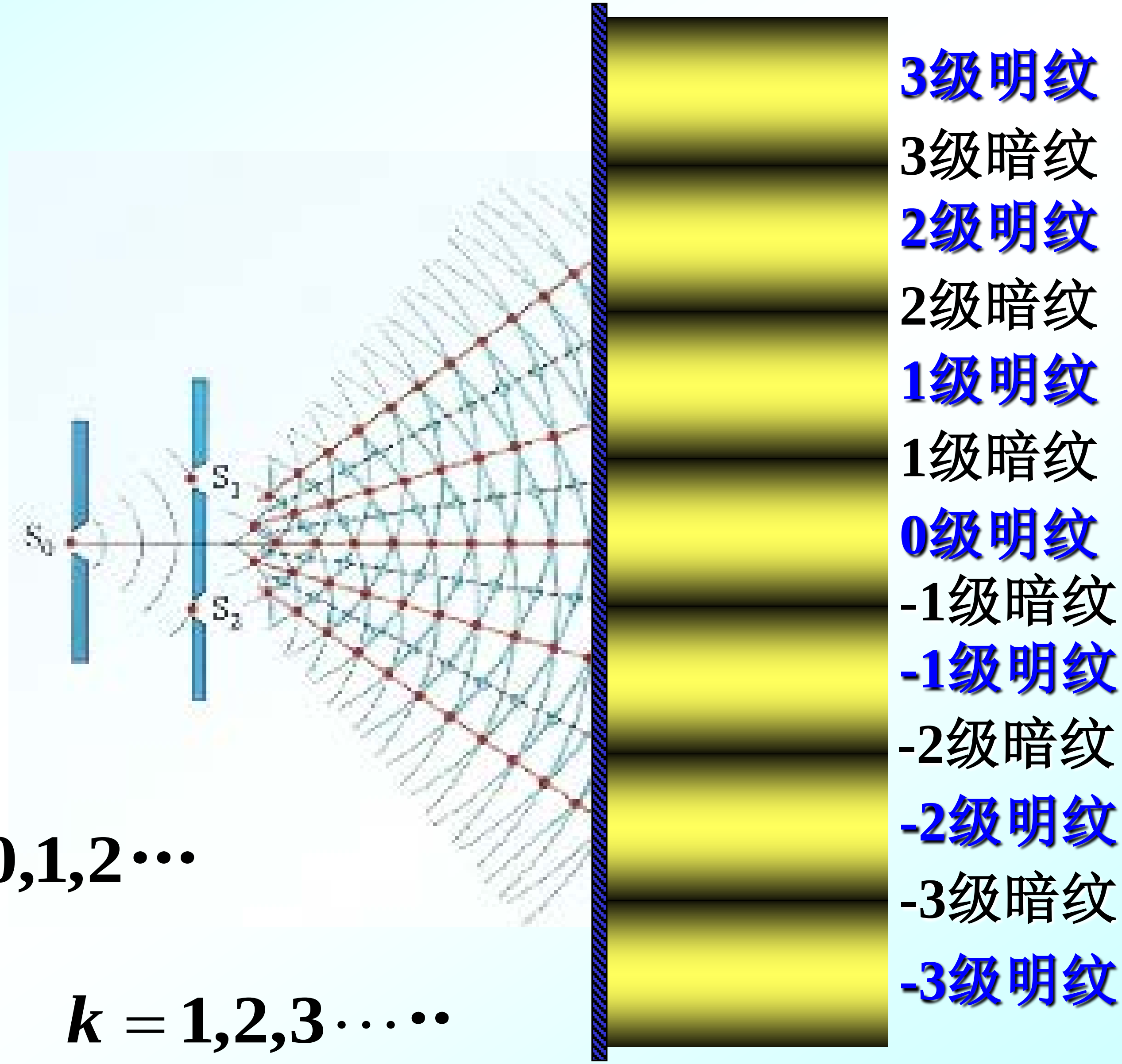
7）关于条纹级次



明纹级次

$$\delta = \begin{cases} = \boxed{\pm k}\lambda & k = 0,1,2\cdots \\ = \pm(2k-1)\dfrac{\lambda}{2} & k = 1,2,3\cdots\cdots \end{cases}$$

暗纹级次：$\pm k$

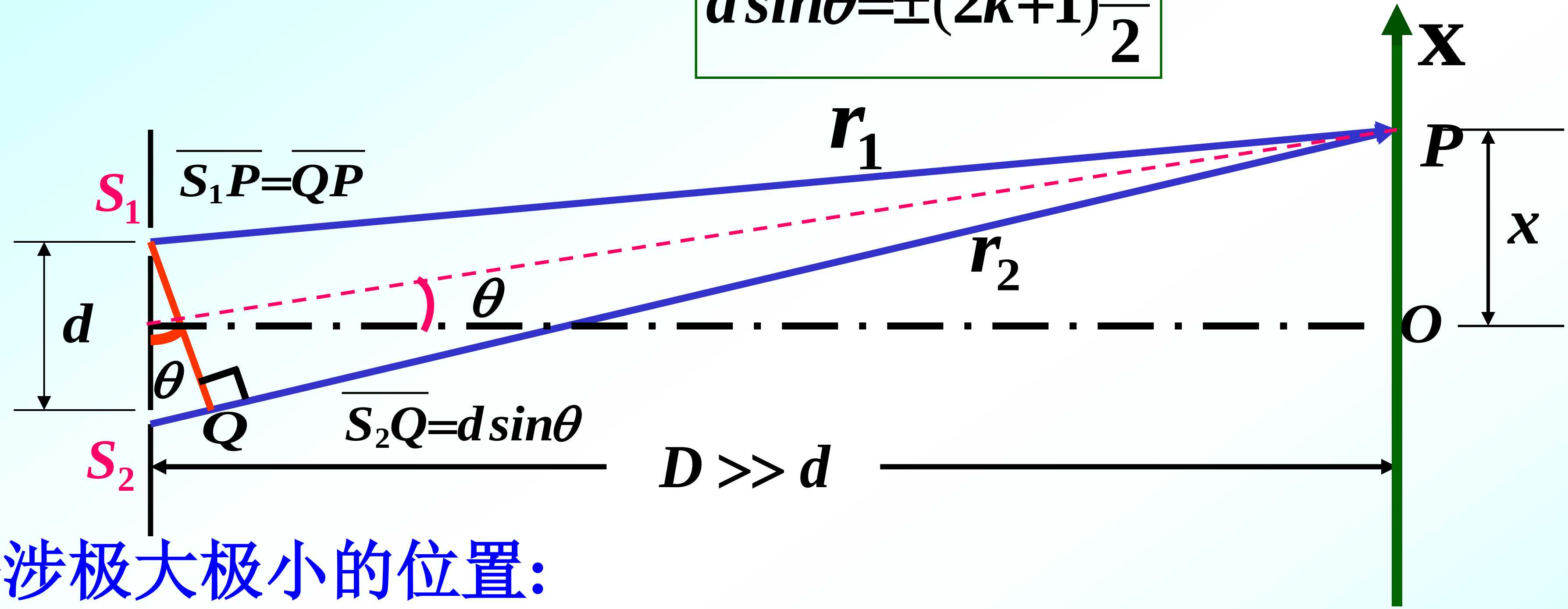
小结

- 干涉极大极小的条件：

$$\boxed{d\sin\theta=\pm k\lambda}$$

$$\boxed{d\sin\theta=\pm(2k+1)\frac{\lambda}{2}}$$

$(k=0,1,2\ldots)$



- 干涉极大极小的位置：

P 点的坐标(距O点很近)：$x=D\,\mathrm{tg}\,\theta\approx D\sin\theta$ $\quad \sin\theta\approx\frac{x}{D}$

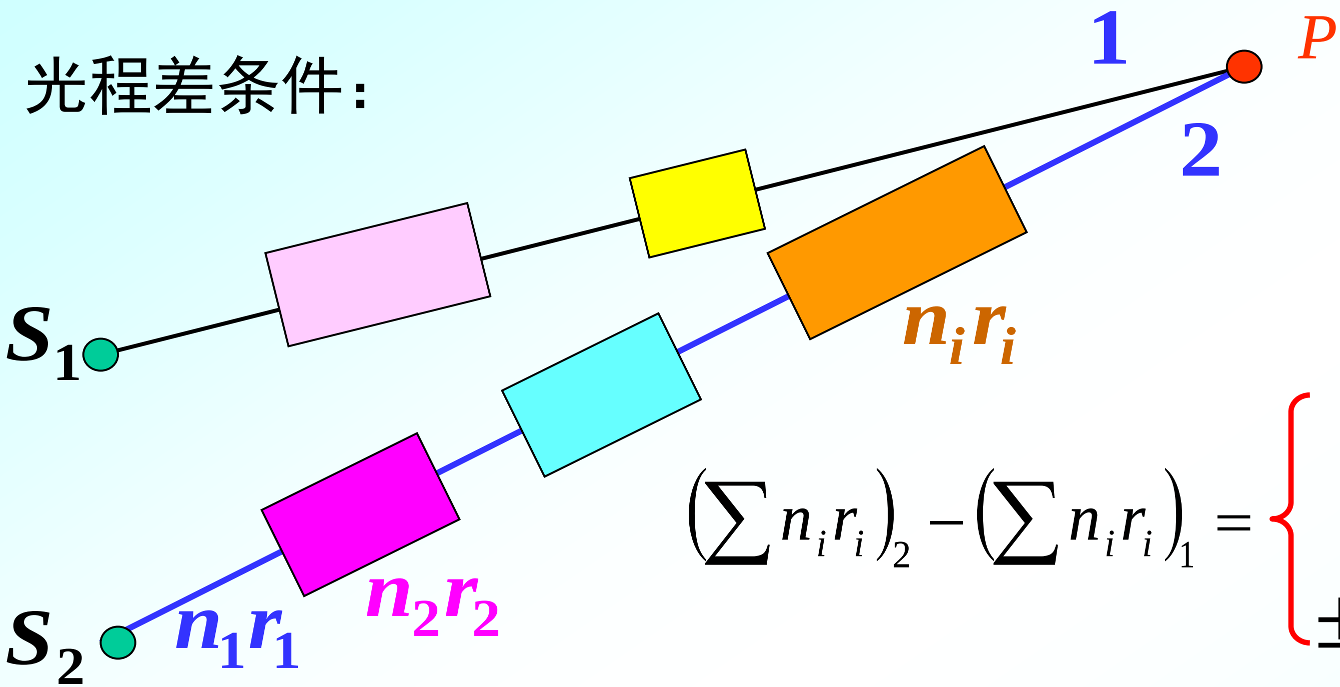
$$\boxed{x_k=\pm k\frac{D}{d}\lambda}$$ ——明条纹

$(k=0,1,2\cdots)$

$$\boxed{x_k=\pm(2k+1)\frac{D}{d}\frac{\lambda}{2}}$$ ——暗条纹

◆有介质时明暗条纹的位置

光程差条件：



$$\left(\sum n_i r_i\right)_2 - \left(\sum n_i r_i\right)_1 = \begin{cases} \pm k\lambda & \text{最大，明纹} \\ & k=0,1,2,\ldots\ldots \\ \pm(2k+1)\dfrac{\lambda}{2} & \text{最小，暗纹} \end{cases}$$

