

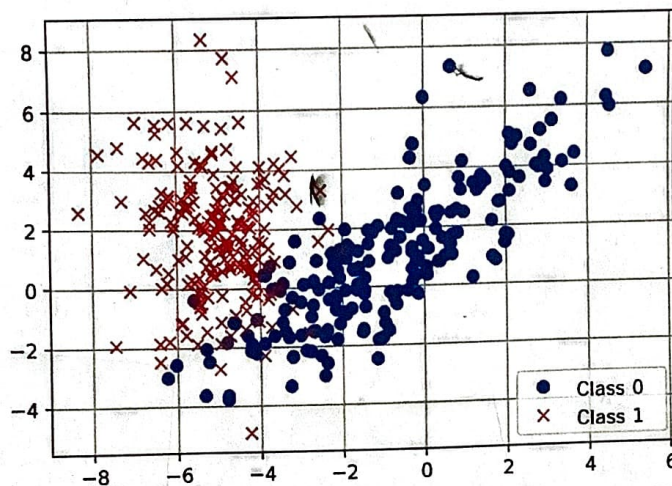
1. (Kynä & paperi) Suunniteltaessa lineaarista luokittelijaa kaksiulotteiselle datalle (kuva alla) saadaan opetusdatasta kahden luokan kovarianssimatriiseiksi ja keskiarvoiksi seuraavat:

$$C_0 = \begin{pmatrix} 5 & 4 \\ 4 & 5 \end{pmatrix} \quad C_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 4 \end{pmatrix}$$

$$\mu_0 = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \mu_1 = \begin{pmatrix} -5 \\ 2 \end{pmatrix}$$

Laske projektiosuoran määräävä vektori w . Älä käännä matriiseja koneella, vaan käsin muistisäännöllä

$$\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}^{-1} = \frac{1}{ad - bc} \begin{pmatrix} d & -b \\ -c & a \end{pmatrix}.$$



LDA

maksimoiva $w = (C_0 + C_1)^{-1} (\mu_1 - \mu_0)$

$$= (C_0 + C_1)^{-1} (\mu_1 - \mu_0) = \begin{bmatrix} 6 & 4 \\ 4 & 9 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} -6 \\ -1 \end{bmatrix}$$

$$= \frac{1}{54 - 16} \begin{pmatrix} 9 & -4 \\ -4 & 6 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} -6 \\ -1 \end{bmatrix}$$

$$= \frac{1}{38} \begin{bmatrix} -54 + 4 \\ 24 - 6 \end{bmatrix} = \frac{1}{38} \begin{bmatrix} -50 \\ 18 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{25}{19} \\ \frac{9}{19} \end{bmatrix}$$

$$w = \frac{1}{19} \begin{bmatrix} -25 \\ 9 \end{bmatrix}$$

2. (Kynä & paperi) Jatkoa edelliseen tehtävään. Projektiosuoran suunnan lisäksi tarvitaan kohta, johon luokkien välinen raja vedetään. Yksinkertaisin tapa on sijoittaa se luokkien massakeskipisteiden puoliväliin. Käytännössä tämä tapahtuu projisoimalla data suoralle ja vertaamalla tulosta kynnyksisarvoon $c \in \mathbb{R}$:

$$\begin{cases} \text{Näyte } x \text{ kuuluu luokkaan 0, jos } w \cdot x \geq c \\ \text{Näyte } x \text{ kuuluu luokkaan 1, jos } w \cdot x < c \end{cases}$$

Laske kynnyksisarvo c seuraavasti:

- Laske mille arvolle μ_0 projisoituu.
- Laske mille arvolle μ_1 projisoituu.
- Luku c on näiden keskiarvo.

$$w \cdot \mu_0 = \frac{1}{19} \begin{bmatrix} -25 \\ 9 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix} = \frac{1}{19} (25 + 9) = \frac{34}{19}$$

$$w \cdot \mu_1 = \frac{1}{19} \begin{bmatrix} -25 \\ 9 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -5 \\ 2 \end{bmatrix} = \frac{1}{19} (125 + 18) = \frac{143}{19}$$

$$c = \left(\frac{34}{19} + \frac{143}{19} \right) \frac{1}{2} = \frac{177}{38}$$