

基础信息论

滤波器及其频率响应

华中科技大学电信学院

主题: 滤波器及其频率响应

■ 学习目标

- 定性分析线性时不变系统的频率响应
- 从频率响应中识别不同类型的滤波器
- 根据滤波器输入和频率响应的傅立叶系数, 预测滤波器的输出

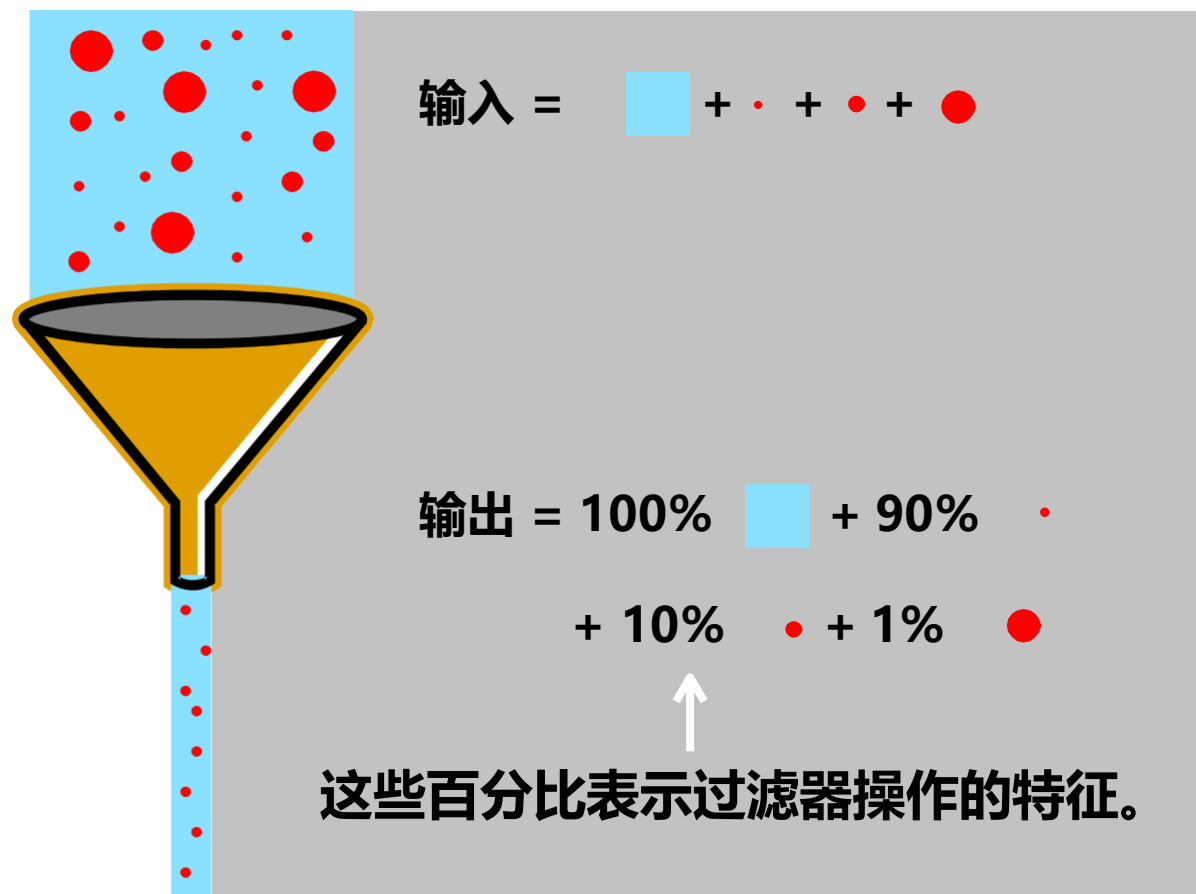
■ 学习内容

- 信道作为滤波器
- 频率响应
- 滤波器示例
 - 低通滤波器示例
 - 高通滤波器示例
 - 带通滤波器示例
- 红外信道的频率响应

信道作为滤波器

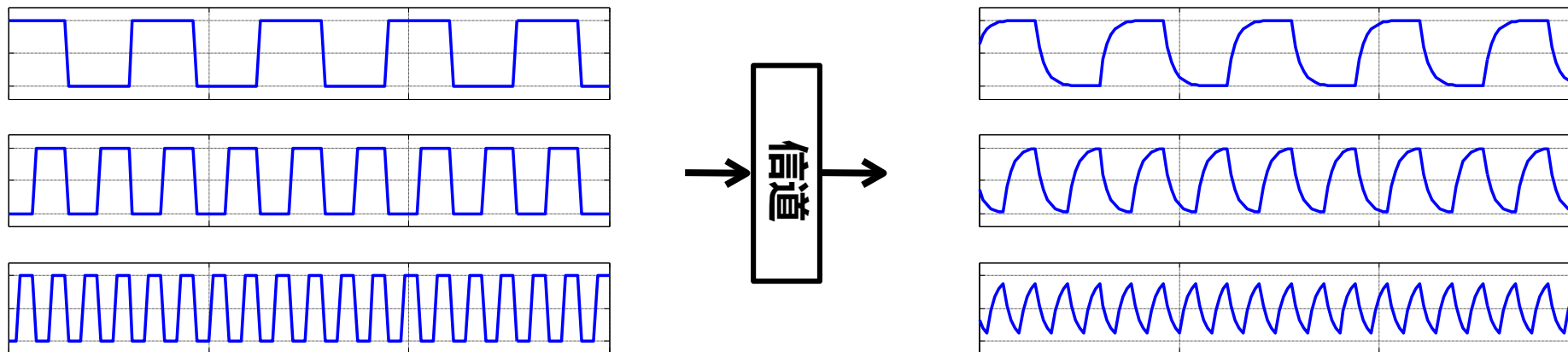
动机：滤波器

- 滤波器是一种仅允许输入的某些部分（组件）传递到输出的东西。
- 例如，滤水器可能会让所有小分子（例如水）通过，但会阻挡大多数大颗粒。



信道作为滤波器

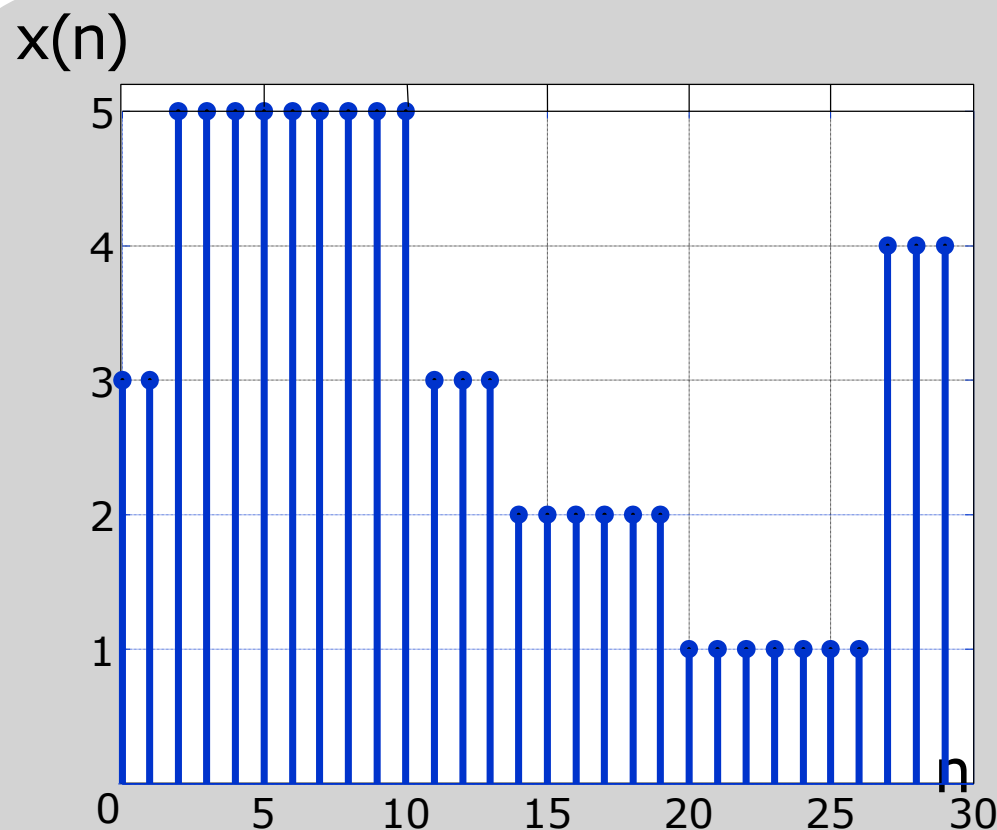
- 可以将信道视为滤波器。信号的某些部分（例如长而平坦的部分）通过，而其他部分（例如，快速变化的部分）则不通过。



- 输入信号的“成分”是什么？
- 我们如何描述每个信号部分有多少从输入传递到输出？

信号成分

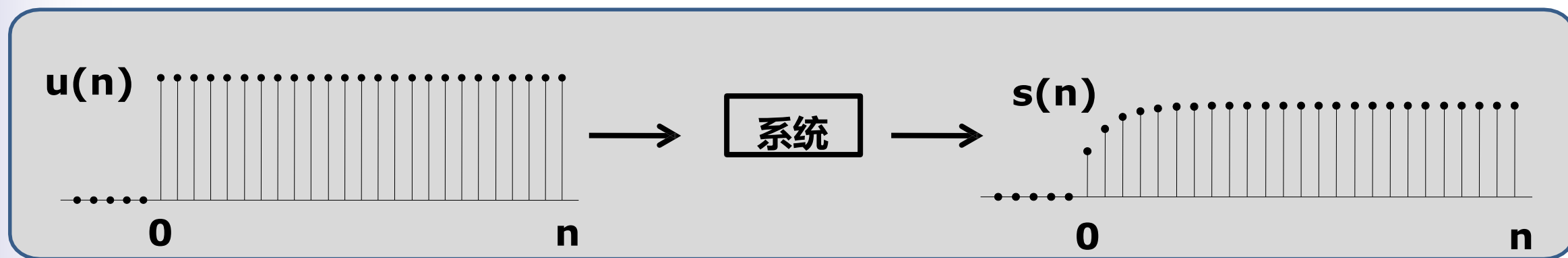
- 我们可以通过将任何信号表示为“简单”信号的总和来分解它。
- 例如缩放和延迟的单位阶跃。



$$\begin{aligned}
 x(n) = & 3 \cdot u(n) \\
 & + 2 \cdot u(n-2) \\
 & - 2 \cdot u(n-11) \\
 & - u(n-14) \\
 & - u(n-20) \\
 & + 3 \cdot u(n-27)
 \end{aligned}$$

单位阶跃响应存在的问题

- 如果我们将单位阶跃视为基本组件，那么输出组件就不会“看起来”与输入组件相同。



- 我们希望找到一套这样的信号组件
 - 任何信号都可以表示为这些分量的缩放版本和延迟版本的总和
 - 通过信道后，组件仍然“看起来**相同**”

