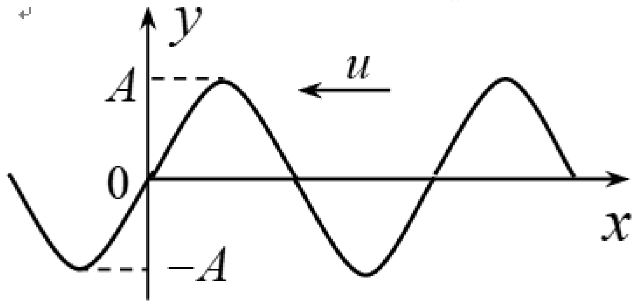
华中科技大学集成学院大学物理（二）2018-2019

创建人：朱增伟 | 题量：24 | 满分：100 分 显示答案

一、单选题（共10题，30分）

1、一简谐波沿x轴负方向传播，圆频率为ω，周期为T，波速为u，设t=T/2时刻的波形如图所示，则该波的表达式为：



（3分）

A、$y = A\cos\omega(t - x/u)$

B、$y = A\cos[\omega(t+x/u) + \frac{\pi}{2}]$

C、$y = A\cos[\omega(t + x/u)]$

D、$y = A\cos[\omega(t + x/u) + \pi]$

正确答案： B

解析：
把t=T/2代入到各个公式，只有B正确，x=0原点位置才是零。于是B正确。当然可以再验证下传播方向，所以排除A，因为在A里的x前面带负号，是向正方向传播的光。如果还是无法排除所有答案，则需要从速度方向再来考虑，求一次微分代入速度函数。

2、当机械波在媒质中传播时，一媒质质元的最大形变发生在(A是振动振幅)：
（3分）

A、媒质质元离开其平衡位置最大位移处；

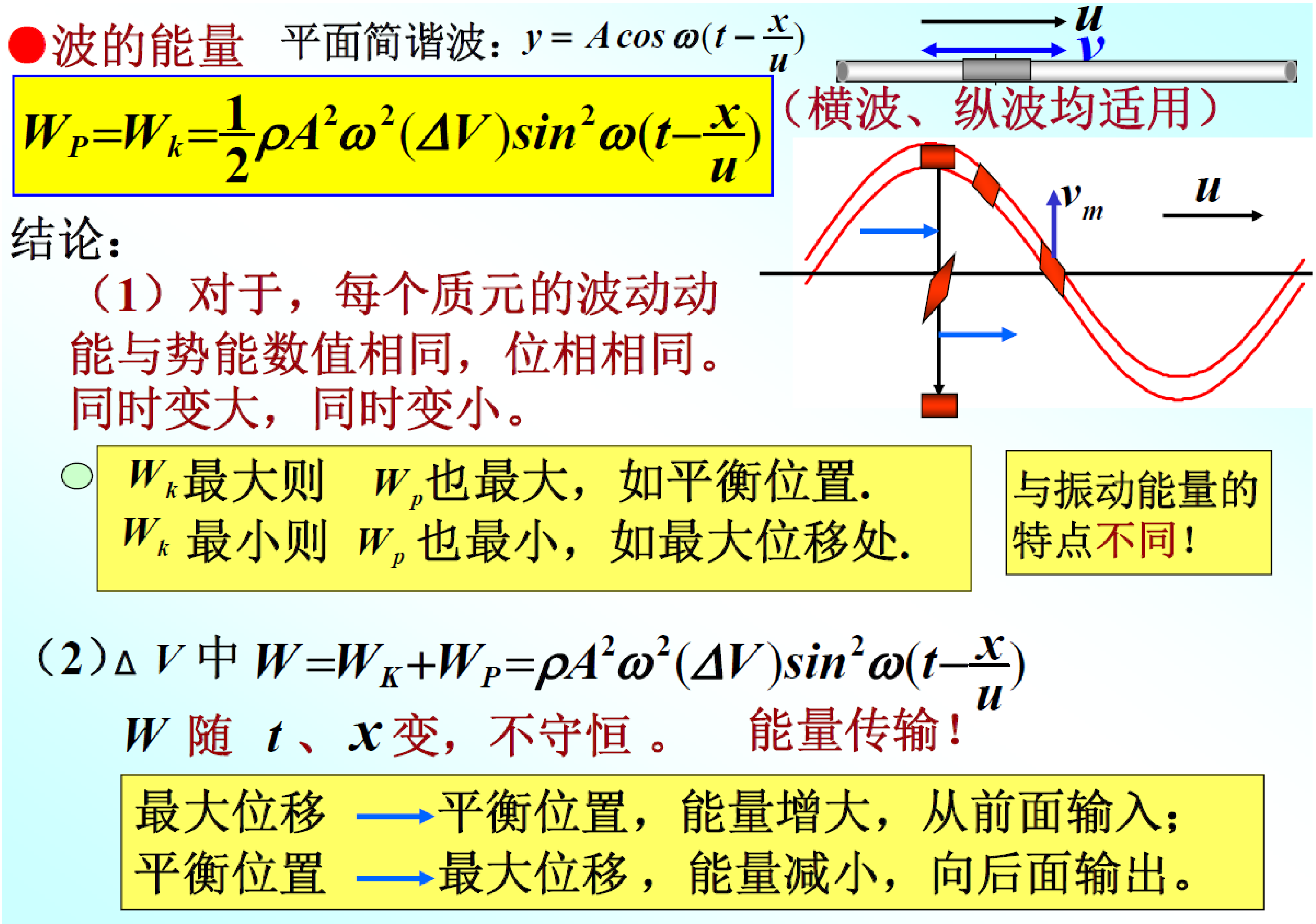
B、媒质质元离开其平衡位置($\frac{\sqrt{2}A}{2}$)处；

C、媒质质元在其平衡位置处；

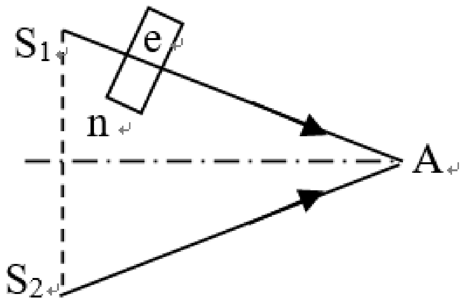
D、媒质质元离开其平衡位置 $\frac{A}{2}$ 处

正确答案： C

解析:



3、 如图所示，假设有两个同位相的相干点光源S_1和S_2，发出波长为λ=500纳米的光，A是它们连线的中垂线上的一点， 若在S_1与A之间插入厚度为e，折射率为n=1.5的薄玻璃片，A点恰为第三级明纹中心，则e 等于



