

光具有波动性 { 干涉: 杨氏双缝、洛埃镜 ...
衍射: 单缝、双缝、光栅、圆孔、X射线 ...
偏振: 偏振态、双折射、色偏振 ...

那么，用光的波动性可否解释光的所有行为呢？



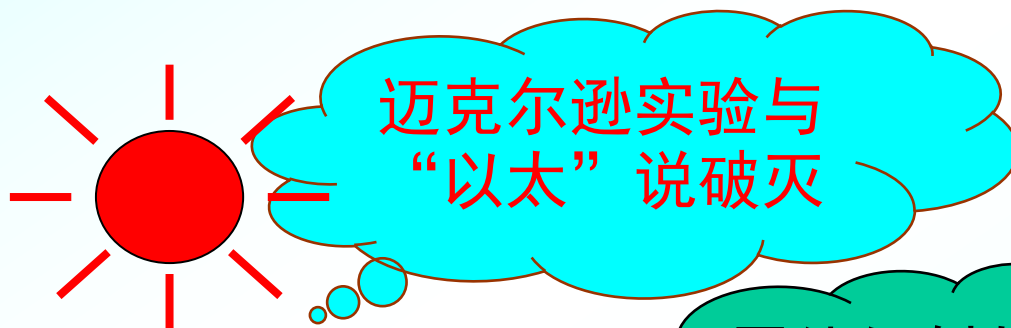
不尽然

第六篇 量子物理

(Quantum Physics)

前言：19世纪末，“完美”的经典物理学

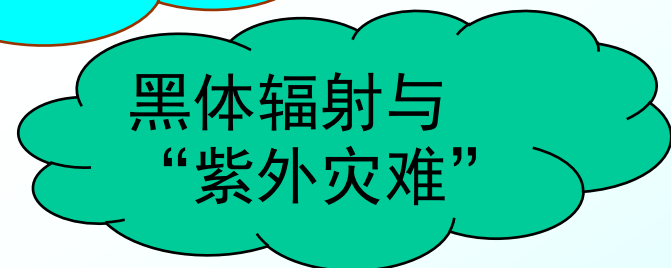
物理学晴朗天空飘着‘两朵乌云’：



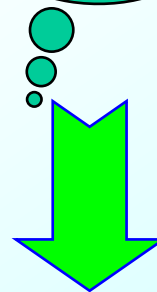
迈克尔逊实验与
“以太”说破灭



相对论建立



黑体辐射与
“紫外灾难”

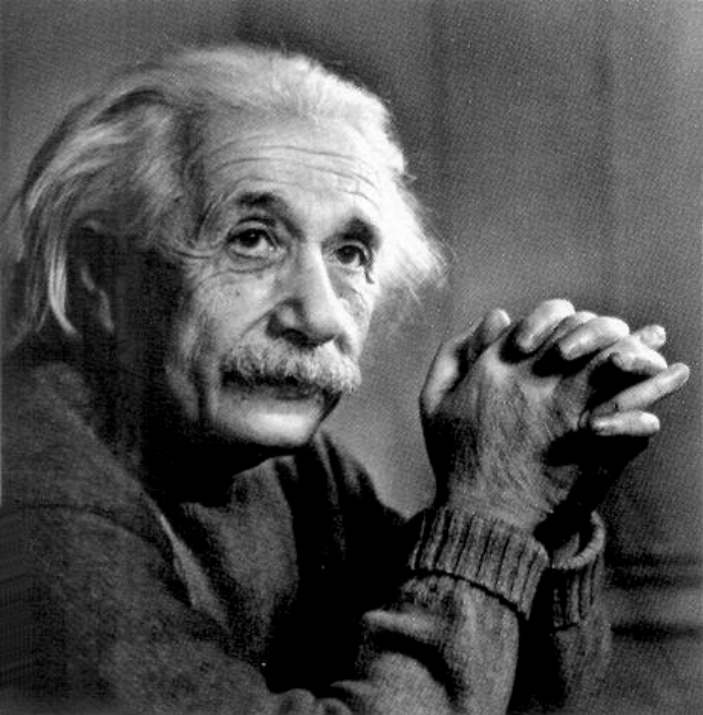


量子力学诞生

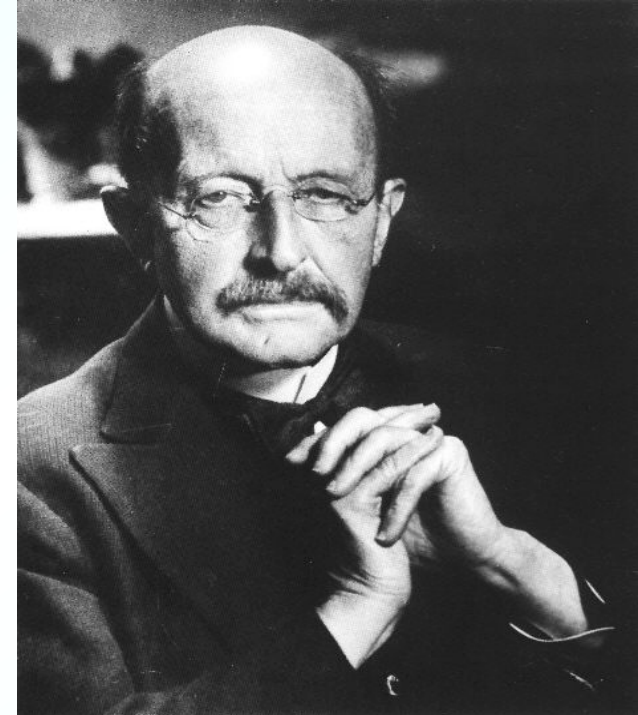
“The beauty and clearness of the dynamical theory, which asserts heat and light to be modes of motion, is at present obscured by two clouds”