傅里叶级数

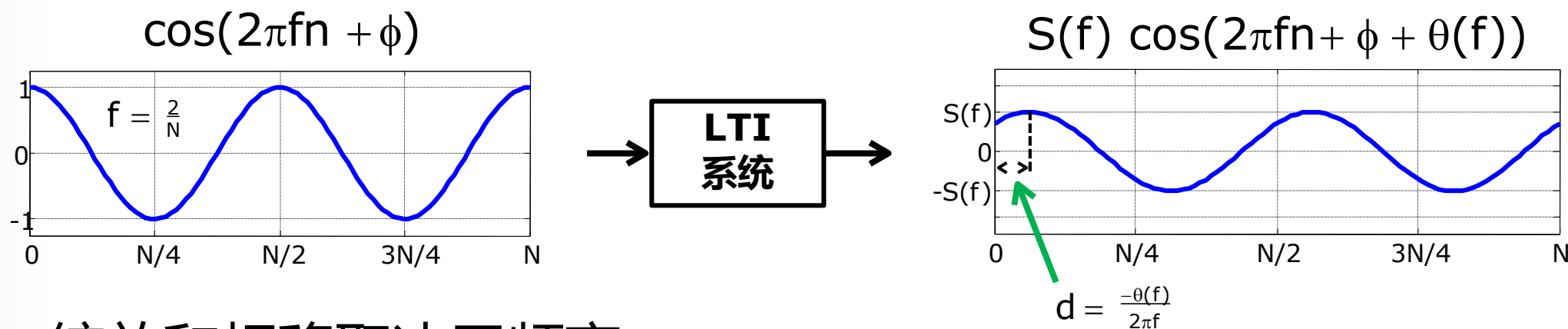
- 傅立叶级数展开是信号的另一种分解形式，它是按比例缩放和偏移的余弦之和。

$$x(n) = A_0 + \sum_{k=1}^{N/2} A_k \cos(2\pi f_k n + \phi_k) \quad f_k = \frac{k}{N}$$
$$= \sum_{k=0}^{N/2} A_k \cos(2\pi f_k n + \phi_k)$$

频率响应

频率响应

- 任何LTI系统对输入余弦波的响应都是具有相同频率 f 的余弦波，但是幅度按 $S(f)$ 缩放，并且相位偏移 $\theta(f)$ 。

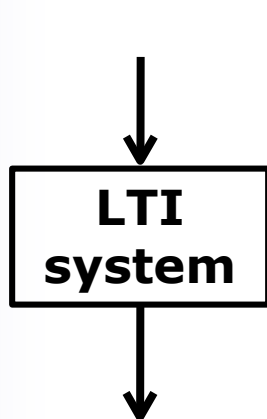


- 缩放和相移取决于频率
 - $S(f)$ 被称为滤波器的**幅度响应**。
 - $\theta(f)$ 被称为**相位响应**。
 - $S(f)$ 和 $\theta(f)$ 一起被称为**频率响应**。

计算输出

第1步:用余弦和表示输入

$$x(n) = A_1 \cos(2\pi f_1 n + \phi_1) + A_2 \cos(2\pi f_2 n + \phi_2) + \dots$$

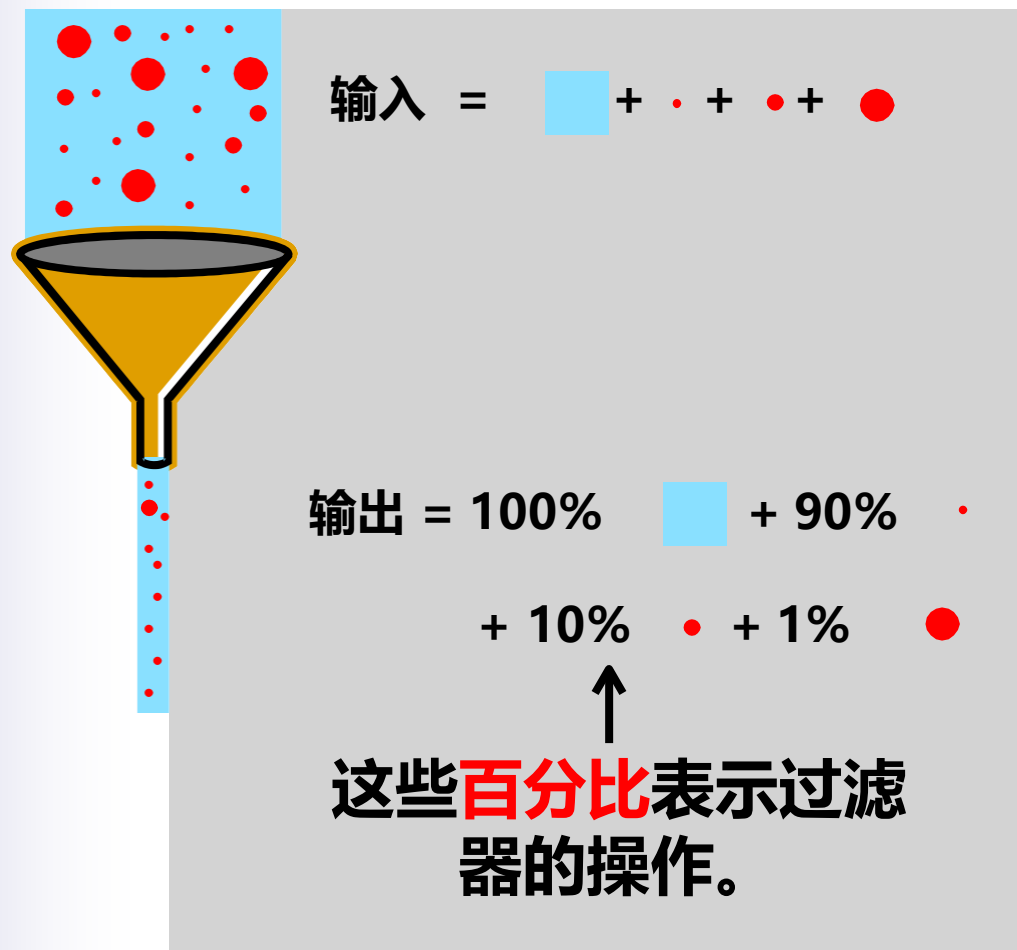


第2步: 缩放和相移每个余弦

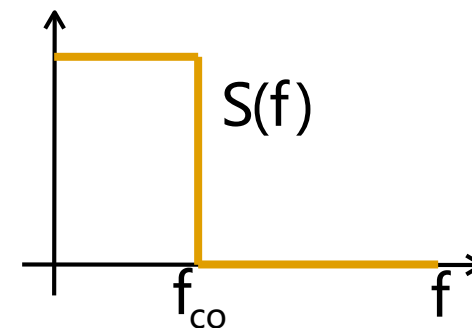
$$y(n) = S(f_1)A_1 \cos(2\pi f_1 n + \phi_1 + \theta(f_1)) + S(f_2)A_2 \cos(2\pi f_2 n + \phi_2 + \theta(f_2)) + \dots$$

第3步: 结果线性相加

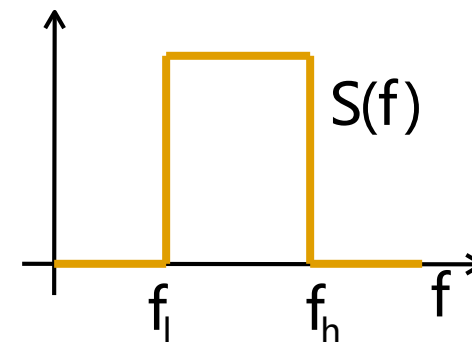
幅频响应



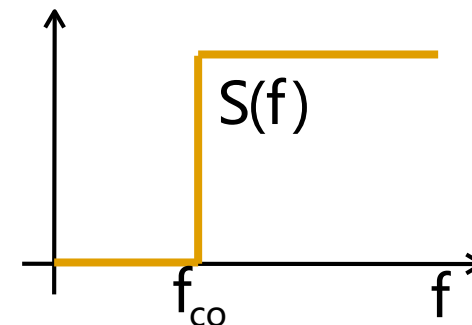
低通滤波器



带通滤波器



高通滤波器



低通滤波器示例

滤波器类型

低通滤波器

- 通过低于 f_{co} 的频率
 - f_{co} = 截止频率
- 强调“低频”

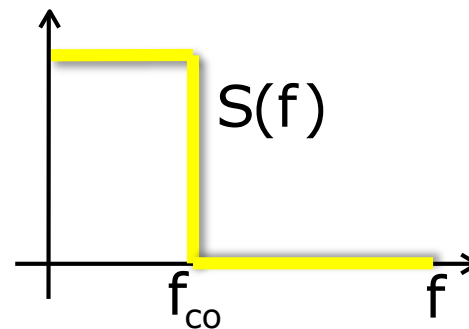
带通滤波器

- 通过 f_l 和 f_h 之间的频率
 - f_l = 低频截止
 - f_h = 高频截止
- 强调“中频”

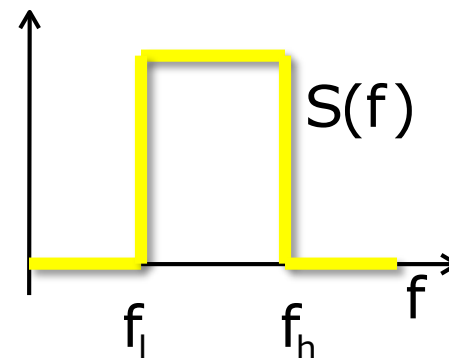
高通滤波器

- 通过 f_{co} 以上的频率
- 强调“高频”

