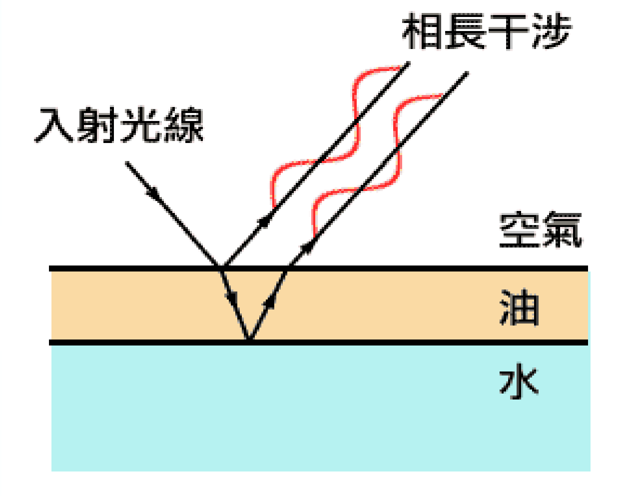

第五篇
光学
(Optics)

第4节　分振幅干涉

薄膜干涉



1. 等倾干涉　（厚度均匀的薄膜干涉）

2. 等厚干涉　（厚度不均匀的薄膜干涉）

◆ 明暗条件中是否考虑半波损失，要看 n_1, n, n_2 的关系。

n_1

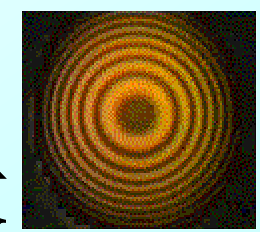
n

n_2

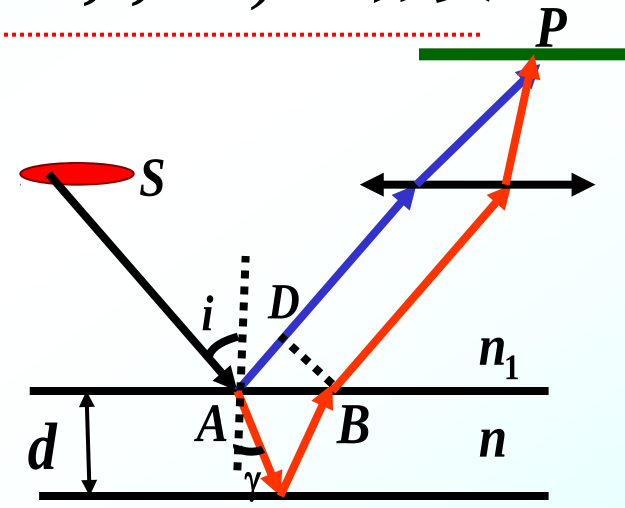
$$\left.\begin{array}{l} n_1 > n > n_2 \\ n_1 < n < n_2 \end{array}\right\} \text{不考虑！} \qquad \left.\begin{array}{l} n_1 > n < n_2 \\ n_1 < n > n_2 \end{array}\right\} \text{要加 } \frac{\lambda}{2}\text{！}$$

(真空中的波长)

$$2d\sqrt{n^2 - n_1^2 \sin^2 i} \boxed{+\frac{\lambda}{2}} = \begin{cases} k\lambda & (k=1,2,\cdots) \cdots \text{明纹} \\ (2k+1)\frac{\lambda}{2} & (k=0,1,2\cdots) \cdots \text{暗纹} \end{cases}$$



$$2d\sqrt{n^2-n_1^2\sin^2 i}=\begin{cases} k\lambda & (k=1,2,\cdots)\ \cdots 明纹 \\ (2k+1)\lambda/2 & (k=0,1,2\cdots)\cdots 暗纹 \end{cases}$$



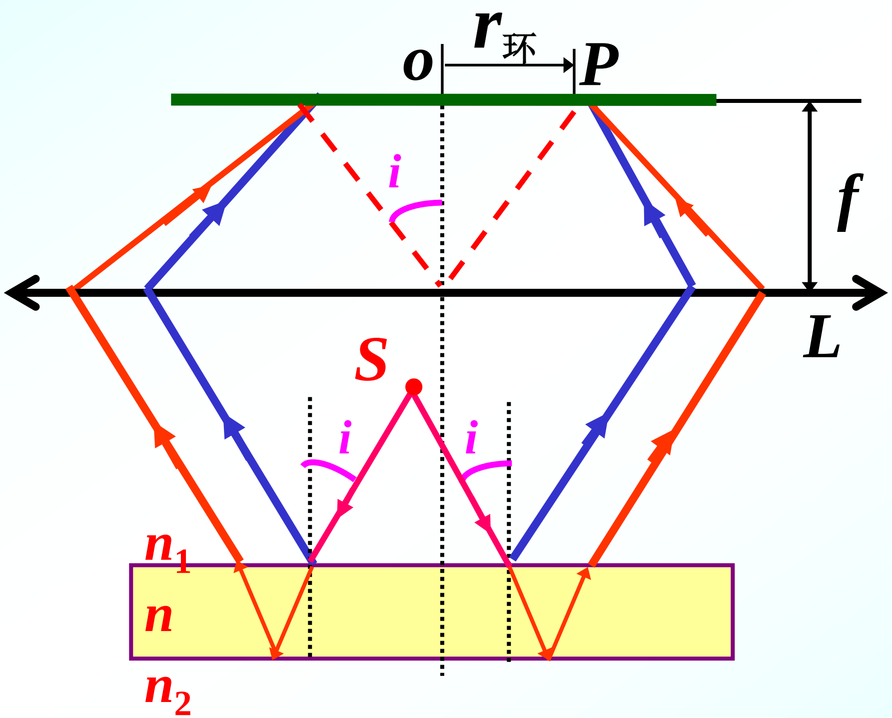
干涉条纹特征：

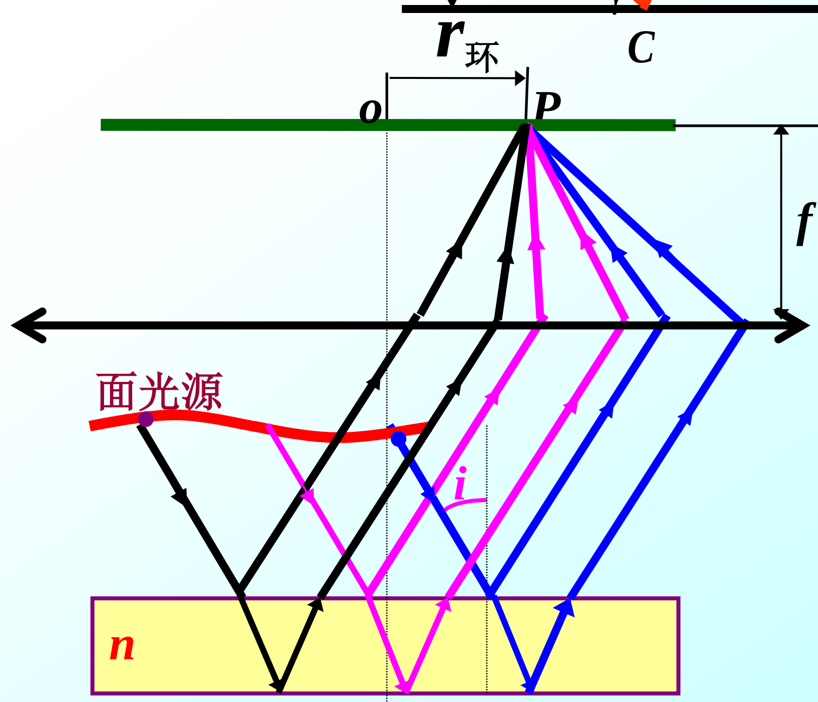
(1)倾角 i 相同的光线对应

同一条干涉圆环条纹 —等倾干涉

(2)不同倾角 i 构成的等倾条纹

是一系列同心圆环





干涉条纹特征：$\cos\gamma_{k+1}=\cos(\gamma_k-\Delta\gamma_k)\approx\cos\gamma_k+\Delta\gamma_k\sin\gamma_k$ $\qquad \Delta\gamma_k\sim 0$

(1)倾角 i 相同的光线对应同一条干涉圆环条纹 —等倾干涉

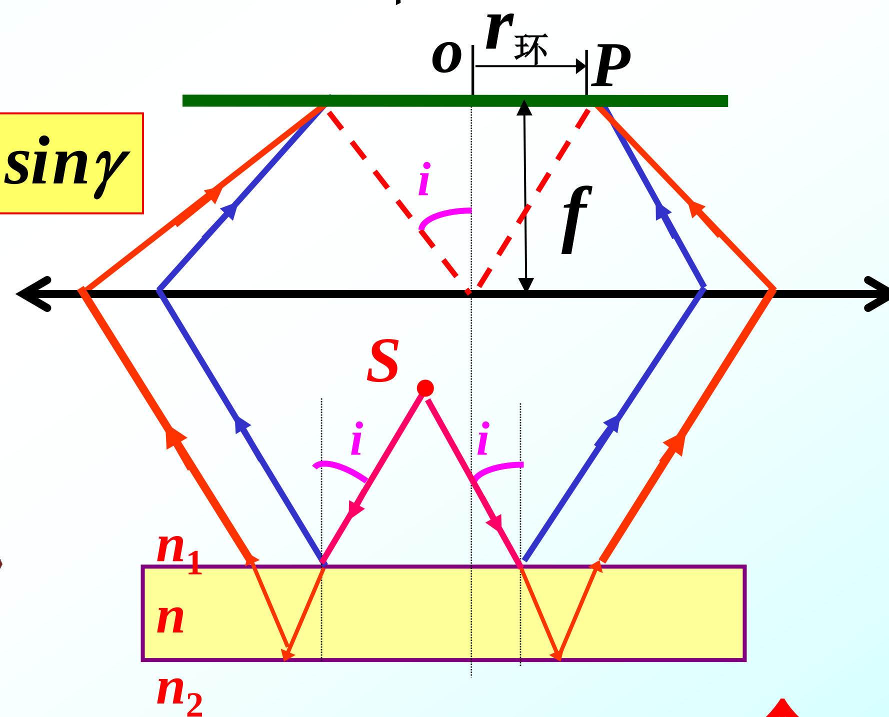
(2)不同倾角 i 构成的等倾条纹是一系列同心圆环 $\quad r_{环}=f\tan i$

(3)愈往中心，条纹级次愈高

$$2d\sqrt{n^2-n_1^2\sin^2 i}=k\lambda \qquad \boxed{n_1\sin i=n\sin\gamma}$$

d 一定时，$k\uparrow\rightarrow i\downarrow\rightarrow r_k\downarrow$

即：中心o点处的干涉级次最高



若改变d
- $d\uparrow$ 中心向外冒条纹
- $d\downarrow$ 中心向内吞条纹

(4)条纹间隔分布：内疏外密

$$\left.\begin{aligned}&2nd\cos\gamma_k=k\lambda\\&2nd\cos\gamma_{k+1}=(k+1)\lambda\end{aligned}\right\}\Rightarrow\Delta\gamma_k=\frac{\lambda}{2nd\sin\gamma_k}$$

$\gamma_k\uparrow$

$\Delta\gamma_k\downarrow$

(5) 白光入射

$\lambda\uparrow\rightarrow i\downarrow\rightarrow r_k\downarrow$ ——彩色干涉条纹

$$2d\sqrt{n^2-n_1^2\sin^2 i}=\begin{cases} k\lambda & (k=1,2,\cdots)\ \cdots\text{明纹} \\ (2k+1)\lambda/2 & (k=0,1,2\cdots)\cdots\text{暗纹} \end{cases}$$

例: 折射率 n=1.50的玻璃表面涂一层 MgF_2(n=1.38),为使它在 5500Å波长处产生**极小**反射，这层膜应多厚?