----Kelvin

相对论和量子论是现代物理学的两大支柱



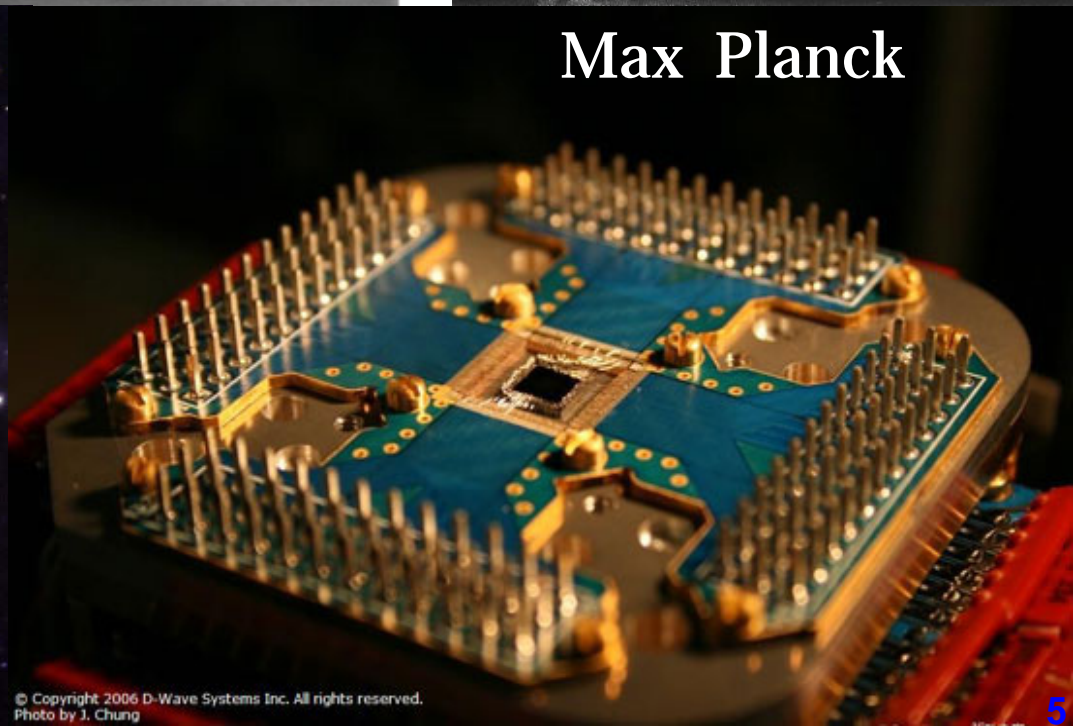
现代物理学的 两大代表人物



Albert Einstein



Max Planck



量子力学的建立与发展

量子概念的形成

普朗克能量量子假说



1918年Nobel Price

爱因斯坦光量子假说



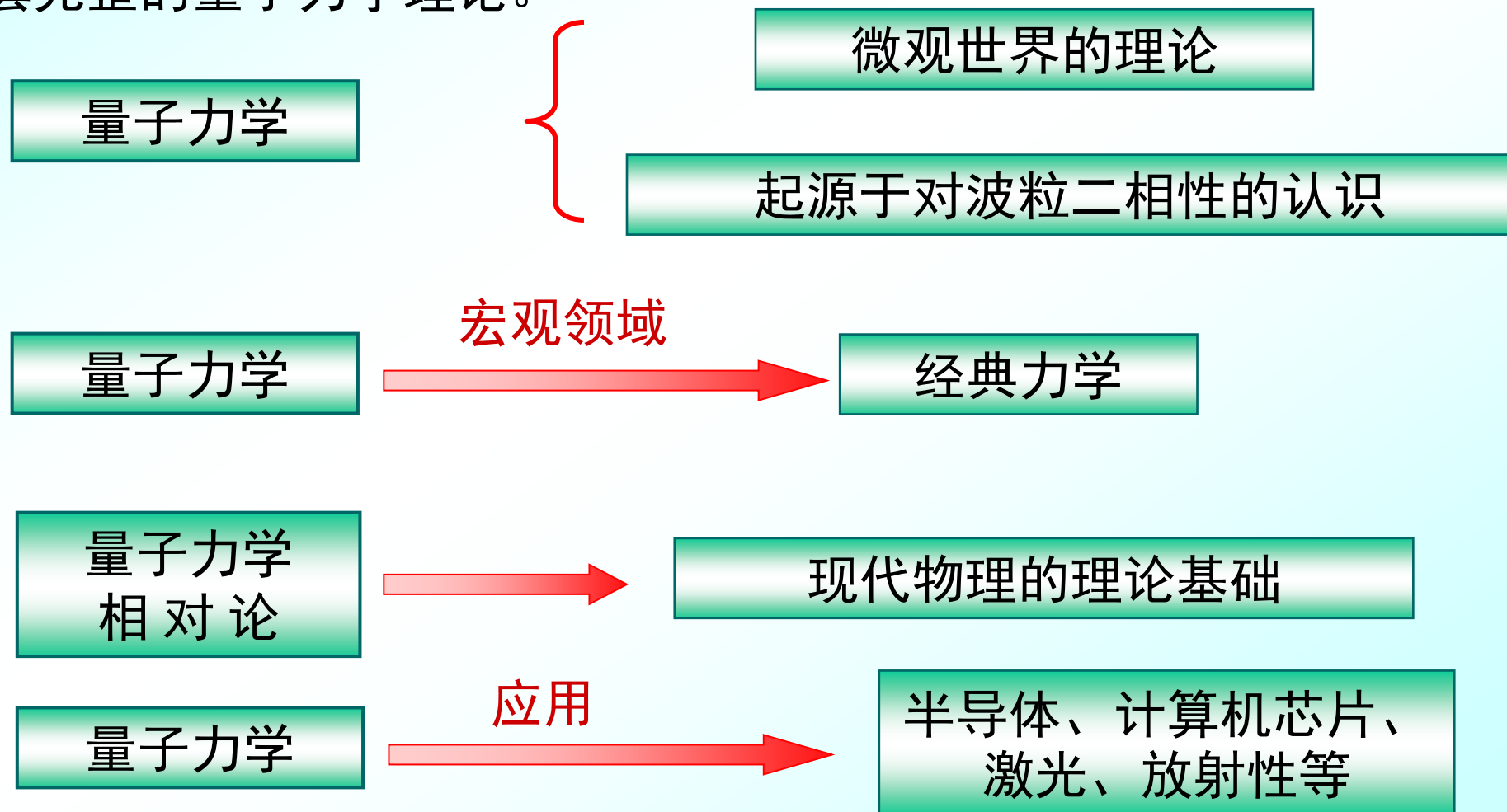
1921年Nobel Price

玻尔原子量子论



1922年Nobel Price

量子概念:是 1900 年普朗克首先提出的，距今已有一百多年的历史。其间，经过爱因斯坦、玻尔、德布罗意、玻恩、海森堡、薛定谔、狄拉克等许多物理大师的创新努力，到 20 世纪 30 年代，就建立了一套完整的量子力学理论。





1927年第五次索尔维会议 (Conseils Solvay)



SOLVAY CONFERENCE 1927

colourized by pastincolour.com

A. PICARD	E. HENRIOT	P. EHRENFEST	Ed. HERSEN	Th. DE DONDER	E. SCHRÖDINGER	E. VERSCHAFFELT	W. PAULI	W. HEISENBERG	R.H FOWLER	L. BRILLOUIN
P. DEBYE	M. KNUDSEN	W.L. BRAGG	H.A. KRAMERS	P.A.M. DIRAC	A.H. COMPTON	L. de BROGLIE	M. BORN	N. BOHR		
I. LANGMUIR	M. PLANCK	Mme CURIE	H.A. LORENTZ	A. EINSTEIN	P. LANGEVIN	Ch.E. GUYE	C.T.R. WILSON	O.W. RICHARDSON		

Absents : Sir W.H. BRAGG, H. DESLANDRES et E. VAN AUBEL

第14章 早期量子论

Quantum Theory of Light

第1节 黑体辐射 普朗克能量子

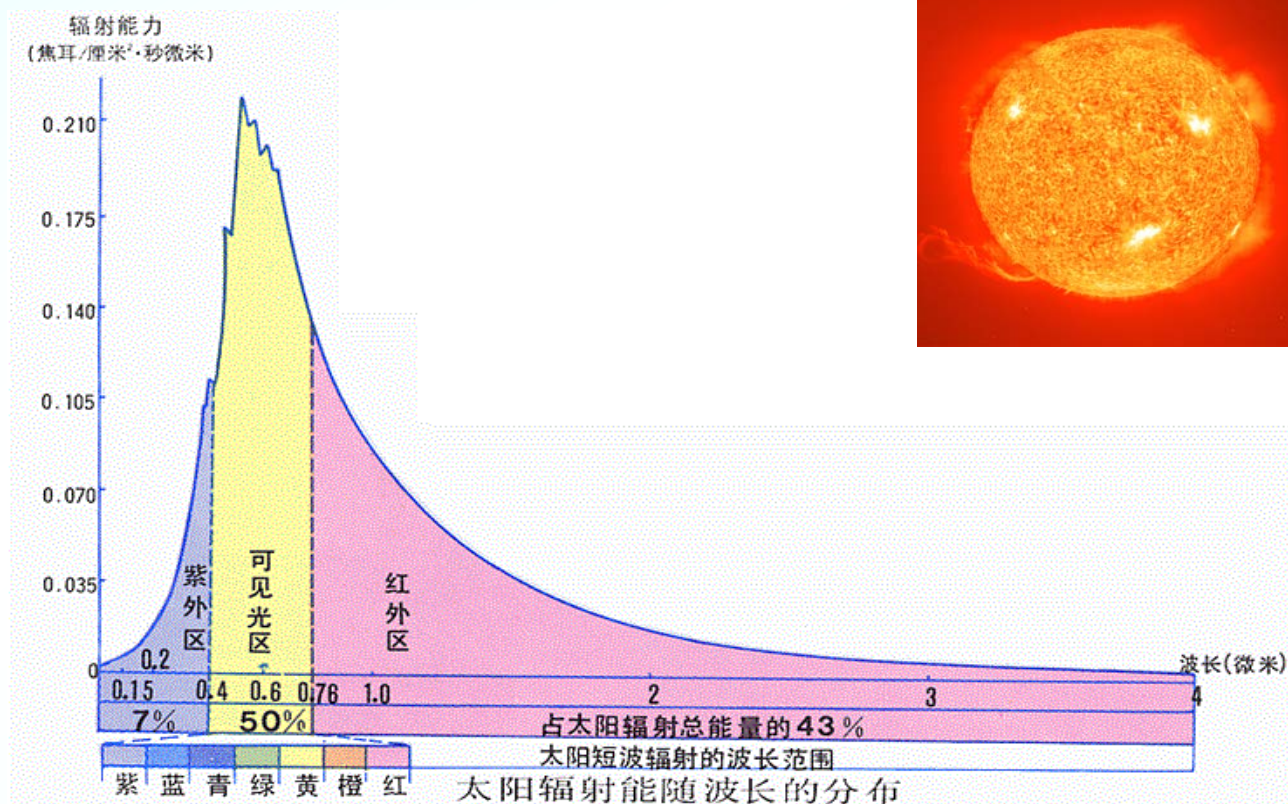
第2节 光电效应

第3节 康普顿效应

第4节 波尔量子理论

第1节 黑体辐射 普朗克能量子

1. 热辐射 分子或原子以振荡偶极子的方式不断发射电磁波。这种以电磁波形式向外传播能量的过程称为**辐射**，传播出去的能量称为**辐射能**。
- 辐射能的多少以及波长范围，都与物体的温度有关，因此辐射称为**热辐射**。





注意：

- 1° 辐射能包含各种波长，通常是连续光谱。
- 2° 热辐射是能量交换的一种重要方式。
- 3° 热辐射的能量以光速在空间传播。
- 4° 热辐射遇到物体就有一部分能量被吸收。
- 5° 辐射能既不需要靠介质传播，也不需要靠空气对流。
- 6° 当物体因热辐射消耗的能量等于从外界吸收的能量时，该物体热辐射过程达到平衡。----平衡热辐射

几个概念

a) 单位时间内，温度为 T 的物体表面上，单位面积内所发射的各种波长的**电磁波**能量总和，称为**辐出度**。

$$M = M(T) \quad \text{W /m}^2$$

b) 单位时间内，从物体表面单位面积上，所发射的波长在 λ 到 $\lambda+d\lambda$ 范围内的电磁波能量为 $dM(T)$ ，于是我们定义**单色辐出度**为：

$$M_{\lambda}(T) = \frac{dM(T)}{d\lambda} \quad \text{W /m}^3$$

c) 在一定温度时，物体的**辐出度**与**单色辐出度**有如下关系：

$$M(T) = \int_0^{\infty} M_{\lambda}(T) d\lambda$$

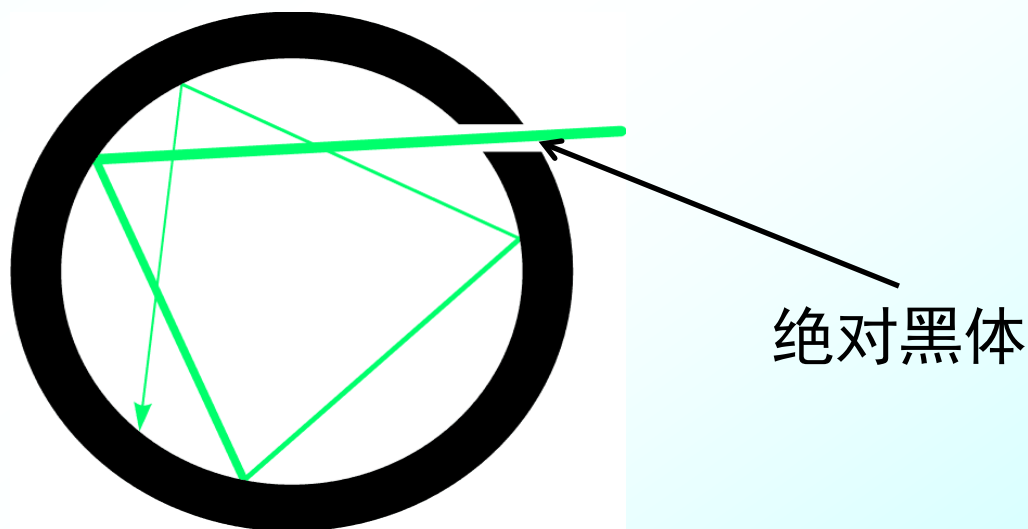
d) **黑体**：在任何温度下**只吸收而不反射**任何波长的物体，称为**绝对黑体**。（热辐射光谱与物体本身的特性及其温度有关，为了研究不依赖于物质具体物性的热辐射规律而引入）