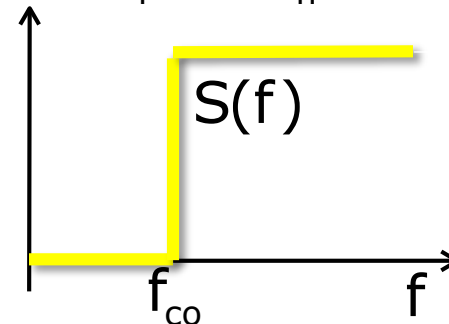
低通滤波器



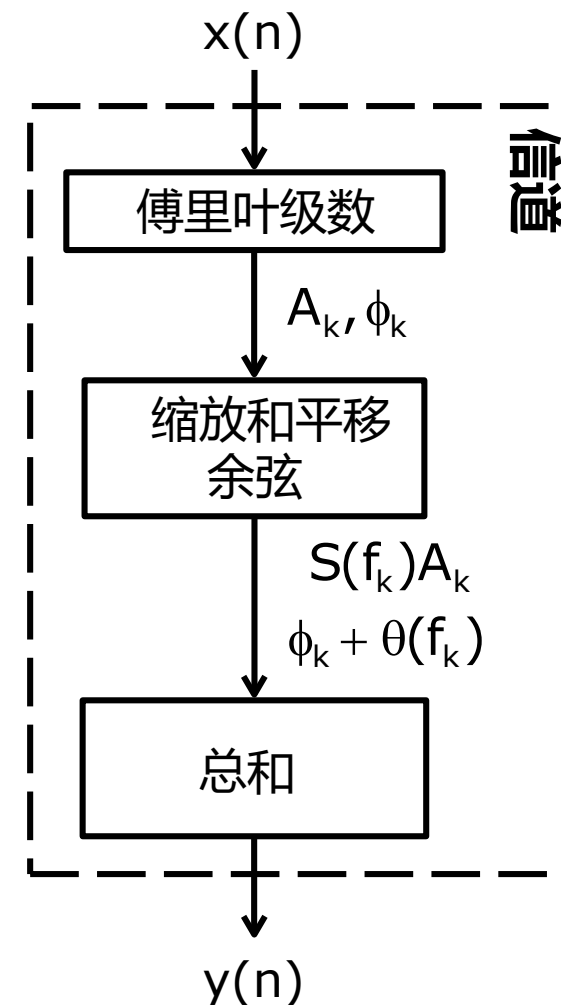
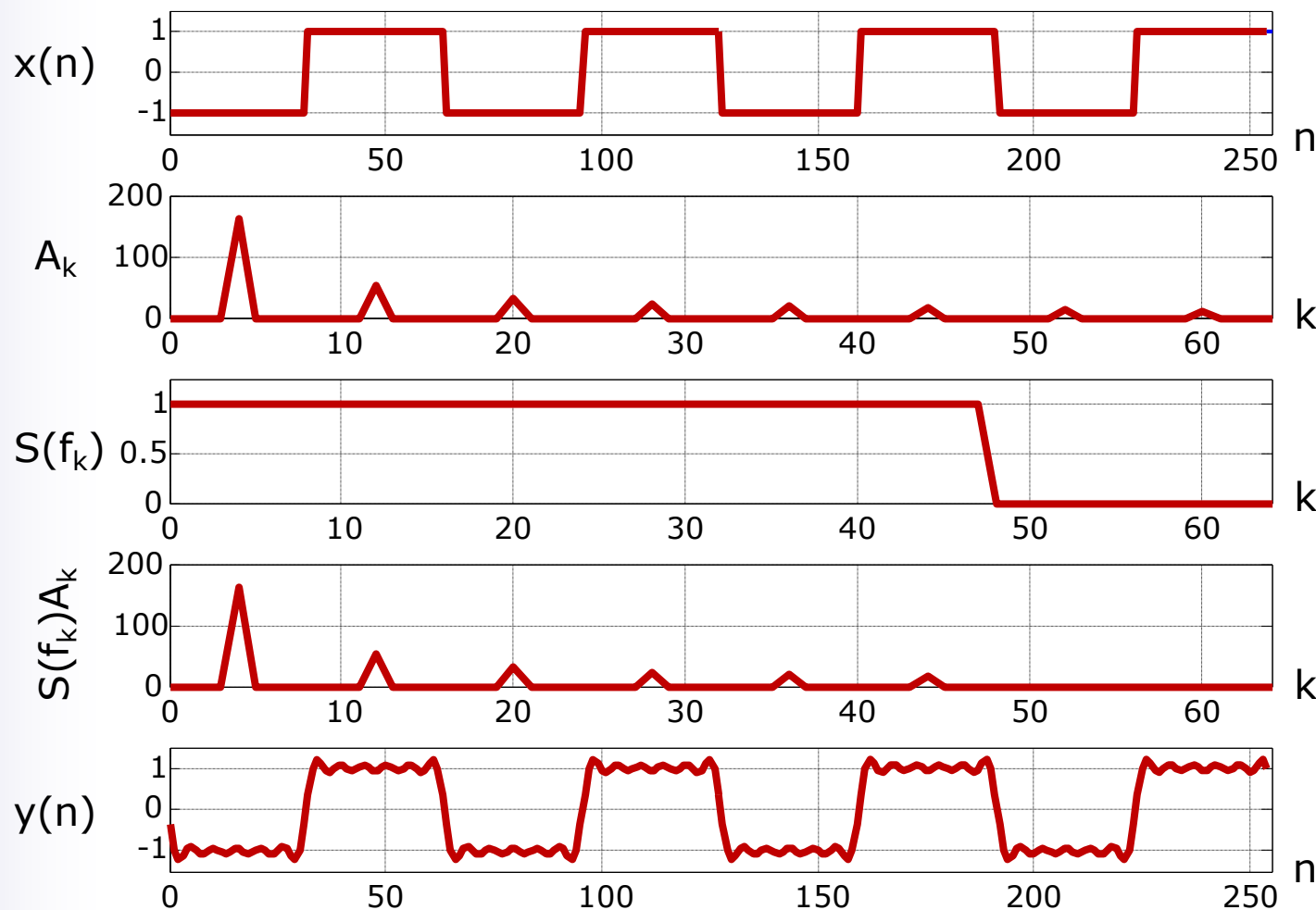
带通滤波器



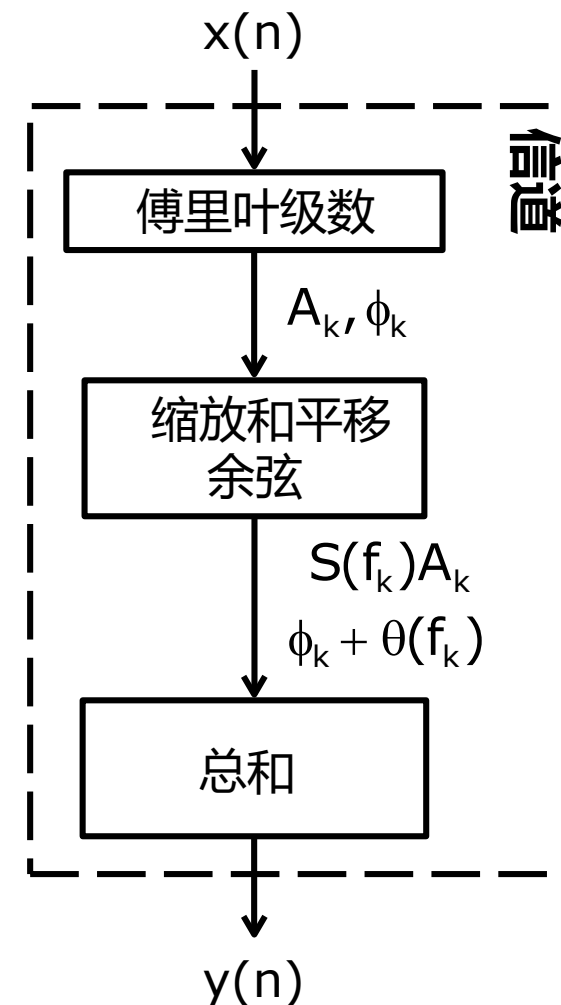
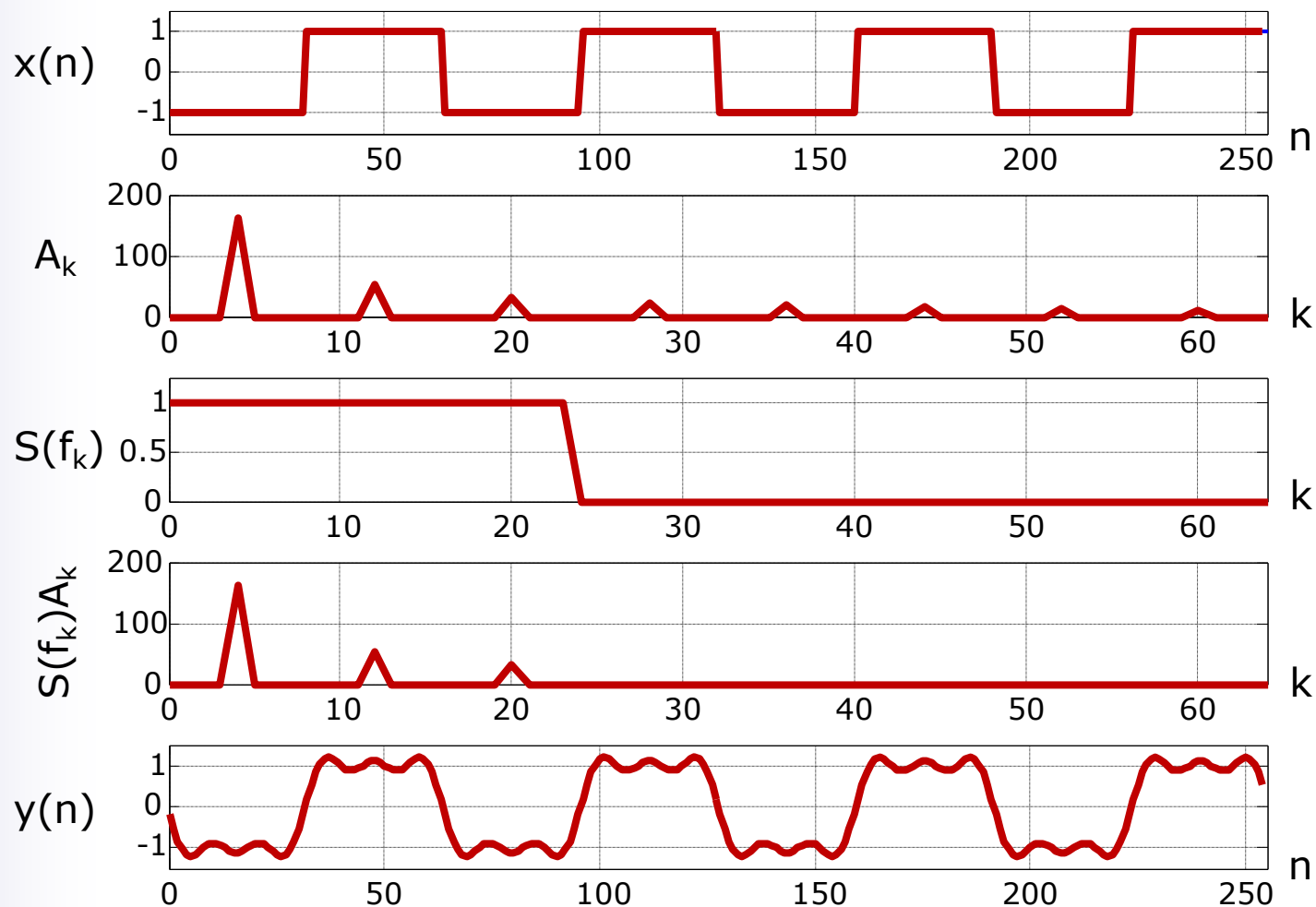
高通滤波器