（3分）

A、 1000纳米

B、 1500纳米

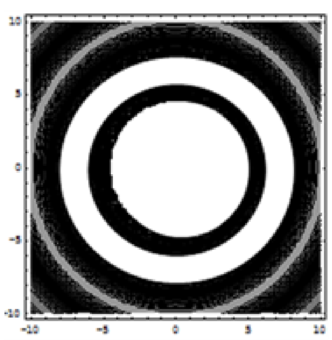
C、 3000纳米

D、 4500纳米

正确答案： C

解析:
放入玻璃片与未放入相差的光程为e(n-1)=kλ 明纹条件,代入得到，3000纳米

4、 在光的衍射实验中，观察到如图所示的衍射图案。该衍射应该是下列哪种衍射？



（3分）

A、 单缝

B、 双缝

C、 圆孔

D、 光栅

正确答案： C

解析：
只有圆孔才会出现圆形的图案。

5、 通过一个偏振片观察一束单色光时，发现出射光存在强度为最大的位置（此方向标为MN），但无消光位置。在偏振片前放置一块四分之一波片，且使波片的光轴与标出的方向MN平行，这时旋转偏振片，观察到有消光位置，则这束单色光是
（3分）

A、 线偏振光；

B、 椭圆偏振光；

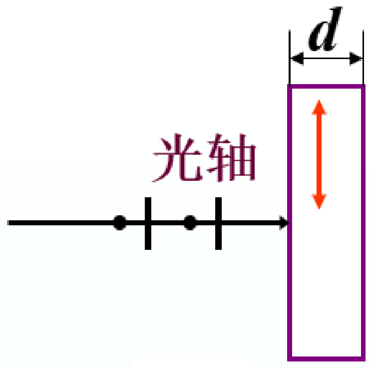
C、 部分偏振光；

D、 自然光与线偏振光的混合光。

正确答案： B

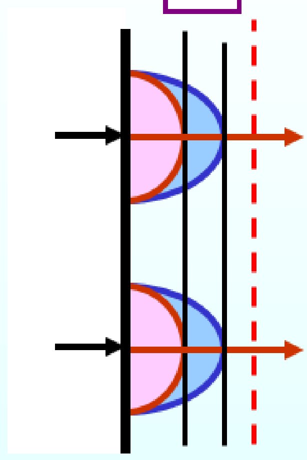
解析：
椭圆偏振光经过1/4波片变成线偏振光。最后才会有消光位置。

对$\lambda/2$ 波片：晶片的厚度d，使光程差为 $\lambda/2$



$$(n_o - n_e)d = \frac{\lambda}{2} \Rightarrow d = \frac{\lambda}{2(n_o - n_e)}$$