◆ **理想的黑体**是不存在的，即使吸收系数最大的烟煤，对太阳光的吸收系数也只不过0.99。

■ **近似绝对黑体：**

用不透明材料制成一空心容器，壁上开一小孔。

特点：无论由什么物质组成，在相同温度下均发出同样的热辐射。



黑体辐射：分子的热运动使物体辐射电磁波。

2. 黑体辐射定律

1) 斯特潘-玻尔兹曼定律

黑体的辐出度与热力学温度成四次方成正比。

$$M_0 = \sigma T^4$$

σ : 斯特潘常量, $\sigma = 5.670 \times 10^{-8} \text{J} \cdot \text{S}^{-1} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-4}$

黑体辐射时, 设对应各波长的单色辐出度为 $M_{\lambda 0}$, 它与波长 λ 及热力学温度 T 有关。

$M_{\lambda 0}$ 的每条曲线上, 相应的有一个峰值, 对应这个峰值的波长用 λ_m 表示。

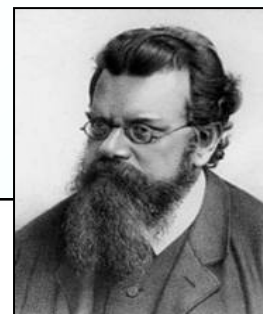
2) 维恩位移定律: $T\lambda_m = b$

$$b = 2.898 \times 10^{-3} \text{ m} \cdot \text{K}$$

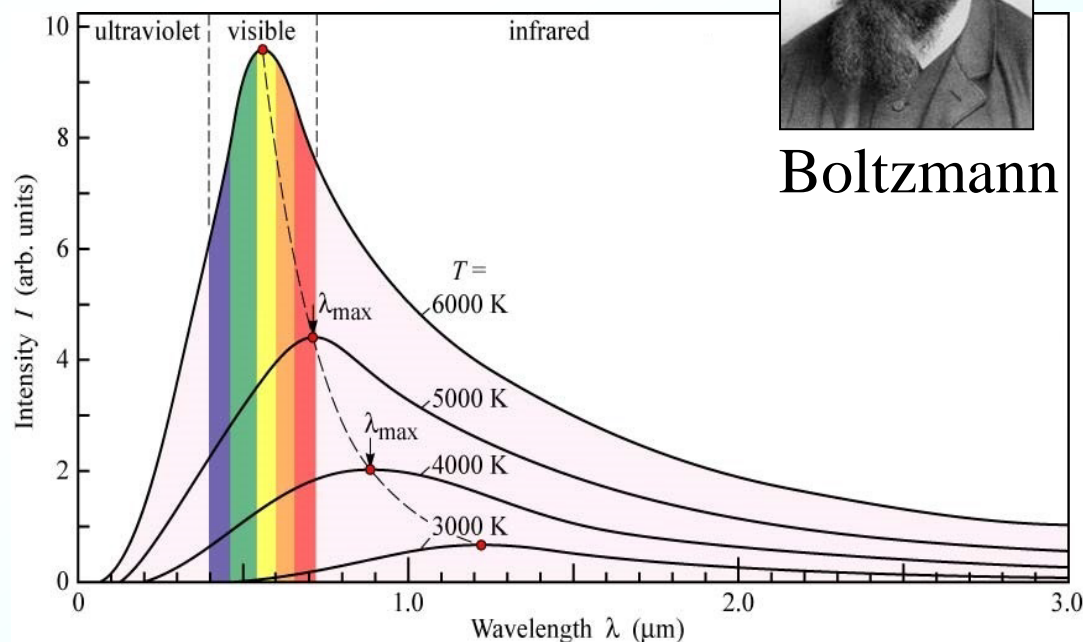
◆ 表述: 当绝对黑体的温度增高时, 对应于单色辐出度的峰值的波长向短波方向移动。



Stefan



Boltzmann



应用-测温 (冶炼炉)

例. 实验测得太阳辐射波谱的，若把太阳视为黑体，试计算

- (1) 太阳每单位表面积上所发射的功率，
- (2) 地球表面阳光直射的单位面积上接受到的辐射功率，
- (3) 地球每秒内接受的太阳辐射能。

(已知太阳半径 $R_S=6.96\times 10^8\text{m}$ ，地球半径 $R_E=6.37\times 10^6\text{m}$ ，地球到太阳的距离 $d=1.496\times 10^{11}\text{m}$ ，太阳的单色辐出度的峰值波长 $\lambda_m=490\text{nm}$ 。)

解： (1) 由维恩位移定律

$$T = \frac{b}{\lambda_m} = \frac{2.898 \times 10^{-3}}{490 \times 10^{-9}} \approx 5900 \text{ K}$$

$$M_0 = \sigma T^4 = 5.67 \times 10^{-8} \times (5900)^4 = 6.87 \times 10^7 \text{ W/m}^2$$

(2) 太阳辐射的总功率

$$\begin{aligned} P_s &= 4\pi R_s^2 M_0 = 6.87 \times 10^7 \times 4\pi \times (6.96 \times 10^8)^2 \\ &= 4.2 \times 10^{26} \text{ W} \end{aligned}$$

$$P_s = 4.2 \times 10^{26} \text{ W}$$

这功率分布在以太阳为中心、以日地距离为半径的球面上，故地球表面单位面积接受到的辐射功率

$$P_E' = \frac{P_s}{4\pi d^2} = \frac{4.2 \times 10^{26}}{4\pi \times (1.496 \times 10^{11})^2} = 1.49 \times 10^3 \text{ W/m}^2$$

(3) 由于地球到太阳的距离远大于地球半径，可将地球看成半径为 R_E 的圆盘，故地球接受到太阳的辐射能功率

$$\begin{aligned} P_E &= P_E' \times \pi R_E^2 \times t = 1.49 \times 10^3 \times \pi \times (6.37 \times 10^6)^2 \times 1 \\ &= 1.90 \times 10^{17} \text{ W} \end{aligned}$$

例. (1) 温度为20摄氏度的黑体，其单色辐出度的峰值所对应的波长是多少？

(2) 试计算太阳辐出度与该黑体辐出度之比为多少？

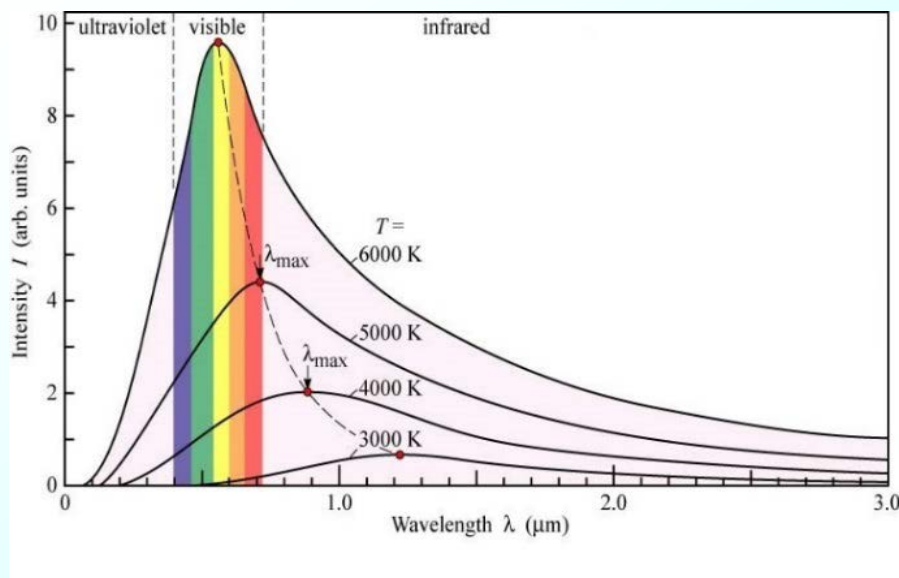
(太阳的单色辐出度的峰值波长 $\lambda_m=490\text{nm}$)

解： (1) 由维恩位移定律

$$\lambda_{m1} = \frac{b}{T_1} = \frac{2.898 \times 10^{-3}}{293} = 9890 \text{ nm}$$

(2) 由斯特藩 - 玻耳兹曼定律

$$\frac{M(T_2)}{M(T_1)} = \left(\frac{T_2}{T_1} \right)^4$$
$$T_2 = 5900 \text{ K}$$
$$\frac{M(T_2)}{M(T_1)} = 1.644 \times 10^5$$



