



基础信息论

费诺码

华中科技大学电信学院

学习目标

- 编制费诺码
- 评价费诺码性能

费诺码

设有离散无记忆信源, $\left[\begin{array}{c} X \\ P(X) \end{array} \right] = \left\{ \begin{array}{cccccc} x_1, & x_2, & \cdots, & x_i, & \cdots, & x_n \\ p(x_1), & p(x_2), & \cdots, & p(x_i), & \cdots, & p(x_n) \end{array} \right\}$

编码步骤如下:

- (1) 将信源符号按概率从大到小依次排列。设排序后的消息分别记为 x_1, x_2, \dots, x_n 。
- (2) 将信源符号按概率分成若干组, 使每组的概率的和尽量接近或相等。若编二元码就分两组, 编 m 元码就分成 m 组。
- (3) 给每组分配一位码元, 码元的分配是任意的。
- (4) 对每一分组按上述原则继续分组, 直到概率不可分。

例 对信源 $\left\{ \begin{matrix} x'_1, & x'_2, & x'_3, & x'_4, & x'_5, & x'_6 \\ 0.22, & 0.04, & 0.08, & 0.32, & 0.16, & 0.18 \end{matrix} \right\}$ **编二元费诺码。**

解: (1) 按概率从大到小依次排列 $\left\{ \begin{matrix} x_1, & x_2, & x_3, & x_4, & x_5, & x_6 \\ 0.32, & 0.22, & 0.18, & 0.16, & 0.08, & 0.04 \end{matrix} \right\}$

(2) 按概率分组

(3) 为每组分配码元

(4) 继续分组

信源符号	概率	编码过程				码字
x_1	0.32	0	0			00
x_2	0.22		1			01
x_3	0.18	1	0			10
x_4	0.16		1	0		110
x_5	0.08			0		1110
x_6	0.04			1		1111

$$\left| 0.18 + 0.16 - (0.08 + 0.04) \right| = 0.22$$

$$\left| 0.18 - (0.16 + 0.08 + 0.04) \right| = 0.08$$

从计算结果可看出，编码效率较高。但这并不意味着费诺码的效率一定高于香农码。

实践表明，费诺码比较适合于每次分组的概率的和比较接近的情况。**最理想**的情况是：每次分组的概率的和都恰好相等，这时编码效率可达100%。

例 对信源 $\left\{ \begin{array}{cccccccc} x_1' & x_2' & x_3' & x_4' & x_5' & x_6' & x_7' & x_8' \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ \frac{1}{8} & \frac{1}{8} & \frac{1}{16} & \frac{1}{16} & \frac{1}{16} & \frac{1}{16} & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} \end{array} \right\}$ 编二元费诺码。

解：(1) 按概率从大到小依次排列 $\left\{ \begin{array}{cccccccc} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 & x_5 & x_6 & x_7 & x_8 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & \frac{1}{8} & \frac{1}{8} & \frac{1}{16} & \frac{1}{16} & \frac{1}{16} & \frac{1}{16} \end{array} \right\}$

(2) 按概率分组 (3) 为每组分配码元 (4) 继续分组

信源符号	概率	编码过程				码字
x_1	0.25	0	0			00
x_2	0.25		1			01
x_3	0.125	1	0	0		100
x_4	0.125			1		101
x_5	0.0625		1	0	0	1100
x_6	0.0625				1	1101
x_7	0.0625			1	0	1110
x_8	0.0625				1	1111

(5) 编码效率 $\eta = \frac{H(X)}{\frac{\bar{L} \cdot \log m}{N}} = \frac{-\frac{1}{4} \log \frac{1}{4} - \dots - \frac{1}{16} \log \frac{1}{16}}{(\frac{1}{4} \cdot 2 + \dots + \frac{1}{16} \cdot 4) \cdot \frac{\log 2}{1}} = 100\%$

谢谢!

黑晓军

华中科技大学

电子信息与通信学院

Email: heixj@hust.edu.cn

网址: <http://eic.hust.edu.cn/aprofessor/heixiaojun>