$$\Delta\varphi = \frac{(n_o - n_e)d}{\lambda} \cdot 2\pi = \pi$$



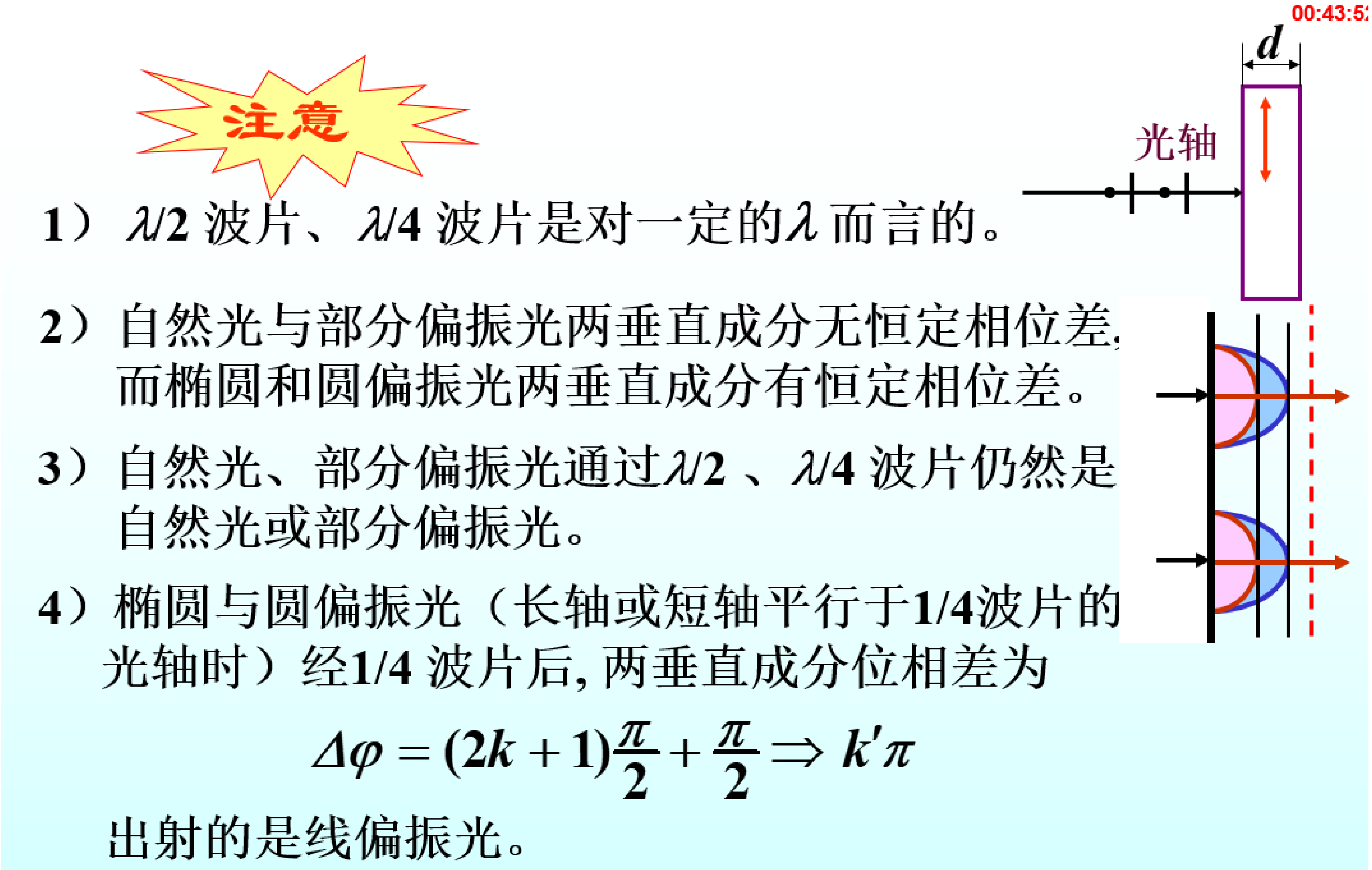
线偏振光入射$\lambda/2$ 波片时，出来仍是线偏振光。

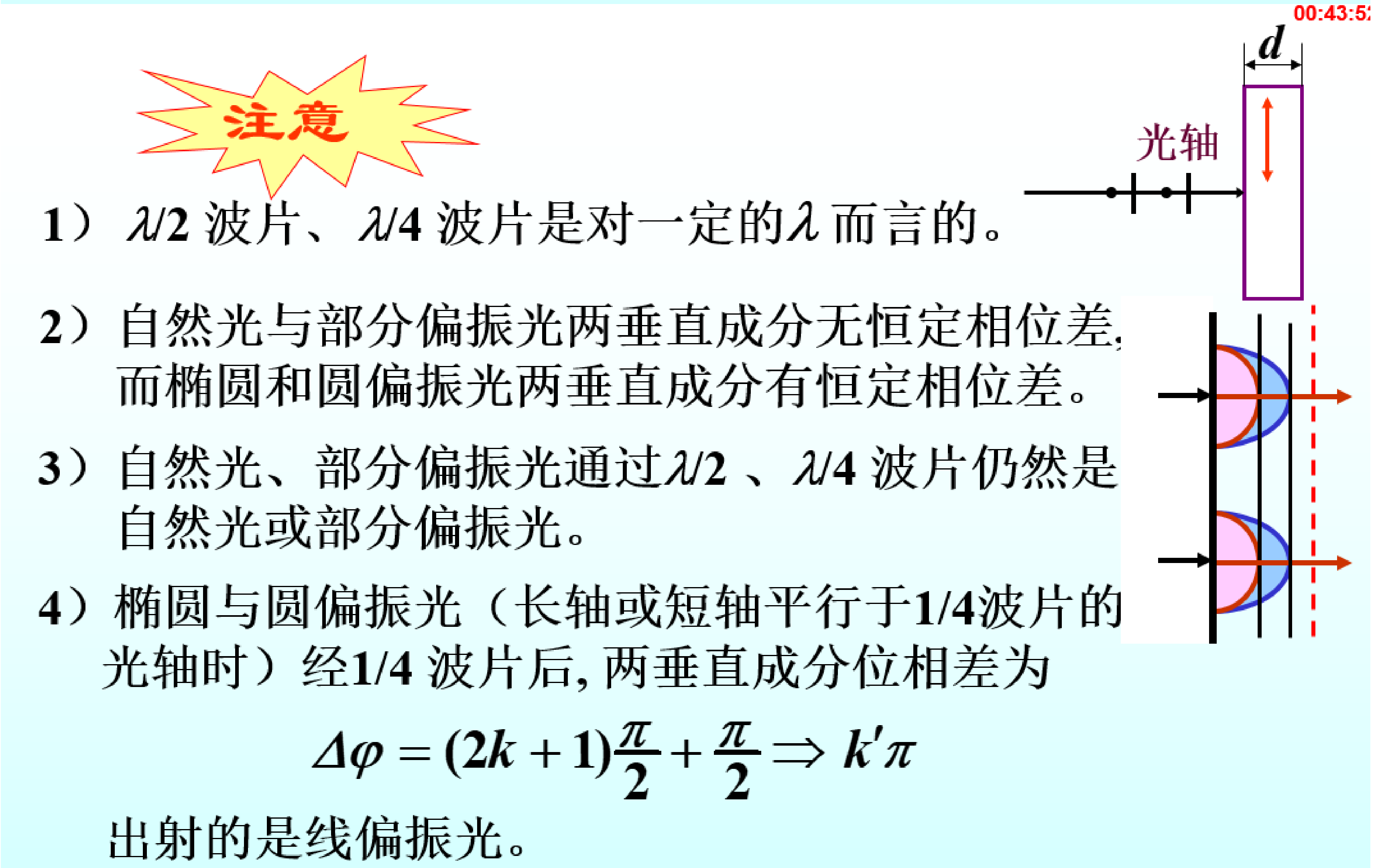
对$\lambda/4$ 波片：光程差

$$(n_o - n_e)d = \frac{\lambda}{4} \Rightarrow d = \frac{\lambda}{4(n_o - n_e)}$$

$$\Delta\varphi = \frac{(n_o - n_e)d}{\lambda} \cdot 2\pi = \frac{\pi}{2} \qquad \Delta\varphi \neq k\pi$$

线偏振光入射$\lambda/4$ 波片时，出来是椭圆偏振光。





6、 光子能量为0.5MeV的X射线，入射到某种物质上而发生康普顿散射。若散射光波长的改变量$\Delta\lambda$与入射光波长$\lambda 0$之比值为0.25，则反冲电子的动能为（3分）

A、 0.1MeV

B、 0.2MeV

C、 0.25MeV

D、 0.5MeV

正确答案： A

解析:

一、选择题

3. 光子能量为0.5MeV的X射线，入射到某种物质上而发生康普顿散射。若反冲电子的动能为0.1MeV，则散射光波长的改变量$\Delta\lambda$与入射光波长λ_0之比值为[B]

(A) 0.20 (B) 0.25 (C) 0.30 (D) 0.35

解

康普顿散射前后的能量、动量均守恒。

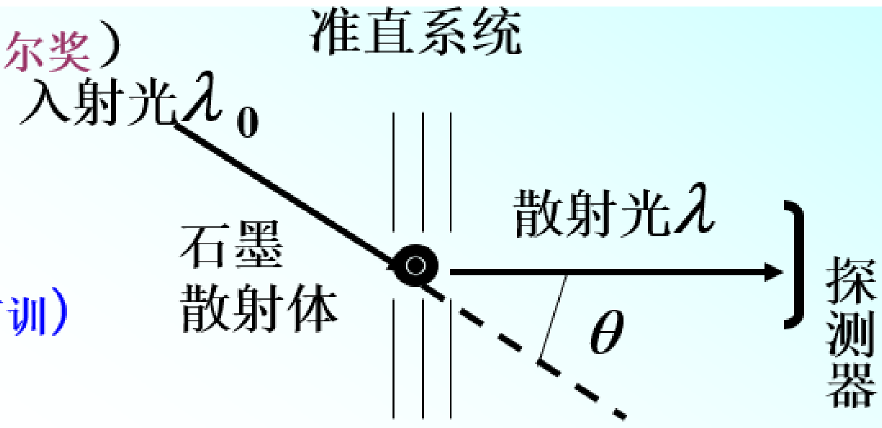
本题中用到能量守恒，反冲电子的动能就是入射光子能量与散射光子能量之差。

$$\Delta\varepsilon = mc^2 - m_0c^2 = h\nu - h\nu' = h\frac{c}{\lambda} - h\frac{c}{\lambda'}$$

$$= \frac{hc(\lambda' - \lambda)}{\lambda\lambda'} = \frac{\Delta\lambda}{\lambda}\frac{hc}{\lambda'} = \frac{\Delta\lambda}{\lambda}(h\nu - \Delta\varepsilon)$$

$$\Rightarrow \frac{\Delta\lambda}{\lambda} = \frac{\Delta\varepsilon}{(h\nu - \Delta\varepsilon)} = \frac{0.1}{0.5 - 0.1} = 0.25$$

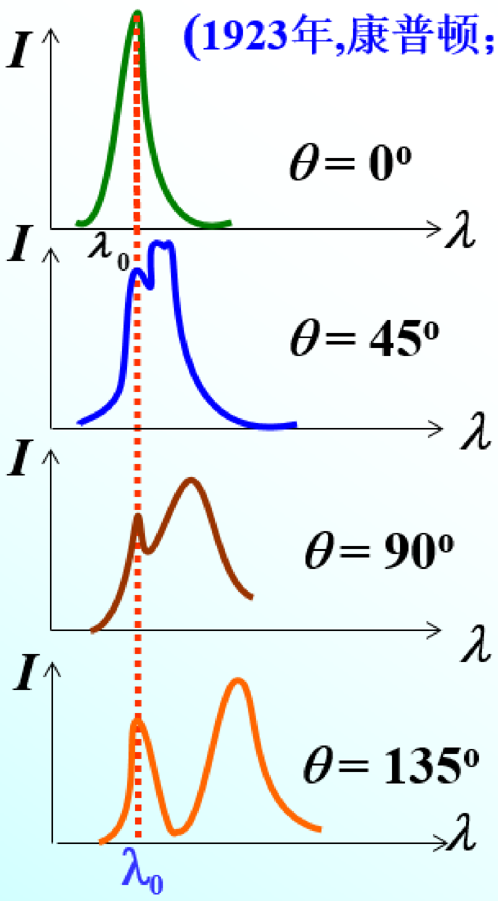
三、 康普顿效应（1927年，诺贝尔奖）



1.X射线在石墨上的散射

2. 实验规律：

(1923年,康普顿；稍后，吴有训)



(1) 散射的射线中有与入射波长 λ_0 相同的射线,也有波长 $\lambda'>\lambda_0$ 的射线.