解: **假定光垂直入射**

$\because$ $(n_1<n_2<n_3)$,不加λ/2

$$\delta=2nd=(2k+1)\lambda/2$$

$$k=0,1,2\cdots$$

$n_1=1$

$n_2=1\cdot 38$ MgF_2

$n_3=1\cdot 50$

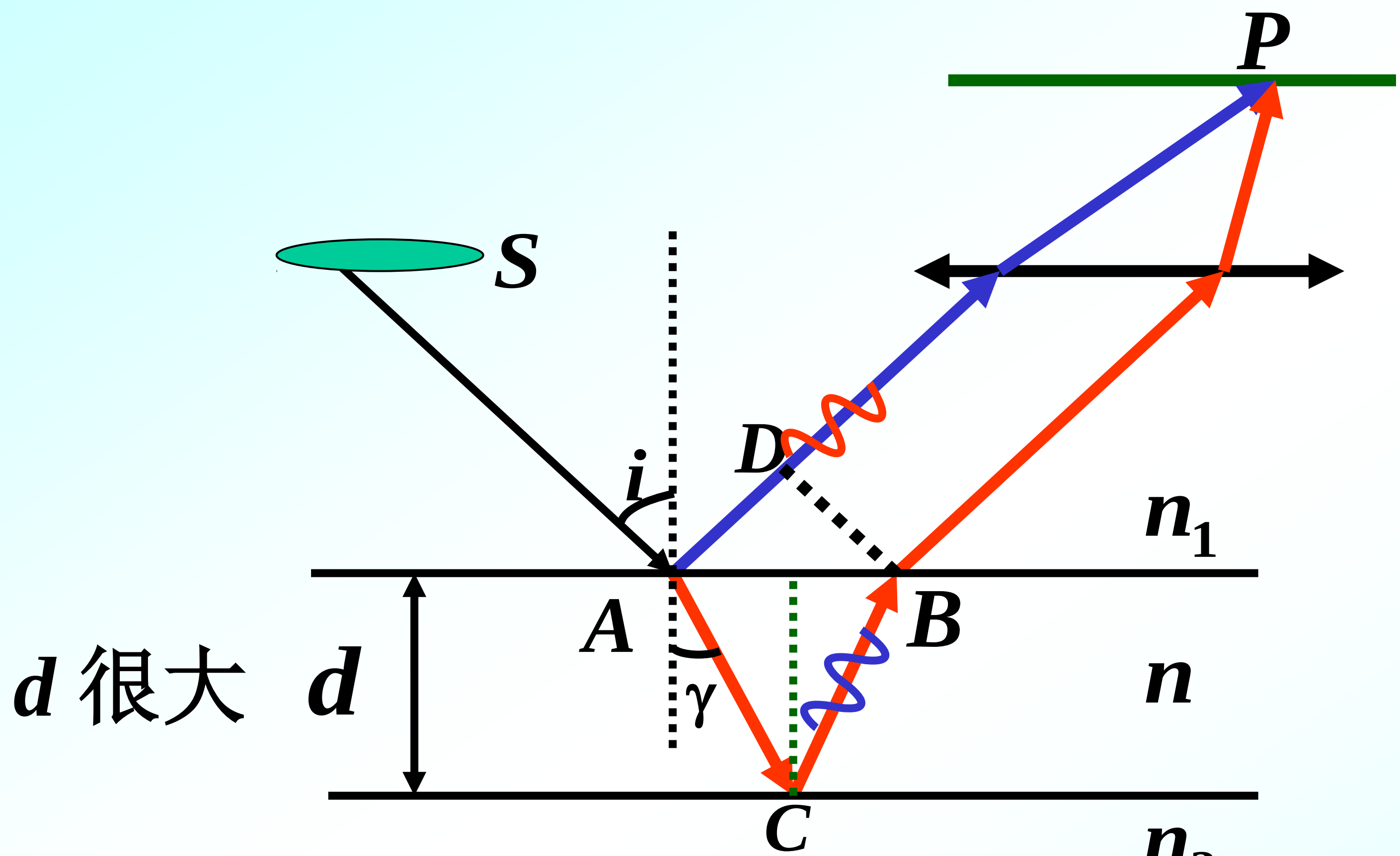
最薄的膜 k=0， 此时

$$d=\frac{\lambda}{4n_2}=\frac{5500}{4\times1\cdot38}\approx1000\mathring{A}$$

人眼对黄绿光最敏感，透射的是黄绿光，反射光呈现互补的**蓝紫色**。

应用: 照相机镜头、太阳能电池表面镀**增透膜**,激光谐振腔反射镜**增反膜**，飞机隐形...

问题：为什么在玻璃板上看不到干涉现象？



答曰：时间相干性的限制。

例： 在杨氏实验装置中，S_1、S_2两光源之一的前面放一厚l=2.50cm的玻璃容器，先是充满空气，后是排出空气，再充满试验气体，结果发现光屏幕上有21条亮纹通过屏上某点而移动了，入射的波长为λ=656.2816nm，空气的折射率n_a=1.000276, 求试验气体的折射率n_g.

解：

容器中 { 充满空气时光程为 $n_a\times(2.50\times10^{-2})$；充满试验气体时光程为 $n_g\times(2.50\times10^{-2})$ }

$$\boxed{\delta_k = k\lambda}$$

设$n_g > n_a$, 则据题意光程的改变为,

$$(n_g-n_a)\times2.5\times10^{-2}=21\lambda$$

故 $n_g=1.000827$

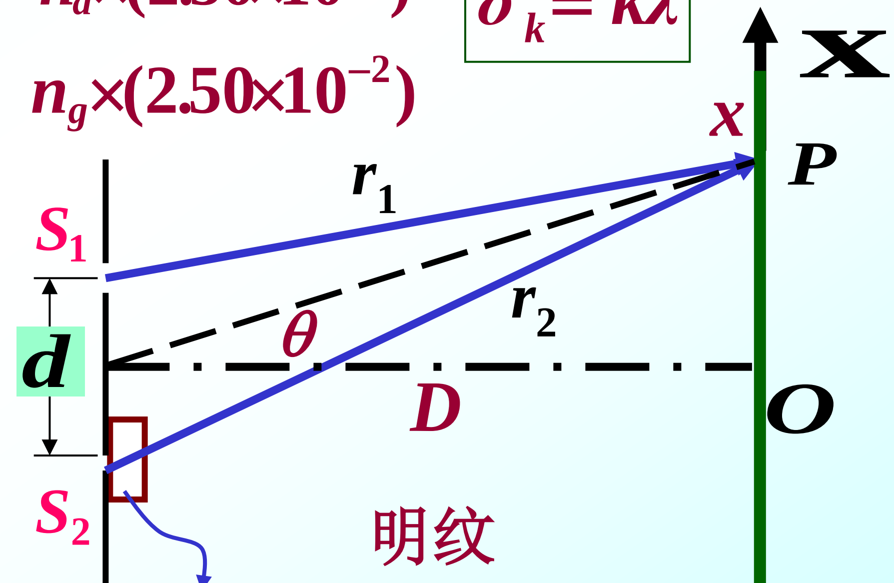
若$n_g < n_a$, 则据题意光程的改变为,

$$(n_g-n_a)\times2.5\times10^{-2}=-21\lambda$$

$\Downarrow$

$n_g < 0$, 无意义。

$n= c/u$



$$\delta_k=[n_g l+n_a(r_2-l)]-n_a r_1=k\lambda$$

$$(n_g-n_a)\,l+n_a(r_2-r_1)=k\lambda$$

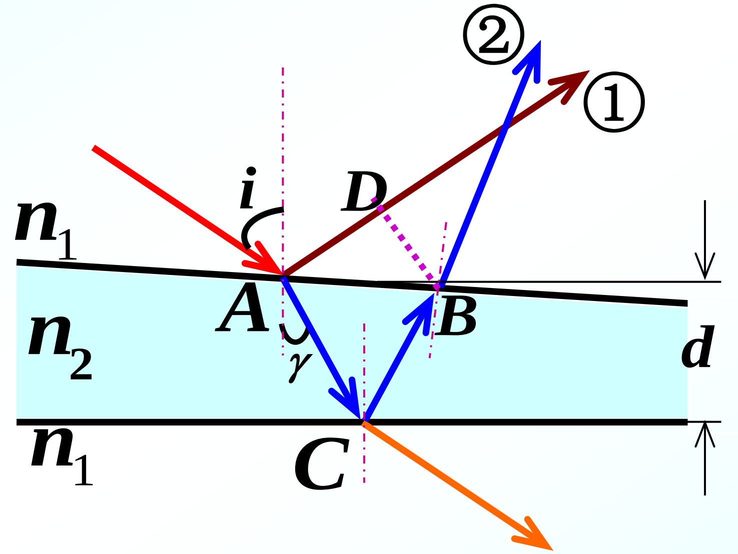
$$r_2-r_1=d\sin\theta=d\cdot x/D$$

$$\boxed{x_k=k\frac{D}{n_a d}\lambda-\frac{D}{n_a d}(n_g-n_a)l}$$

二、等厚干涉

厚度不均匀的薄膜干涉

$$\delta = 2n_2 d\cos\gamma + \frac{\lambda}{2}$$



通常观察方向垂直于膜面：

$$\delta = 2n_2 d + \frac{\lambda}{2}$$

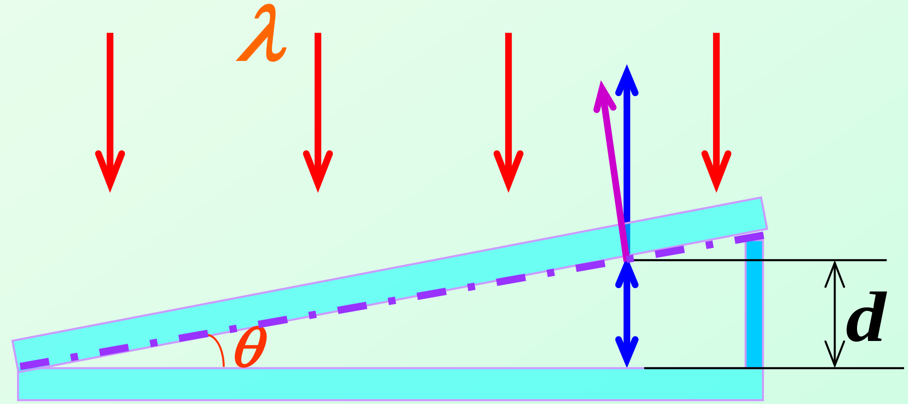
膜上厚度相同的位置有相同的光程差，对应同一级条纹，故称为薄膜**等厚干涉**。

条纹形状由膜的等厚点轨迹所决定。

光束①和②相交在膜的上表面附近，即干涉条纹**定域**在膜附近，观测系统要调焦于膜附近。

1. 劈尖干涉

薄膜两表面为平面，且有一定的夹角（**极小**）



空气劈尖:

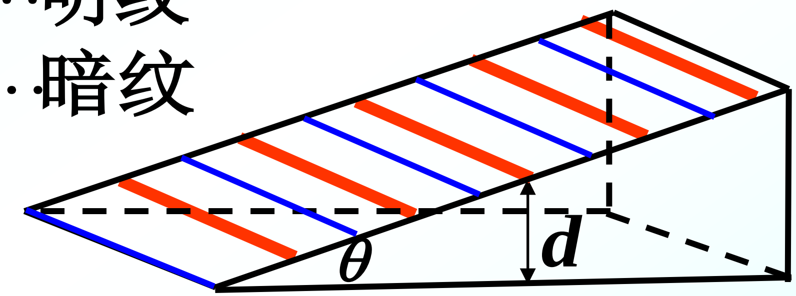
劈尖角很小，若垂直入射，则为垂直折、反射。

明暗条件:

$$2d+\frac{\lambda}{2}=\begin{cases} k\lambda & k=1,2,3,\cdots \quad \text{明纹中心} \\ (2k+1)\frac{\lambda}{2} & k=0,1,2,\cdots \quad \text{暗纹中心} \end{cases}$$

$$\delta=\Delta r=2d+\frac{\lambda}{2}=\begin{cases}k\lambda & (k=1,2,\cdots)\ \cdots\text{明纹}\\(2k+1)\frac{\lambda}{2} & (k=0,1,2\cdots)\cdots\text{暗纹}\end{cases}$$

$$\text{或}\ 2nd=\begin{cases}(2k-1)\frac{\lambda}{2} & (k=1,2,\cdots)\ \cdots\text{明纹}\\k\lambda & (k=0,1,2\cdots)\cdots\text{暗纹}\end{cases}$$



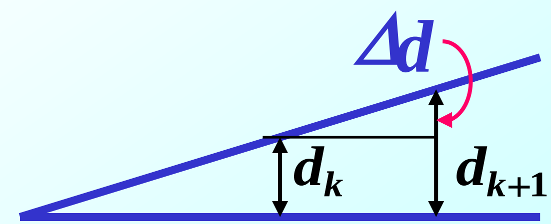
干涉条纹的分布特征:

(1)每一k 值对应劈尖某一确定厚度d

即同一级条纹对应同一厚度 ——等厚条纹

干涉条纹是一组与棱边平行的明暗相间的条纹

(2)棱边处 $d=0$ $\begin{cases}\text{有半波损失对应着暗纹}\\ n_1< n < n_2\ \text{对应着亮纹}\end{cases}$

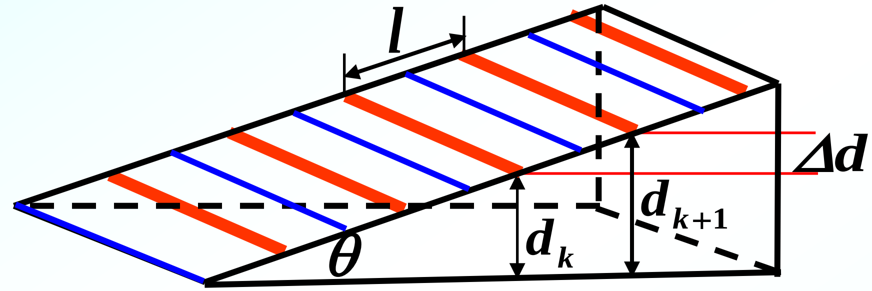


(3)相邻两明（暗）纹间对应的厚度差为:

$$\left.\begin{aligned}2d+\frac{\lambda}{2}&=k\lambda\\2(d+\Delta d)+\frac{\lambda}{2}&=(k+1)\lambda\end{aligned}\right\}\longrightarrow \Delta d=\frac{\lambda}{2}\ \left(\frac{\lambda}{2n}\right)$$