装置放入水中，条纹间距将（ ）。

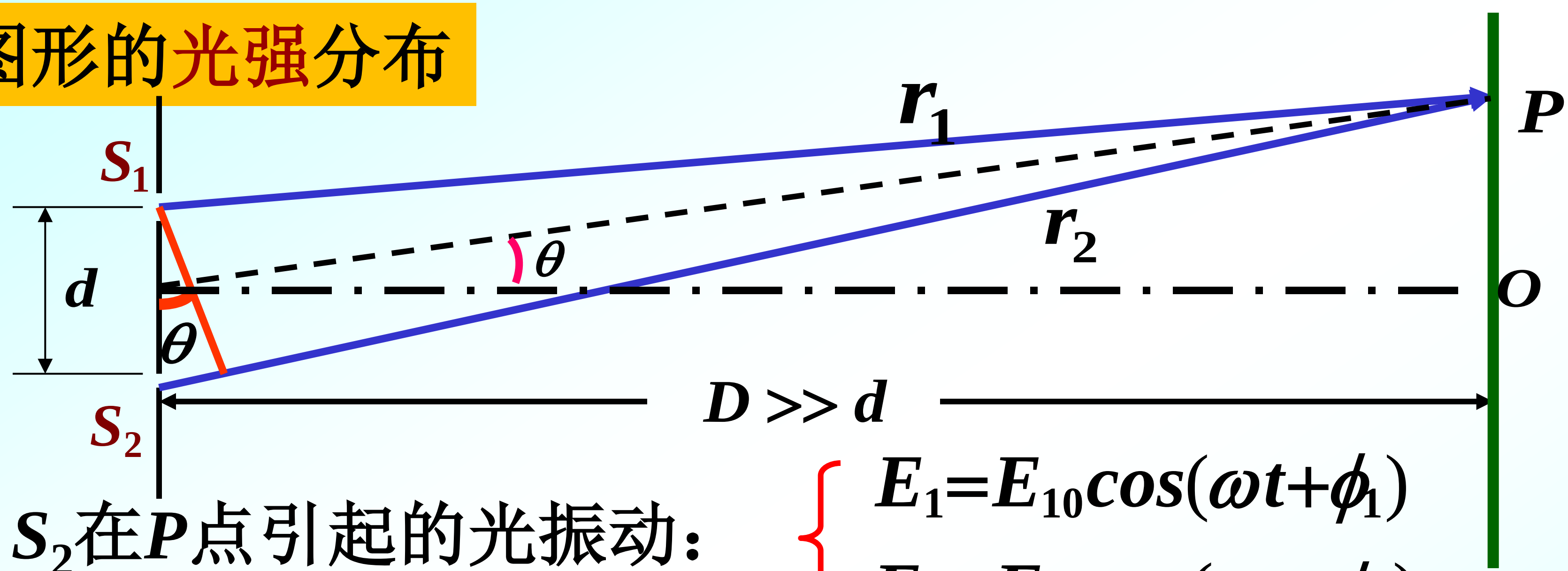
A. 变大

B. 变小

C. 不变

$$\Delta x = \frac{D}{d}\lambda \quad \begin{cases} \boxed{x_k = \pm k\dfrac{D}{d}\lambda} \\ \boxed{x_k = \pm(2k+1)\dfrac{D}{d}\dfrac{\lambda}{2}} \end{cases}$$

（3）干涉图形的光强分布



假定S_1、S_2在P点引起的光振动：

$$\begin{cases} E_1 = E_{10}\cos(\omega t+\phi_1) \\ E_2 = E_{20}\cos(\omega t+\phi_2) \end{cases}$$

合振动为： $E = E_\theta \cos(\omega t+\varphi)$

合振幅为： $E_\theta^2 = E_{10}^2 + E_{20}^2 + 2E_{10}E_{20}\cos\Delta\phi$

相应的光强为： $I_\theta = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2}\cos\Delta\phi$ $\quad \because I \propto E_0^2$

一般地： $I_1 = I_2 = I_0$

$$\begin{cases} r_2 - r_1 = d\sin\theta \\ \Delta\phi = \dfrac{d\sin\theta}{\lambda}\cdot 2\pi \end{cases}$$

β：干涉因子

$\sin\theta \approx \dfrac{x}{D}$ $\quad \therefore I_\theta = 4I_0\cos^2\dfrac{\Delta\phi}{2}$

$I_x \longleftarrow$ $\boxed{I_\theta = 4I_0\cos^2\left(\boxed{\dfrac{\pi d\sin\theta}{\lambda}}\right)}$

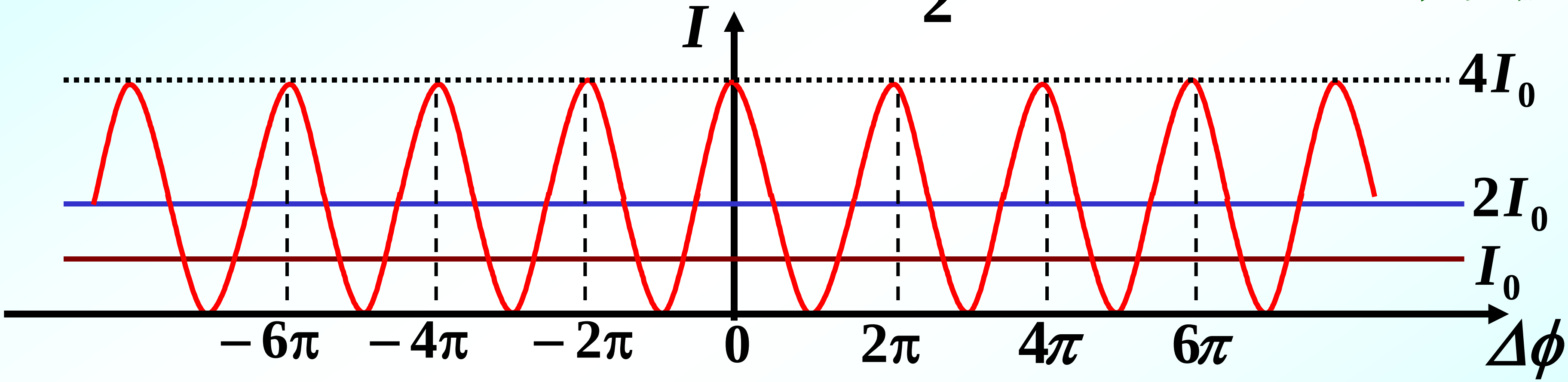
亦可由此求导得明、暗纹的坐标。

$$I_\theta=4I_0\cos^2\left(\frac{\pi d\sin\theta}{\lambda}\right) \quad \Delta\phi=\frac{d\sin\theta}{\lambda}\cdot 2\pi$$

可看出P点的光强 I_θ 如何随θ角变化（即：随位相变化）

$\Delta\phi=\pm 2k\pi \longrightarrow d\sin\theta=\pm k\lambda \qquad I_\theta=4I_0$ ——干涉极大

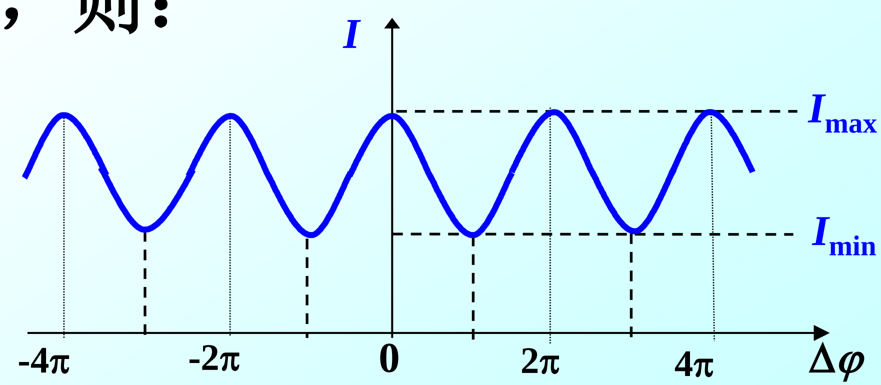
$\Delta\phi=\pm(2k+1)\pi \longrightarrow d\sin\theta=\pm(2k+1)\frac{\lambda}{2} \qquad I_\theta=0$ ——干涉极小



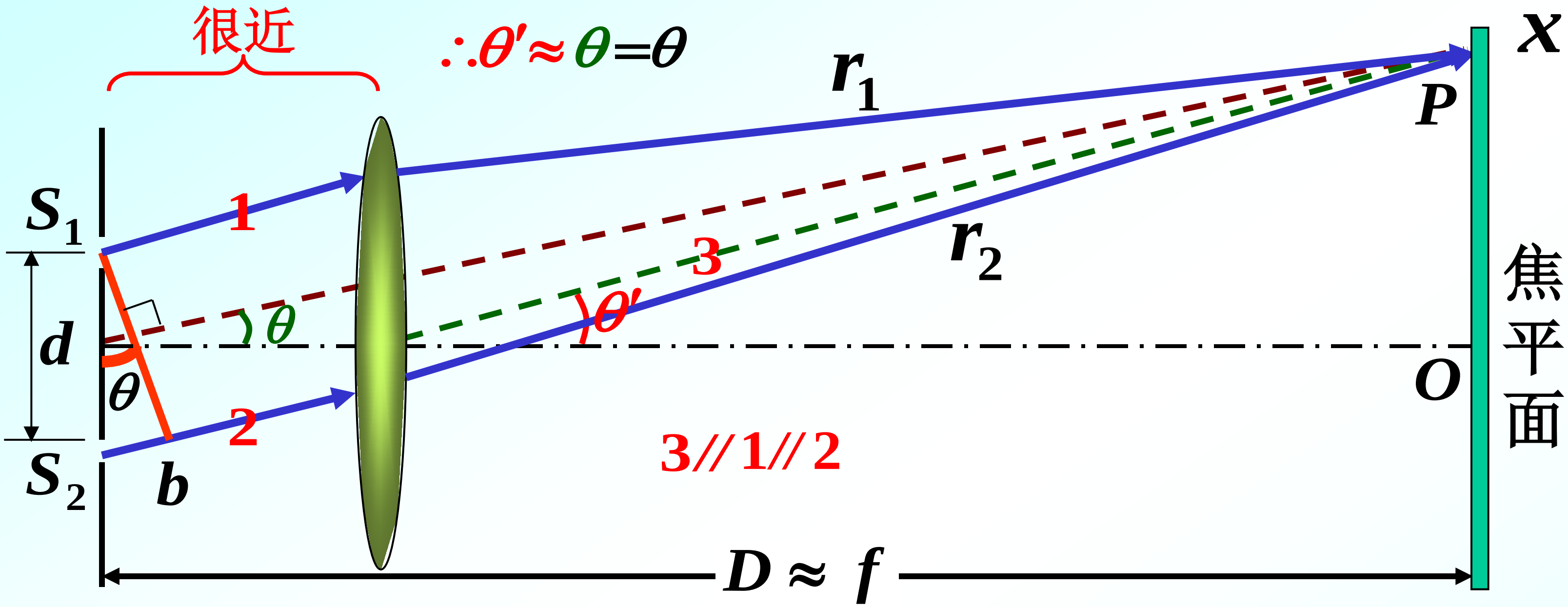
注：如果P点两振动的振幅不等，则：

$$I_\theta=I_1+I_2+2\sqrt{I_1I_2}\cos\Delta\varphi$$

$$\begin{cases} I_{max}=I_1+I_2+2\sqrt{I_1I_2} \\ I_{min}=I_1+I_2-2\sqrt{I_1I_2} \end{cases}$$