(2)散射线波长的改变量 $\Delta\lambda=\lambda'-\lambda_0$ 随散射角 θ 的增加而增加。

$$\Delta\lambda=\lambda-\lambda_0=\lambda_c(1-\cos\theta)$$

康普顿波长：$\lambda_c=0.024263\,\mathring{A}$

(3)在同一散射角下 $\Delta\lambda$ 相同，与散射物质无关

(4)原子量较小的物质,康普顿散射较强

2. 康普顿效应验证了光的量子性

$$P=\frac{h}{\lambda}$$

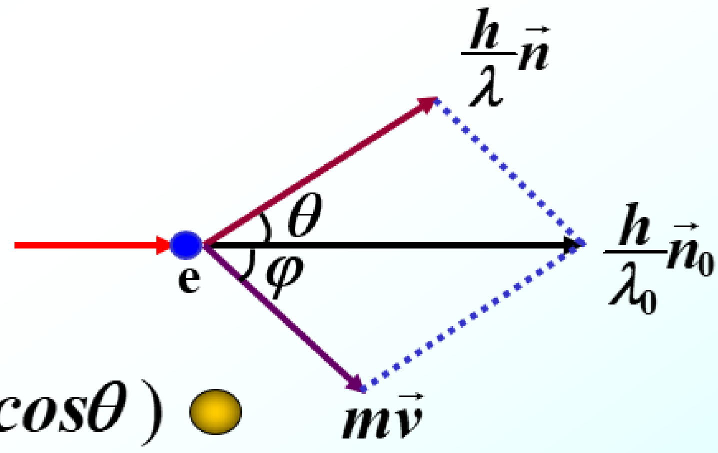
（1）经典电磁理论的困难：$\lambda_{入}=\lambda_{散}$

（2）康普顿的解释：

✦X射线光子与“静止”的“自由电子”弹性碰撞，

碰撞过程中能量与动量守恒。

$$\begin{cases} h\nu_0+m_0c^2=h\nu+mc^2 \\ \dfrac{h}{\lambda_0}\vec{n}_0=\dfrac{h}{\lambda}\vec{n}+m\vec{v} \end{cases}$$



波长偏移：$\Delta\lambda=\lambda-\lambda_0=\dfrac{h}{m_0c}(1-\cos\theta)$

$$\lambda_c=\frac{h}{m_0c}=2.43\times10^{-12}\,\mathrm{m} \qquad \lambda_{c实}=0.024263\,\mathring{A}$$

可见：$\Delta\lambda$与λ_0无关，$\Delta\lambda$只与散射角θ有关，$\theta\uparrow$、$\Delta\lambda\uparrow$。

✦X射线光子与束缚很紧的电子碰撞：$\lambda_{入}=\lambda_{散}$

- X射线光子与“静止”的“自由电子”弹性碰撞：

$$\lambda_{散}=\lambda_{入}+\Delta\lambda$$

- X射线光子与束缚很紧的电子碰撞：$\lambda_{散}=\lambda_{入}$

- 由上面两点可推知：

  原子量较小的物质，电子束缚很弱 $\Rightarrow$ 自由电子

  原子量较大的物质，电子束缚很紧 $\Rightarrow$康散射较弱

3. 康普顿散射实验的意义

●进一步证实了光子论，光确实具有波粒两象性；
●证明了光子能量、动量表示式的正确性；
●证实了在微观物理过程中能量、动量守恒定律成立。

7、 关于不确定关系式 $\Delta x\cdot\Delta p_x\geq\hbar$ ，下列说法中错误的是

（3分）

A、 任何测量都有误差，所以微观粒子的位置和动量都不能精确确定；

B、 由于微观粒子的波粒二象性，粒子的位置和动量不能同时完全确定；

C、 微观粒子的位置和动量可以精确确定其中一个；

D、 不确定关系表明经典模型并不适用于微观粒子，用经典方法来描述微观客体是不可能完全准确的。

正确答案： A

解析:

$$\boxed{\Delta x\cdot\Delta P_x\geq h}$$

含义：

我们测定的粒子位置越准确（即Δx越小），则在同一时刻测定的该粒子在同一方向上的动量分量的准确度就越差（即ΔP_x越大）； 反之亦然。

这并非是由于仪器的误差或测量技术的问题。而是粒子本身的属性。

不确定关系的物理根源是粒子的波动性。

对三维情况，海森伯不确定关系可写为：

$$\begin{cases}\Delta x\cdot\Delta P_x\geq h\\ \Delta y\cdot\Delta P_y\geq h\\ \Delta z\cdot\Delta P_z\geq h\end{cases} 或 \begin{cases}\Delta x\cdot\Delta P_x\geq\hbar\\ \Delta y\cdot\Delta P_y\geq\hbar\\ \Delta z\cdot\Delta P_z\geq\hbar\end{cases} 或 \begin{matrix}\Delta x\cdot\Delta P_x\geq\hbar/2\\ \Delta y\cdot\Delta P_y\geq\hbar/2\\ \Delta z\cdot\Delta P_z\geq\hbar/2\end{matrix}$$