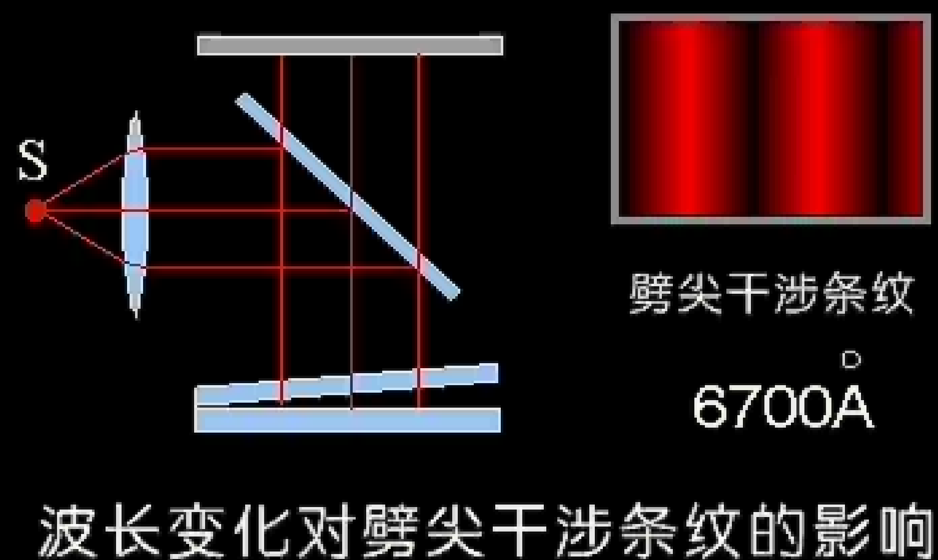
(4) 明（暗）纹间距 l：

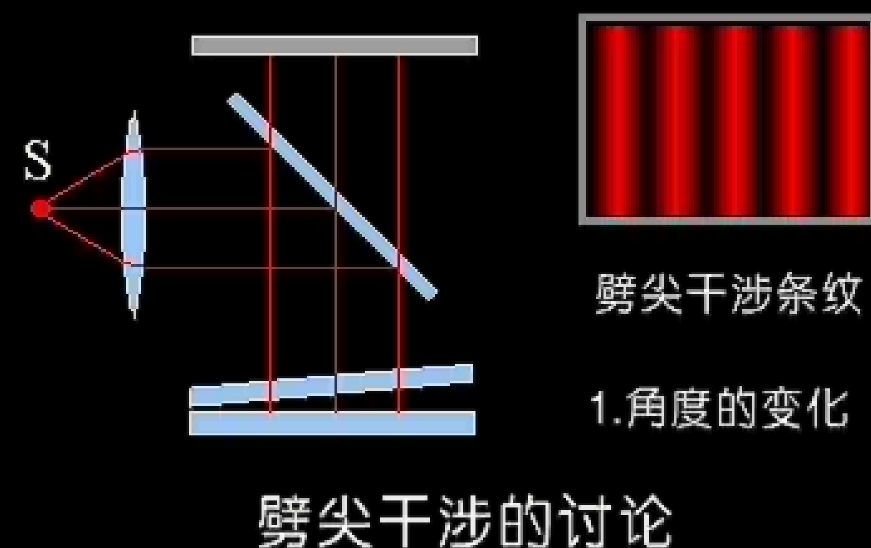
$$l\sin\theta=\Delta d=\frac{\lambda}{2}\quad\left(=\frac{\lambda}{2n}\right)$$



$$\boxed{\Delta d=\frac{\lambda}{2}}$$

$$l=\frac{\lambda}{2\sin\theta}\begin{cases}\theta\text{、}\lambda\text{一定，}l\text{确定，条纹等间距}\\ \theta\text{一定，}\lambda\uparrow\text{、}l\uparrow\text{；}\lambda\downarrow\text{、}l\downarrow\\ \theta\uparrow\ l\downarrow\ \text{条纹变密，}\theta\downarrow\ l\uparrow\ \text{条纹变疏}\end{cases}$$



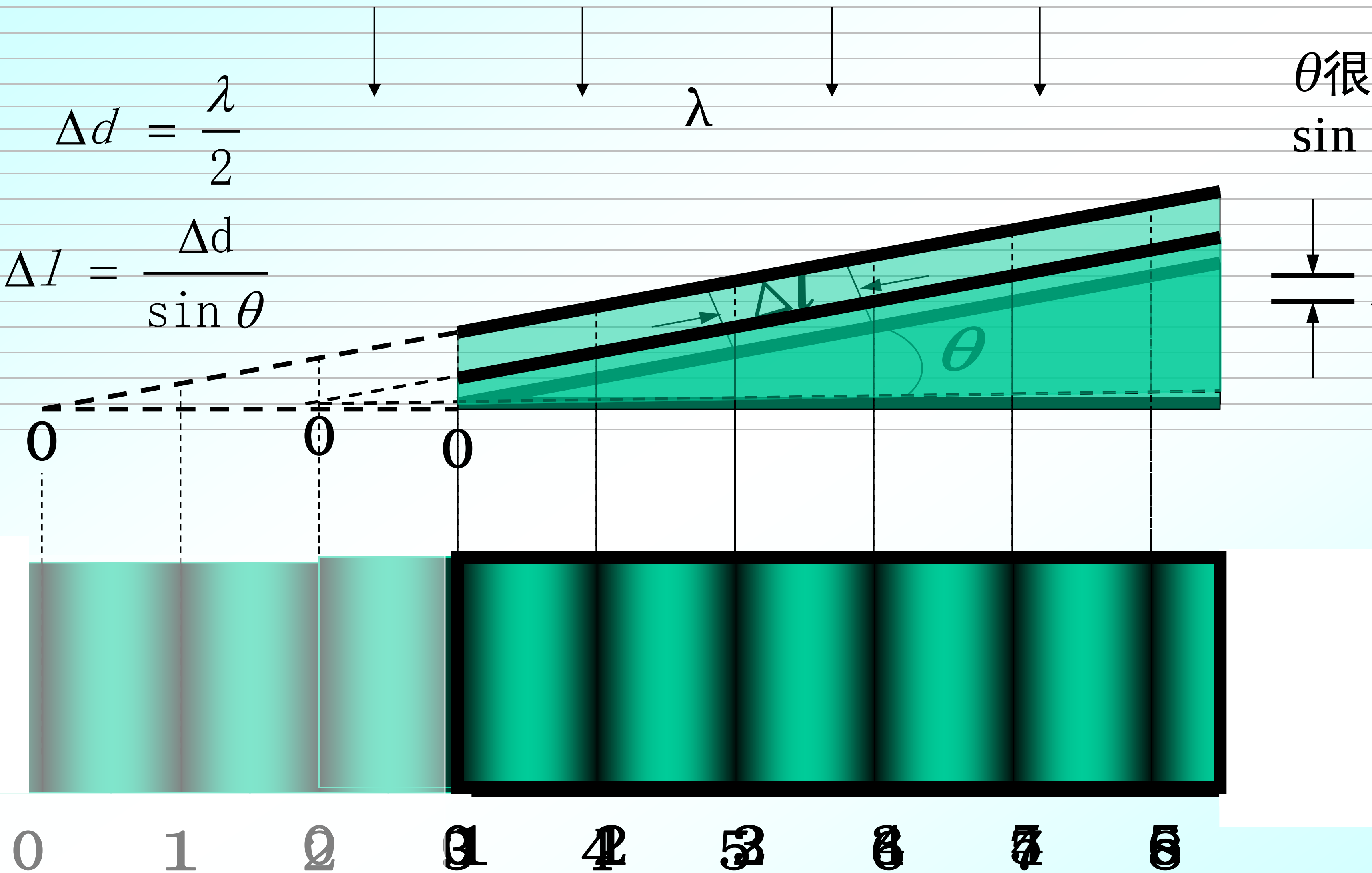


θ不变，改变厚度，条纹整体随交棱平移

$$\Delta d = \frac{\lambda}{2}$$

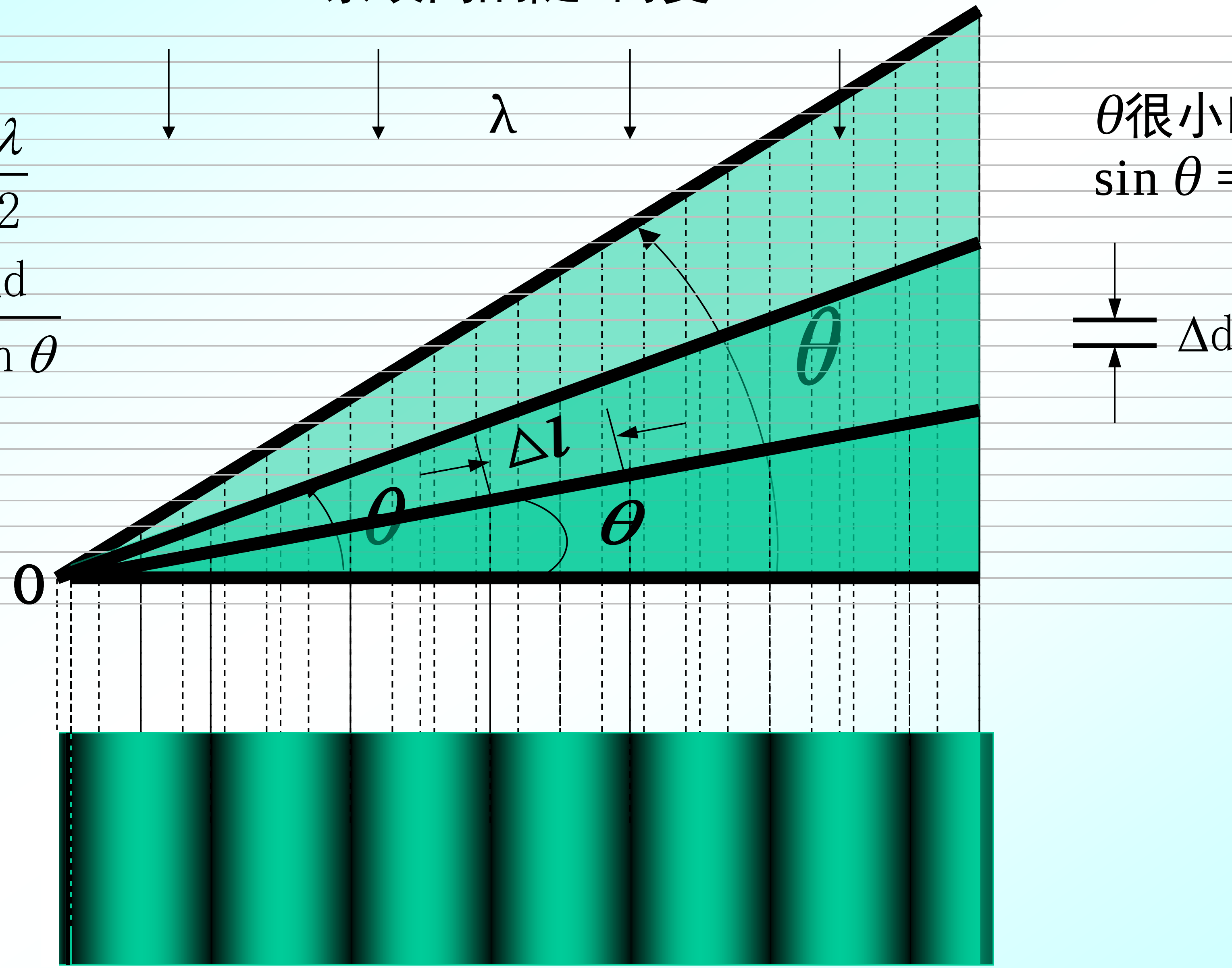
$$\Delta l = \frac{\Delta d}{\sin\theta}$$

θ很小时，
$\sin\theta = \mathrm{tg}\,\theta$



$$\delta = \Delta r = 2d + \frac{\lambda}{2} = \begin{cases} k\lambda & (k=1,2,\cdots) \cdots \text{明纹} \\ (2k+1)\dfrac{\lambda}{2} & (k=0,1,2\cdots) \cdots \text{暗纹} \end{cases}$$