（4）杨氏实验的另一装置



从垂直于平行光的任一平面算起，各平行光线到会聚点的光程相等，即**透镜不附加光程差**，所以

P点的明暗条件与不加透镜完全相同，即

仍有：$\Delta r = S_2b = d\sin\theta = \begin{cases} \pm k\lambda & \text{——明纹} \\ \pm(2k+1)\lambda/2 & \text{——暗纹} \end{cases} \quad (k=0,1,2\cdots)$

例： 已知杨氏实验中：λ=0.55μm，d=3.3mm，D=3m。求：（1）条纹间距Δx。（2）置厚度l=0.01mm的平行平面玻璃于S_2之前，计算条纹位移的距离及方向。

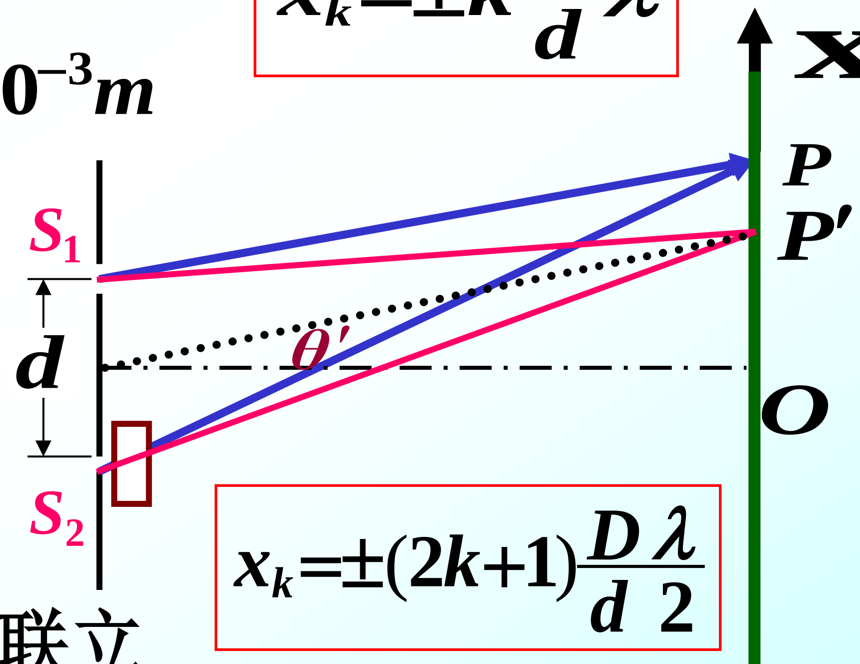
$$\boxed{x_k=\pm k\frac{D}{d}\lambda}$$

解：（1）根据公式：$\Delta x=\dfrac{D}{d}\lambda$

代入数据可得：$\Delta x=0.5\times10^{-3}m$

（2）设未放玻璃前P为k级极大：

$$x_p=k\frac{D}{d}\lambda$$



$$\boxed{x_k=\pm(2k+1)\frac{D}{d}\frac{\lambda}{2}}$$

加玻璃后增加了光程差：

$$l(n-1)$$

$$\left.\begin{aligned}\Delta r'&=r_2'-r_1'=d\sin\theta'+(n-1)l=k\lambda\\ x_{p'}&=Dtg\theta'=D\sin\theta'\end{aligned}\right\}\text{联立}$$

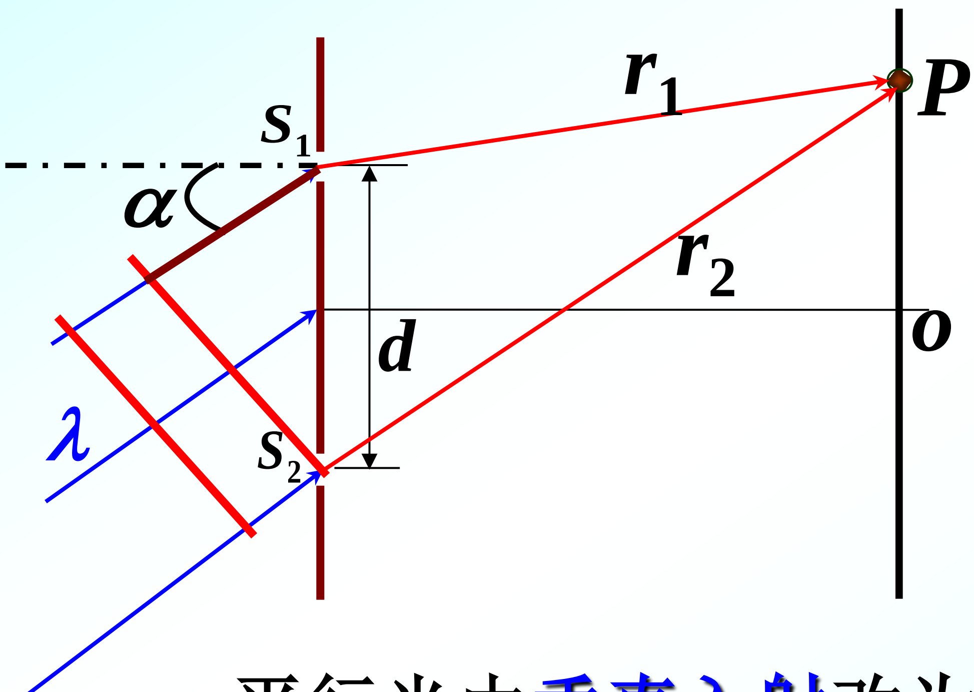
求得：$x_{p'}=\dfrac{D}{d}[k\lambda-(n-1)l]$ 则：$\Delta x=x_{p'}-x_p=\dfrac{D}{d}(1-n)l<0$

注： 若测得Δx，则可求出n。另：可从零级明纹（中央明纹）考虑。

例. 平行光斜入射问题:

求O点和任意P点的位相差。

任意P点光程差: $\delta_P = d\sin\alpha + r_1 - r_2$



P点的位相差:

$$\Delta\varphi_P = \frac{2\pi}{\lambda}\delta_P$$

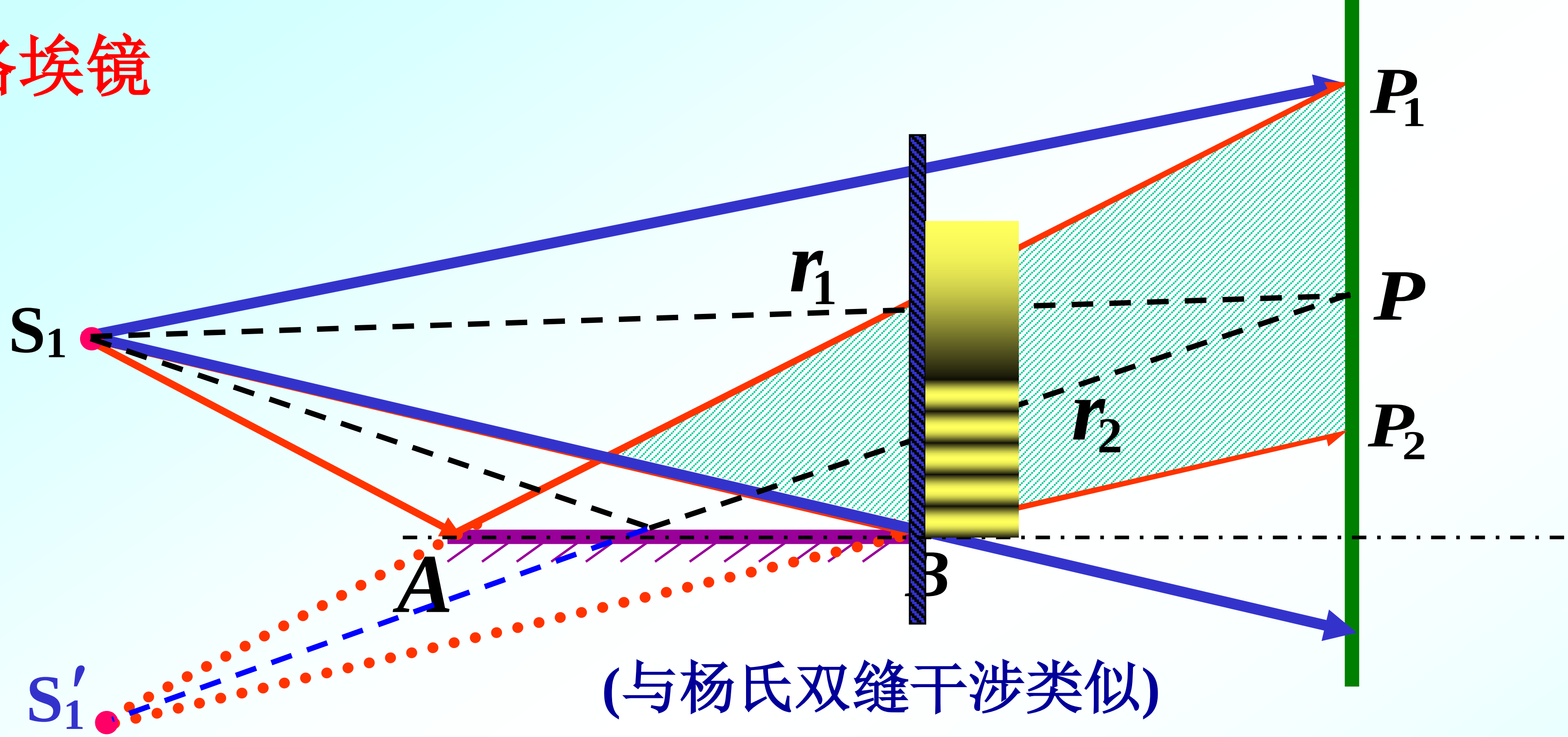
$$= \frac{2\pi}{\lambda}(d\sin\alpha + r_1 - r_2)$$

O点的位相差:

$$\Delta\varphi_O = \frac{2\pi}{\lambda}d\sin\alpha$$

平行光由**垂直入射**改为**斜入射**，屏上条纹间距的变化及条纹移动?