不确定关系式一般用于做数量级估算。

8、 在下图“自感系数与磁化率的关系”的课堂演示实验中,我们看到的物理现象和对其正确的解释是

（3分）

A、 当金属棒插入后，灯泡变亮，因为自感系数变大

B、 当金属棒插入后,灯泡变暗，因为自感系数变大

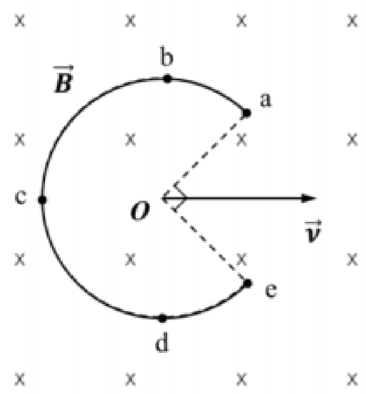
C、 当金属棒插入后，灯泡变亮，因为自感系数变小

D、 当金属棒插入后,灯泡变暗,因为自感系数变小

正确答案： B

解析：

9、 如图所示，将一根导线弯成半径为R的四分之三圆周，置于均匀磁场中，当导线沿aOe的分角线方向以速度v向右运动时，导线中产生的感应电动势ε_i为



（3分）

A、 BRv

B、 0

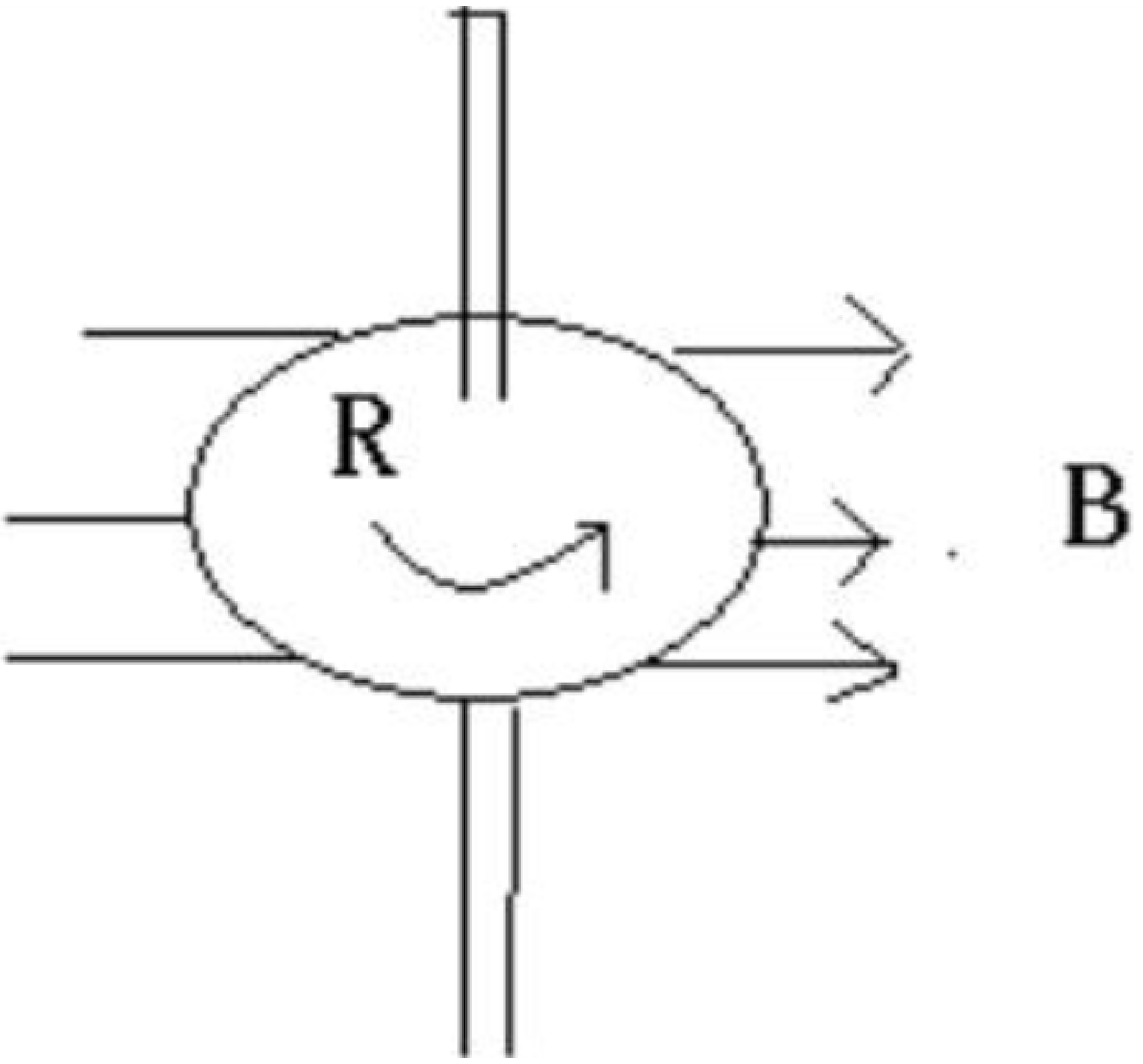
C、 $\frac{\sqrt{2}}{2}BRv$

D、 $\sqrt{2}BRv$

正确答案： D

解析：

10、 一半径为R的薄圆盘,放在磁感应强度为B的均匀磁场中，B的方向与盘面平行，如图所示。圆盘表面的电荷面密度为σ，若圆盘以角速度ω绕通过盘心、垂直盘面的轴转动,试求作用在圆盘上的磁力矩。



（3分）

A、 $\frac{1}{3}\pi\sigma\omega BR^4\cos\alpha$

B、 $\frac{1}{4}\pi\sigma\omega BR^4\cos\alpha$

C、 $\frac{1}{4}\pi\sigma\omega BR^4\sin\alpha$

D、 $\frac{1}{3}\pi\sigma\omega BR^3\sin\alpha$

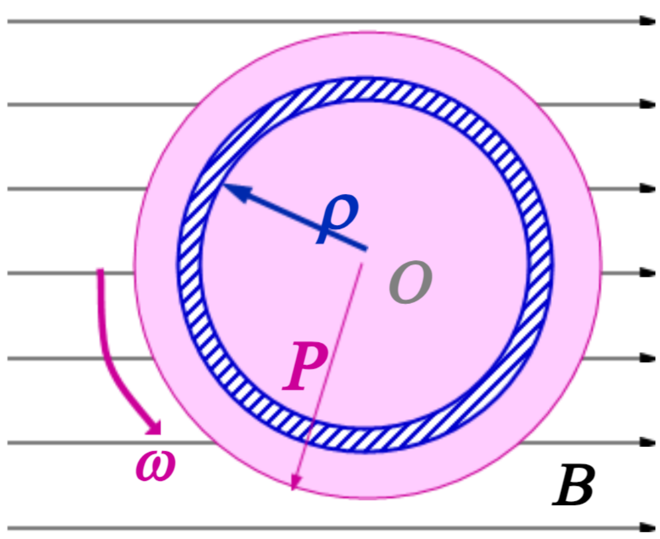
正确答案： B

解析：

圆盘半径P、电荷面密度σ、角速度ω，磁感应强度$\vec{B}$。求磁力矩。

解：如图取半径 ρ 宽$\delta\rho$的细环带看作一载流圆线圈

$$dI=\frac{\omega}{2\pi}dq=\sigma\omega r dr$$



该圆线圈的磁矩大小为

$$dP_m=SdI=\pi\sigma\omega r^3 dr$$

磁矩方向垂直纸面向外

该磁矩所受的磁力矩的大小

$$dM=\left|d\vec{P}_m\times\vec{B}\right|=BdP_m$$

整个圆盘所受的磁力矩的大小为

$$M=\int dM=\int B\,dP_m=\pi\sigma\omega B\int_0^R r^3 dr=\frac{\pi\sigma\omega BR^4}{4}$$

题中若盘面与B成α角，则圆盘受磁力矩大小为

$$M=\int dM=\int\left|d\vec{P}_m\times\vec{B}\right|=\frac{1}{4}\pi\sigma\omega BR^4\cos\alpha$$

二、填空题 (共10题，30分)

11、一竖直悬挂的弹簧振子，自然平衡时弹簧的伸长量为xo，此振子在竖直方向上振动的周期T =_________________。（重力加速度为g）

(3分)