条纹间隔随θ而变

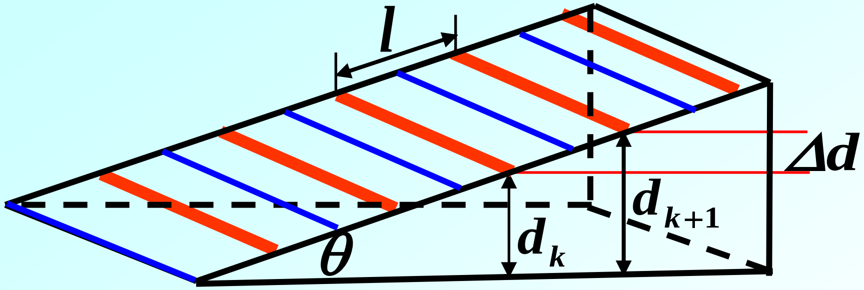


$$\Delta d = \frac{\lambda}{2}$$

$$\Delta l = \frac{\Delta d}{\sin\theta}$$

θ很小时，

$\sin\theta = \mathrm{tg}\,\theta$

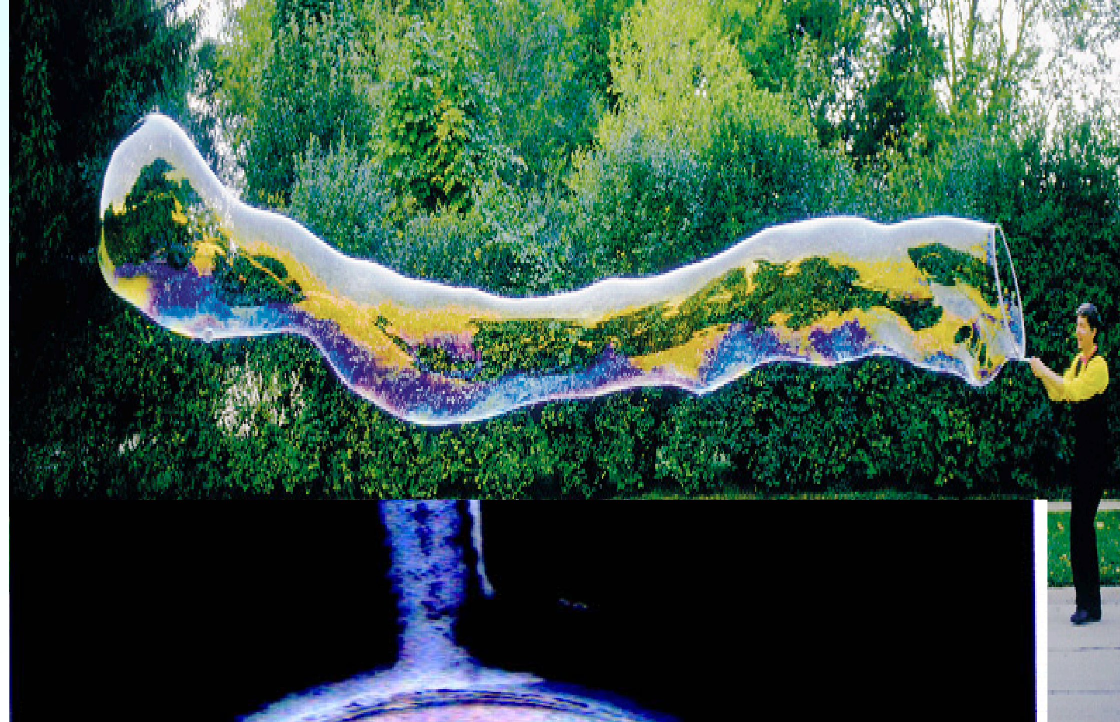


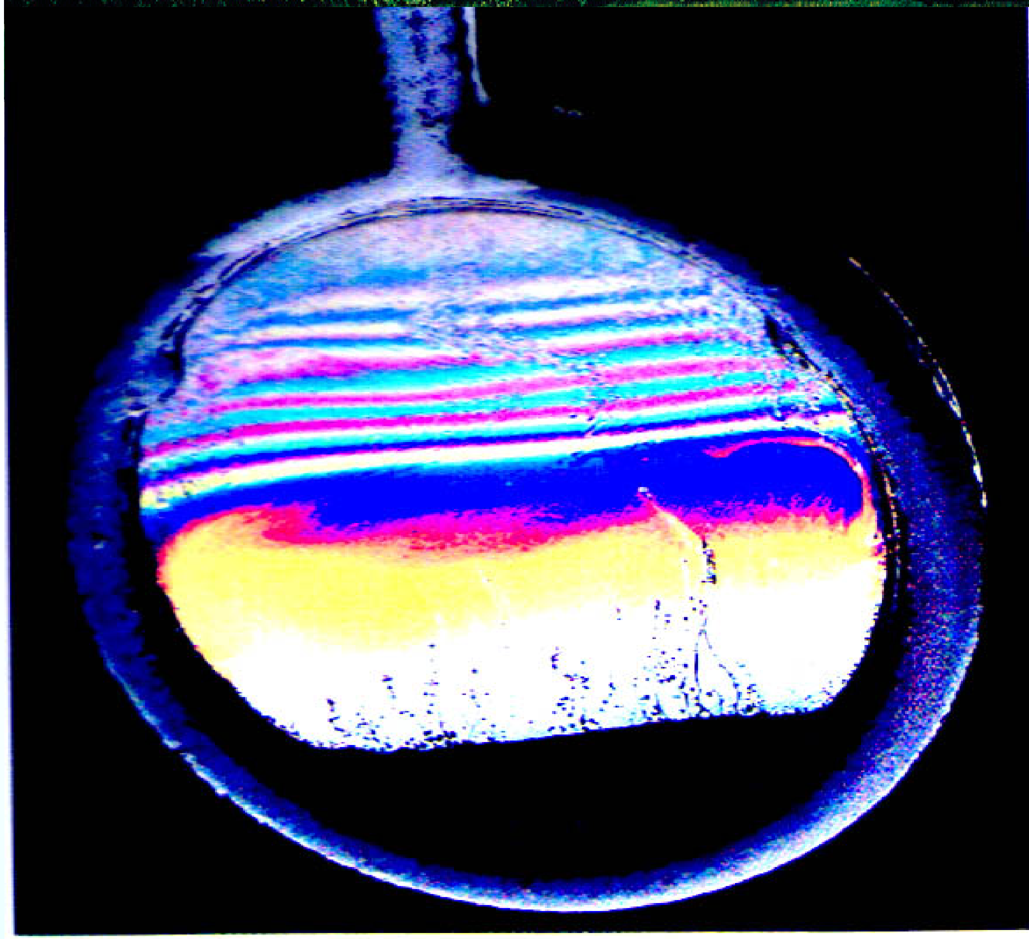
第k级明纹：

$$\boxed{2d_k+\frac{\lambda}{2}=k\lambda\ \ (k=1,2,\cdots)}$$

(5)复色光入射得彩色条纹

肥皂膜

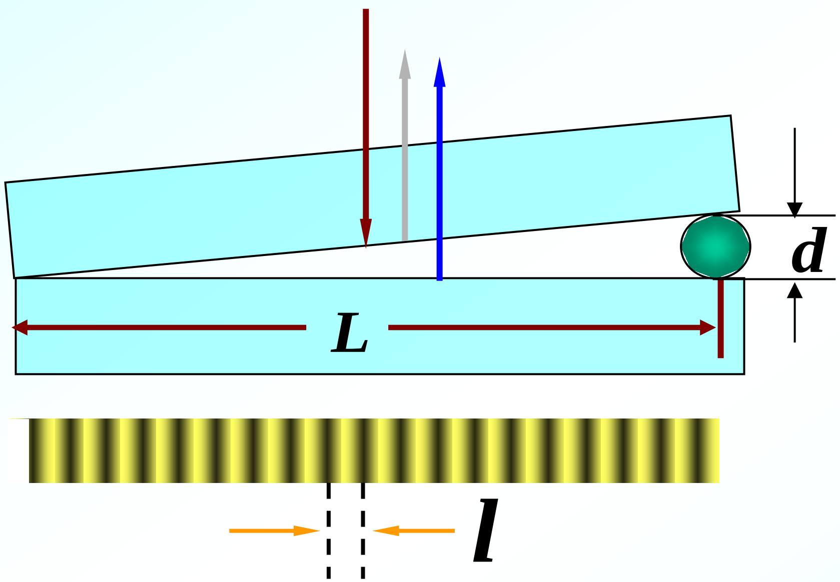




劈尖的应用

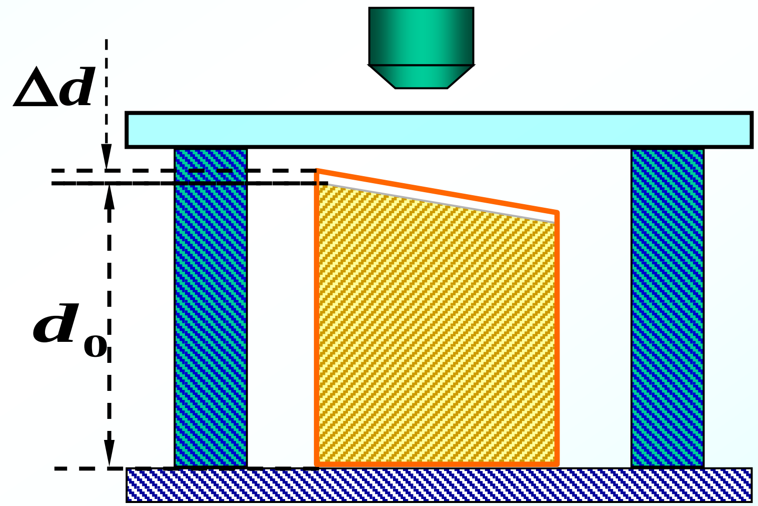
$$l=\frac{\lambda}{2n\theta}$$

- 测波长；
- 测折射率；
- 测细丝的直径；

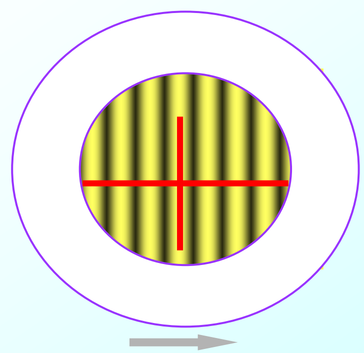


$$d=\frac{\lambda}{2}\cdot\frac{L}{l}$$

- 测厚度微小变化；

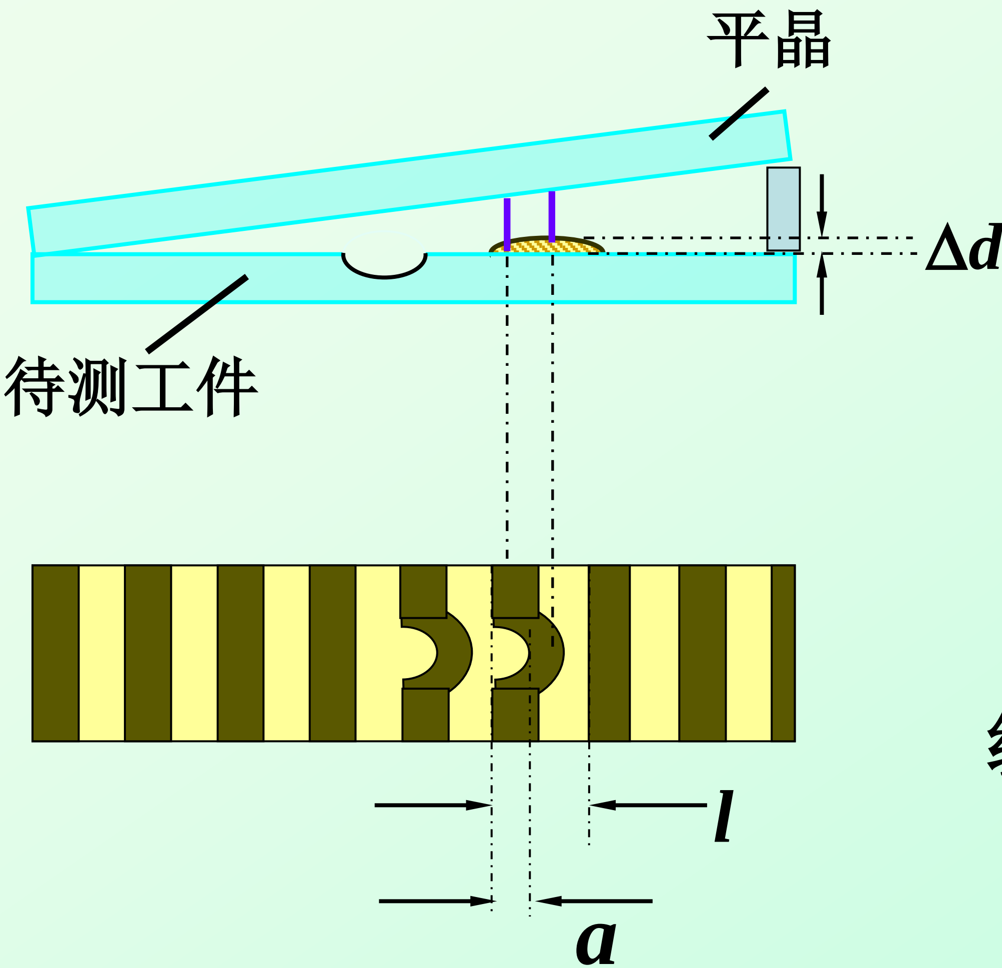


干涉膨胀仪

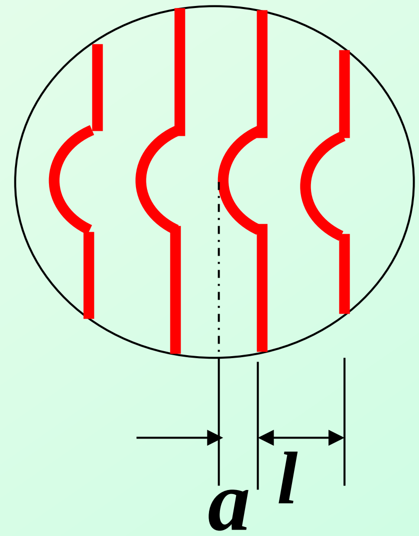


$$\Delta d=N\cdot\frac{\lambda}{2}$$

检测表面的平整度：



有凸起纹路



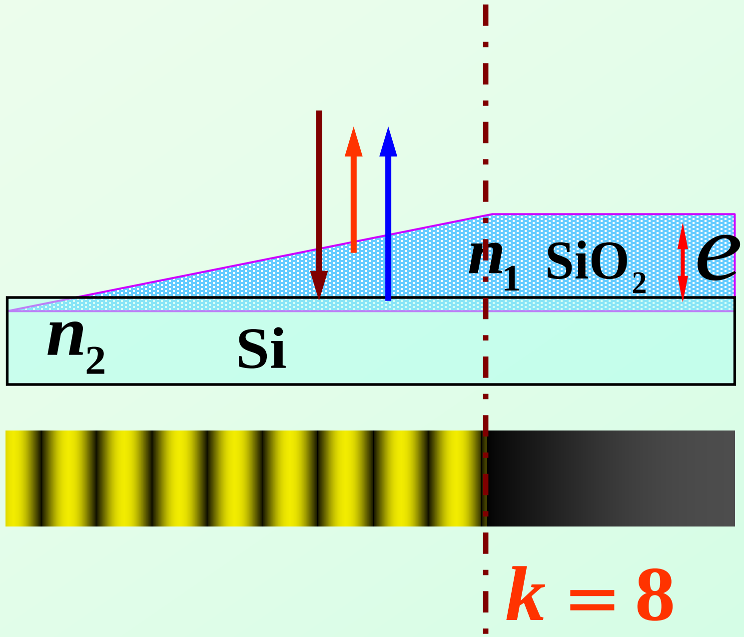
有凹下纹路

纹路高（深）度:

$$\Delta d = \frac{a}{l} \cdot \frac{\lambda}{2}$$

薄膜厚度的测定。

制造半导体元件时，须精确测定生长在硅片上的二氧化硅薄膜的厚度。



$$n_1 = 1.50 \qquad n_2 = 3.42$$

$$\lambda = 589.3\ \mathrm{nm}$$

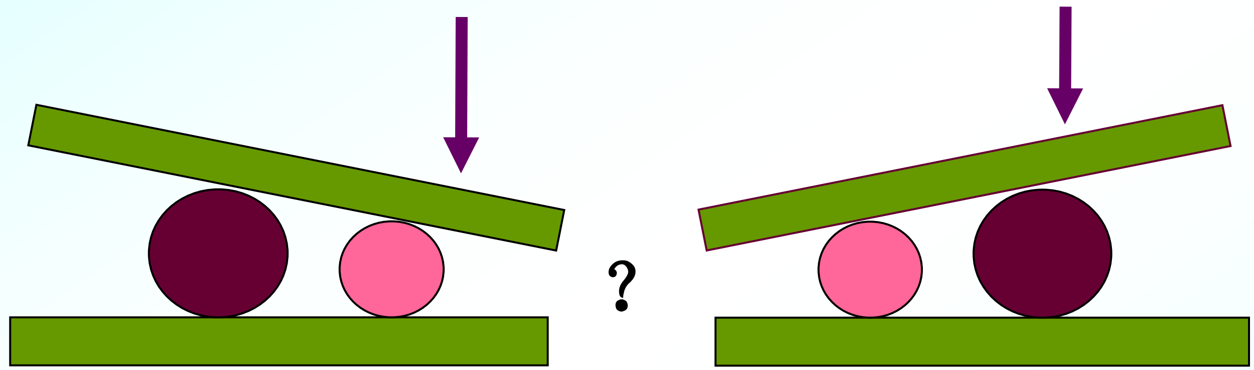
暗纹条件：

$$2n_1 d = (2k+1)\frac{\lambda}{2} \quad (k = 0,1,2,\cdots)$$

$$e = \frac{(2\times 8+1)\times 589.3\times 10^{-9}}{4\times 1.5}\ \mathrm{m} = 1.67\ \mu\mathrm{m}$$

▲用两块平面玻璃板能否判别两个直径相差很小的钢珠？

解：如图，构成劈尖，通过观察干涉条纹来判别。钢珠的排列有右边两种可能。



条纹间距为 $l=\dfrac{\lambda}{2n\sin\theta}$

所以通过改变θ可以改变条纹间距.

在右边那颗上方端轻轻地压一下：

- 若右边的小，则压后θ增大，条纹间距变小，等厚干涉条纹变密；
- 若右边的大，则压后θ减小，条纹间距变大，等厚干涉条纹变疏。

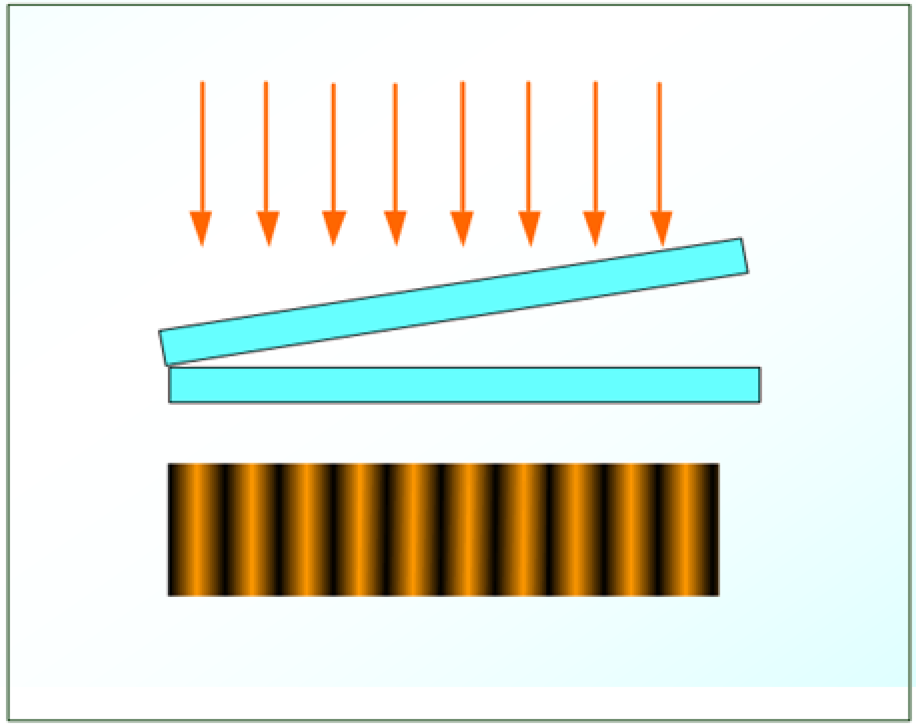
据此即可判别。

另：用白光入射。 $$2nd_k+\frac{\lambda}{2}=k\lambda$$

◆对同一级条纹，形成彩带，波长大(红色)的d_k大，故靠近红色一端的直径钢珠大。

▲劈尖干涉条纹的移动

每个条纹对应劈尖内的一个确定的厚度，当此厚度对应的位置改变时，对应的条纹随之移动。



注意：

1° 以上讨论的是空气隙劈尖，若是其它情况相应公式另写。

* $$\delta = 2nd(+\frac{\lambda}{2}) = \begin{cases} k\lambda & k=1,2,3\ldots\ldots \quad \text{最大，明纹} \\ (2k+1)\frac{\lambda}{2} & k=0,1,2\ldots\ldots \quad \text{最小，暗纹} \end{cases}$$

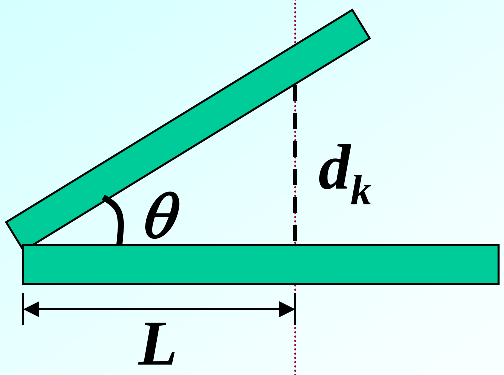
* $$\Delta d = \lambda / 2n$$

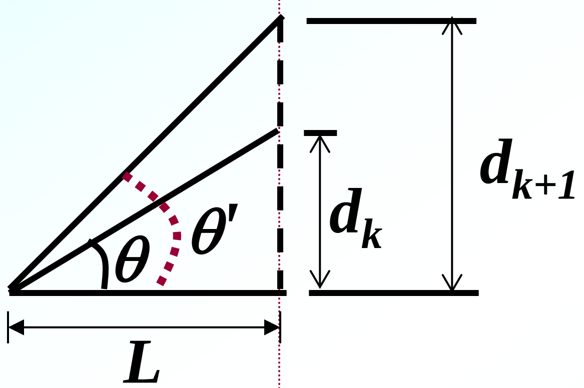
* $$L = \frac{\lambda}{2n\sin\theta}$$

* d=0处不一定是暗纹

2° 复色光入射得彩色条纹。

例: 用波长为λ的单色光垂直照射到空气劈尖上，从反射光中观察干涉条纹，距顶点L处是暗条纹。使劈尖角θ连续变大，直到该点再次出现暗条纹为止。则劈尖角的改变量$\Delta\theta$是多少？





解: 设L处是第k级暗纹,空气膜厚为d_k，则光程差满足 $\delta_k=2nd_k+\lambda/2=(2k+1)\lambda/2$，$n=1$

所以, $d_k=k\lambda/2$　从而, $d_{k+1}=(k+1)\lambda/2$

故，第$k+1$级暗纹在第k级暗纹的右侧。

在劈尖角θ连续变大的过程中，条纹向左平移。

L处再次出现暗条纹，表明第$(k+1)$暗纹移到了L处。设此时劈尖角为θ'。

而　$\Delta\theta=\theta'-\theta$

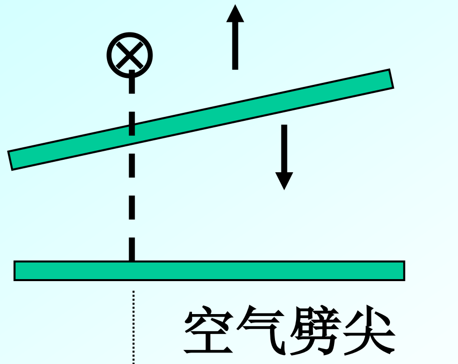
在实际上劈尖角很小，于是

$$\theta=tg\,\theta=d_k/L=k\lambda/(2L)$$

$$\theta'=tg\,\theta'=d_{k+1}/L=(k+1)\lambda/(2L)$$

故　$\Delta\theta=\theta'-\theta=\lambda/(2L)$.

例：如图，显微镜的叉丝正对着一条暗纹，当劈尖的上表面向上平移时，观察到的干涉条纹会发生怎样的变化？若向下平移呢？

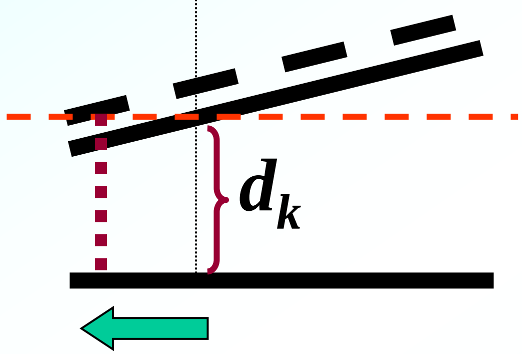


解：先考虑向上平移的情况。

设此处是第k级暗纹，且此处空气膜厚为d_k，则光程差满足　$\delta_k = 2nd_k + \lambda/2 = (2k+1)\lambda/2$, $n = 1$

所以, $d_k = k\lambda/2$.

由上式可知，第k级暗纹所对应的空气膜的厚度是确定的。

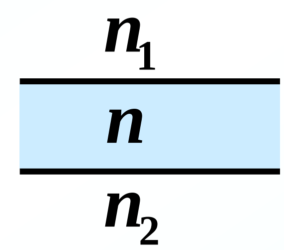


在上表面向上平移的过程中，第k级暗纹向左移。

所以，在上表面向上平移的过程中，全部条纹整体向左平移。

◆ 向下平移时可作类似分析，条纹整体向右平移。

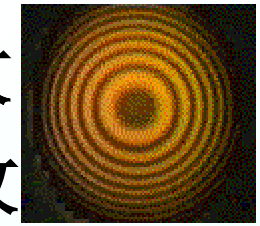
●分振幅干涉 (薄膜干涉)



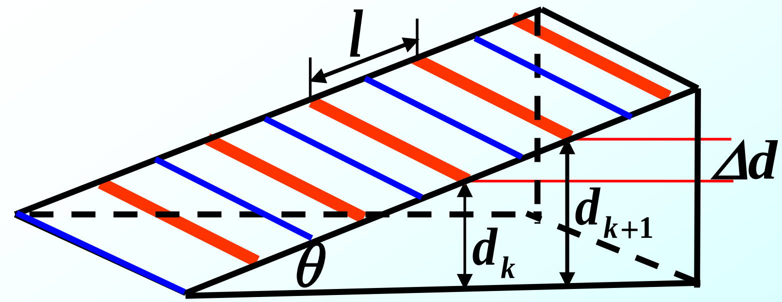
1.等倾干涉 (薄膜厚度均匀)

(真空中的波长)

$$2d\sqrt{n^2-n_1^2\sin^2 i}\ \boxed{+\frac{\lambda}{2}} = \begin{cases} k\lambda & (k=1,2,\cdots)\ \cdots\text{明纹} \\ (2k+1)\dfrac{\lambda}{2} & (k=0,1,2\cdots)\cdots\text{暗纹} \end{cases}$$



2.等厚干涉(薄膜厚度不匀)



1）劈尖干涉(空气隙劈尖)

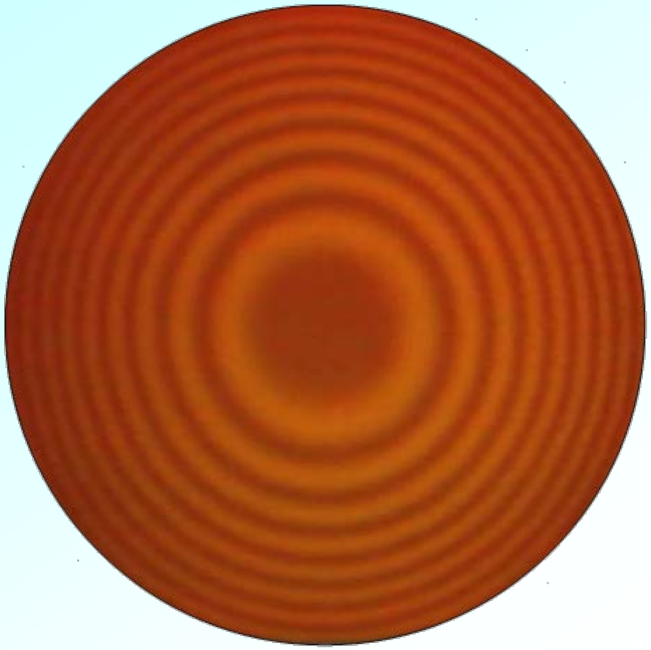
$$2d_k+\frac{\lambda}{2}=k\lambda \quad (k=1,2,\cdots)\ \cdots\text{明纹}$$