2. 洛埃镜



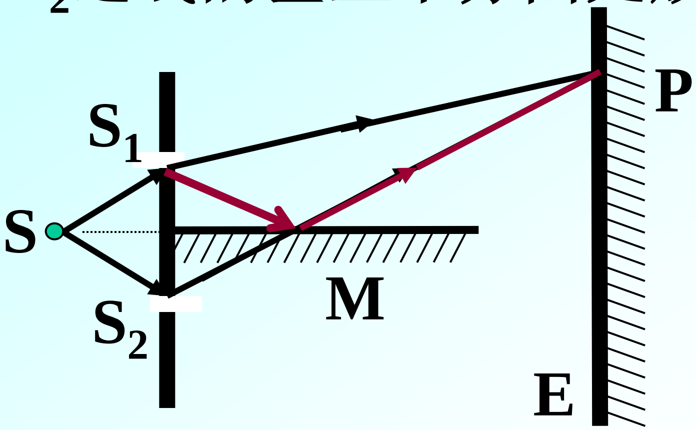
(与杨氏双缝干涉类似)

明暗条纹的位置:

真空中:
$$r_2 - r_1 \boxed{+\frac{\lambda}{2}} = \begin{cases} k\lambda & \text{明纹} \\ (2k+1)\dfrac{\lambda}{2} & \text{暗纹} \end{cases} \qquad (k = 0,1,2\cdots)$$

将屏移到 *B*处，证实了半波损失的存在。

例: 在双缝干涉实验中，屏E上的P点为明纹。若将缝S_2盖住，并在S_1、S_2连线的垂直平分面处放一反射镜M，如图所示。则此时[B]



(A) P点处仍为明纹

(B) P点处为暗纹

(C) 无法确定P点处是明纹还是暗纹

(D) 无干涉条纹

$\delta = k\lambda + \lambda/2$

放镜子后有半波损失

例: 用白光光源进行双缝干涉实验，若用一个纯红色的滤光片盖住一条缝，用一个纯蓝色的滤光片盖住另一条缝。则 [D]

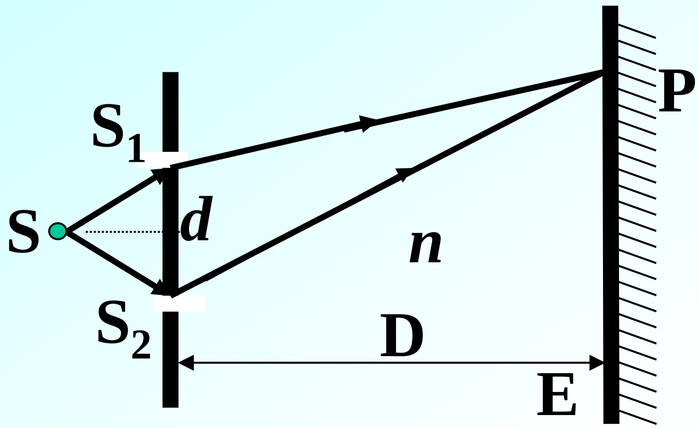
(A) 干涉条纹的宽度将发生变化

(B) 产生红光和蓝光两套干涉条纹

(C) 干涉条纹的亮度将发生变化

(D) 不产生干涉条纹

例: 杨氏双缝干涉实验中的典型问题。考虑以下情形中干涉条纹的变化，即条纹的位置、间距等的变化。



(1) S上下移动

(2)双缝屏上下移动

(3) 改变双缝间距*d*

(4)改变D

(5)改变*n*

(6)改变波长λ(复色光入射)

(7)用玻璃片等盖住一条缝

(8)双缝屏后面加透镜

(9)求条纹间距

(10)求条纹的位置

(11)平行光倾斜入射

$$\boxed{d\sin\theta=\pm k\lambda}$$

$$\boxed{d\sin\theta=\pm(2k+1)\frac{\lambda}{2}}$$

$$\boxed{x_k=\pm k\frac{D}{d}\lambda}$$

$$\boxed{\Delta x=\frac{D}{d}\lambda} \quad \boxed{x_k=\pm(2k+1)\frac{D}{d}\frac{\lambda}{2}}$$

$$(k=0,1,2\cdots)$$

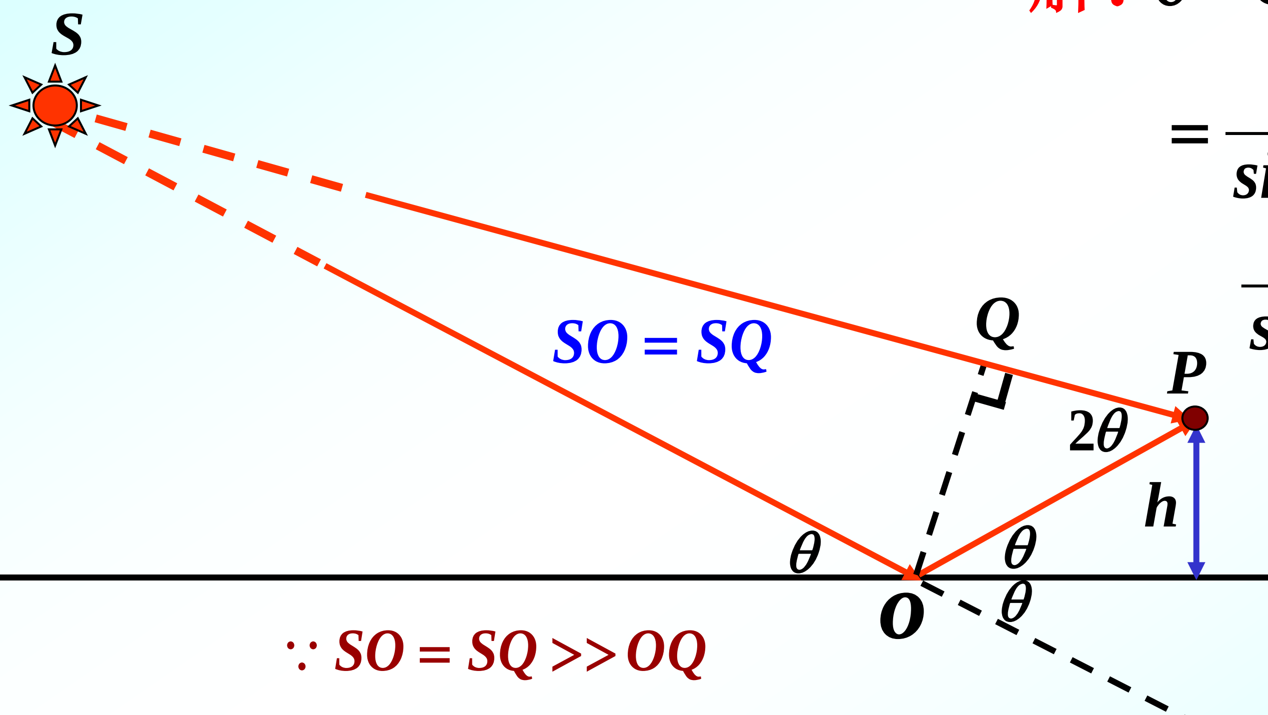
例：将一微波探测器放于湖边，探测器的位置在水面上方0.5m处,当一颗辐射 21cm长的射电星从地平线上缓慢升起时,探测器接收到的射电波强度将依次出现极大、极小，问当此探测器收到第一个极大时，该射电星处于水平面上方什么角度?

解：$\delta = OP - QP \boxed{+\lambda/2} > 0$

$$= \frac{h}{\sin\theta} - \frac{h}{\sin\theta}\cos 2\theta + \frac{\lambda}{2} = k\lambda$$

$$\frac{h}{\sin\theta}(1-\cos 2\theta) + \frac{\lambda}{2} = k\lambda$$

$$\frac{h}{\sin\theta}\cdot 2\sin^2\theta = (k-\frac{1}{2})\lambda$$



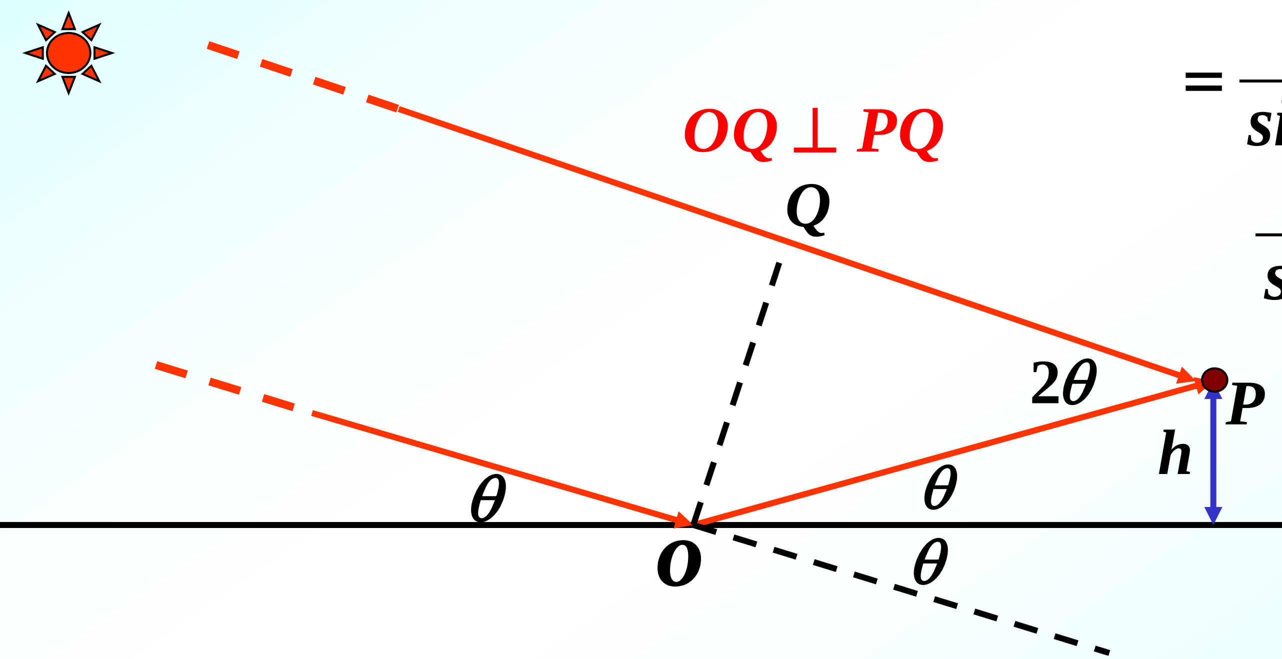
$\because SO = SQ >> OQ$

$\therefore OQ \perp QP$

$$k = 1 \quad \therefore 2h\sin\theta = \frac{\lambda}{2}$$

$$\theta = \sin^{-1} 0\cdot 1050 = 6^{0}2'$$

例：将一微波探测器放于湖边，探测器的位置在水面上方0.5m处,当一颗辐射 21cm 波长的射电星从地平线上缓慢升起时,探测器接收到的射电波强度将依次出现极大、极小，问当此探测器收到第一个极大时，该射电星处于水平面上方什么角度?