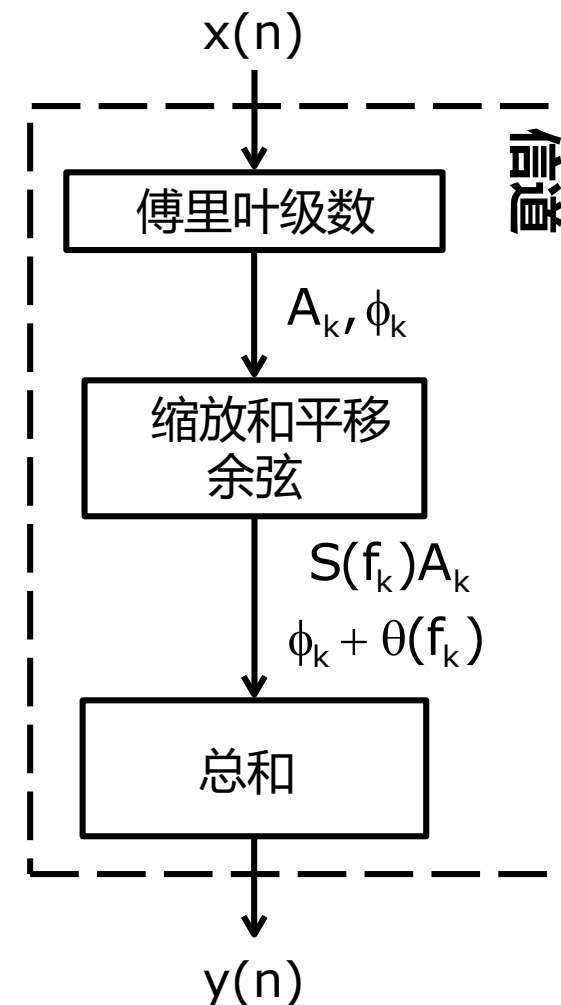
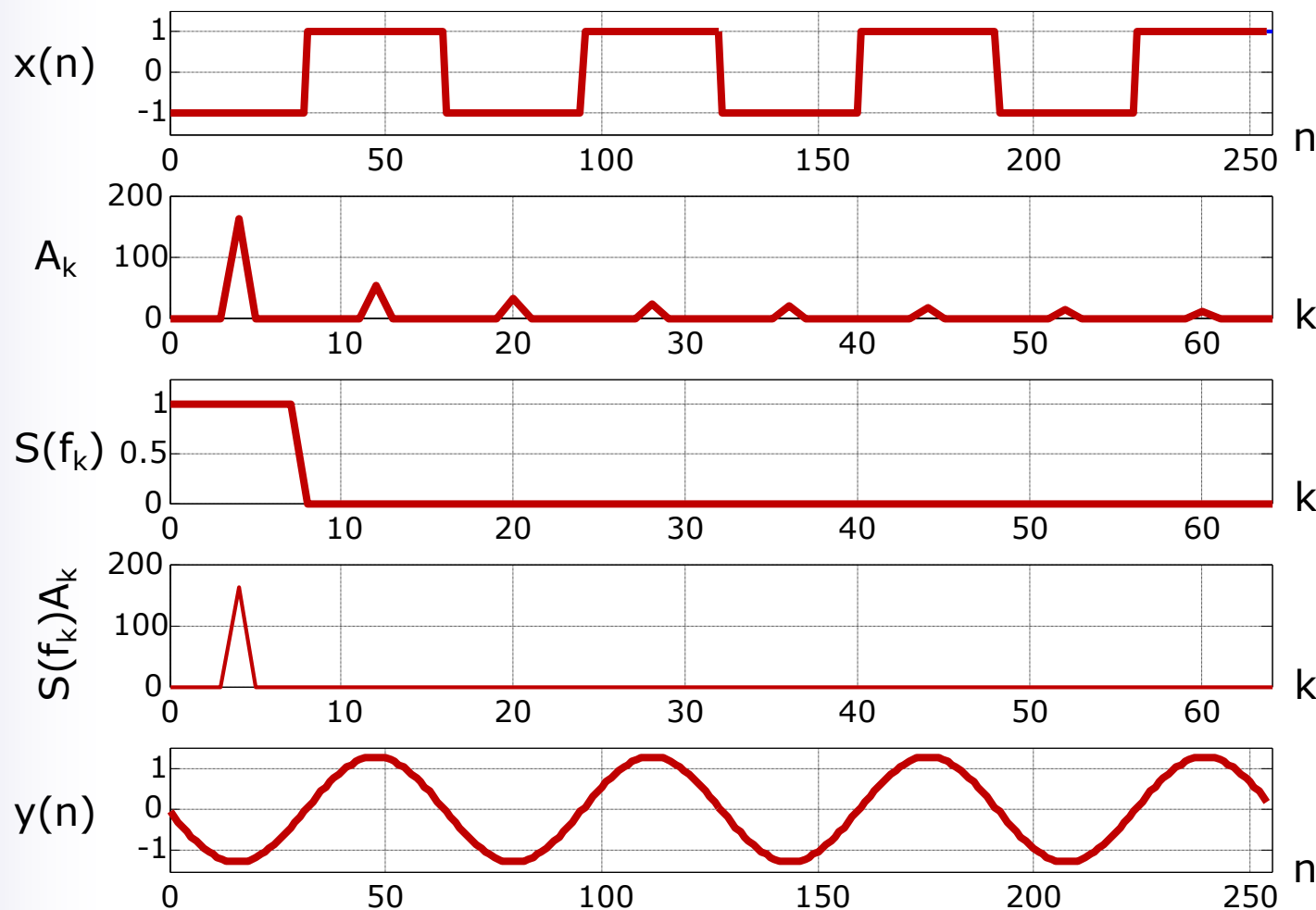
低通滤波器 $f_{co} = 48/256$



低通滤波器 $f_{co} = 24/256$



低通滤波器 $f_{co} = 8/256$



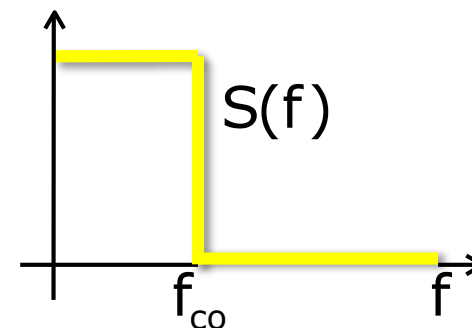
高通滤波器示例

滤波器类型

低通滤波器

- 通过低于 f_{co} 的频率
- $\square f_{co} = \text{截止频率}$
- 强调“低频”

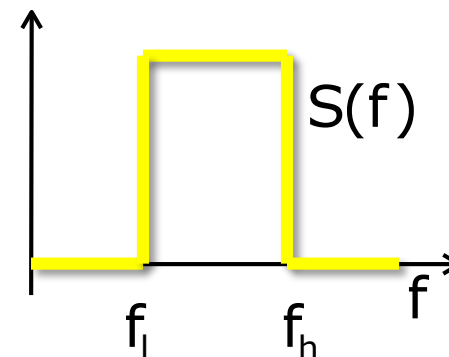
低通滤波器



带通滤波器

- 通过 f_l 和 f_h 之间的频率
- $\square f_l = \text{低频截止}$
- $\square f_h = \text{高频截止}$
- 强调“中频”

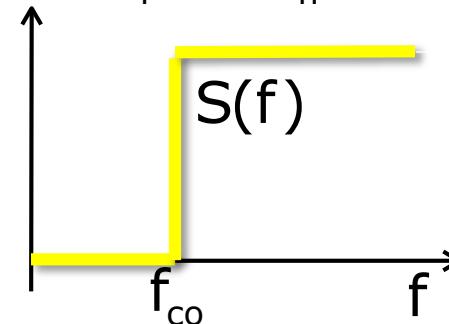
带通滤波器



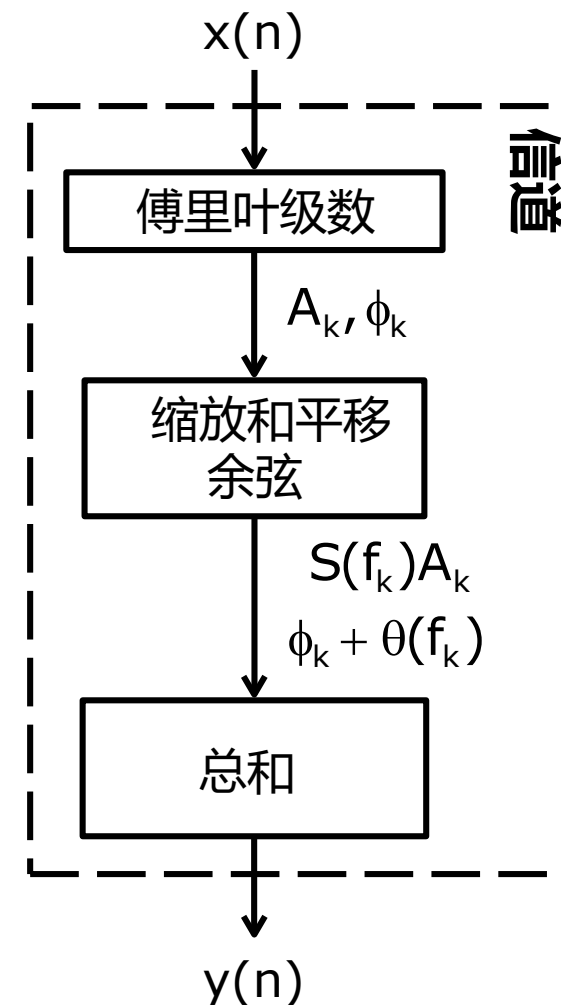
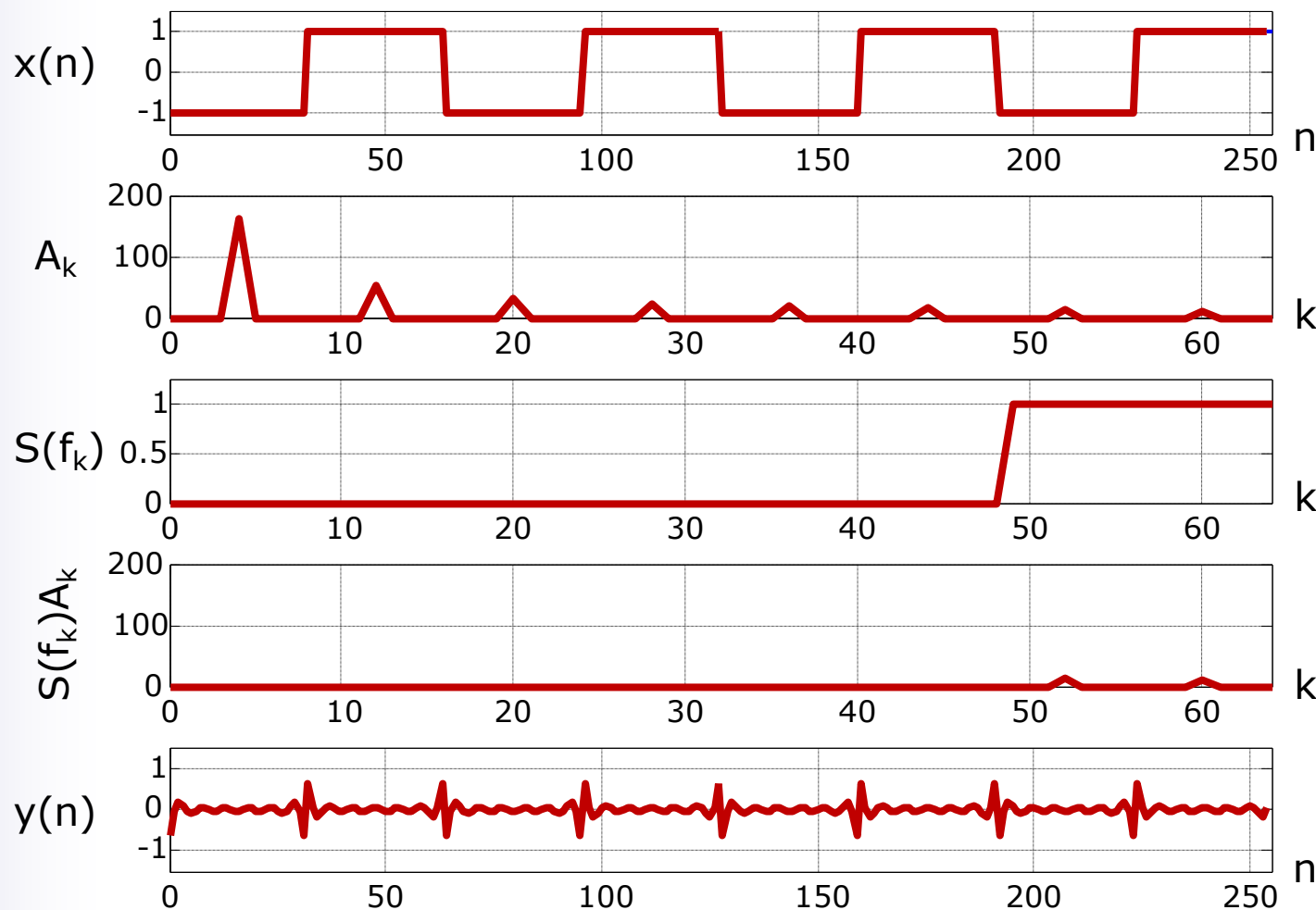
高通滤波器