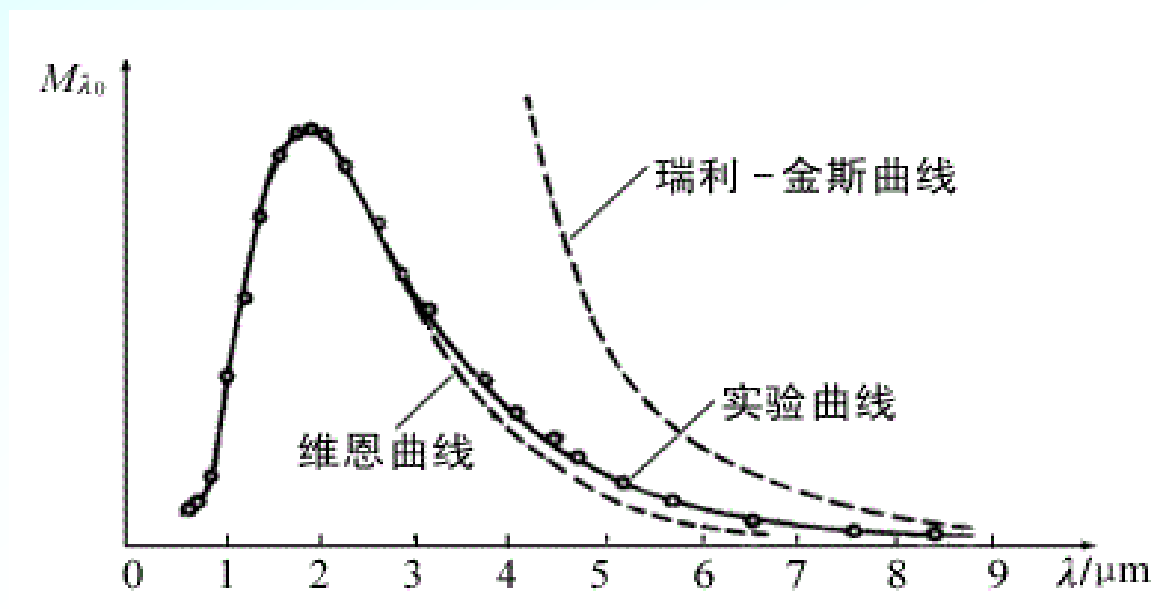
3) 经典理论的紫外灾难

a) 维恩公式

根据经典热力学与
麦克斯韦分布律得出：

$$M_{\lambda 0} = \alpha v^3 e^{\frac{-\beta v}{T}}$$

只适于短波



b) 瑞利-琼斯公式

用能量按自由度均分定理、电磁理论得出：

$$M_{\lambda 0} = \frac{2\pi ckT}{\lambda^4}$$

只适于长波 ——“紫外灾难”。

在黑体辐射研究中
经典物理失败！！

◆ 在短波部分导致公式发散，即可见光的紫外发散。



Max Planck
1858-1947

The Nobel Prize
in Physics 1918

Max Planck, 量子论的奠基人。1900年12月14日他在德国物理学会上，宣读了以《关于正常光谱中能量分布定律的理论》为题的论文，提出了能量的量子化假设，并导出**黑体辐射能量的分布公式**。

劳厄称这一天是
“量子论的誕生日”



Max von Laue
1879-1960

The Nobel Prize in
Physics 1914

3. 普朗克黑体辐射公式

经典理论的基本观点：电磁辐射来源于带电粒子的振动，电磁波的频率与振动频率相同。振子辐射的电磁波含有各种波长，是**连续的**，辐射能量也是连续的。温度升高，振子振动加强，辐射能增大。

普朗克的能量子假说：

- (1) 谐振子只能处于某些特殊的状态，在这些状态中他们的能量是**某个能量单元**的整数倍。
- (2) 这种最小的能量单元称为**能量子**，记为 ε 。这些整数倍记为 **n** ，称为**量子数**。
- (3) 频率为 ν 的谐振子的最小能量单位写作：

$$\varepsilon = h\nu, \quad h = 6.6260755 \times 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s} \text{ —— 普朗克常数}$$

物体辐射或吸收能量 E ：

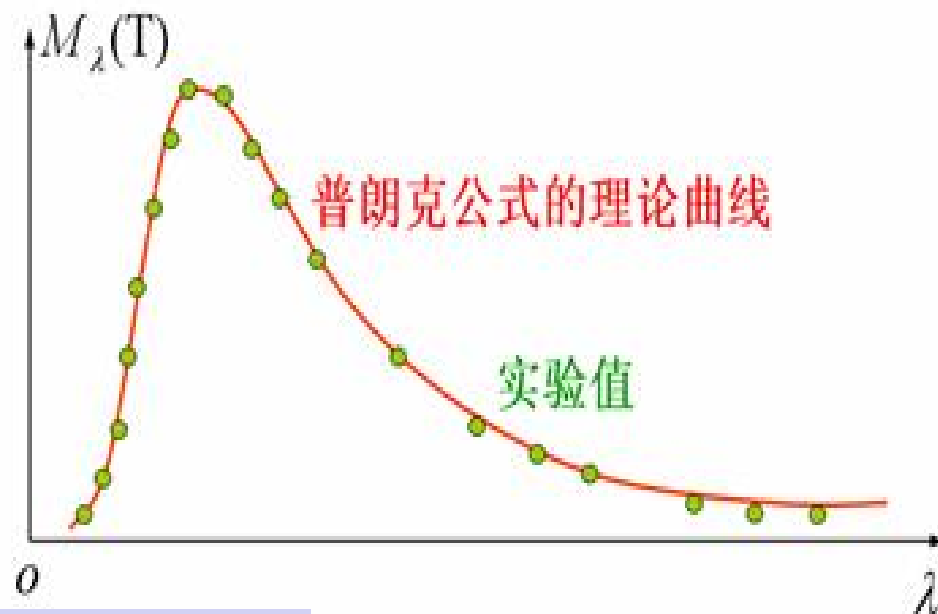
$$E = n\varepsilon = nh\nu, \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

普朗克假设：物质中谐振子的能量是不连续的，存在着最小能量单元，能量的交换也是不连续的，只能是 $h\nu$ 的整数倍，只能一份一份的按照不连续的方式进行，而不能是任意数值。

普朗克公式：

$$M_{\lambda 0} = \frac{2\pi hc^2}{\lambda^5} \cdot \frac{1}{e^{hc/\lambda KT} - 1}$$

k , c 分别是玻尔兹曼常数和光速,
 T 是黑体的绝对温度,
 h 是普朗克常量。



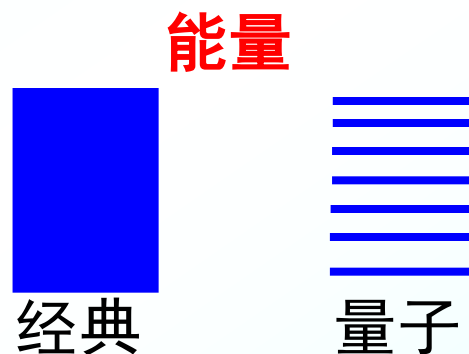
在全波段与实验结果惊人符合！！！！

普朗克的能量子假说：

$$\varepsilon = h\nu, \quad h = 6.6260755 \times 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}$$

说明：

1. 这个能量子假设与经典理论有本质的区别；
2. “ h ”这个量是区别量子物理与经典物理的一个明显标志。



例. $m=0.3\text{kg}$ 、 $k=3\text{N/m}$ 的弹簧振子，振幅为 $A=0.1\text{m}$ 。由于摩擦系统的能量逐渐耗散，能量减小是否是连续？

弹簧振子的振动频率：

$$\nu = \frac{\omega_0}{2\pi} = \frac{1}{2\pi} \cdot \sqrt{\frac{k}{m}} = 0.57\text{Hz}$$

系统总能量：

$$E = \frac{1}{2} \cdot KA^2 = 1.5 \times 10^{-2} \text{ J}$$

能量跳变：

$$\Delta E = h\nu = 3.3 \times 10^{-34} \text{ J}$$

相对能量间隔：

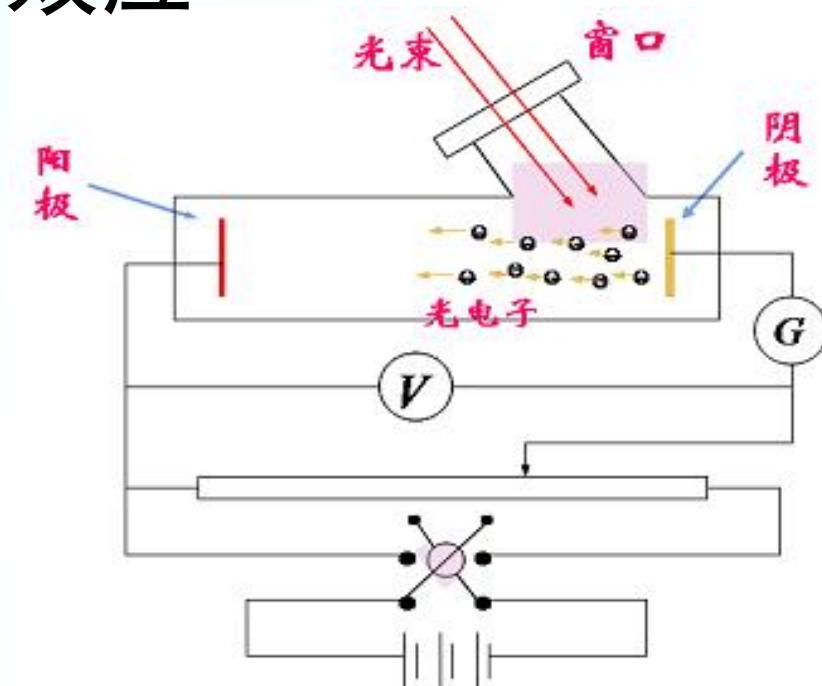
$$\frac{\Delta E}{E} = 2.2 \times 10^{-32}$$

3. 宏观经典物理是量子物理的极限形式。

第2节 光电效应

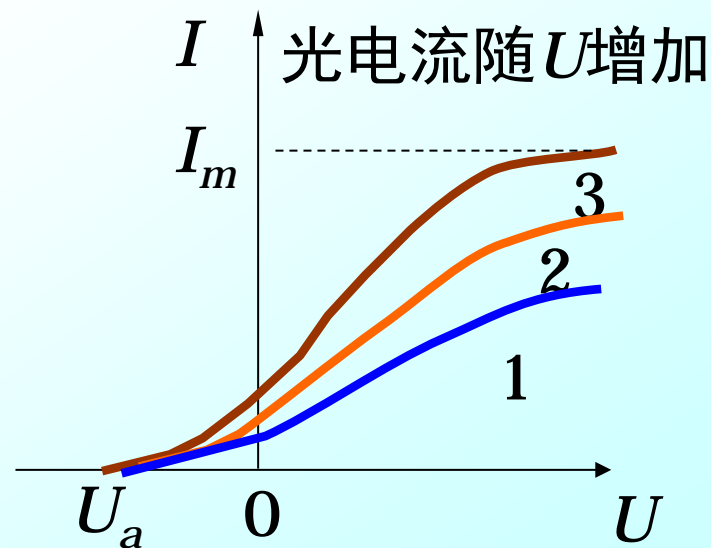
1. 实验简述

- ◆ 实验装置见右图
- 单色光照射阴极，G显示电路中有电流通过。



2. 实验规律

- (1) 对一定频率，一定强度的光，光电流强度 I 随电压 U 增加。
- (2) 饱和光电流强度与入射光强度成正比。
- (3) $I=0$ 时 $U=-U_a$ ， U_a ：遏止电压。