解：$\delta = OP - QP \boxed{+\lambda/2} > 0$

$$= \frac{h}{\sin\theta} - \frac{h}{\sin\theta}\cos 2\theta + \frac{\lambda}{2} = k\lambda$$

$$\frac{h}{\sin\theta}(1-\cos 2\theta) + \frac{\lambda}{2} = k\lambda$$

$$\frac{h}{\sin\theta}\cdot 2\sin^2\theta = (k-\frac{1}{2})\lambda$$

$$k=1 \quad \therefore 2h\sin\theta = \frac{\lambda}{2}$$

$$\theta = \sin^{-1}0\cdot 1050 = 6^0 2'$$

例. 双缝一缝前若放一云母片, 原中央明纹处被第7级明纹占据。已知：$n_{云}$=1.58，光的波长为λ=550nm。

求：云母片厚度 l =?

解： 插入云母片条纹为何会移动?

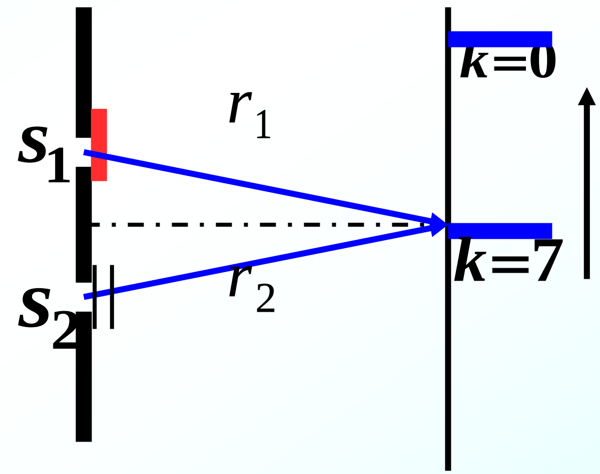
光程差改变了!

0级明纹移到哪里去了?

上面去了。

条纹级数增高一级则光程差增大几个λ ?

一个λ



$\delta = \pm k\lambda$, 明纹

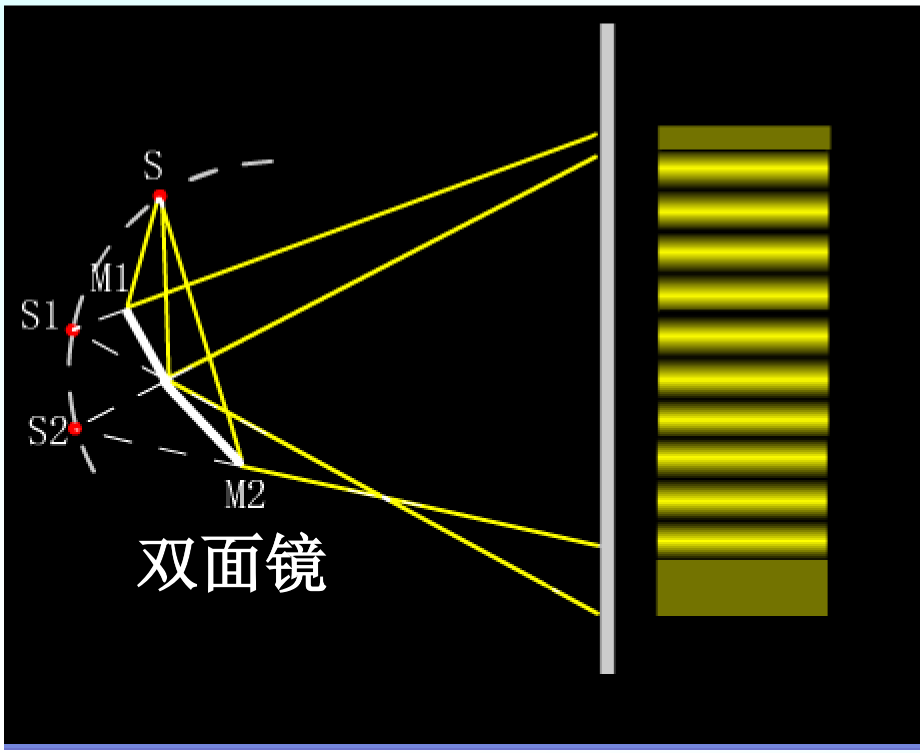
光程差改变 $= nl - l = 7\lambda$

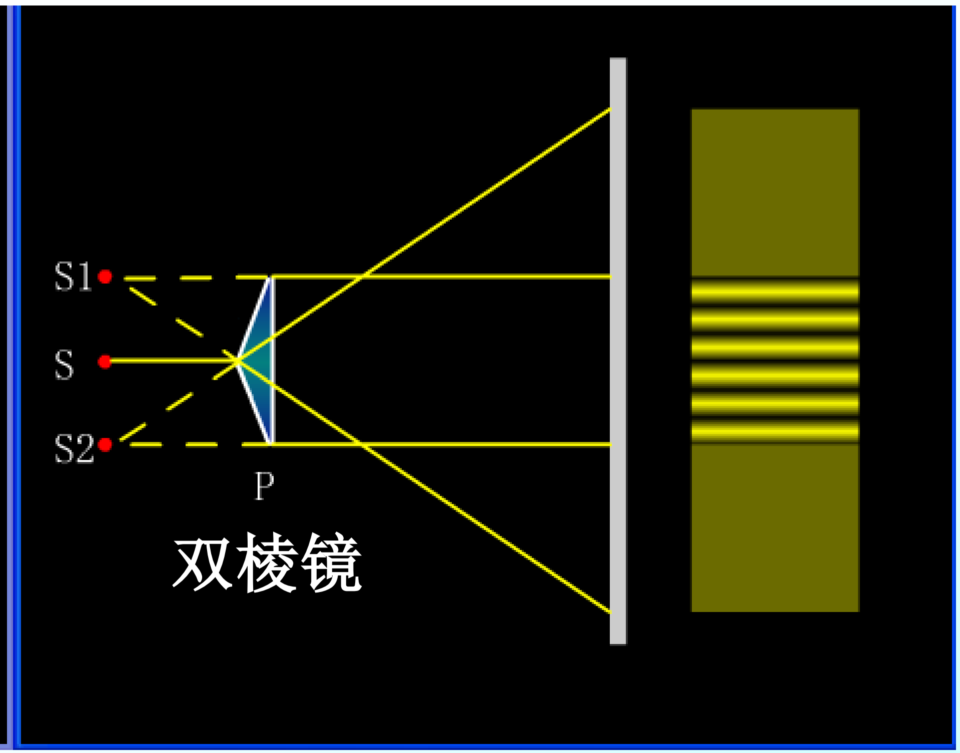
$$l = \frac{7\lambda}{n-1} = \frac{7\times550\times10^{-9}}{1.58-1} = 6.6 \text{ mm}$$

3. 菲涅耳双面镜分波振面干涉（自学）

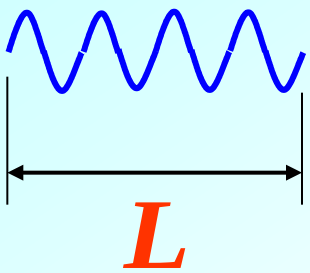
菲涅耳双棱镜分波振面干涉（自学）

(杨氏双缝干涉)

