 논문

김병훈 (2009), "옵션시장에서의 변동성 추정에 관한 비교분석연구", 건국대학교 대학원 석사학위 논문

박재원, 김동석 (2008), "옵션의 복제 위험과 변동성 스마일 현상: S&P 500 주가지수 옵션을 이용한 실증분석, 제 1회 CITI-KAIST 논문 대회 수상작

옥기율, 장우애 (2008), "주가변동성에 대한 코스피200 지수옵션의 투자자별 거래량의 정보적 역할", 대한상공회 연구자료 제 23권, pp47-87

정도섭, (2007), "확률적 변동성 하에서 변동성 스마일 기법의 옵션 가격 평가", 산업경제연구 제 20권 제3호 pp1087 ~1104

차미호 (2009), "코스피200옵션의 변동성예측에 있어서 내재적 변동성의 유용성 연구", 한국과학기술원 대학원 석사학위 논문

황규철 (2000), "코스피200 주가지수 옵션시장에 있어서의 변동성 거래 유용성에 관한 연구", 한국과학기술원 대학원 석사학위 논문

최원선 (2000), "코스피200지수 옵션시장에서 내재변동성을 이용한 차익거래의 실증적 연구", 동국대학교 대학원 석사학위 논문

박형진 (2009), "코스피200 지수 옵션시장에서 변동성 위험 프리미엄에 관한 연구", 선물연구 제 17권 제 2호 pp 67-86

문성주 (2004), " 코스피200 지수옵션 변동성의 정보내용", 산업경제연구 제17권 제6호 pp. 2475~2490