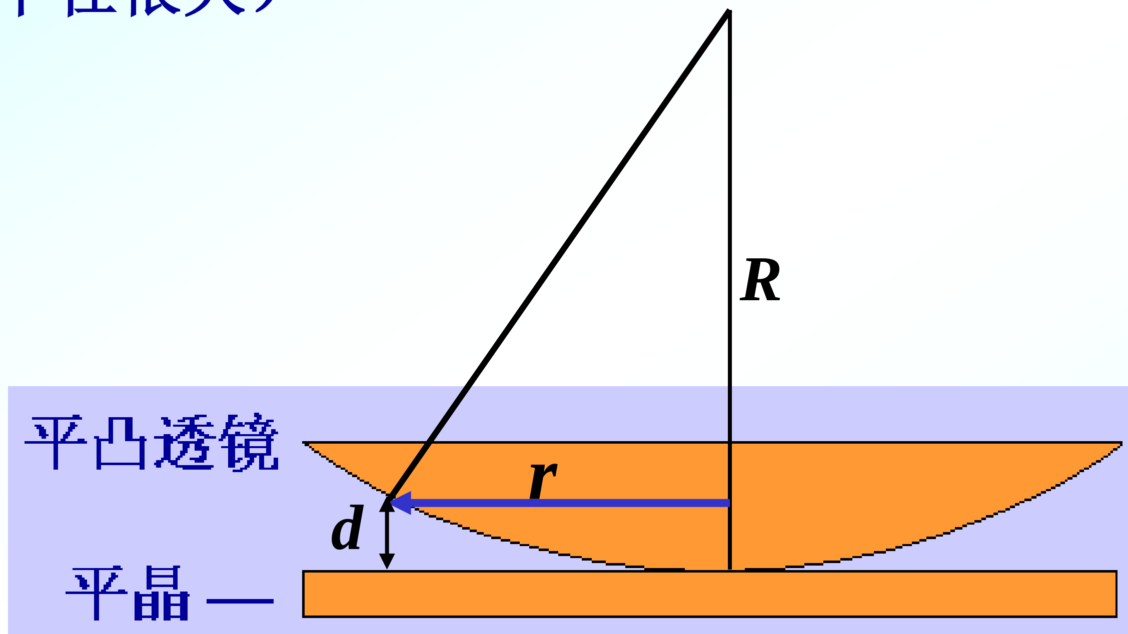
$$2d_k+\frac{\lambda}{2}=(2k+1)\frac{\lambda}{2} \quad (k=0,1,2\cdots)\cdots\text{暗纹}$$

$$\boxed{\Delta d=\frac{\lambda}{2}}$$

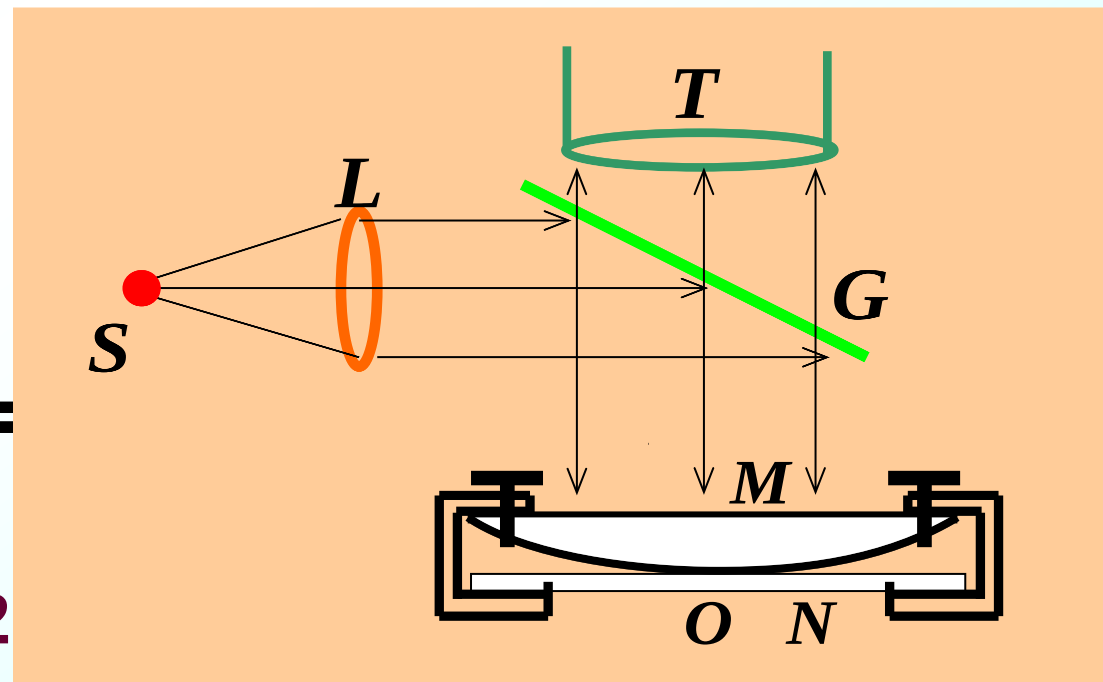
$$\boxed{l=\frac{\lambda}{2\sin\theta}}$$

2）牛顿环（平凸透镜的曲率半径很大）





明暗条件：　$2d+\frac{\lambda}{2}=$

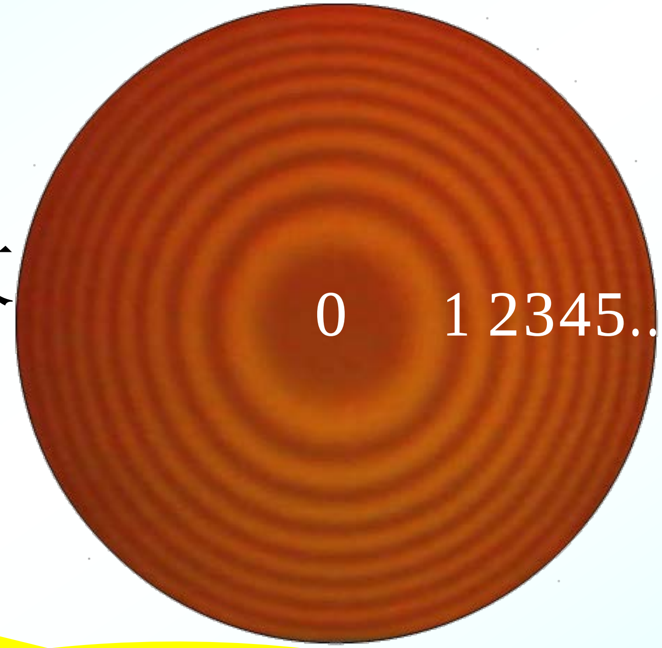


干涉环半径：　$r=$

$r^2=R^2-(R-d)^2=2$

干涉环半径：

$$r=\begin{cases}\sqrt{\dfrac{(2k-1)R\lambda}{2}}\,(k=1,2\cdots) & \text{明纹}\\ \sqrt{kR\lambda}\,(k=0,1\cdots) & \text{暗纹}\end{cases}$$



讨论：

（1） $2d+\dfrac{\lambda}{2}=k\lambda \longrightarrow d\uparrow,\ k\uparrow$

愈往边缘，条纹级别愈高。

与等倾干涉不同

（2） $r_k=\sqrt{kR\lambda}\quad k=0,1,2\cdots$

牛顿环的中心一定是暗斑。

（3）相邻两暗环的间隔

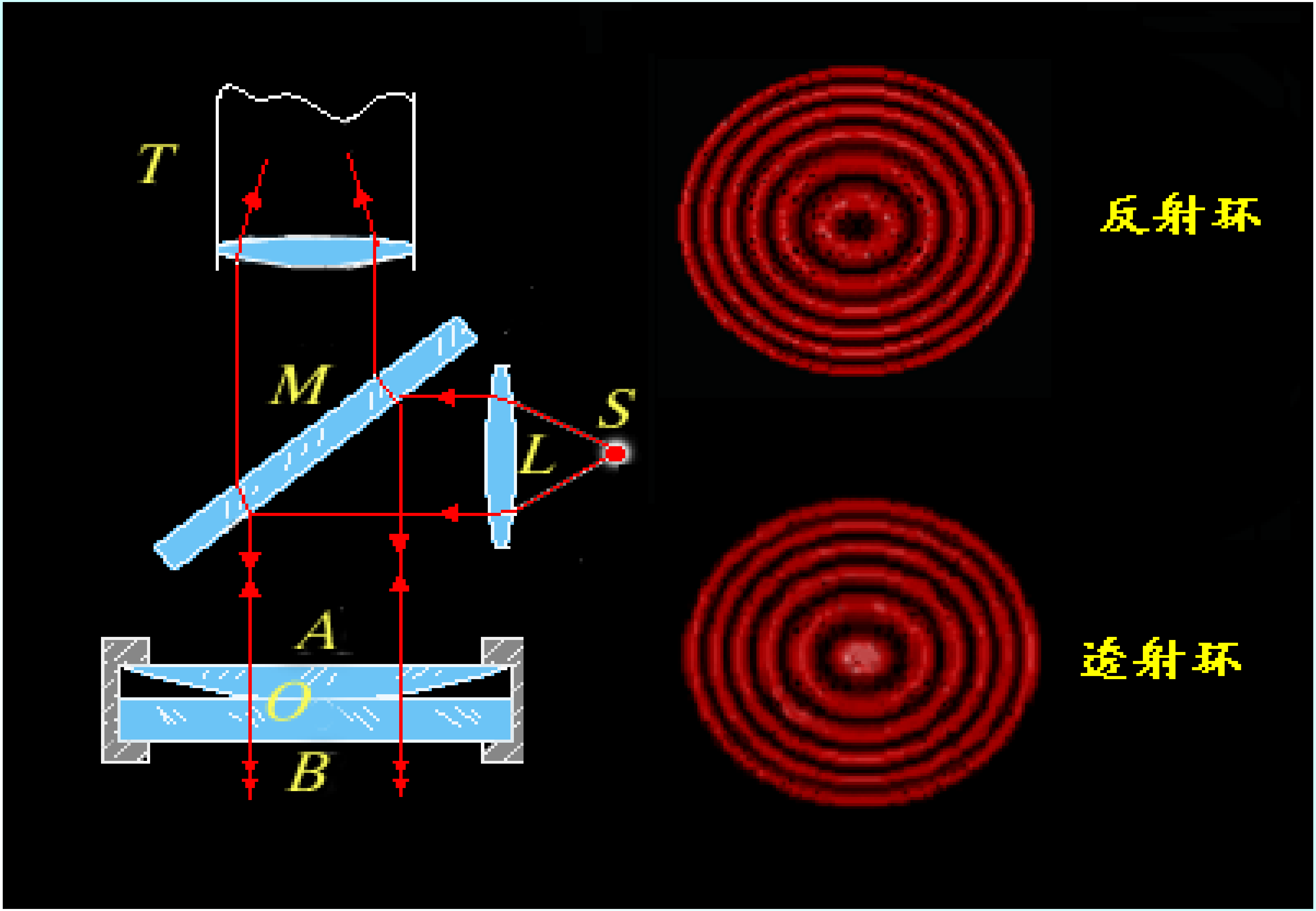
$$\Delta r_k=r_{k+1}-r_k\approx\sqrt{\frac{R\lambda}{4k}}\,(k>1)$$