正确答案

第一空:

$2\pi\sqrt{x_0/g}$

解析：根据ma=kx, 得到 $\omega=\sqrt{\frac{k}{m}}$（1）再根据平衡条件：mg=kx0（2） $T=\frac{2\pi}{\omega}$ (3)由以上三式可得。

12、一质点沿x轴作谐振动，振幅A = 4 cm，周期T = 2 s，其平衡位置取作坐标原点。若t = 0时刻质点第一次通过x = -2 cm处，且向x轴负方向运动，则质点第二次通过x = -2 cm处的时刻为______ s。

(3分)

正确答案
第一空: 2/3

解析:

13、 两个同方向同频率的谐振动，振动表达式分别为：

$$x_1 = 6\times10^{-2}\cos(5t-\frac{1}{2}\pi)\text{（m）}, \; x_2 = 2\times10^{-2}\sin(\pi-5t)\text{（m）},$$

它们的合振动的振幅为________________m，初位相为________rad。

（3分）

正确答案
第一空: 8×10^{-2}
第二空: $-\frac{1}{2}\pi$

解析:

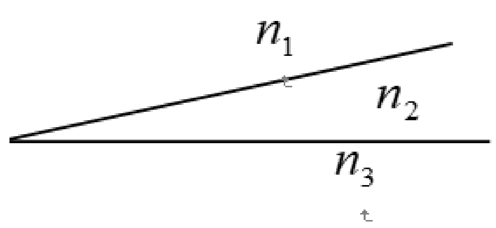
14、 在课堂演示实验中，观察到在弦线上形成了一列波长为λ的驻波，则驻波中相邻两波腹的距离为 ，相邻两波节间任意两点的振动相位差为 。

（3分）

正确答案
第一空: $\frac{\lambda}{2}$
第二空: 0

解析:

15、 如图，用波长为 的单色光垂直照射折射率为 的劈尖，其上方的介质的折射率为 n1，下方的介质的折射率为 n3，且n1>n2，n3>n2 。观察反射光的干涉，从劈尖顶开始，第2条明纹对应的劈尖厚度为___________。



（3分）

正确答案
第一空: $\frac{3\lambda}{4n_2}$

解析:

16、 波长为500nm的单色平行光垂直入射于光栅常数为$d=3\times10^{-3}$mm的光栅上，若光栅中的透光缝宽度$a=2\times10^{-3}$mm，在光栅后面的整个衍射场中，能出现_____________条光谱线。
（3分）

正确答案
第一空: 9

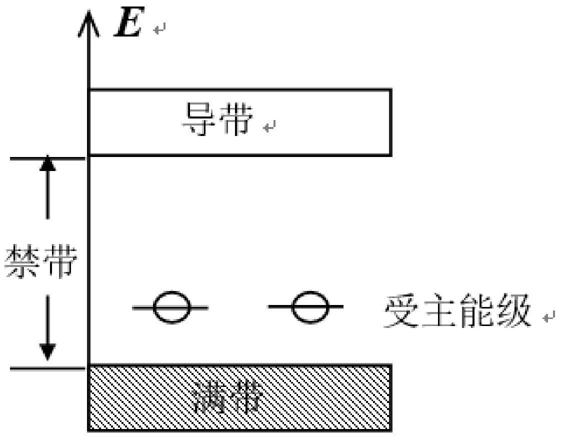
解析:

17、 已知某放射性核素的半衰期为2年，则经过8年衰变掉的核数目是尚存核数目的_____________倍。
（3分）

正确答案
第一空: 15

解析:

18、 如图所示是某半导体的能带结构图。则该半导体的载流子的类型主要是______。

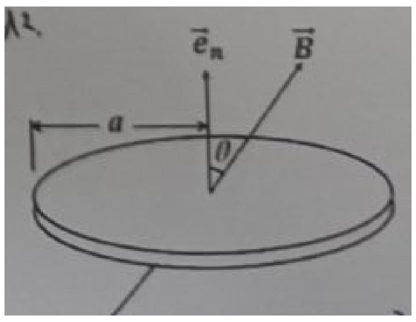


（3分）

正确答案
第一空: 空穴

解析:

19、 半径为a的金属圆盘，放在磁感应强度为B的磁场中,B与盘面法线的夹角为θ，如图所示。当这圆盘以每秒n圈的转速绕它的几何轴旋转时，盘中心与边缘的电势差为



（3分）

正确答案
第一空:

11.9 一半径为 a的金属圆盘，放在磁感应强度为 B 的磁场中，

enB B与盘面法线 en的夹角为 θ，如图所示．当这圆盘以每秒 n

圈的转速绕它的几何轴旋转时，盘中心与边缘的电势差为

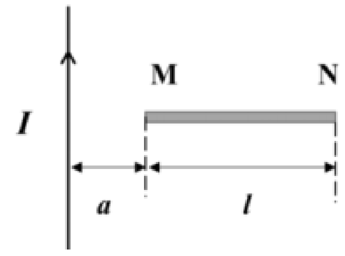
________________ .

习题 11.9 图

2 解 πnBacosθ

解析:

20、 如图所示，一段长度为l的金属棒MN，水平放置在载有电流I的竖直无限长导线旁，并与其共面，由静止自由落下，则t时刻棒中的感应电动势ε_i为__________，电势较高端为____________



（3分）

正确答案

第一空： $\frac{\mu_0 Igt}{2\pi}\ln(\frac{a+l}{a})$

第二空： N

解析：

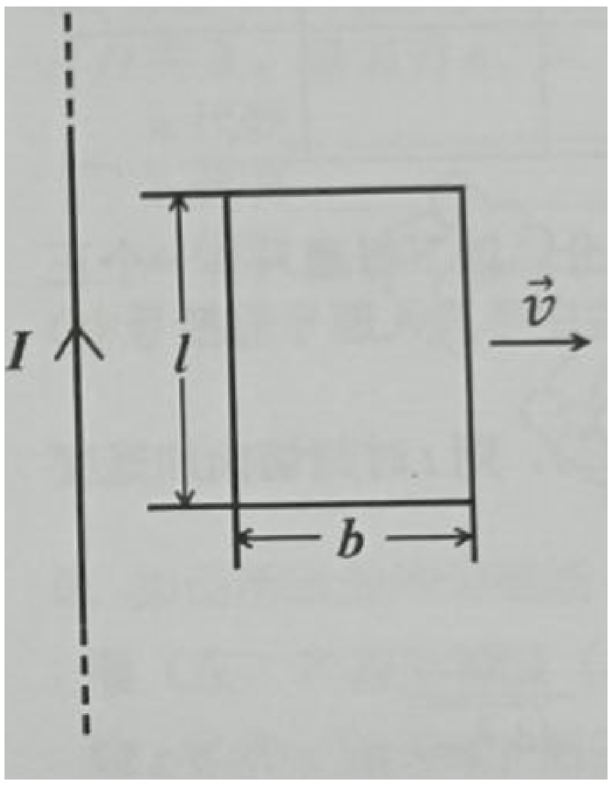
三、计算题（共4题，40分）

21、一无限长载有电流I的直导线旁边有一与之共面的矩形线圈，线圈的边长分别为l和b，l边与长直导线平行。线圈以速度v垂直离开直导线，如图所示。

求当矩形线圈与无限长直导线间的互感系数$M=\frac{\mu_0 I}{2\pi}$时：

(1）线圈的位置;

(2)及此时线圈内的感应电动势的大小。

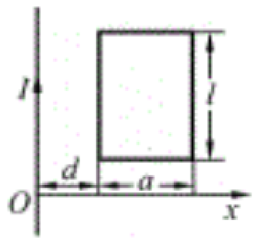


（10分）

正确答案:

不是完全相同，请参考：

16-1. 直导线中通以交流电，如图所示， 置于磁导率为 μ 的介质中，已知：$I = I_0 \sin \omega t$，其中 I_0 ω 是大于零的常量.求：与其共面的 N 匝矩形回路中的感应电动势.