(4) 遏止电压的大小反映光电子初动能的大小，光电子的最大初动能为：

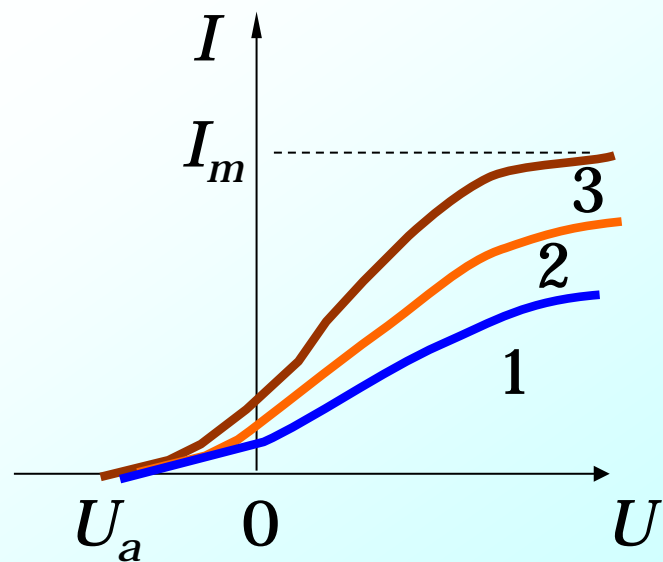
$$\frac{1}{2}mv^2 = e|U_a| = e(kv - U_0)$$

U_0 : 与阴极金属有关的恒量
 k : 与阴极金属无关的普适恒量

(5) 光电子的初动能与入射光强度无关，而随入射光的频率线性增加。只有当入射光频率 ν 大于一定的频率 ν_0 (红限) 时才会产生光电效应。

$$\nu_0 = \frac{U_0}{k}$$

(6) 光电效应具有瞬时性，响应速度很快，延迟时间不超过 10^{-9}s 。



经典理论的解释极其困难

按照光的经典电磁理论：

1. 光电子的最大初动能应决定与入射光的强度而不是频率。
2. 只要入射光有足够的强度，或者照射时间足够长，任何频率的入射光都应产生光电效应。
3. 光电子需吸收一定的能量才能逸出金属表面，（阴极电子积累能量克服逸出功需要一段时间），光电效应不可能瞬时发生！

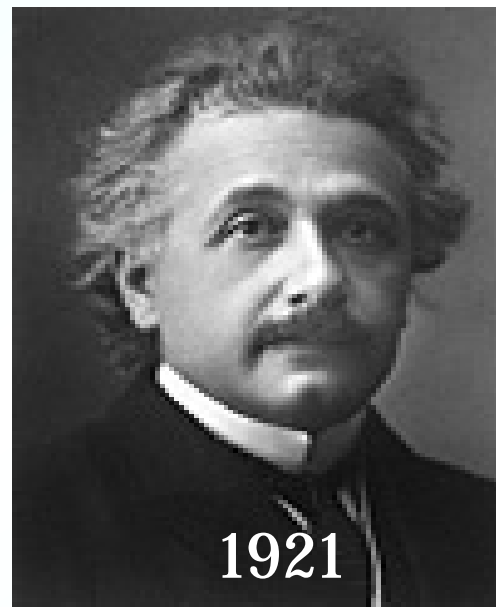
3. 光子 爱因斯坦方程

(1) 光子

爱因斯坦在能量子假说的基础上提出光子理论：

一束光，是一束以光速运动的**粒子流**，这些粒子称为**光子(光量子)**。光的能量不是均匀地分布在波阵面上，而是集中在微粒上，每个频率为 ν 的单个光子的能量为：

$$\varepsilon = h\nu$$



(2) 光子假说对光电效应的解释

a) 入射光强度越大，光子数越多，光子与电子相互作用的数目越多，逸出的光电子数目多——**饱和光电流与入射光强度成正比**。

b) **最大初动能与频率成线性关系**。一个光子被一个电子所吸收，使电子获得 $h\nu$ 能量，一部分用于脱离金属表面做功，一部分成为光电子的初始动能由能量守恒可得最大初动能：

$$\frac{1}{2}mv_0^2 = h\nu - A \quad \text{逸出功}$$

----**爱因斯坦的光电效应方程**

所以当 $\nu < A/h$ 时，不发生光电效应。

产生光电效应的最小频率——**红限或截止频率**

$$\nu_0 = \frac{A}{h}$$

红限波长

$$\lambda_0 = \frac{hc}{A}$$



$$\frac{1}{2}mv^2 = e(k\nu - U_0)$$

c) 当光照射金属时，电子吸收能量是一次性的，不需要能量积累，**电子逸出是瞬间的**，无明显时间延迟。

例. 能使铯产生光电效应的光的最大波长 $\lambda_0=660\text{nm}$ ，试求当波长为 $\lambda=400\text{nm}$ 的光照在铯上时，金属铯放出的光电子的速度。
电子质量为 $9.11 \times 10^{-31}\text{kg}$ ，这里忽略电子质量的改变。

解： 根据爱因斯坦方程

$$h\nu = \frac{1}{2}mv_0^2 + A$$

可解出光电子的速度为

$$v = \sqrt{(h\nu - A) \frac{2}{m}} = \sqrt{\left(h\frac{c}{\lambda} - A\right) \frac{2}{m}}$$

因为 $A=h\nu_0=hc/\lambda_0$ ，所以

$$v = \sqrt{\left(h\frac{c}{\lambda} - h\frac{c}{\lambda_0}\right) \frac{2}{m}} = \dots\dots$$

4. 光的波粒二象性

光的性质不同侧面:

波动性: 突出表现在传播过程中(干涉、衍射)。

粒子性: 突出表现在与物质相互作用中(光电效应、康普顿效应)。

粒子不是经典粒子(不确定关系), 波也不是经典波(物质波)。

(1) 光子的质量

光子的静止质量 $m_0=0$

由相对论质能关系: $\varepsilon = mc^2$ $m = \frac{h\nu}{c^2} = \frac{h}{\lambda c}$

(2) 光子的动量

$$p = mc = \frac{h}{\lambda} = \frac{h\nu}{c}$$

(3) 光子的波粒二象性 光子方程

爱因斯坦光子方程:

$$\varepsilon = h\nu$$

$$p = \frac{h}{\lambda}$$

定量地表现了光的波动性和粒子性。

- 能量和动量显示出光具有粒子性
- 频率和波长显示出光具有波动性

例. 钾的光电效应红限为 $\lambda_0 = 6.2 \times 10^{-7} \text{ m}$ 。

求 (1) 电子的逸出功；

(2) 在紫外线照射下，截止电压为多少？

(3) 在紫外线照射下，电子的初速度为多少？

(紫外线 $\lambda = 3.0 \times 10^{-7} \text{ m}$ ，电子 $m = 9.1 \times 10^{-31} \text{ kg}$ ， $e = 1.6 \times 10^{-19} \text{ C}$)

$$\text{解： (1) } A_0 = h\nu_0 = \frac{hc}{\lambda} = \frac{6.63 \times 10^{-34} \times 3 \times 10^8}{6.2 \times 10^{-7}} = 3.21 \times 10^{-19} \text{ J}$$

$$\begin{aligned} (2) \quad & h\nu = \frac{1}{2}mv^2 + A_0 \\ & \frac{1}{2}mv^2 = eU_a \end{aligned} \quad \left. \vphantom{\begin{aligned} (2) \quad & h\nu = \frac{1}{2}mv^2 + A_0 \\ & \frac{1}{2}mv^2 = eU_a \end{aligned}} \right\}$$

$$\Rightarrow U_a = \frac{h\nu - A_0}{e} = \frac{hc}{e\lambda} - \frac{A_0}{e} = 2.14 \text{ V}$$

$$(3) \quad v = \sqrt{\frac{2eU_a}{m}} = \sqrt{\frac{2 \times 1.6 \times 10^{-19} \times 2.14}{9.1 \times 10^{-31}}} = 8.67 \times 10^5 \text{ m/s}$$

例. 有一金属钾薄片，距弱光源3m。此光源的功率为1W，计算在单位时间内打在金属单位面积上的光子数。设 $\lambda=589\text{ nm}$ 。

解：依题意单位面积上的功率为：

$$P_s = \frac{P}{4\pi R^2} = \frac{1}{4\pi \times 3^2} = 8.8 \times 10^{-3} \text{ J} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{s}^{-1}$$