可见，环中心疏，旁边密。

（4）可求出 R： $R=\dfrac{r_{k+m}^2-r_k^2}{m\lambda}$

（5）已知R可求λ

（6）透射光与之互补


T
M
L
S
A
O
B
反射环
透射环

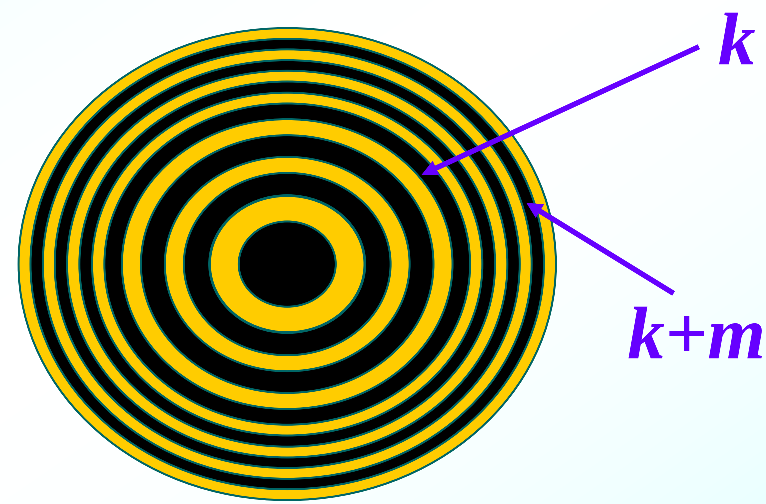
牛顿环的应用：

$$r=\sqrt{kR\lambda}\quad(k=0,1,2\cdots)$$

① **测透镜球面的半径R**

已知λ, 测 m、r_{k+m}、r_k，可得R。

$$R=\frac{r_{k+m}^2-r_k^2}{m\lambda}$$

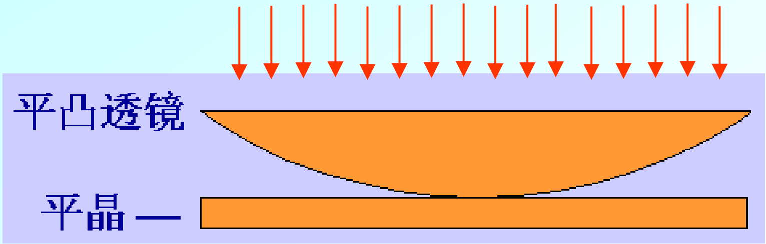


② **测波长λ**

已知R，测出m、r_{k+m}、r_k，可得λ。

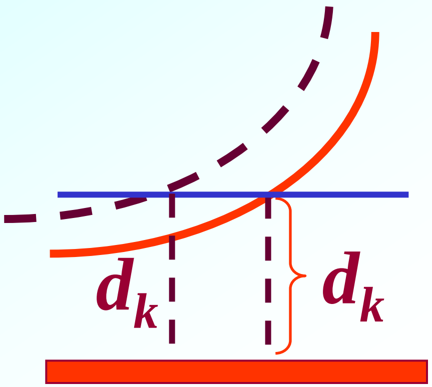
③ **检验透镜球表面质量**

例: 如图，在空气中单色光垂直入射。当平凸透镜垂直向上缓慢平移时，可观察到环状干涉条纹 [   ]



(A)向右平移　　(B)向左平移

(C) 静止不动　　(D) 向中心收缩



解: 考虑任意第k级明纹的变化情况。

设第k级明纹处空气膜厚为d_k，则光程差满足

$\delta_k=2d_k+\lambda/2=k\lambda$，所以, $d_k=(k-1/2)\lambda/2$.

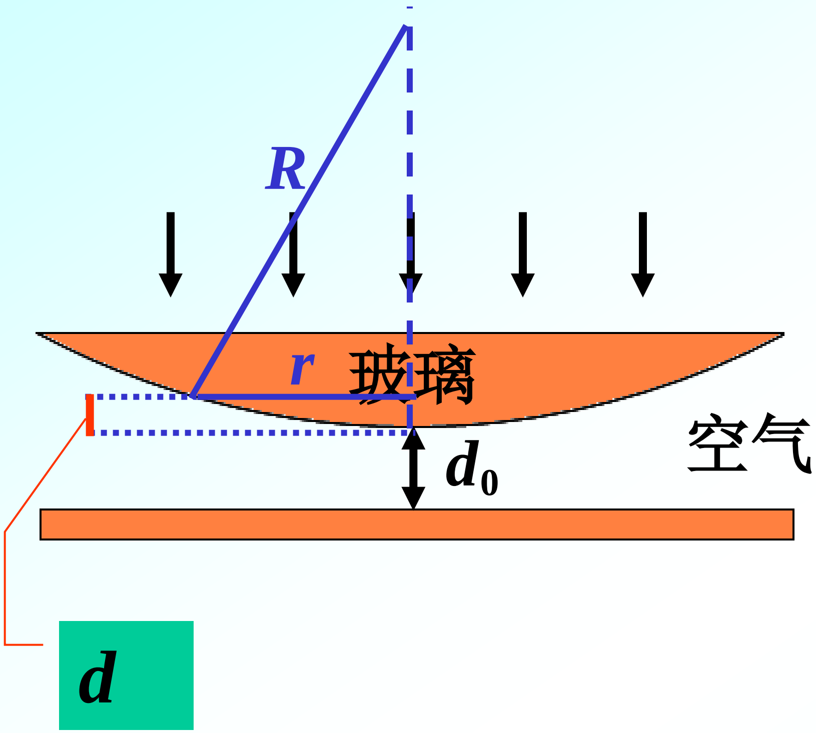
由上式可知，第k级明纹所对应的空气膜的厚度是确定不变的。

找出平移后空气膜的厚度为d_k的地方，就知道了第k级明纹是怎么移动的。

可见，在平凸透镜垂直向上平移的过程中，第k级明纹向中心移动。

所以，当平凸透镜垂直向上缓慢平移时，环状干涉条纹向中心收缩。

例: 如图，用波长为λ的单色光垂直入射，平凸透镜的曲率半径为R，平凸透镜与平板玻璃间有一小间距d_0，求牛顿环中各暗环的半径。



解: 设第 k 级暗环的半径为r.

光程差如何表达？

$$\delta_k = 2(d+d_0) + \lambda/2 = (2k+1)\lambda/2 \quad (1)$$

由图可知:

$$r^2 = R^2 - (R-d)^2 = d(2R-d)$$

$$\approx 2Rd \ (\because d \ll R) \quad \therefore d = \frac{r^2}{2R} \quad (2)$$

把(2)代入(1)得:

$$2\left(\frac{r^2}{2R} + d_0\right) + \frac{\lambda}{2} = (2k+1)\frac{\lambda}{2}$$

所以，第 k 级暗环的半径

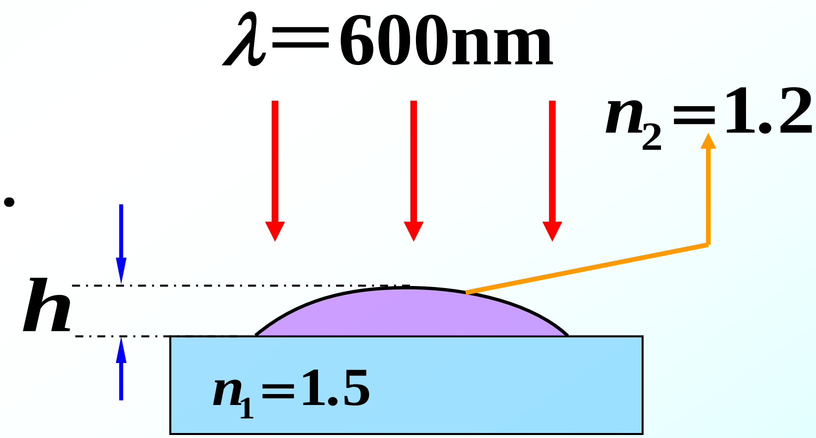
$$r = \sqrt{R(k\lambda - 2d_0)}$$

例. 油膜问题。如图所示，h=800nm，问：

1、干涉条纹的分布？　　2、可看到几条明纹？

3、明纹处油膜的厚度？

解：明纹处油膜的厚度满足：



$$\delta = 2n_2 d = k\lambda, \quad k = 0,1,2,\cdots$$

$$k = 0, d_0 = 0$$

$$k = 1, d_1 = 2.5\times10^2\,\mathrm{nm}$$

$$k = 2, d_2 = 5.0\times10^2\,\mathrm{nm}$$

$$k = 3, d_3 = 7.5\times10^2\,\mathrm{nm}$$

$$k = 4, d_4 = 1.0\times10^3\,\mathrm{nm} > h$$

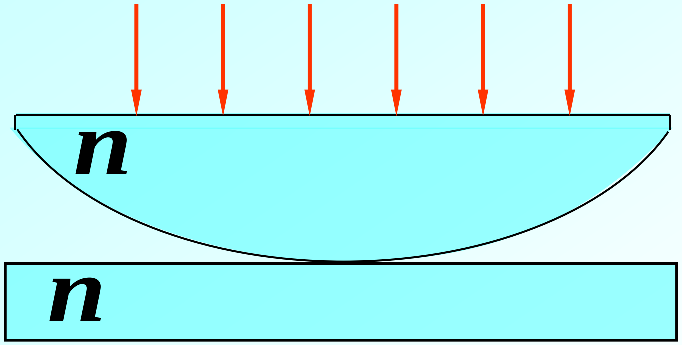
明暗相间的同心圆环

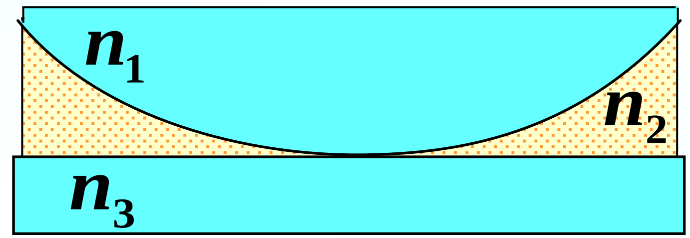
可观察到4条明纹

讨论油滴展开情形?

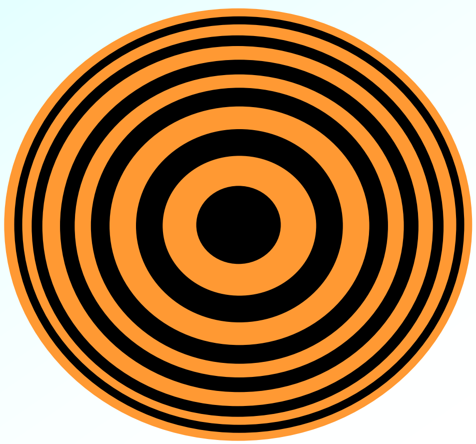
油滴展开时，条纹间距变大，条纹数减少(因h减小)