- 通过 f_{co} 以上的频率
- 强调“高频”

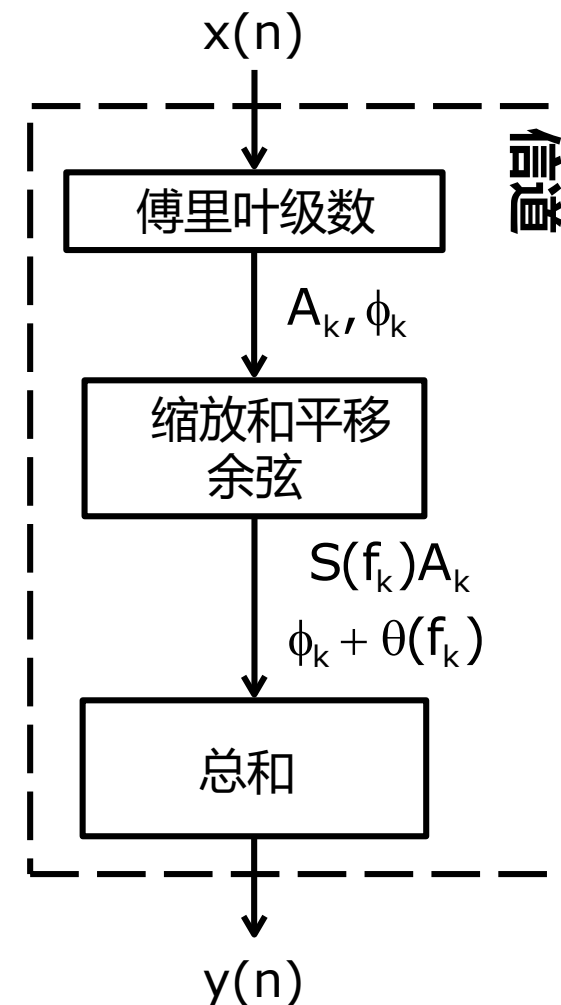
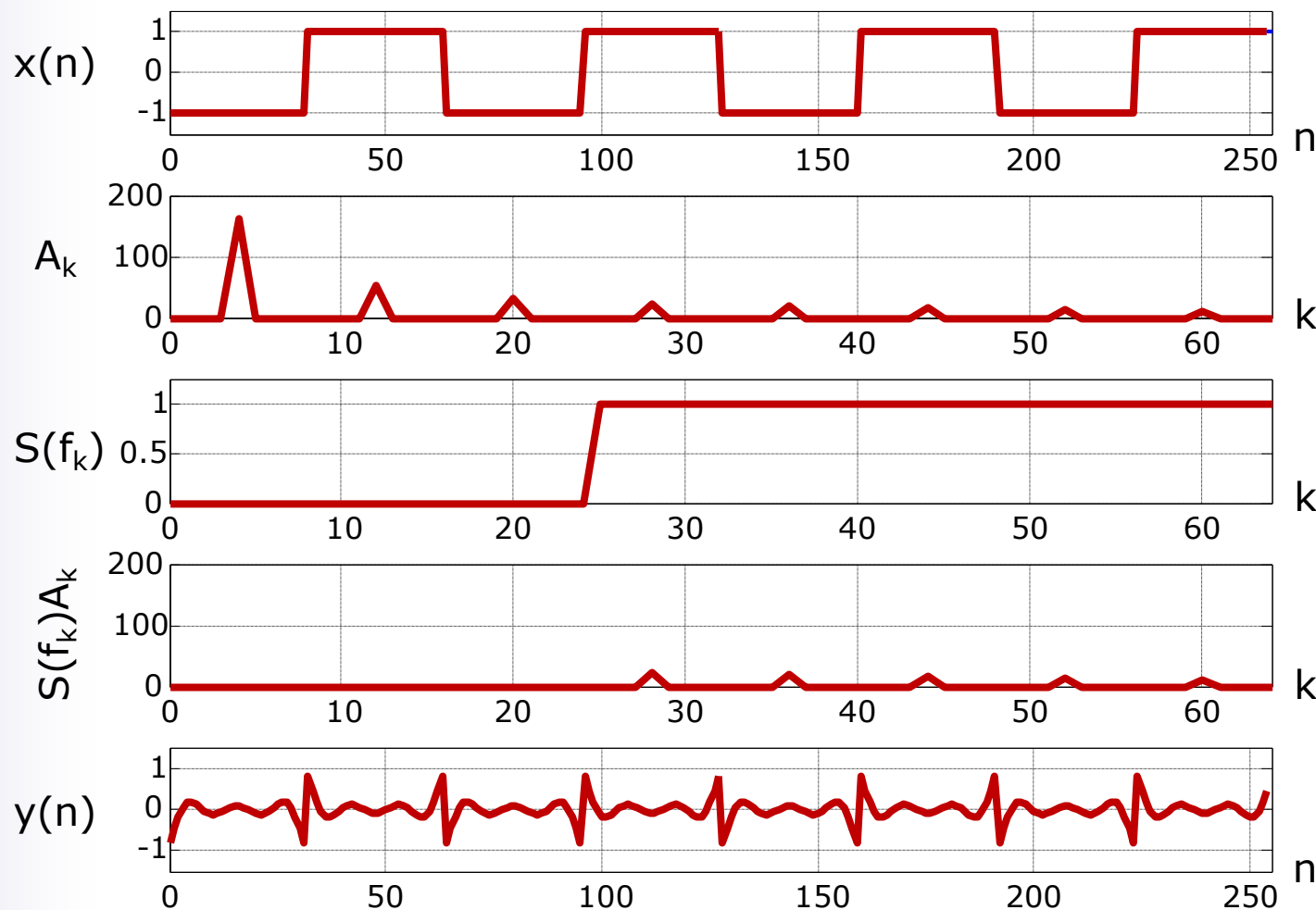
高通滤波器



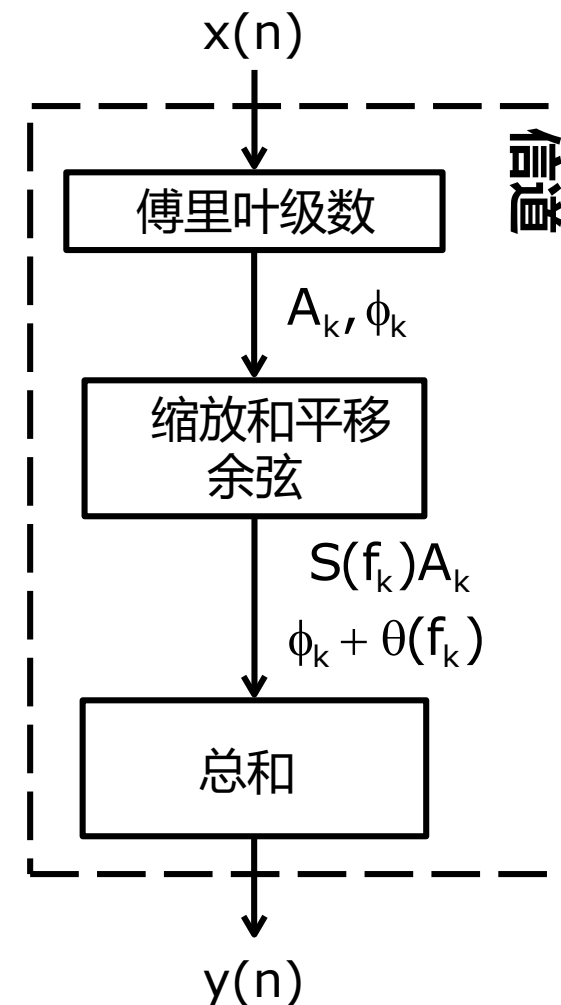
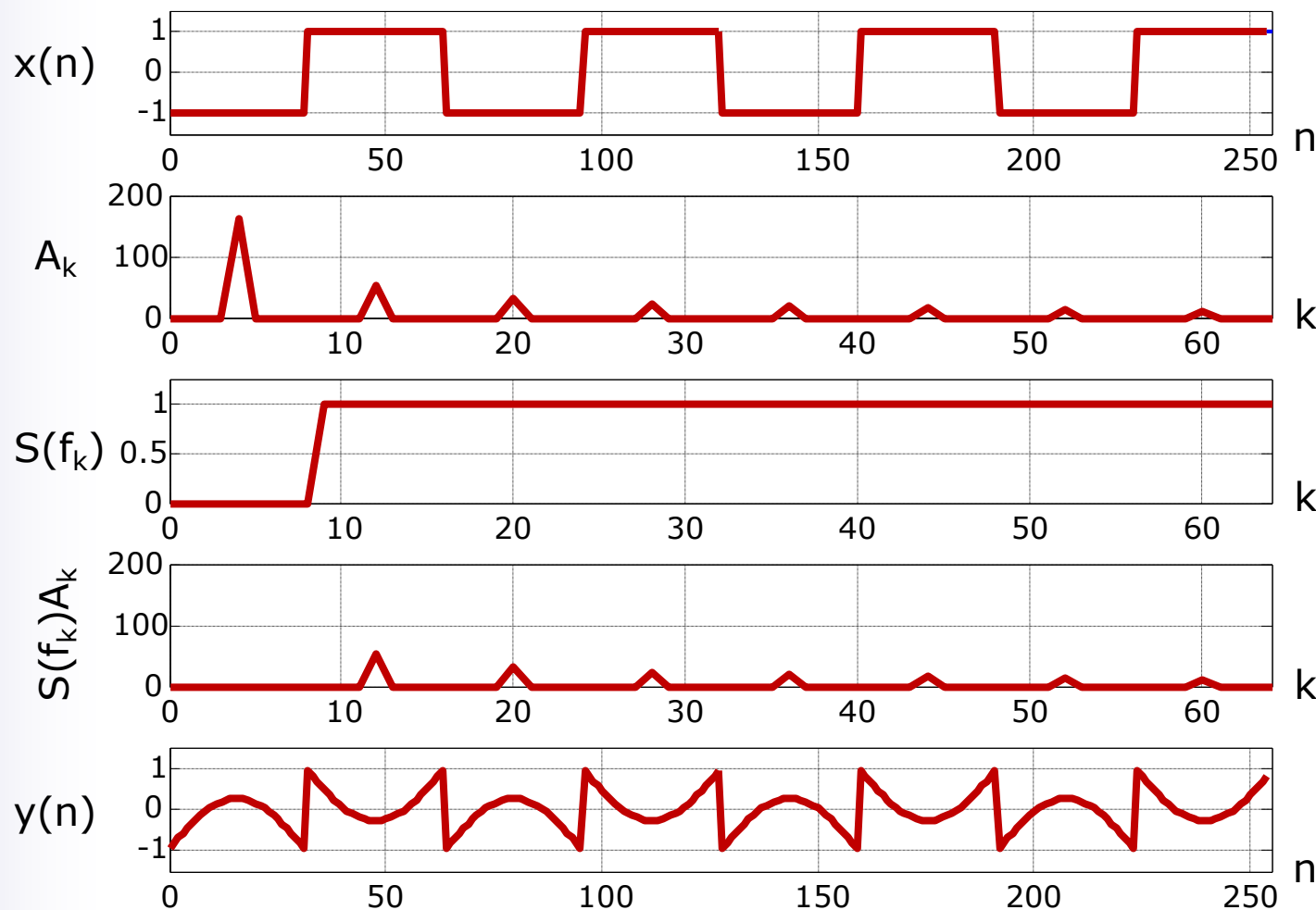
高通滤波器 $f_{co} = 48/256$