一个光子的能量为

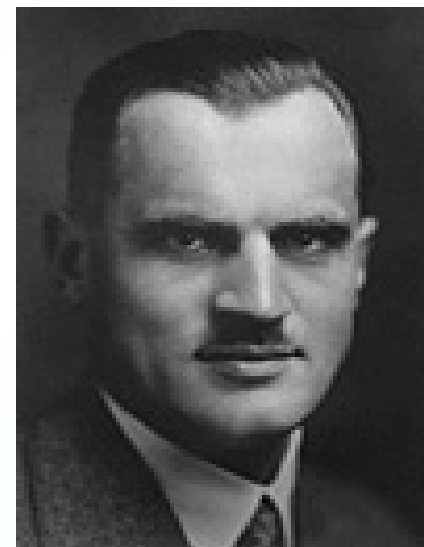
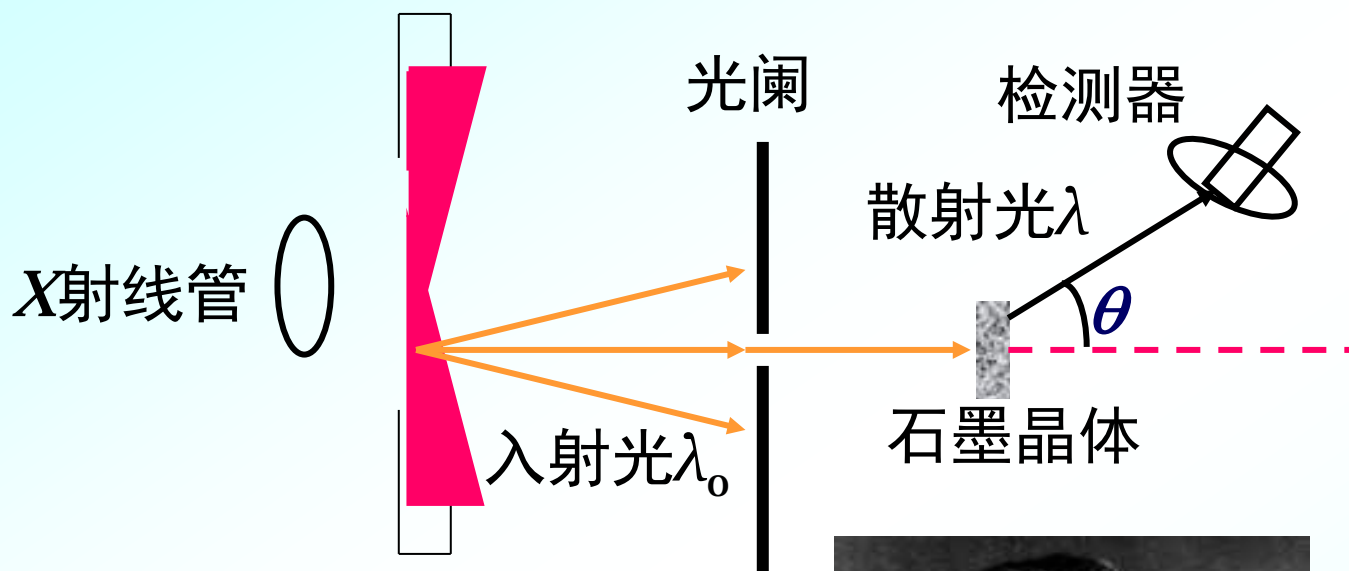
$$\varepsilon = \frac{hc}{\lambda} = \frac{6.63 \times 10^{-34} \times 3 \times 10^8}{5.89 \times 10^{-7}} = 3.4 \times 10^{-19} \text{ J}$$

单位时间内打在金属单位面积上的光子数为：

$$N = \frac{P_s}{\varepsilon} = \frac{8.8 \times 10^{-3}}{3.4 \times 10^{-19}} = 2.6 \times 10^{16} \text{ 个} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{s}^{-1}$$

第3节 康普顿效应

1. 康普顿效应的实验规律



1927年Nobel Prize

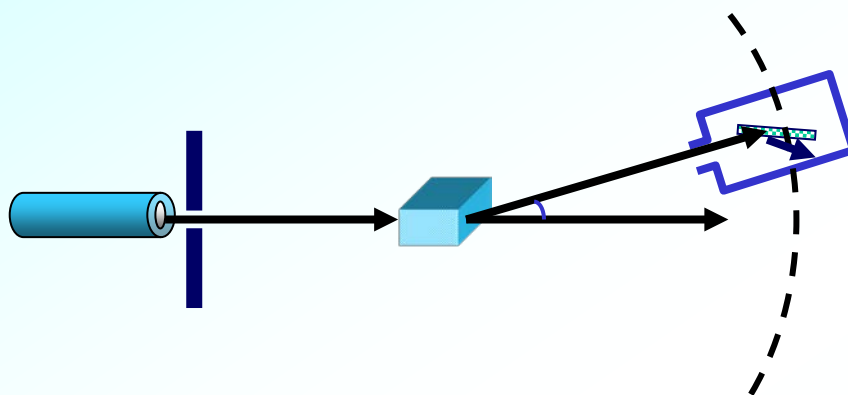
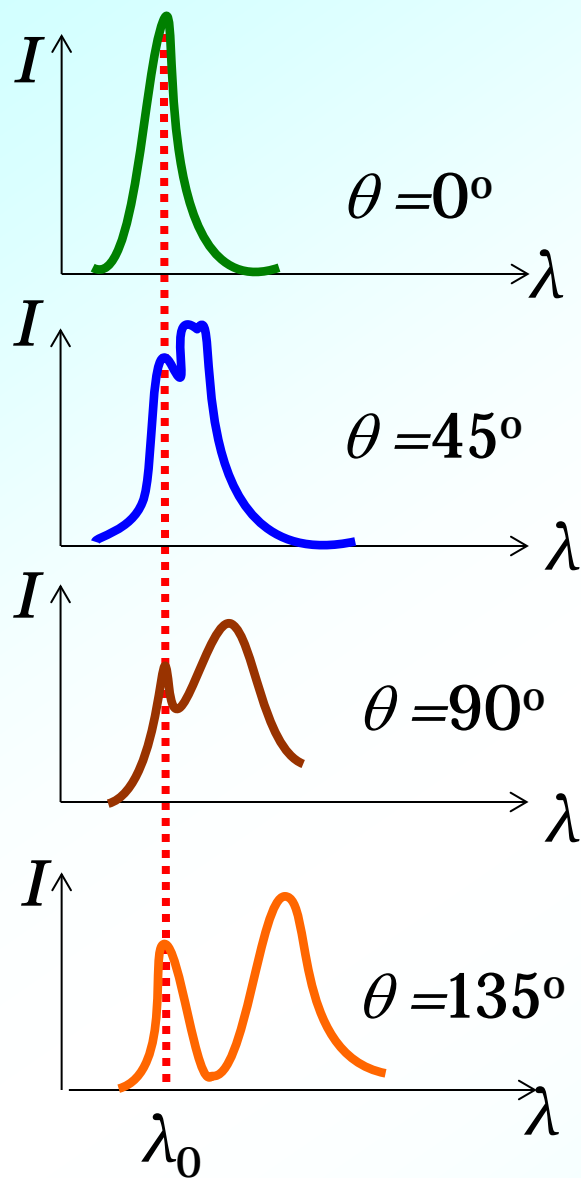