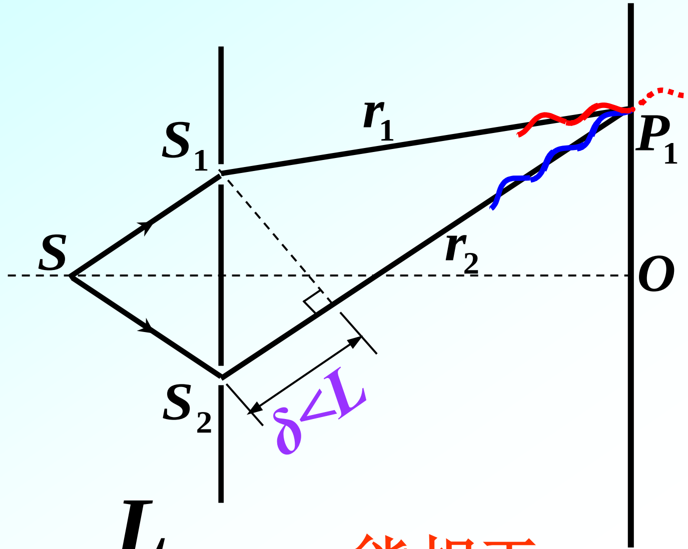




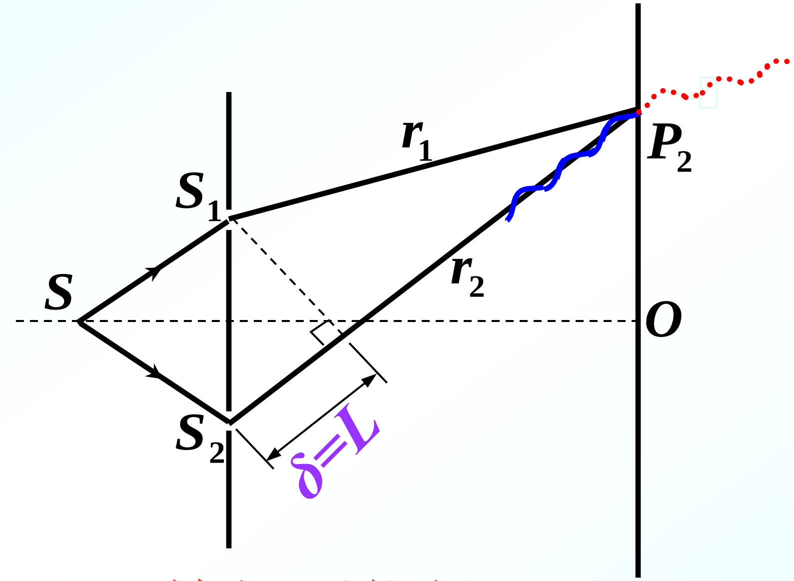
*时间相干性



相干长度



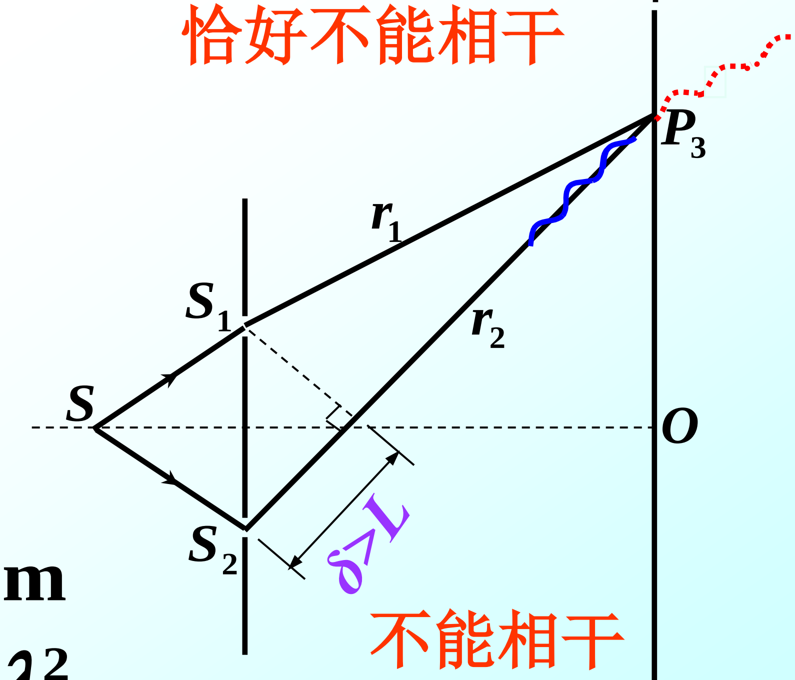
能相干



恰好不能相干

相干时间： $\tau_0 = \dfrac{L}{c}$

这种由于两光路的光程相差过大，或者说光波经历两光路所用时间相差过大，而导致的不相干现象，称为光的时间相干性。



不能相干

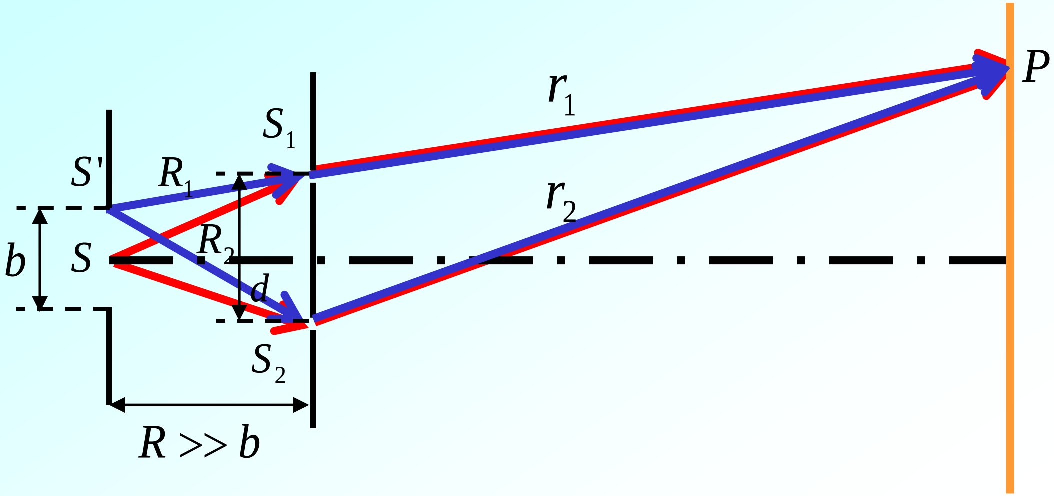
普通光源的相干长度： $0.1 \to 10\text{cm}$

激光：几百公里

可以证明： $\uparrow L = \dfrac{\lambda^2}{\Delta\lambda} \downarrow$

单色性越好，即频带越窄，波列就越长，相干性越好。

空间相干性



$$\delta_b = R_2 - R_1 \approx \frac{R_2^2 - R_1^2}{2R}$$

$$= \frac{R^2 + (d/2 + b/2)^2}{2R} - \frac{R^2 + (d/2 - b/2)^2}{2R}$$

$$= \frac{bd}{2R}$$

中心S发出的光到达双缝的光程相等

边缘S'发出的光到达双缝的光程不相等

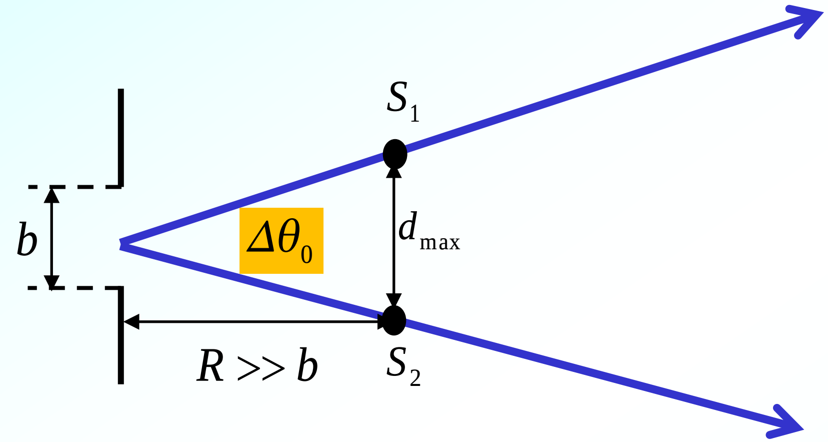
◆ 显然，对于观察屏上任意一点P，光源的中心所发的光与边缘所发的光都会产生附加光程差δ_b。

若：$\delta_b = \dfrac{\lambda}{2}$　　S与S'各自发出的光经干涉后明暗正好相反，衬比度为零。

d一定时，光源的极限宽度：　$b_0 = \dfrac{R}{d}\lambda$

b一定时，相干范围的横向限度：　$d_{max} = \dfrac{R}{b}\lambda$

$$\boxed{d_{\max} = \frac{R}{b}\lambda}$$



空间相干性： 对于宽度为b的光源，只有在波前的一定范围内提取出的两个次波源才是相干的。

◆ 光的空间相干性可通过相干孔径角来表征：

孔径角 $$\Delta\theta_0 \approx \frac{d_{\max}}{R} = \frac{\lambda}{b}$$

□ 相干次波源的最大间距对光源中心的张角。

■ 光源的线宽度越小，孔径角越大，空间相干性越好。

点光源：b→0，空间相干性好！

从普通光源获得相干光的方法：

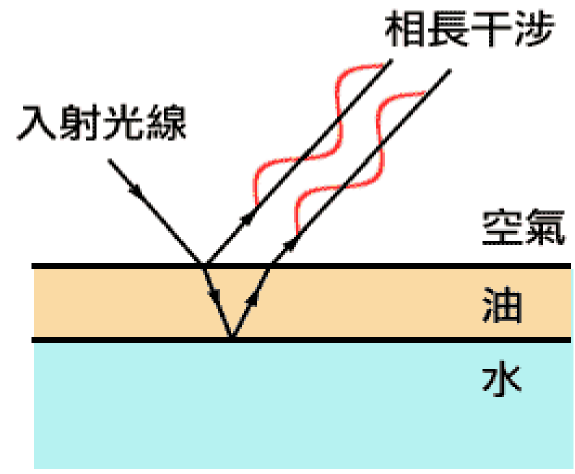
1. 分波阵面的方法—— 杨氏双缝干涉
洛埃镜分波振面干涉
菲涅耳双面镜分波振面干涉
菲涅耳双棱镜分波振面干涉

2. 分振幅的方法 —— 等倾干涉、等厚干涉

3. 分振动面的方法—— 偏振光干涉

第4节　分振幅干涉

◆ 除了分波阵面可得到相干光外，还可以把一列光波进行振幅分解，从而得到相干光。



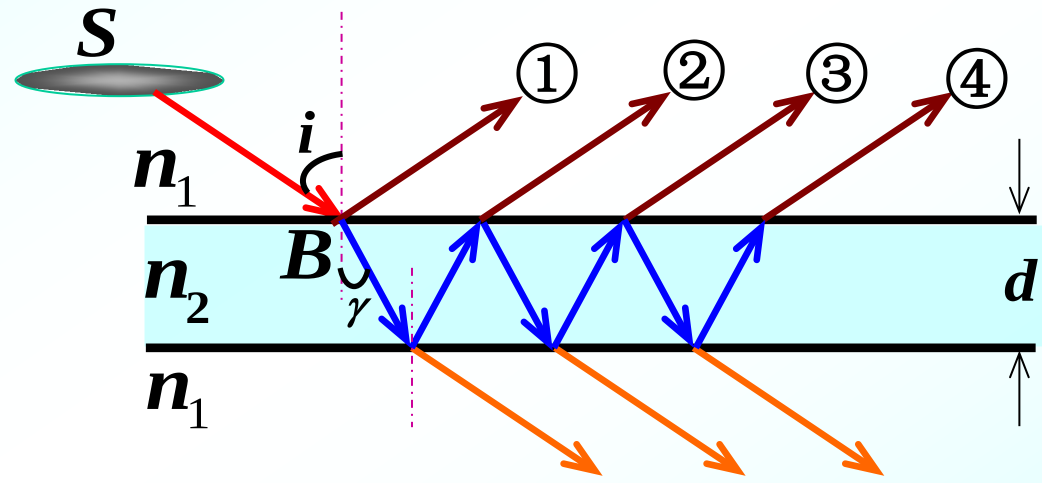
■ 分振幅干涉：透明介质的两个表面对入射光依次反射时，第一表面反射的光和第二表面反射后又透射的光是相干光，它们相遇时发生干涉。

薄膜干涉

1. 等倾干涉　（厚度均匀的薄膜干涉）

2. 等厚干涉　（厚度不均匀的薄膜干涉）

一、等倾干涉



厚度均匀的薄膜所形成的干涉

用扩展光源照射薄膜，其反射和透射光如图所示：

设入射光振幅为A，电磁理论给出各反射光振幅比：

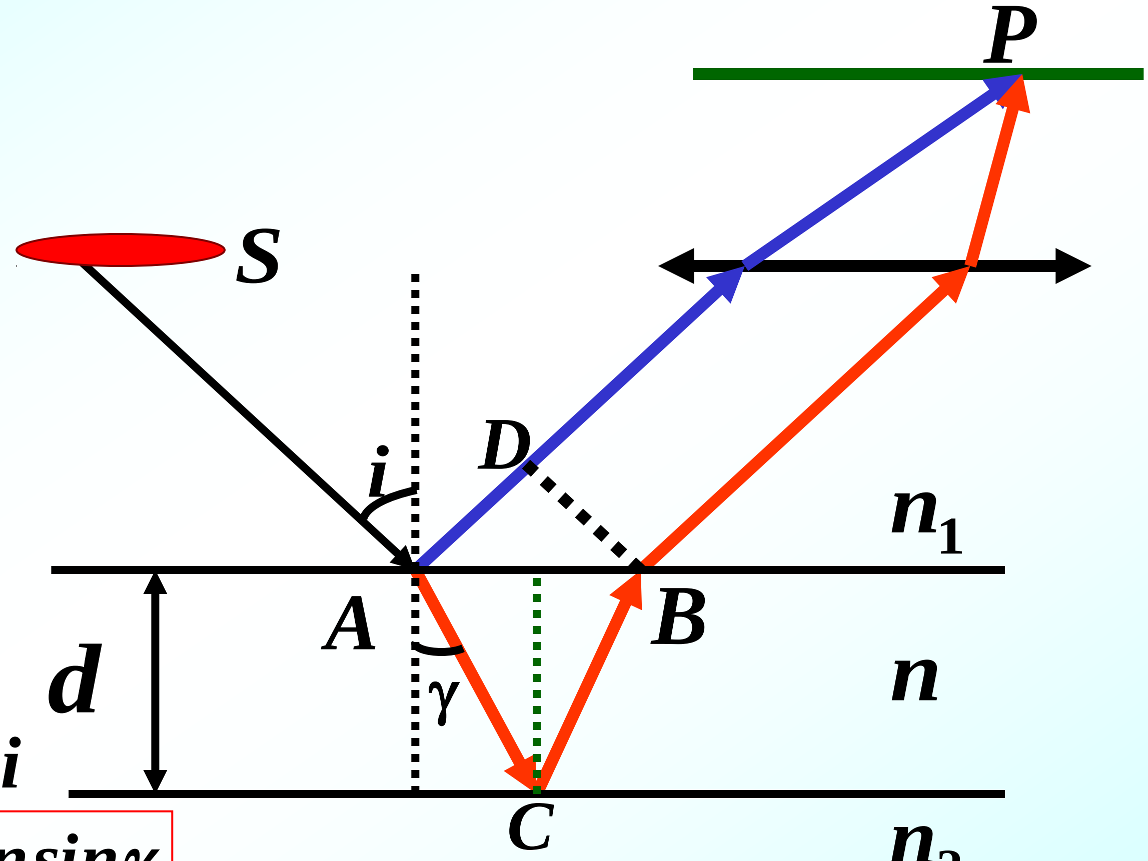
$$A_1 : A_2 : A_3 : A_4 = 0.2A : 0.192A : 7.7\times10^{-3}A : 1.2\times10^{-5}A$$