高通滤波器 $f_{co} = 24/256$



高通滤波器 $f_{co} = 8/256$



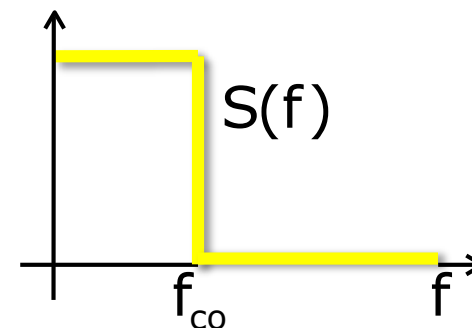
带通滤波器示例

滤波器类型

低通滤波器

- 通过低于 f_{co} 的频率
 - f_{co} = 截止频率
- 强调“低频”

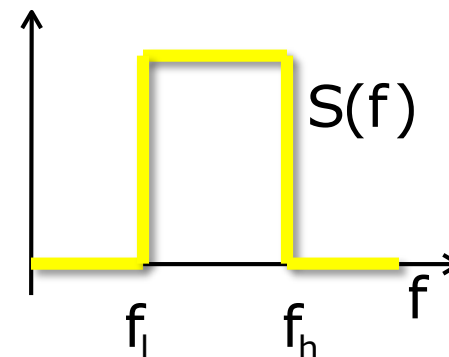
低通滤波器



带通滤波器

- 通过 f_l 和 f_h 之间的频率
 - f_l = 低频截止
 - f_h = 高频截止
- 强调“中频”

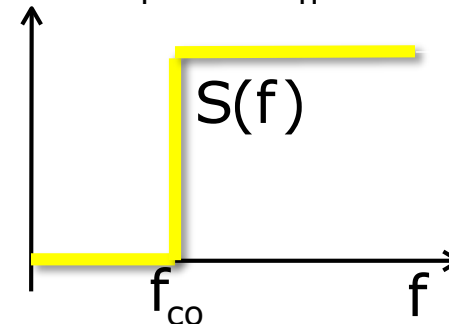
带通滤波器



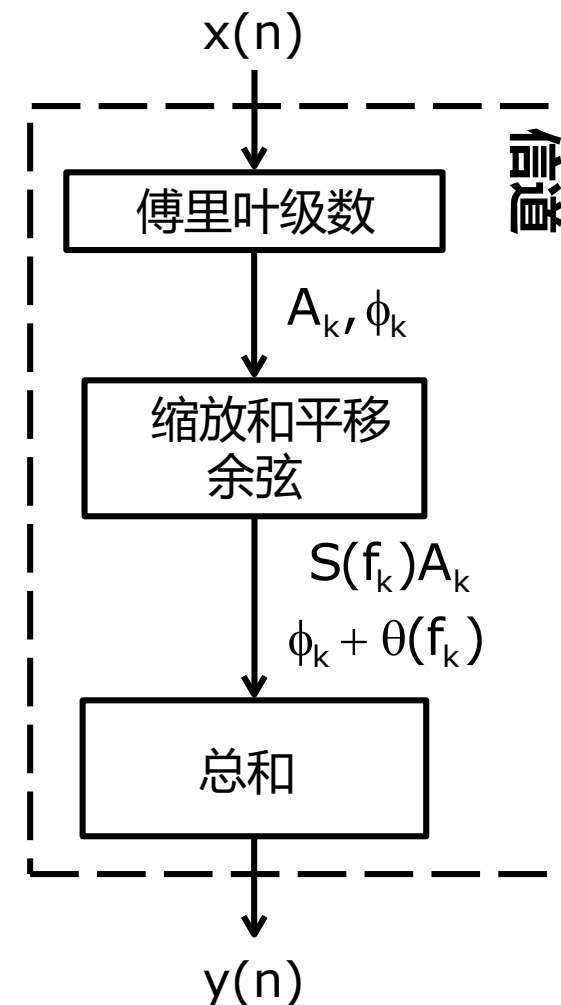
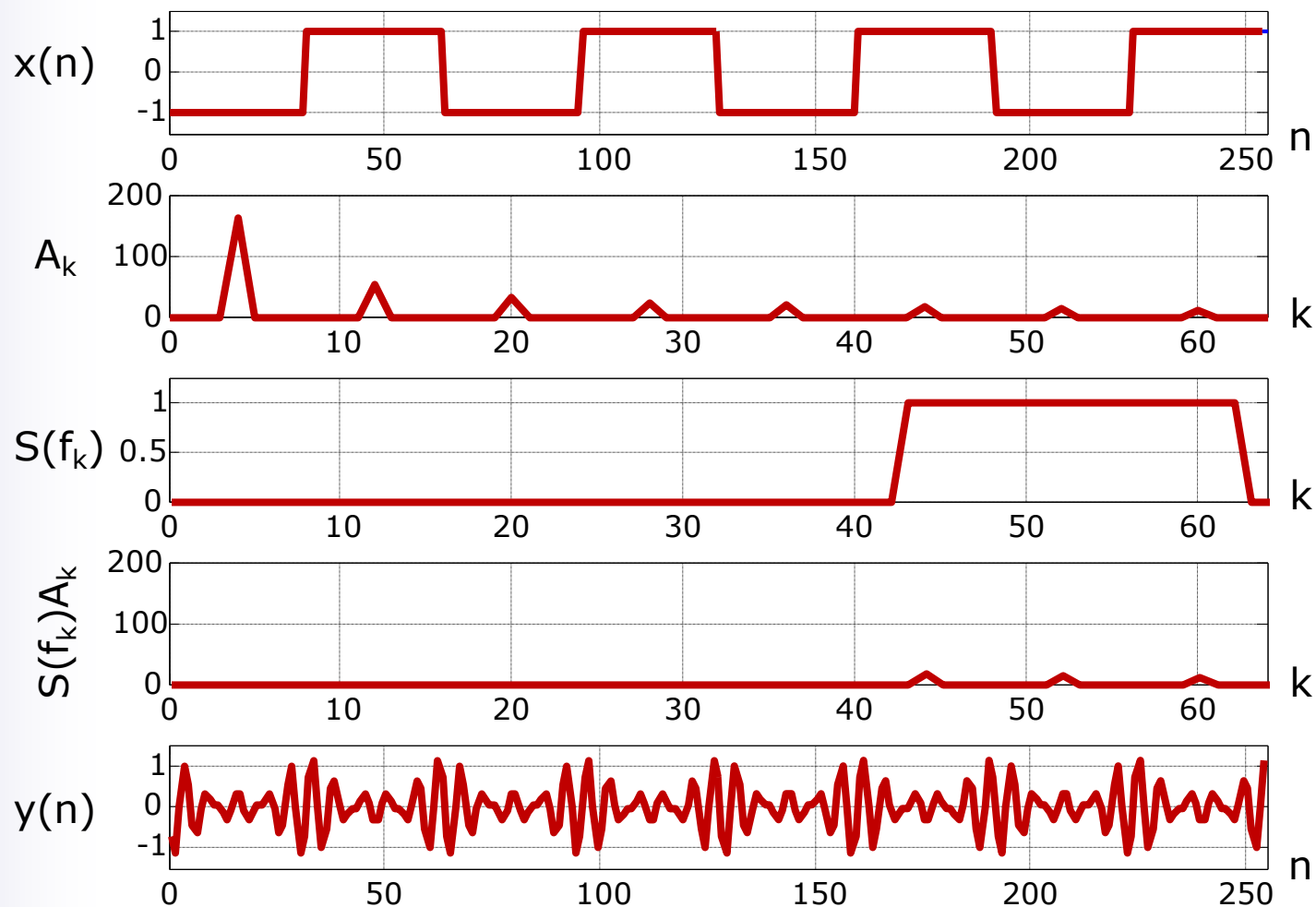
高通滤波器

- 通过 f_{co} 以上的频率
- 强调“高频”