吴有训



吴有训对X射线散射效应及量子力学的贡献尽管没被授予诺贝尔奖，但他是公认的首位对世界现代科学做出重大贡献的华人科学家。

实验结果：



(1) 散射的光线中有与入射波长 λ_0 相同的射线, 也有波长 $\lambda > \lambda_0$ 的射线。

(2) 散射光波长的改变量

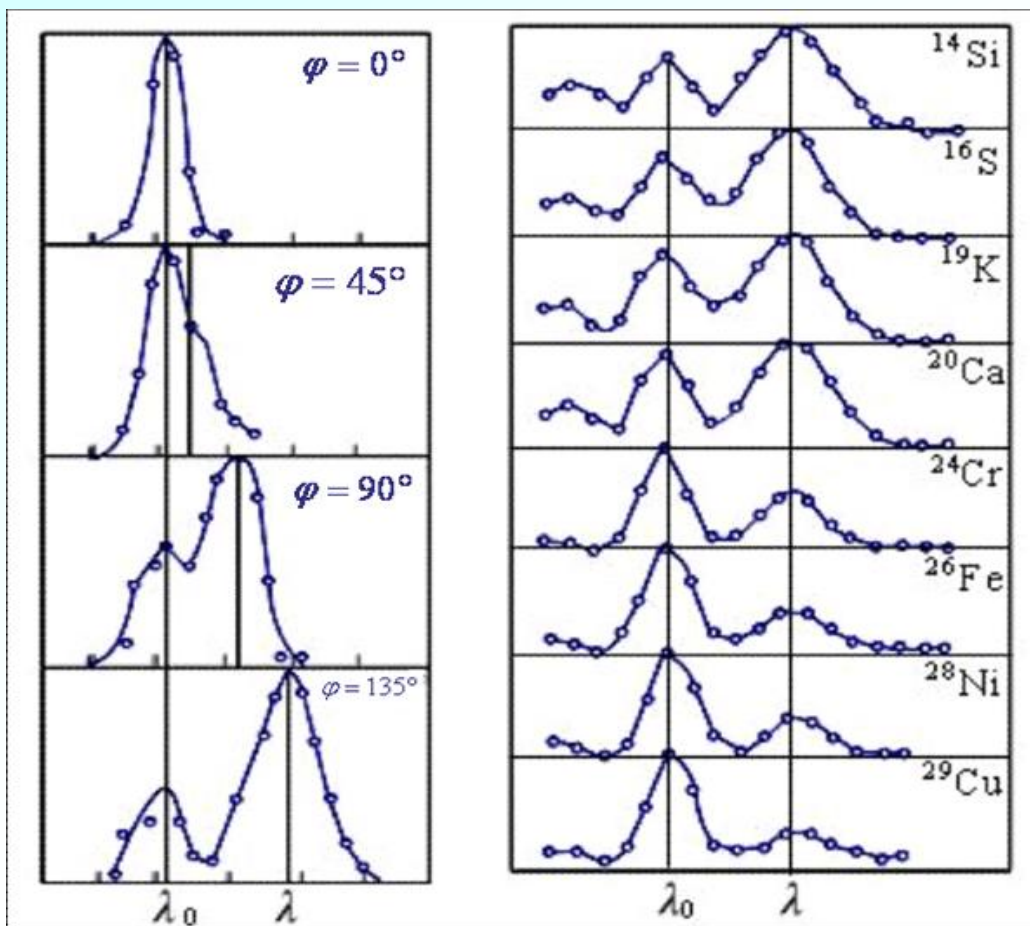
$$\Delta\lambda = \lambda - \lambda_0$$

随散射角 θ 的增加而增加。

(3) 对同一散射角 θ , 波长的增加量 $\Delta\lambda$ 相同, 与散射物质无关。

(4) 康普顿散射的强度与散射物质有关。原子量小的散射物质, 康普顿散射(波强)较强, 反之康普顿散射(波强)较弱。


实验规律：散射光中除了有波长与入射光相同的成份外，还有波长大于原波长的成份。
波长的变化量与散射角有关,而与原波长和散射物质无关。 ----康普顿效应



经典理论无法解释康普顿效应：

根据经典电磁波理论，在光场中作受迫振动的带电粒子，辐射的散射光的频率应等于入射光的频率。

2. 康普顿效应的量子解释


$$\varepsilon = h\nu, p = \frac{h}{\lambda}$$

由于物质中的外层电子的动能远小于入射光子的动能，碰撞前电子可以看作是静止的。碰撞过程中，光子的一部分能量传递给电子，能量减小，频率减小，因而波长增大。

X射线光子与“静止”的“自由电子”弹性碰撞：

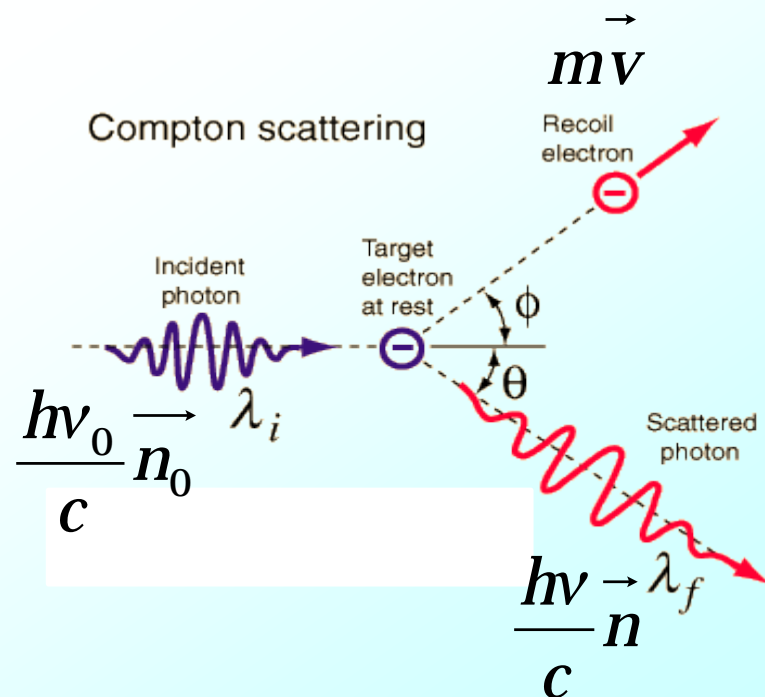
碰撞前后系统的能量与动量守恒

能量守恒: $h\nu_0 + m_0c^2 = h\nu + mc^2$

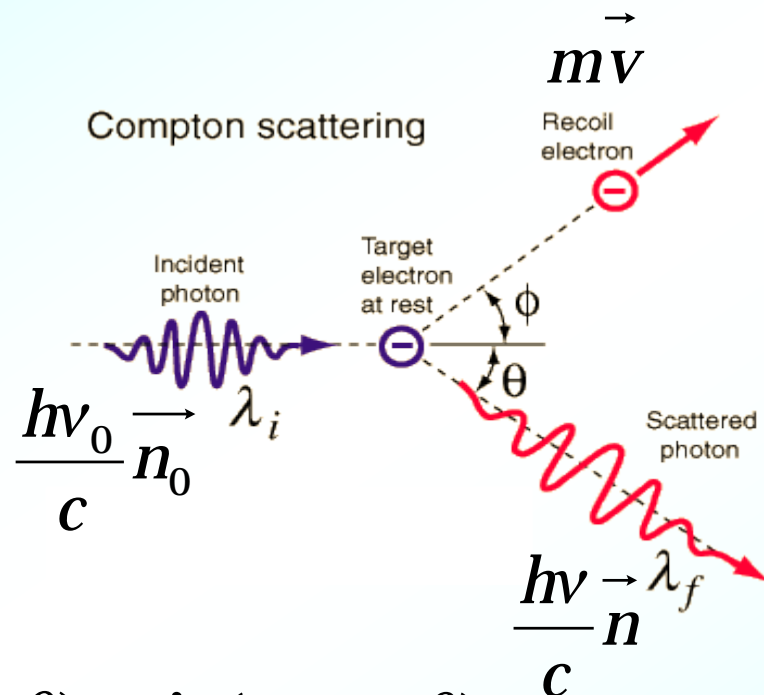
动量守恒: $\frac{h}{\lambda_0} \vec{n}_0 = \frac{h}{\lambda} \vec{n} + m\vec{v}$

电子相对论质量:

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - v^2 / c^2}}$$



$$\left\{ \begin{array}{l} hv_0 + m_0 c^2 = hv + mc^2 \\ \frac{h}{\lambda_0} \vec{n}_0 = \frac{h}{\lambda} \vec{n} + m \vec{v} \\ m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - v^2 / c^2}} \end{array} \right.$$



由上几式得波长偏移:

$$\Delta\lambda = \lambda - \lambda_0 = \frac{h}{m_0 c} (1 - \cos\theta) = \lambda_c (1 - \cos\theta)$$

$$\lambda_c = \frac{h}{m_0 c} = 2.43 \times 10^{-12} \text{ m} \text{ ---- 康普顿波长}$$

可见: $\Delta\lambda$ 与 λ_0 无关, $\Delta\lambda$ 只与散射角 θ 有关, $\theta \uparrow$, $\Delta\lambda \uparrow$ 。

- 光子与内层电子的碰撞可看作是与原子的碰撞。由于原子的质量远大于光子, 碰撞过程中光子的能量几乎不变, 因而波长保持不变。

◆ X射线光子与“静止”的“自由电子”弹性碰撞： $\lambda_{\text{散}} = \lambda_{\lambda} + \Delta\lambda$

◆ X射线光子与束缚很紧的电子碰撞： $\lambda_{\lambda} = \lambda_{\text{散}}$

由上面两点可推知：

原子量较小的物质，电子束缚很弱 \Rightarrow 康普顿散射较强

原子量较大的物质，电子束缚很紧 \Rightarrow 康普顿散射较弱

康普顿散射实验的意义

- 进一步证实了光子论，光确实具有波粒两象性；
- 证明了光子能量、动量表示式的正确性；
- 证实了在微观物理过程中能量、动量守恒定律成立。

例. 波长为 2.0\AA 的X射线射到碳块上, 由于康普散射, 波长改变 0.04% , 求: (1) 该光子的散射角;
(2) 使这个光子散射的反冲电子的能量。

解: (1) 由已知条件:



$$\lambda_c = 2.43 \times 10^{-12} \text{ m}$$

$$\frac{\Delta\lambda}{\lambda_0} = \frac{\lambda - \lambda_0}{\lambda_0} = 0.04\%$$

$$\Delta\lambda = \lambda_c (1 - \cos\theta) = 0.04\% \cdot \lambda_0$$

$$\text{解出: } \cos\theta = 0.967, \quad \theta = 14.75^\circ$$

(2) 由能量守恒, 反冲电子获得的能量
即光子损失的能量:

$$\begin{aligned} E_{\text{电子}} &= \Delta\varepsilon = h\nu_0 - h\nu = hc \frac{\lambda - \lambda_0}{\lambda_0 \lambda} \\ &= hc \frac{0.04\%}{\lambda_0 (1 + 0.04\%)} = 2.49 \text{ eV} \end{aligned}$$

例. 在康普顿效应中，入射光子的波长为 $3 \times 10^{-3} \text{ nm}$ ，反冲电子的速度为光速的60%，求散射光子的波长和散射角。电子质量为 $9.1 \times 10^{-31} \text{ kg}$ 。

解：根据能量守恒定律：

$$\begin{aligned} hv_0 + m_0 c^2 &= hv + mc^2 \\ h \frac{c}{\lambda_0} + m_0 c^2 &= h \frac{c}{\lambda} + \frac{m_0}{\sqrt{1 - v^2 / c^2}} c^2 \\ \frac{1}{\lambda} &= \frac{1}{\lambda_0} + \frac{m_0 c}{h} \left(1 - \frac{1}{\sqrt{1 - v^2 / c^2}} \right) \\ \because v = 0.6c \quad \therefore \frac{1}{\sqrt{1 - v^2 / c^2}} &= 1.25 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \lambda = 4.34 \times 10^{-12} \text{ m}$$

$$\lambda_0 = 3 \times 10^{-12} \text{ m}, \quad \lambda = 4.34 \times 10^{-12} \text{ m}$$



$$\Delta\lambda = \lambda - \lambda_0 = \lambda_c (1 - \cos \theta)$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \cos \theta &= 1 - \frac{\Delta\lambda}{\lambda_c} \\ &= 1 - \frac{(4.34 - 3) \times 10^{-12}}{2.43 \times 10^{-12}} \\ &= 0.448 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \theta = 63.4^\circ$$

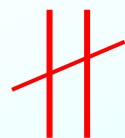
3. 康普顿散射与光电效应的区别

1° 康普顿效应中光子被散射只将部分能量交给自由电子，而光电效应中光子被束缚电荷整个吸收。

证明：康普顿效应中光子的能量不能被自由电子全部吸收。

反证法：假设电子完全吸收光子的能量 $h\nu$ ，由能量守恒定律：

$$h\nu_0 + m_0c^2 = \frac{m_0c^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \Rightarrow v = \frac{c\sqrt{h^2\nu^2 + 2h\nu m_0c^2}}{h\nu + m_0c^2}$$



由动量守恒定律： $\frac{h}{\lambda_0} = mv \Rightarrow v = \frac{h}{m\lambda_0} = \frac{h\nu}{mc} = \frac{h\nu c}{\sqrt{h^2\nu^2 + m_0^2c^4}}$