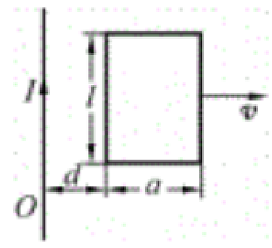


解：$B = \dfrac{\mu I}{2\pi x}$

$$\Phi = \int_d^{d+a} \frac{\mu I}{2\pi x} l dx = \frac{\mu I l}{2\pi} \ln \frac{d+a}{d}$$

$$\varepsilon = -N\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{N\mu I_0 \omega l}{2\pi} \ln \frac{d+a}{d} \cos \omega t$$

16-2. 如图所示，长直导线中通有电流 $I = 5.0A$，在与其相距 $d = 0.5\text{cm}$ 处放有一矩形线圈，共 1000 匝，设线圈长 $l = 4.0\text{cm}$，宽 $a = 2.0\text{cm}$。不计线圈自感，若线圈以速度 $v = 3.0\text{cm/s}$ 沿垂直于长导线的方向向右运动，线圈中的感生电动势多大？



解：$\varepsilon_{ab} = NB_2 lv$ $\varepsilon_{dc} = NB_1 lv$

$$\varepsilon = \varepsilon_{dc} - \varepsilon_{ab}$$

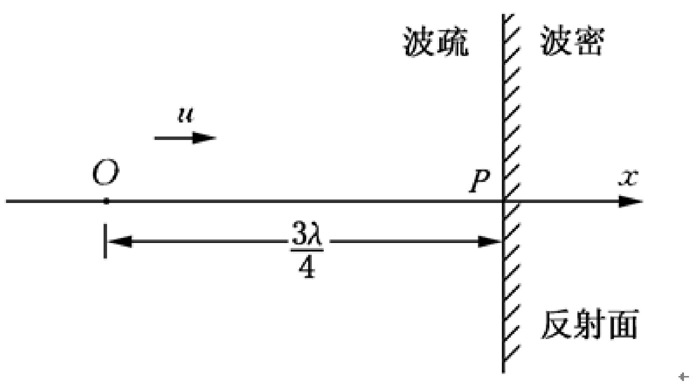
$$= NB_1 lv - NB_2 lv = \frac{\mu_0 IN}{2\pi}(\frac{1}{d} - \frac{1}{d+a})lv = \frac{\mu_0 IalvN}{2\pi d(d+a)} = 1.92\times 10^{-4}$$

解析:

22、 如图所示，一平面简谐波沿x轴正向传播，已知其振幅为A，频率为 ν，波速为u；

(1)若t=0时，入射波在原点O处引起的振动使质元正好由平衡位置向正方向运动，写出此入射波的波函数；

(2)若从波密媒质分界面反射的波的振幅与入射波振幅相等，试写出反射波的波函数和合成波的波函数，并求x轴上因入射波与反射波干涉而静止的各点的位置。



(10分)

正确答案:

2 解：(1) ∵ $t=0$ 时，$y_0=0, v_0>0$，∴ $\phi_0=-\frac{\pi}{2}$ 故入射波函数为

$$y=A\cos[2\pi\nu(t-\frac{x}{u})-\frac{\pi}{2}]$$ 2 分

(2) 反射波的波函数为

$$y_{反}=A\cos[2\pi\nu(t-\frac{2\times\frac{3\lambda}{4}-x}{u})-\frac{\pi}{2}+\pi]=A\cos[2\pi\upsilon(t+\frac{x}{u})-\frac{\pi}{2}]$$ 3 分

此时驻波方程为

$$y=A\cos[2\pi\upsilon(t-\frac{x}{u})-\frac{\pi}{2}]+A\cos[2\pi\upsilon(t+\frac{x}{u})-\frac{\pi}{2}]$$

$$=2A\cos\frac{2\pi\upsilon x}{u}\cos(2\pi\upsilon t-\frac{\pi}{2})$$ 3 分

故波节位置为：$\frac{2\pi\upsilon x}{u}=\frac{2\pi}{\lambda}x=(2k+1)\frac{\pi}{2}$

故 $x=(2k+1)\frac{\lambda}{4}$ $(k=0,\pm1,\pm2,\cdots)$

根据题意，k 只能取 0,1，即 $x=\frac{1}{4}\lambda,\frac{3}{4}\lambda$ 2 分

解析：

2 解：(1) ∵ $t=0$ 时，$y_0=0, v_0>0$，∴ $\phi_0=-\frac{\pi}{2}$ 故入射波函数为

$$y=A\cos[2\pi\nu(t-\frac{x}{u})-\frac{\pi}{2}]$$ 2 分

(2) 反射波的波函数为

$$y_{反}=A\cos[2\pi\nu(t-\frac{2\times\frac{3\lambda}{4}-x}{u})-\frac{\pi}{2}+\pi]=A\cos[2\pi\upsilon(t+\frac{x}{u})-\frac{\pi}{2}]$$ 3 分

此时驻波方程为

$$y=A\cos[2\pi\upsilon(t-\frac{x}{u})-\frac{\pi}{2}]+A\cos[2\pi\upsilon(t+\frac{x}{u})-\frac{\pi}{2}]$$

$$=2A\cos\frac{2\pi\upsilon x}{u}\cos(2\pi\upsilon t-\frac{\pi}{2})$$ 3 分

故波节位置为：$\frac{2\pi\upsilon x}{u}=\frac{2\pi}{\lambda}x=(2k+1)\frac{\pi}{2}$

故 $x=(2k+1)\frac{\lambda}{4}$ $(k=0,\pm1,\pm2,\cdots)$

根据题意，k 只能取 0,1，即 $x=\frac{1}{4}\lambda,\frac{3}{4}\lambda$ 2 分

23、 波长为λ的单色光垂直入射于单缝，观察其夫朗和费衍射。单缝宽度为 a=5λ，现用一厚度为d，折射率为n的透明薄膜遮住单缝的一半宽度。假设光透过薄膜时光能量不损失，且 $(n-1)d=\frac{\lambda}{2}$，求出所有衍射暗纹的衍射角 满足的关系:

$\frac{a\sin\theta}{\lambda}$ ____________________。

(把分析的最终结果填入以上空格，分析过程写在下方空白处)

(10分)

正确答案:

3．解法（一）：半波带法

θ=0 的方向上，所有的光线相消，为暗纹。 4 分

$a\sin\theta=\lambda$，狭缝分成两个半波带，但由于薄膜使光线位相相同，为明纹。

$a\sin\theta=2\lambda$，狭缝分成 4 个半波带，所有光线互相抵消，为暗纹。 3 分

同理。

$a\sin\theta=3\lambda$，狭缝分成六个半波带，但由于薄膜使光线位相相同，为明纹。

$a\sin\theta=4\lambda$，狭缝分成八个半波带，所有光线互相抵消，为暗纹。 3 分

$a\sin\theta=5\lambda$，狭缝分成十个半波带，但由于薄膜使光线位相相同，为明纹。

综上所述，暗纹的衍射角θ满足的关系为：$\dfrac{a\sin\theta}{\lambda}=0,\pm2,\pm4$

解法（二）：用费涅尔衍射公式

$$E_\theta=\int_{-\frac{a}{2}}^{0}c'\mathrm{con}2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{r_0-x\sin\theta}{\lambda}+\pi\right)\mathrm{d}x+\int_{0}^{\frac{a}{2}}c'\mathrm{con}2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{r_0-x\sin\theta}{\lambda}\right)\mathrm{d}x$$

$$=c\frac{[\cos\left(\dfrac{\pi a\sin\theta}{\lambda}\right)-1]}{\dfrac{\pi a\sin\theta}{\lambda}}\mathrm{con}2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{r_0}{\lambda}\right)$$ 5 分

则相对光强度为：

$$I_\theta=I_0\frac{(\cos\alpha-1)^2}{\alpha^2}\ ,\qquad(\ \alpha=\frac{\pi a\sin\theta}{\lambda})$$ 2 分

暗纹位置为 $\cos\alpha=1$， $\alpha=\dfrac{\pi a\sin\theta}{\lambda}=2k\pi$，即

$$\frac{a\sin\theta}{\lambda}=2k\qquad(\text{k=-2，-1，0，1，2})$$ 3 分

解析:

3．解法（一）：半波带法

θ=0 的方向上，所有的光线相消，为暗纹。 4 分

$a\sin\theta=\lambda$，狭缝分成两个半波带，但由于薄膜使光线位相相同，为明纹。

$a\sin\theta=2\lambda$，狭缝分成 4 个半波带，所有光线互相抵消，为暗纹。 3 分

同理。

$a\sin\theta=3\lambda$，狭缝分成六个半波带，但由于薄膜使光线位相相同，为明纹。

$a\sin\theta=4\lambda$，狭缝分成八个半波带，所有光线互相抵消，为暗纹。 3 分

$a\sin\theta=5\lambda$，狭缝分成十个半波带，但由于薄膜使光线位相相同，为明纹。

综上所述，暗纹的衍射角θ满足的关系为：$\dfrac{a\sin\theta}{\lambda}=0,\pm2,\pm4$

解法（二）：用费涅尔衍射公式

$$E_\theta = \int_{-\frac{a}{2}}^{0} c'\mathrm{con}2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{r_0 - x\sin\theta}{\lambda}+\pi\right)\mathrm{d}x + \int_{0}^{\frac{a}{2}} c'\mathrm{con}2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{r_0 - x\sin\theta}{\lambda}\right)\mathrm{d}x$$

$$= c\frac{[\cos\left(\frac{\pi a\sin\theta}{\lambda}\right)-1]}{\frac{\pi a\sin\theta}{\lambda}}\mathrm{con}2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{r_0}{\lambda}\right) \qquad 5\text{ 分}$$

则相对光强度为：

$$I_\theta = I_0\frac{(\cos\alpha - 1)^2}{\alpha^2}, \quad (\ \alpha = \frac{\pi a\sin\theta}{\lambda}) \qquad 2\text{ 分}$$

暗纹位置为 $\cos\alpha = 1$， $\alpha = \frac{\pi a\sin\theta}{\lambda} = 2k\pi$，即

$$\frac{a\sin\theta}{\lambda} = 2k \quad (\text{k=-2，-1，0，1，2}) \qquad 3\text{ 分}$$

24、微观粒子在x>0的区间运动，波函数为： $\phi(x) = A\sqrt{x}e^{-\alpha x^2}$ $(0 \le x \le \infty)$

其中A为待定系数， α 为已知常量，且 α 大于0，e=2.71828。

求：

（1）待定系数A；

（2）粒子出现的概率密度最大处的位置坐标。

(3) 在$0 \le x \le \frac{1}{\sqrt{2\alpha}}$区间内找到粒子的概率。

(10分)

正确答案:

4.解：（1）**波函数归一化**

$$\int_0^\infty |\phi(x)|^2\mathrm{d}x = \int_0^\infty \left|A\sqrt{x}e^{-\alpha x^2}\right|^2\mathrm{d}x = 1 \qquad 2\text{ 分}$$

$$\int_0^\infty A^2 x e^{-2\alpha x^2}\mathrm{d}x = \frac{1}{4\alpha}A^2 = 1$$

$$A = \pm 2\sqrt{\alpha} \qquad 1\text{ 分}$$

（2） $\rho = |\phi(x)|^2 = \left|A\sqrt{x}e^{-\alpha x^2}\right|^2 = A^2 x e^{-2\alpha x^2}$ **1 分**

令 $\frac{\mathrm{d}\rho}{\mathrm{d}x} = 0$，得 $4\alpha x^2 = 1$

$$x = \frac{1}{2\sqrt{\alpha}} \qquad \mathbf{2\text{ 分}}$$

（3） $\rho = \int_0^{\frac{1}{\sqrt{2\alpha}}} |\phi(x)|^2\mathrm{d}x = \int_0^{\frac{1}{\sqrt{2\alpha}}} 4\alpha x e^{-2\alpha x^2}\mathrm{d}x$ **2 分**

$$= 1 - \frac{1}{e} = \mathbf{0.632} \qquad \mathbf{2\text{ 分}}$$

解析:

4.解：（1）波函数归一化

$$\int_0^{\infty}\left|\phi(x)\right|^2 \mathrm{d}x=\int_0^{\infty}\left|A\sqrt{x}e^{-\alpha x^2}\right|^2 \mathrm{d}x=1$$ 2 分

$$\int_0^{\infty}A^2xe^{-2\alpha x^2}\mathrm{d}x=\frac{1}{4\alpha}A^2=1$$

$$A=\pm 2\sqrt{\alpha}$$ 1 分

（2） $\rho=\left|\phi(x)\right|^2=\left|A\sqrt{x}e^{-\alpha x^2}\right|^2=A^2xe^{-2\alpha x^2}$ **1 分**

令 $\frac{\mathrm{d}\rho}{\mathrm{d}x}=0$，得 $4\alpha x^2=1$

$$x=\frac{1}{2\sqrt{\alpha}}$$ **2 分**

（3）$\rho=\int_0^{\frac{1}{\sqrt{2\alpha}}}\left|\phi(x)\right|^2\mathrm{d}x=\int_0^{\frac{1}{\sqrt{2\alpha}}}4\alpha xe^{-2\alpha x^2}\mathrm{d}x$ **2 分**

$=1-\frac{1}{e}=\mathbf{0.632}$ **2 分**