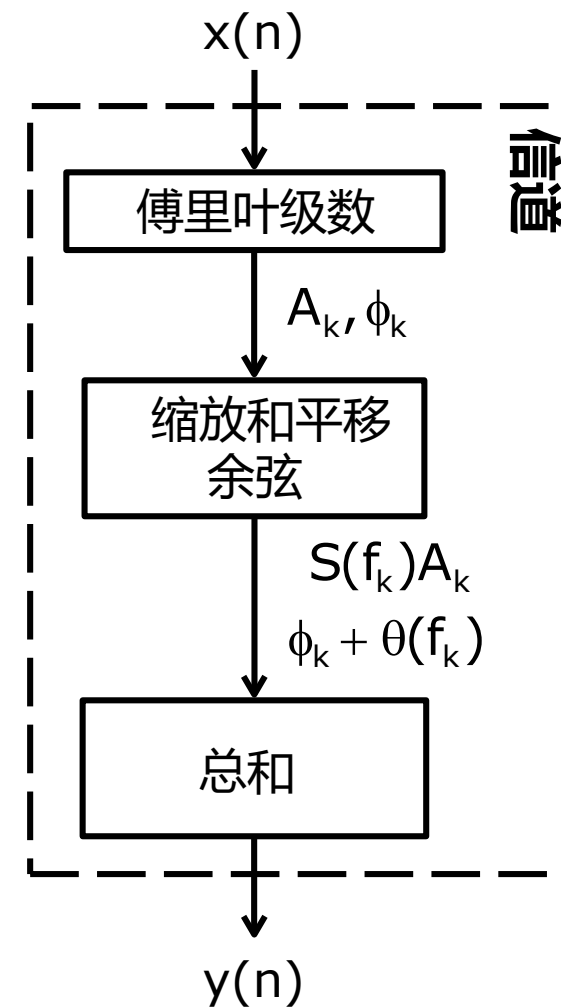
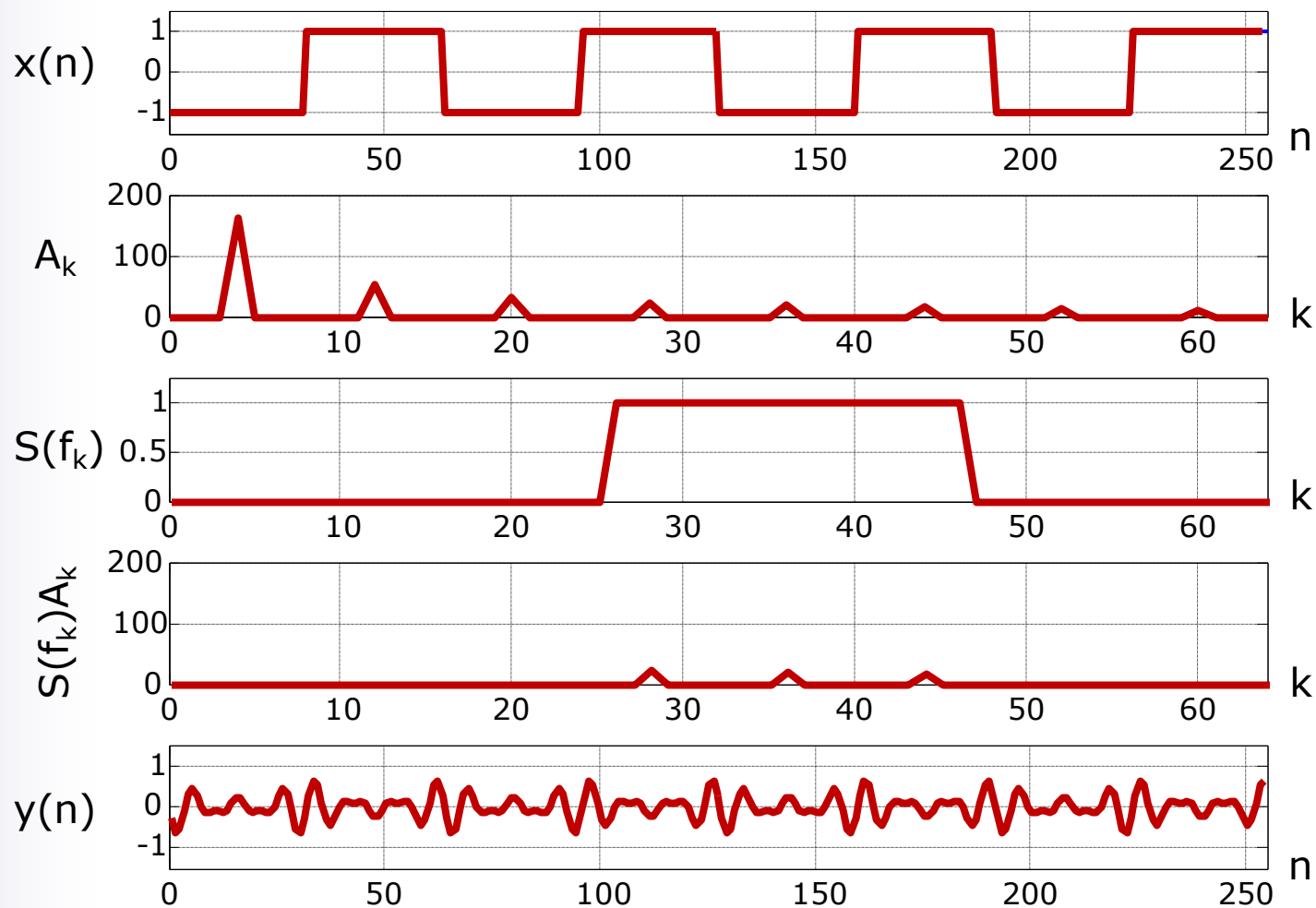
高通滤波器



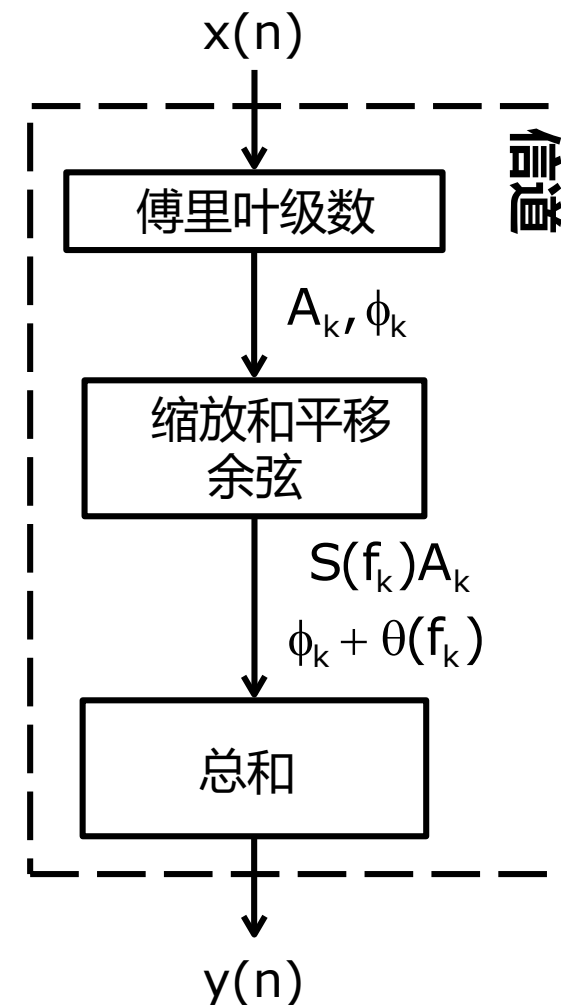
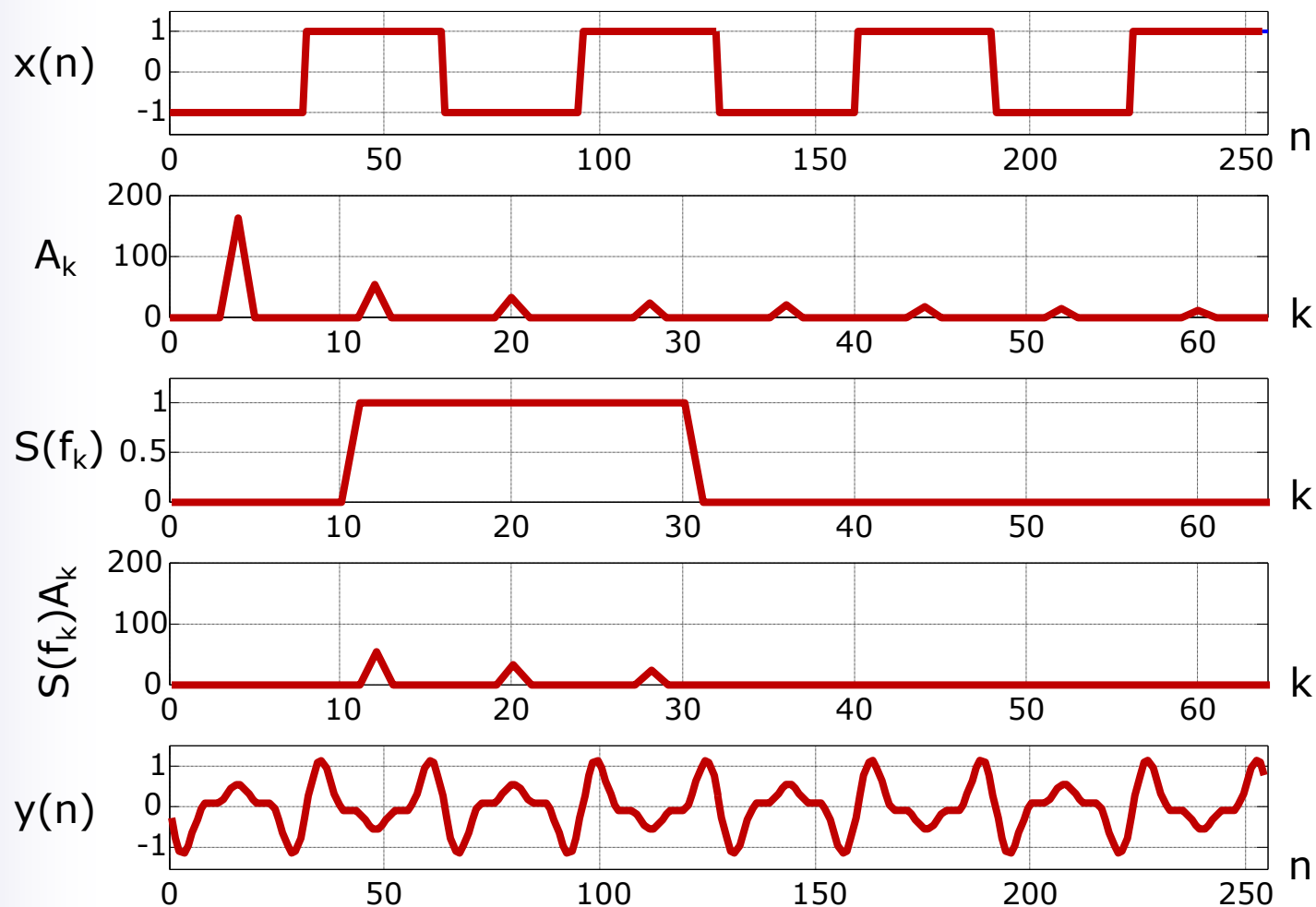
高通滤波器 $f_c = 52/256$



