

1. (Kynä & paperi) Analoginen signaali koostuu yksittäisestä siniaallosta, jonka taajuus on 1000 Hz. Signaalista otetaan näytteitä 0.0006 sekunnin välein.

- (a) Tapahtuuko laskostumista?
(b) Jos vastauksesi on myönteinen, miksi taajuudeksi em. sinisignaali tulkitaan, ts. mille taajuudelle se laskostuu?
(c) Mikä olisi riittävä näytteenottotaajuus laskostumisen estämiseksi?

a) laskostuminen tapahtuu kun näytteenoton väli on liian iso.
eli F_s pitää olla 2 kertaa suurempi kuin signaalin taajuus

$$F_s = \frac{1}{0,0006} = 1666,67 < 2 \cdot 1000$$

b) $F_s/2$ on Nyquistin taajuus, joka pitää olla suurempi kuin mitattava taajuus, silloin laskostuminen ei tapahdu.

$$f_{\text{laskostunut}} = f_s - 1000 \text{ Hz} = 666,67 \text{ Hz}$$

c) $F_s/2 = 1000 \text{ Hz} \Rightarrow F_s = 2000 \text{ Hz}$

2. (Kynä & paperi) Tarkkaan ottaen Nyquistin rajataajuus ei riitä laskostumisen välttämiseksi. Tarkastellaan tällaista tilannetta tässä tehtävässä.

- (a) Signaalista $x(t) = \sin(20\pi t)$ otetaan näytteitä 0.05:n sekunnin välein alkaen hetkestä $t = 0$ s. Määritä viiden ensimmäisen näytteen arvo. Voidaanko alkuperäinen signaali rekonstruoida näistä näyttearvoista?
(b) Millaiset näytteet saadaan jos näytteenotto aloitetaan hetkellä $t = 0.025$ s? Mitkä näyttearvot tällöin saadaan? Voidaanko alkuperäinen signaali rekonstruoida näistä näyttearvoista, vai voisivatko nämä näytteet esittää jotain muutakin samantaajuista signaalia?

a) $f = \frac{1}{T} = \frac{1}{0,05} = \frac{1}{\frac{1}{20}} = 20 \text{ Hz} = F_s$

$t = 0 \quad x(t) = 0$

$t = 0,05 \quad x(1) = \sin(\pi) = 0$

$t = 0,1 \quad x(2) = \sin(2\pi) = 0$

$t = 0,15 \quad x(3) = \sin(3\pi) = 0$

$t = 0,2 \quad x(4) = \sin(4\pi) = 0$

$t = 0,25 \quad x(5) = \sin(5\pi) = 0$

alkuperäinen: $\omega = \frac{2\pi}{T} = 20\pi$

$T = \frac{2\pi}{20\pi} = \frac{1}{10} = f = \frac{1}{T} = 10 \text{ Hz}$

kyllä pystyy, $F_s/2 \geq f$

b) $t = 0,025 \text{ s} \quad F_s = 40 \text{ Hz}$

$t = 0 \quad x(t) = 0$

$t = 0,025 \quad x(t) = 1$

$t = 0,05 \quad x(t) = 0$

$t = 0,075 \quad x(t) = 1$

$t = 0,1 \quad x(t) = 0$

$F_s/2 > f = 10 \text{ Hz}$ eli

↑
Nyquistin taajuus

rekonstruointi onnistuu.