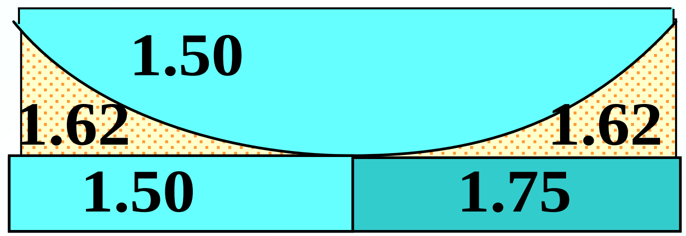
例. 半波损失需具体问题具体分析。

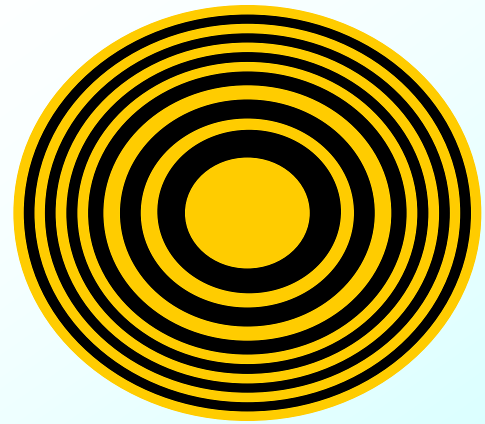


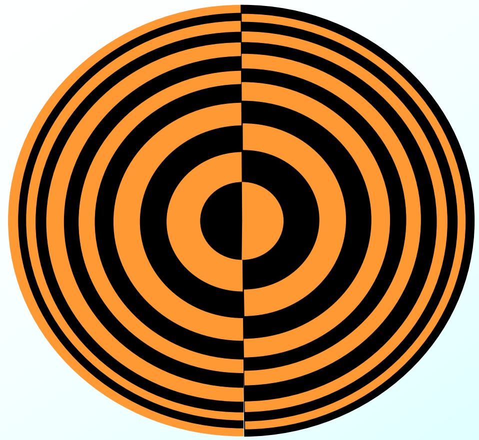


$$n_1 < n_2 < n_3$$



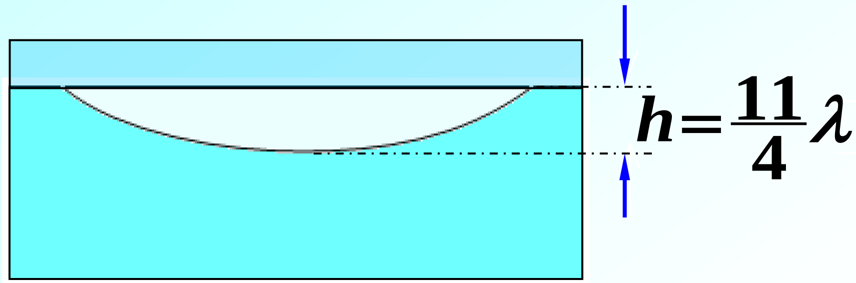


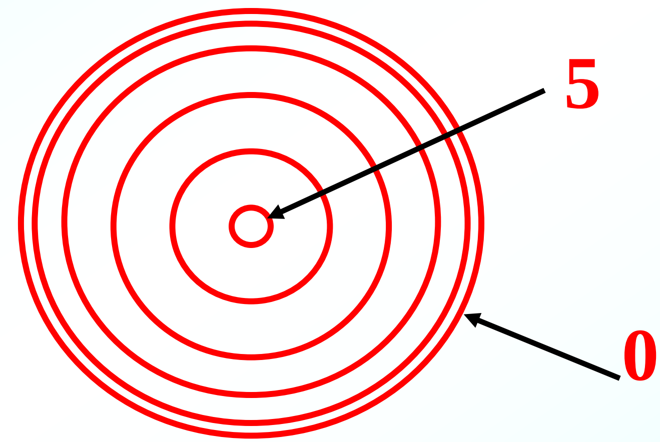




例. 大致画出各装置反射光的干涉条纹。

画暗纹，并标出级次。





$$\delta=2d+\frac{\lambda}{2}=(2k+1)\frac{\lambda}{2}$$

$$d=k\frac{\lambda}{2},\quad k=0,1,2,3,\cdots$$

等厚线轨迹为圆

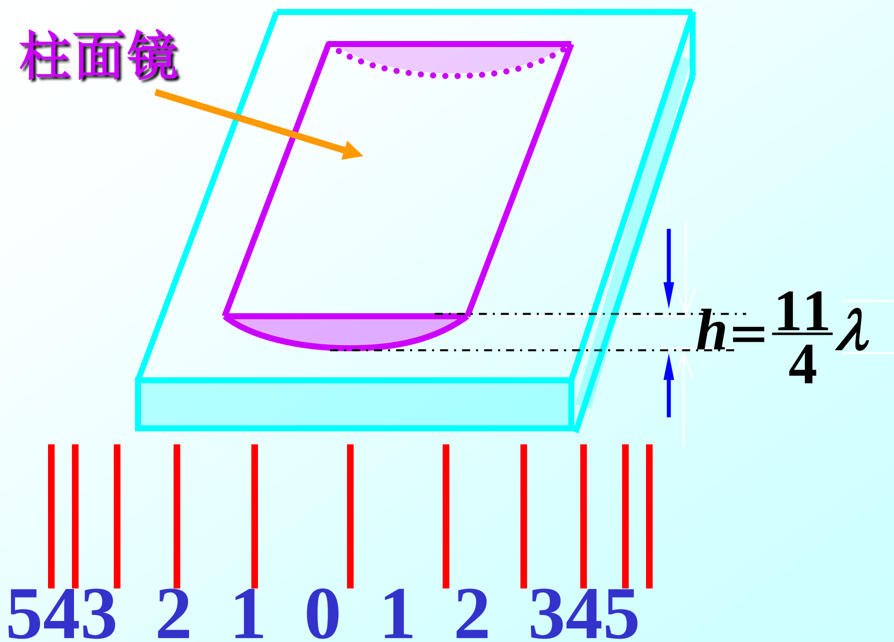
$k=0, d_0=0$　边缘处

$k=1, d_1=\frac{\lambda}{2}$

$\vdots$

$k=5, d_5=\frac{5\lambda}{2}$

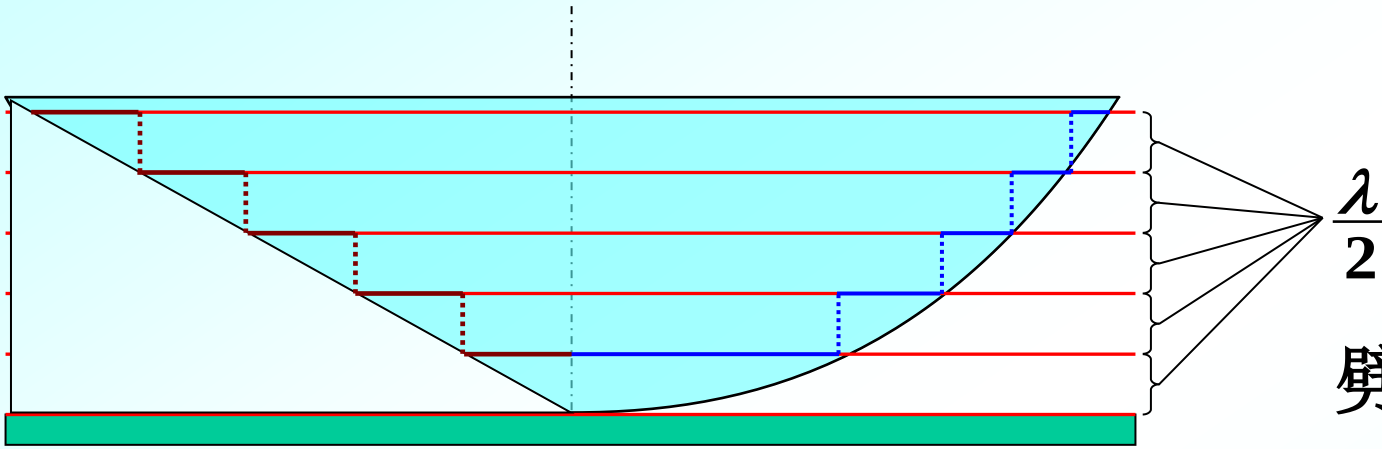
$k=6, d_4=3\lambda>h$　看不到



例. 用等高度线判定等厚条纹的疏密和动态变化

$$\delta = 2d + \frac{\lambda}{2} = (2k+1)\frac{\lambda}{2}$$

$$d = k\frac{\lambda}{2},\quad k = 0,1,2,3,\cdots$$



牛顿环：

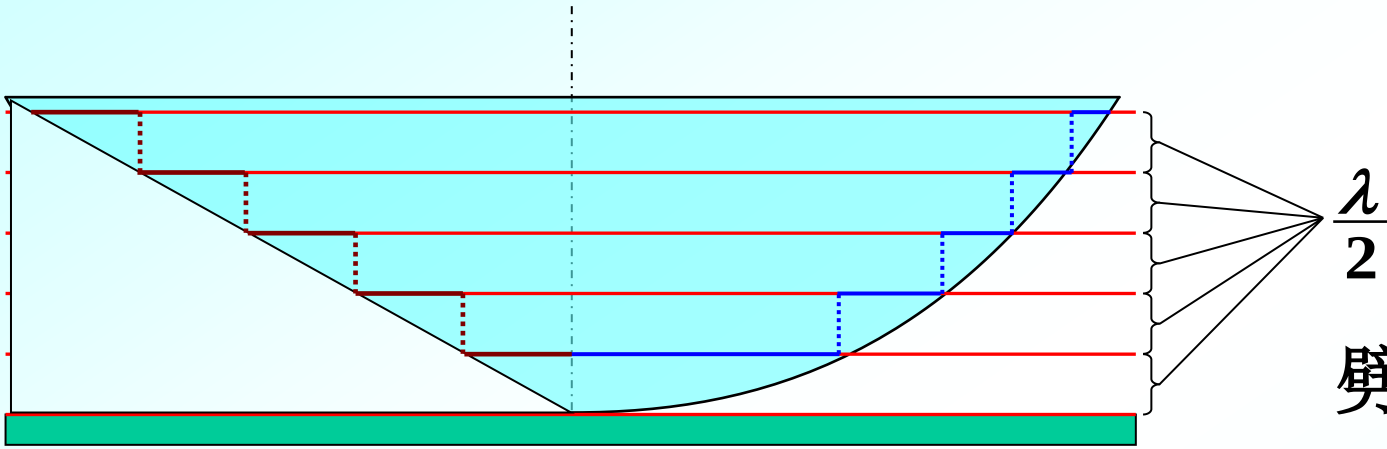
内疏外密

劈尖：等间距

例. 用**等高度线**判定等厚条纹的**疏密**和**动态变化**

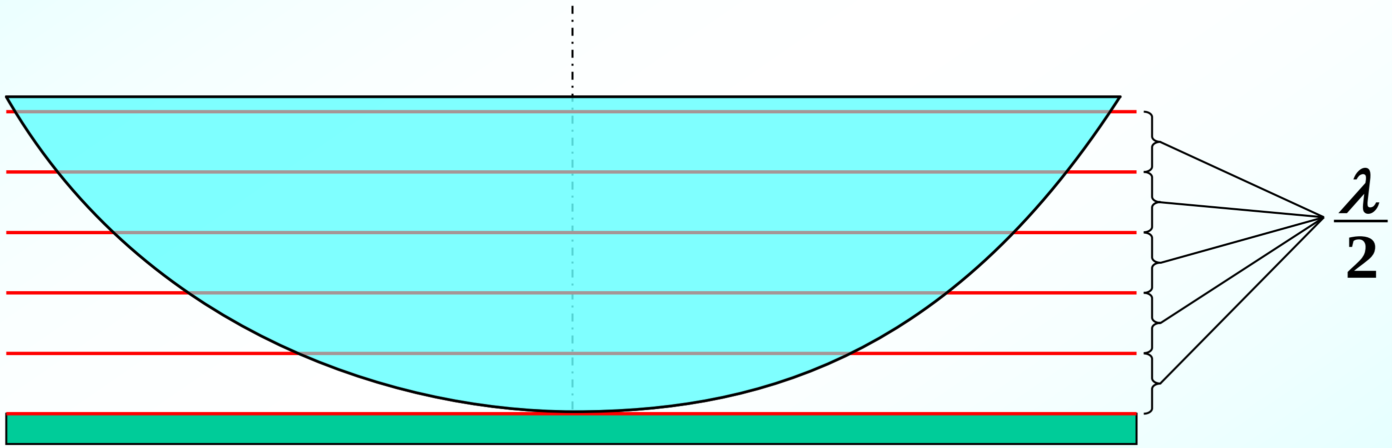
$$\delta = 2d + \frac{\lambda}{2} = (2k+1)\frac{\lambda}{2}$$

$$d = k\frac{\lambda}{2}, \quad k = 0,1,2,3,\cdots$$



牛顿环：**内疏外密**

劈尖：**等间距**



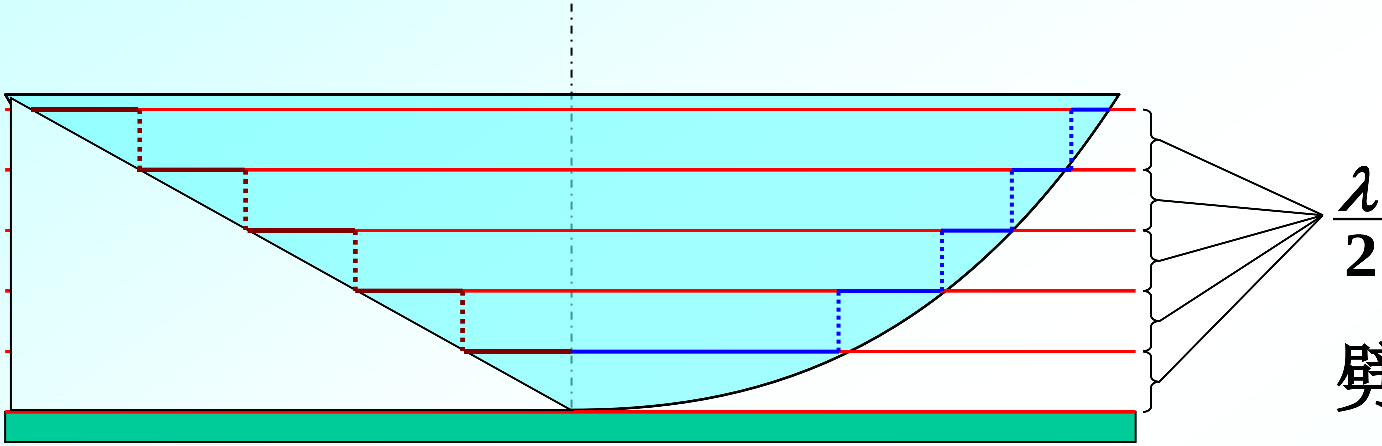
平凸透镜向上平移，**牛顿环向中心缩进**

例. 用**等高度线**判定等厚条纹

的**疏密**和**动态变化**

$$\delta = 2d + \frac{\lambda}{2} = (2k+1)\frac{\lambda}{2}$$

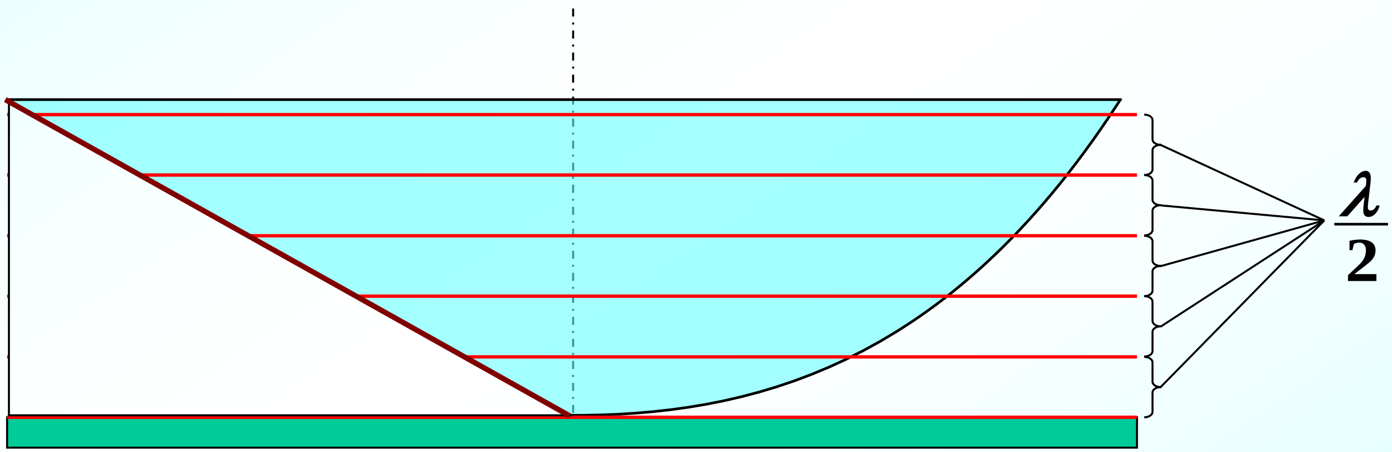
$$d = k\frac{\lambda}{2},\quad k = 0,1,2,3,\cdots$$



牛顿环：

内疏外密

劈尖：**等间距**



平凸透镜向上平移，**牛顿环向中心缩进**

劈尖上表面向上平移，**条纹向劈尖棱方向平移，逐渐消失。**