高通滤波器 $f_c = 36/256$



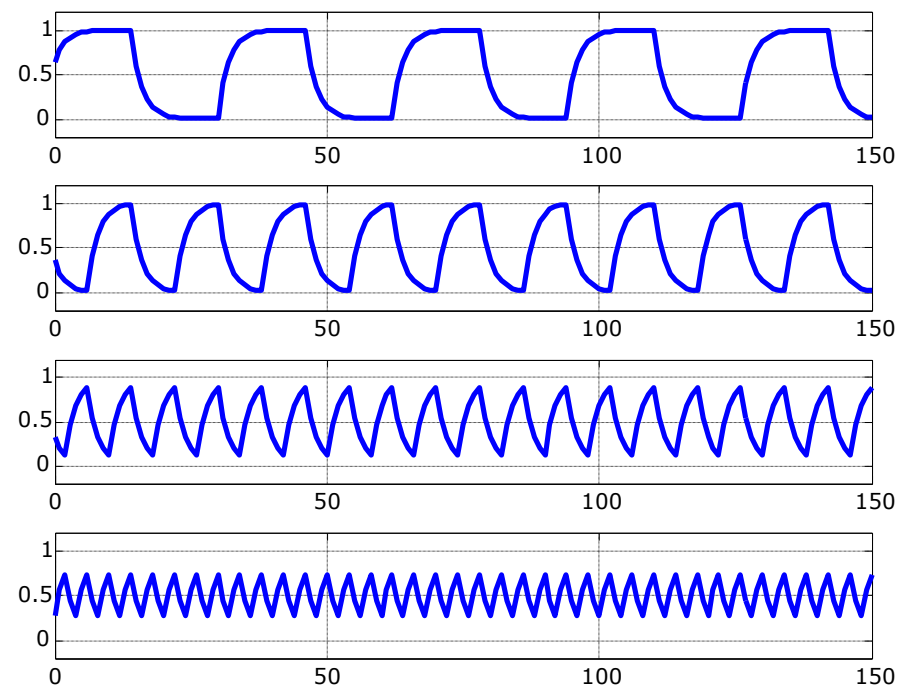
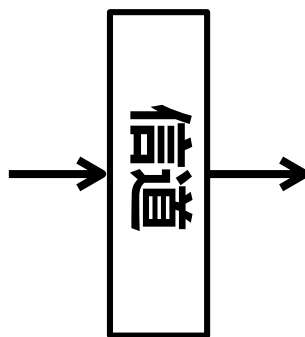
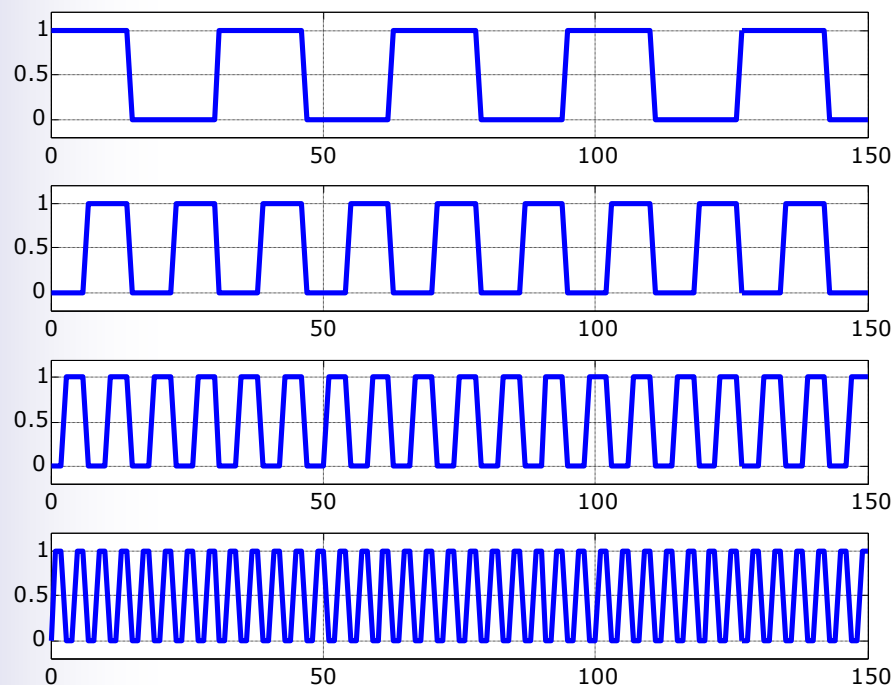
高通滤波器 $f_c = 20/256$



红外信道的频率响应

红外信道(Infra Red, IR)

- 长平坦的部分（低频）能通过IR信道，但陡峭的过渡（高频）却没有通过。
- 因此，我们猜测红外信道(IR)信道具有“低通”特性。

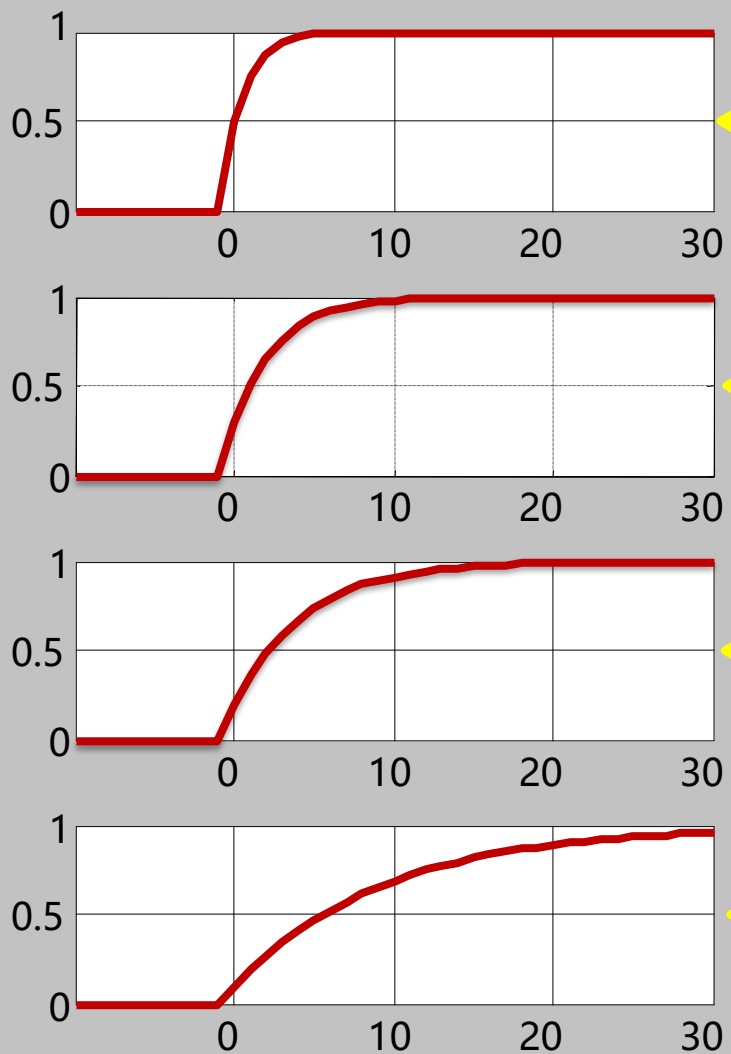


阶跃响应/频率响应

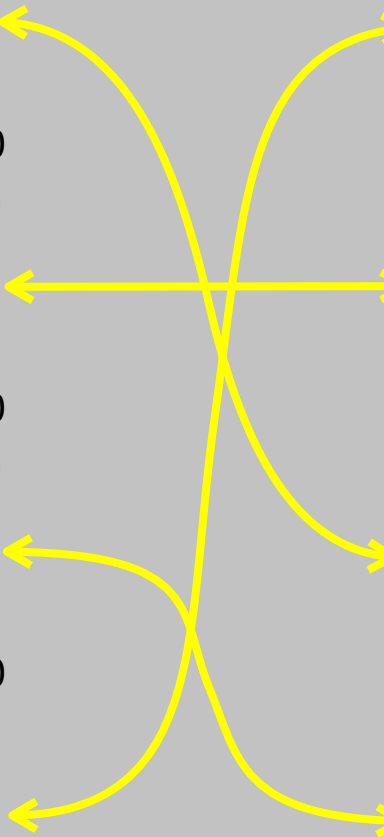
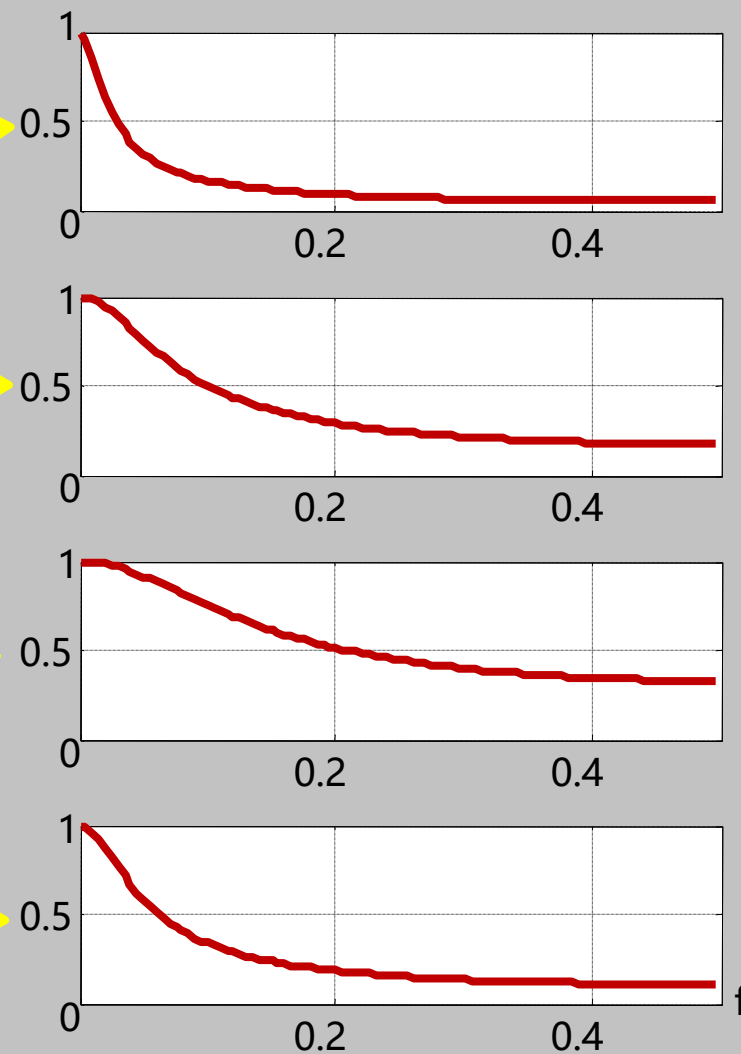
- 阶跃响应和频率响应等效
 - 两者都提供足够的信息来响应任何输入来计算信道的输出。
 - 一个可以从另一个计算得到。
- 类似于信号函数和其傅里叶级数展开，它们只是看待相同信息的不同方式
 - 阶跃响应显示了信道输出如何随时间变化。
 - 对于预测眼图和对比特波形的响应很有用。
 - 频率响应显示了通道输出如何响应不同频率的信号。
 - 有助于理解对更复杂信号的响应。

匹配阶跃响应与幅频响应

阶跃响应



幅频响应



作业：滤波器及其频率响应

登录微助教

<http://portal.teachermate.com.cn/>

谢谢!

黑晓军

华中科技大学

电子信息与通信学院

Email: heixj@hust.edu.cn

网址: <http://eic.hust.edu.cn/aprofessor/heixiaojun>

参考资料

- *A System View of Communications: From Signals to Packets (Part 2)*

<https://www.edx.org/course/a-system-view-of-communications-from-signals-to-packets-part-2-2>