只须考虑前两条反射光①、②的干涉。

1.等倾干涉——厚度均匀的薄膜所得到的干涉

设薄膜厚度为d，
折射率为n

并且：$n_1 < n < n_2$



$$\delta = n(AC+BC) - n_1 AD$$

$$AC = BC = \frac{d}{\cos\gamma}$$

$$AD = AB\sin i = 2d\,\mathrm{tg}\gamma\sin i$$

$$\boxed{n_1 \sin i = n\sin\gamma}$$

$$\delta = \frac{2nd}{\cos\gamma} - 2n_1 d\,\mathrm{tg}\gamma\sin i = 2d\sqrt{n^2 - n_1^2\sin^2 i}$$

$$2d\sqrt{n^2 - n_1^2\sin^2 i} = \begin{cases} k\lambda & (k=1,2,\cdots)\ \cdots\text{明纹} \\ (2k+1)\lambda/2 & (k=0,1,2\cdots)\cdots\text{暗纹} \end{cases}$$

$$2d\sqrt{n^2-n_1^2\sin^2 i} = \begin{cases} k\lambda & (k=1,2,\cdots) \cdots \text{明纹} \\ (2k+1)\lambda/2 & (k=0,1,2\cdots)\cdots \text{暗纹} \end{cases}$$

$\boxed{n_1 \sin i = n \sin\gamma}$

注意： (1) “明纹”公式中，$k \neq 0$，因为 Δr 不可能为零。

(2) 明暗条件中没有 $\pm$ 号。

(3) 明暗条件还可用折射角表示：

$$2nd\cos\gamma = \begin{cases} k\lambda & (k=1,2,\cdots) \cdots \text{明纹} \\ (2k+1)\lambda/2 & (k=0,1,2\cdots)\cdots \text{暗纹} \end{cases}$$

(4) 明暗条件中是否考虑半波损失，要看 n_1, n, n_2 的关系。

$\left.\begin{matrix} n_1 > n > n_2 \\ n_1 < n < n_2 \end{matrix}\right\}$ 不考虑！

$\left.\begin{matrix} n_1 > n < n_2 \\ n_1 < n > n_2 \end{matrix}\right\}$ 要加 $\frac{\lambda}{2}$ ！

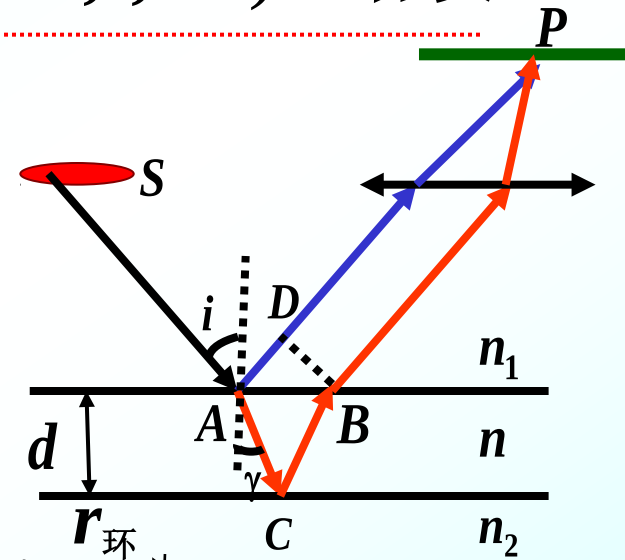
n_1

n

n_2

$$2d\sqrt{n^2-n_1^2\sin^2 i}\ \boxed{+\frac{\lambda}{2}} = \begin{cases} k\lambda & (k=1,2,\cdots) \cdots \text{明纹} \\ (2k+1)\frac{\lambda}{2} & (k=0,1,2\cdots)\cdots \text{暗纹} \end{cases}$$

$$2d\sqrt{n^2-n_1^2\sin^2 i} = \begin{cases} k\lambda & (k=1,2,\cdots) \cdots \text{明纹} \\ (2k+1)\lambda/2 & (k=0,1,2\cdots)\cdots \text{暗纹} \end{cases}$$



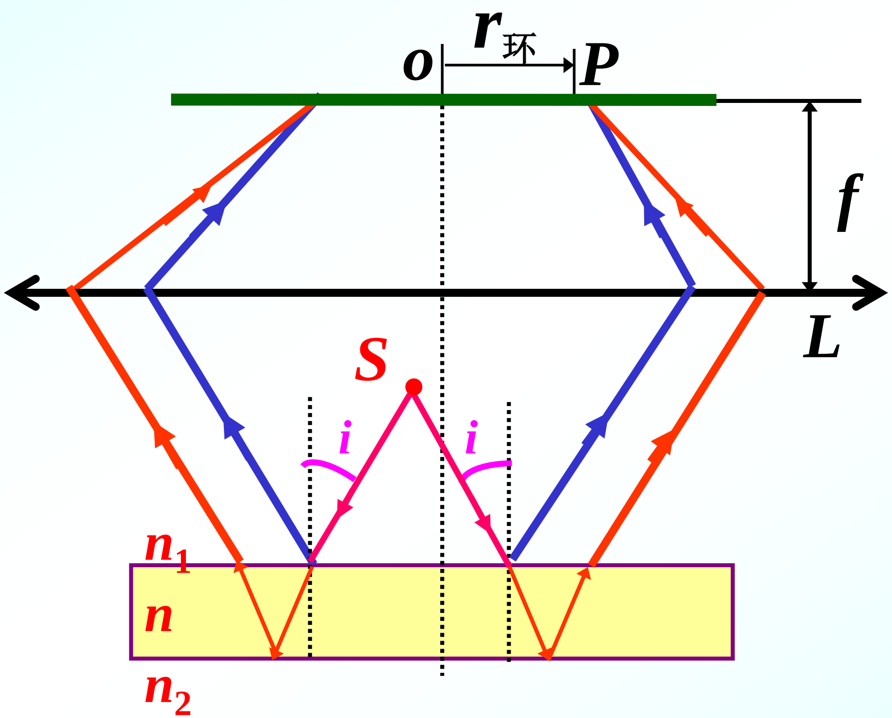
干涉条纹特征：

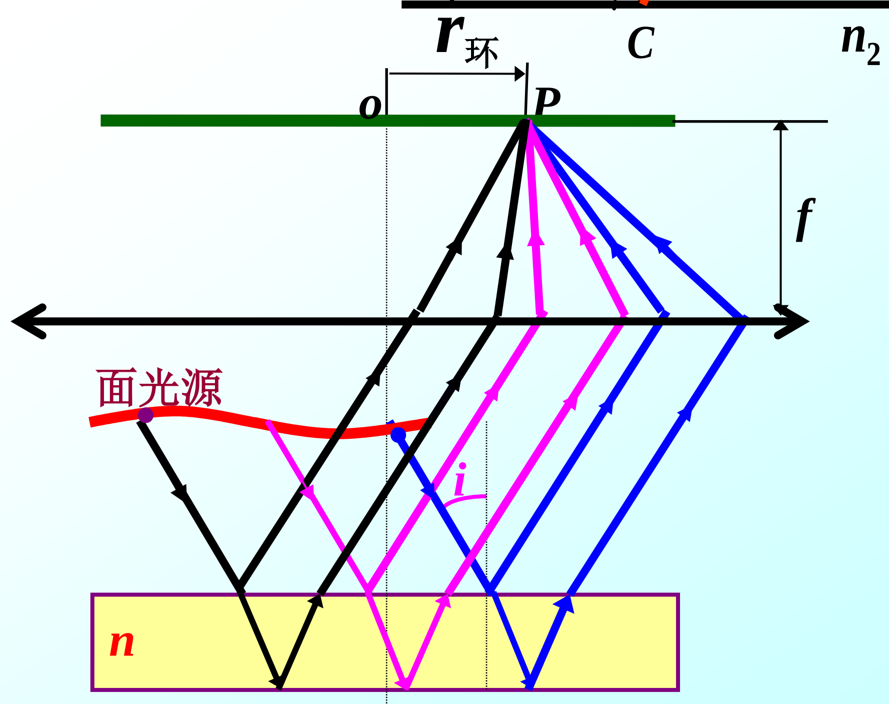
(1)倾角 i 相同的光线对应

同一条干涉圆环条纹 —等倾干涉

(2)不同倾角 i 构成的等倾条纹

是一系列同心圆环





干涉条纹特征：$\cos\gamma_{k+1}=\cos(\gamma_k-\Delta\gamma_k)\approx\cos\gamma_k+\Delta\gamma_k\sin\gamma_k$ $\quad\Delta\gamma_k\sim 0$

(1)倾角 i 相同的光线对应同一条干涉圆环条纹 —等倾干涉

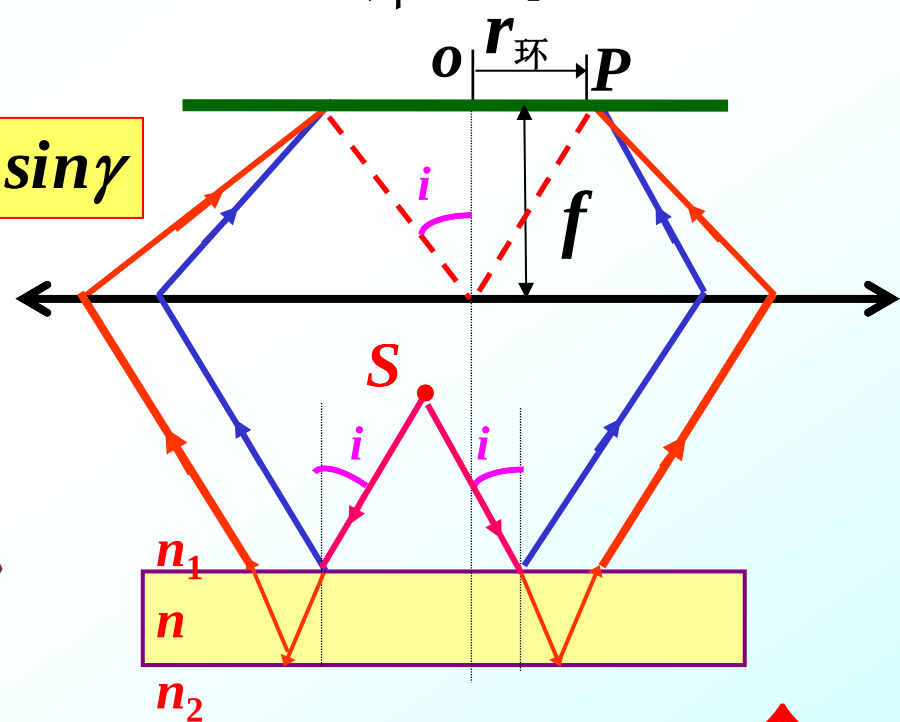
(2)不同倾角 i 构成的等倾条纹是一系列同心圆环 $\quad r_{环}=f\tan i$

(3)愈往中心，条纹级次愈高

$$2d\sqrt{n^2-n_1^2\sin^2 i}=k\lambda \qquad \boxed{n_1\sin i=n\sin\gamma}$$

d 一定时，$k\uparrow\rightarrow i\downarrow\rightarrow r_k\downarrow$

即：中心o点处的干涉级次最高



若改变d $\begin{cases} d\uparrow \text{ 中心向外冒条纹} \\ d\downarrow \text{ 中心向内吞条纹} \end{cases}$

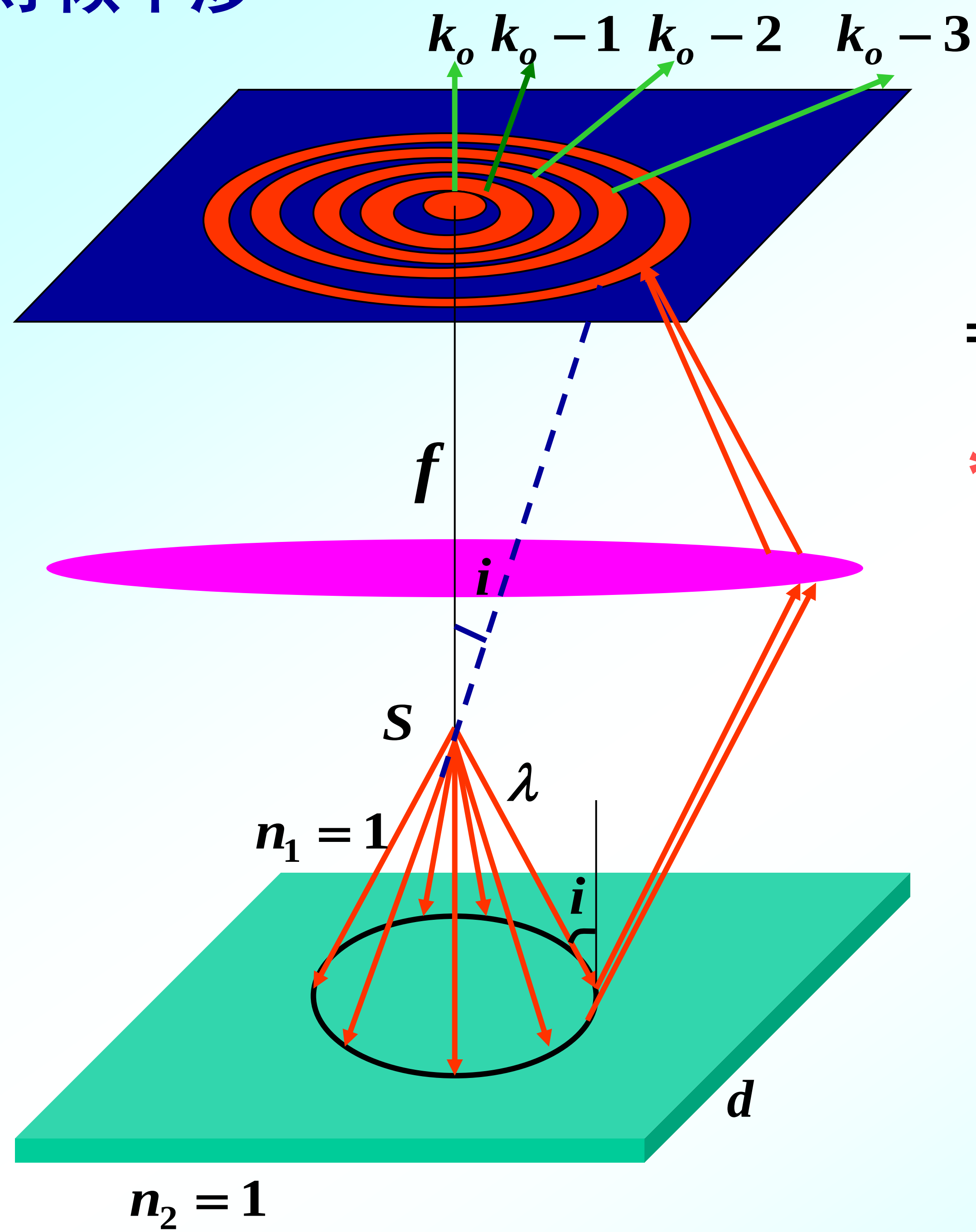
(4)条纹间隔分布：内疏外密

$$\left.\begin{aligned} 2nd\cos\gamma_k&=k\lambda \\ 2nd\cos\gamma_{k+1}&=(k+1)\lambda \end{aligned}\right\} \Rightarrow \Delta\gamma_k=\frac{\lambda}{2nd\sin\gamma_k} \qquad \gamma_k\uparrow \quad \Delta\gamma_k\downarrow$$

(5) 白光入射

$\lambda\uparrow\ \rightarrow i\downarrow\ \rightarrow r_k\downarrow$ ———彩色干涉条纹

等倾干涉



若逐渐改变膜厚，干涉环如何变化？

$$2d\sqrt{n^2-n_1^2\sin^2 i}=\begin{cases} k\lambda & (k=1,2,\cdots)\cdots\text{明纹} \\ (2k+1)\dfrac{\lambda}{2} & (k=0,1,2\cdots)\cdots\text{暗纹}\end{cases}$$

*若改变d，则

$d\uparrow$ 中心向外冒条纹

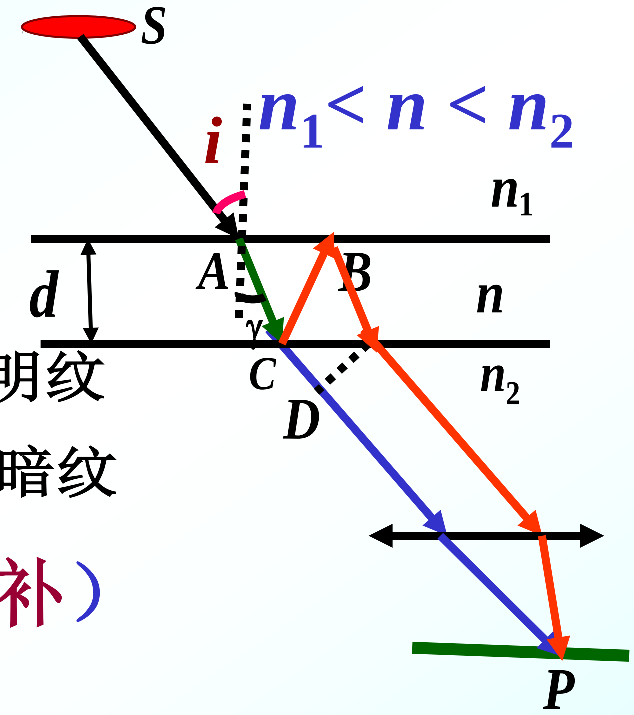
$d\downarrow$ 中心向内吞条纹

说明：

（1）透射光也有干涉现象

明暗条件为：

$$2d\sqrt{n^2-n_1^2\sin^2 i}+\boxed{\frac{\lambda}{2}}=\begin{cases}k\lambda & (k=1,2,\cdots)\ \cdots 明纹\\ (2k+1)\dfrac{\lambda}{2} & (k=0,1,2\cdots)\cdots 暗纹\end{cases}$$



反射光加强的点，透射光正好减弱（互补）

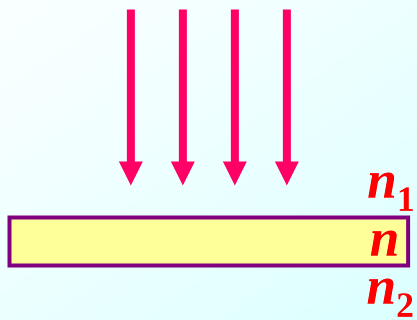
（2）平行光垂直入射的干涉现象

✓ 单色光垂直入射时：

薄膜表面或全亮、或全暗、或全居中。

✓ 复色光垂直入射时：

薄膜表面有的颜色亮，有的颜色消失。



◆ 等倾干涉的应用 ——增透(反)膜：

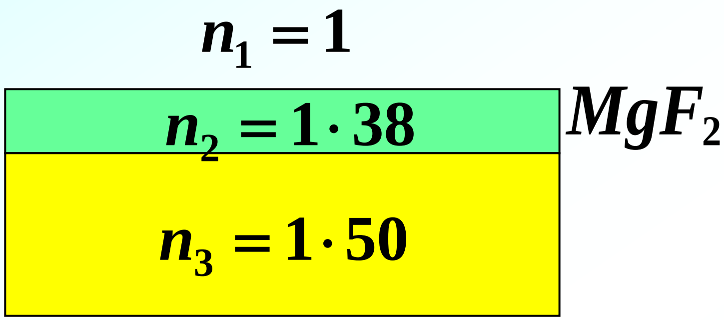
使某些颜色的单色光在表面的反射干涉相消，增加透射。

$$2d\sqrt{n^2-n_1^2\sin^2 i}=\begin{cases} k\lambda & (k=1,2,\cdots)\ \cdots\text{明纹} \\ (2k+1)\lambda/2 & (k=0,1,2\cdots)\cdots\text{暗纹}\end{cases}$$

例: 折射率 n=1.50的玻璃表面涂一层 MgF_2(n=1.38),为使它在 5500Å波长处产生**极小**反射，这层膜应多厚?

解: 假定光垂直入射

$\because$ $(n_1<n_2<n_3)$,不加λ/2



$$\delta=2nd=(2k+1)\lambda/2$$

k=0,1,2···□

最薄的膜 k=0， 此时

$$d=\frac{\lambda}{4n_2}=\frac{5500}{4\times 1\cdot 38}\approx 1000\text{Å}$$

k取其它值亦可，但d不能太大。为什么?

思考：为什么在玻璃板上看不到干涉现象?

应用: 照相机镜头、太阳能电池表面镀增透膜，激光谐振腔反射镜增反膜，飞机隐形...