2° 在光电效应中不会产生康普顿效应



$$\Delta\lambda = \lambda_c (1 - \cos\theta)$$

例：康普顿效应中最大偏转角为 π ，入射光波 $\lambda = 4000\text{\AA}$

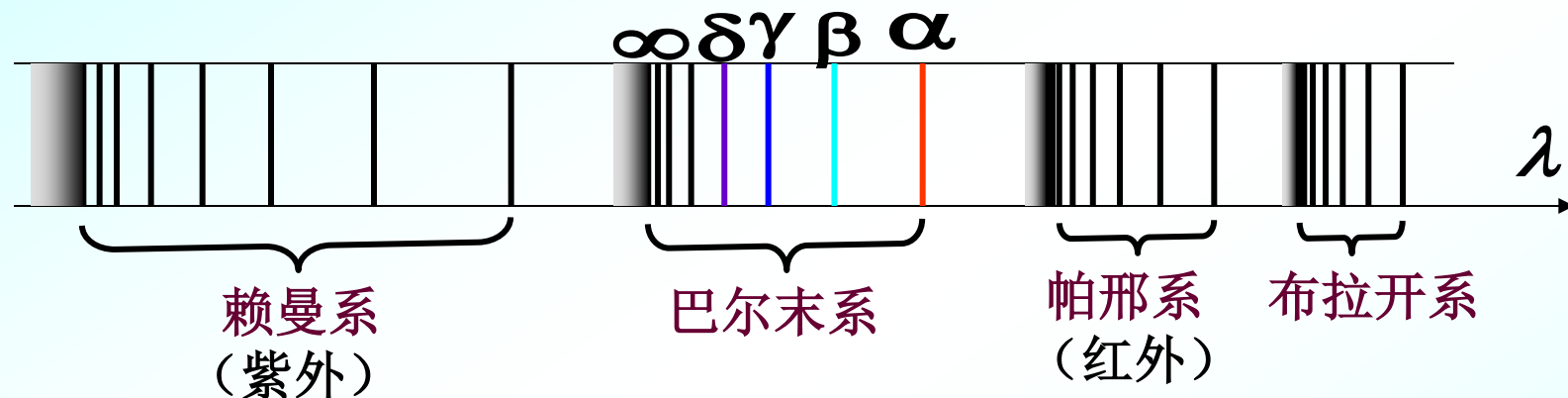
$$\Delta\lambda = 2\lambda_c = 4.8 \times 10^{-12} \text{ m} \Rightarrow \frac{\Delta\lambda}{\lambda} = 10^{-5} \quad \text{观察不到!!!}$$

只有当入射波长 $\lambda \approx \lambda_c$ 时，康普顿效应才显著!!!

四、玻尔量子理论

1. 氢原子的线光谱

由许多线系组成，每个线系中谱线排列遵守一定规律，在短波端有一线系限。



广义巴尔末公式 $\tilde{\nu} = \frac{1}{\lambda} = \frac{\nu}{c} = R \left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right)$

里德伯常数 $R=10967758\text{m}^{-1}$

$m=1$ $n=2,3,4\cdots$ 赖曼系

$m=2$ $n=3,4,5\cdots$ 巴尔末系(1885年)

$m=3$ $n=4,5,6\cdots$ 帕邢系

\cdots

2、玻尔理论 ●

$$\tilde{\nu} = \frac{1}{\lambda} = \frac{\nu}{c} = R\left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2}\right)$$

(1) 定态假设：原子只能处在一系列不连续的稳定的能量状态（定态）

$$E_1, E_2, E_3 \cdots (\text{称能级})$$

(2) 频率公式：当原子能级跃迁时，才发射或吸收光子，其频率为

$$\nu = \left| \frac{E_n - E_m}{h} \right|$$

(3) 量子化条件：定态时电子角动量 L 应等于 \hbar 的整数倍。

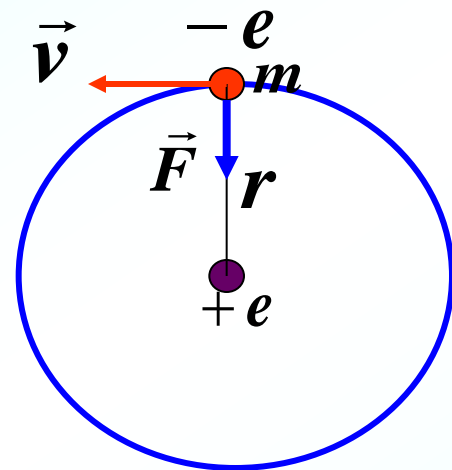
$$L = n \frac{h}{2\pi} = n\hbar \quad n=1, 2, 3 \cdots$$

3、氢原子的轨道半径及能量

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r^2} = m \frac{v^2}{r} \quad (\text{库仑力=向心力}) \\ mvr = n\hbar \quad (\text{量子化条件}) \end{array} \right.$$

消去 v 得

1) 圆轨道半径 $r_n = n^2 \left(\frac{4\pi\epsilon_0 \hbar^2}{me^2} \right)$



$$n=1, 2, \dots$$

$n=1$ $r_1=a_0=0.53\text{\AA}$ 称玻尔半径 (原子线度为 1\AA)

$$r_n = n^2 a_0$$

$$\text{速度: } v_n = \frac{1}{n} \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 \hbar}$$

2) 能量 $E_n = \frac{1}{2}mv_n^2 + \left(-\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r_n}\right) = -\frac{1}{n^2} \left(\frac{me^4}{8\epsilon_0^2 \hbar^2}\right) = -\frac{13.6\text{eV}}{n^2}$

4. 氢原子光谱的理论解释

1) 里德伯常数的理论值



$$E_n = -\frac{1}{n^2} \left(\frac{me^4}{8\varepsilon_0^2 h^2} \right)$$

根据: $\nu = \frac{E_n - E_k}{h} = \frac{me^4 c}{8\varepsilon_0^2 h^3} \left(\frac{1}{k^2} - \frac{1}{n^2} \right)$

$$E_n = -\frac{13.6\text{eV}}{n^2}$$

令: $R = \frac{me^4}{8\varepsilon_0^2 h^3 c}$

$$\nu = Rc \left(\frac{1}{k^2} - \frac{1}{n^2} \right)$$



$$\tilde{\nu} = \frac{1}{\lambda} = \frac{\nu}{c} = R \left(\frac{1}{k^2} - \frac{1}{n^2} \right) \text{ — 广义巴尔末公式}$$

可得: $R = 1.097373 \times 10^7 \text{ m}^{-1}$

而实验值: $R = 1.096776 \times 10^7 \text{ m}^{-1}$

} 相符

2) 解释分立的谱线

能级不连续 $\Rightarrow \nu$ 不连续,
不同的 ν 对应不同的谱线。

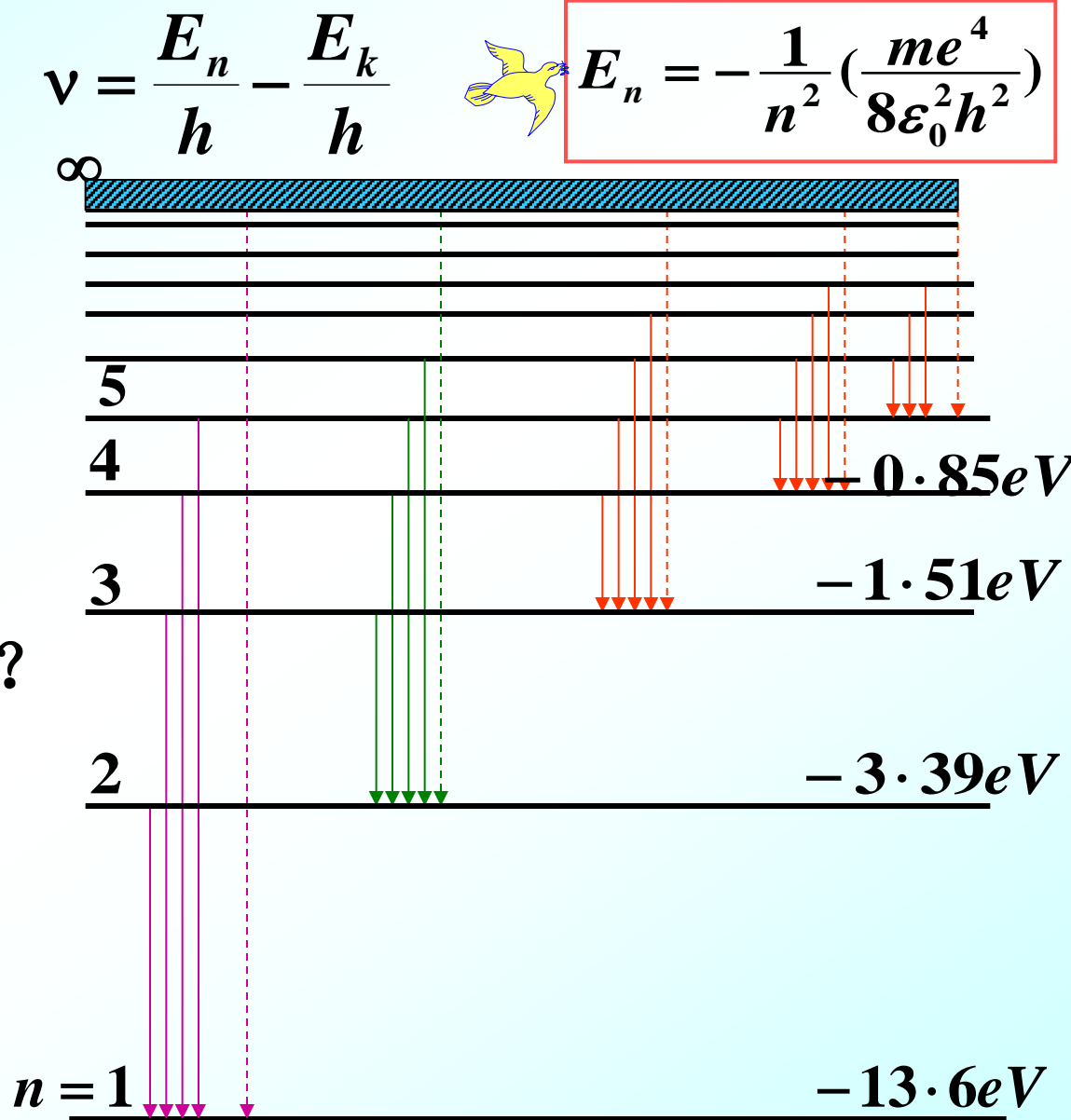
3) 解释谱线系

为什么存在谱线系?

为什么有些谱线在短波区?
有些长波区?

显然,

$$\Delta E \uparrow \quad \nu \uparrow \quad \lambda \downarrow$$



氢原子能级图

能级 $E_n = -\frac{13.6}{n^2} \text{ eV} \quad n = 1, 2, 3, \dots$

$r_n = n^2 a_0$

光谱线频率:

$$\nu = \frac{E_n - E_m}{h}$$

$$= R c \left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right)$$

$m = 1 \quad n = 2, 3, 4 \dots$

$m = 2 \quad n = 3, 4, 5 \dots$

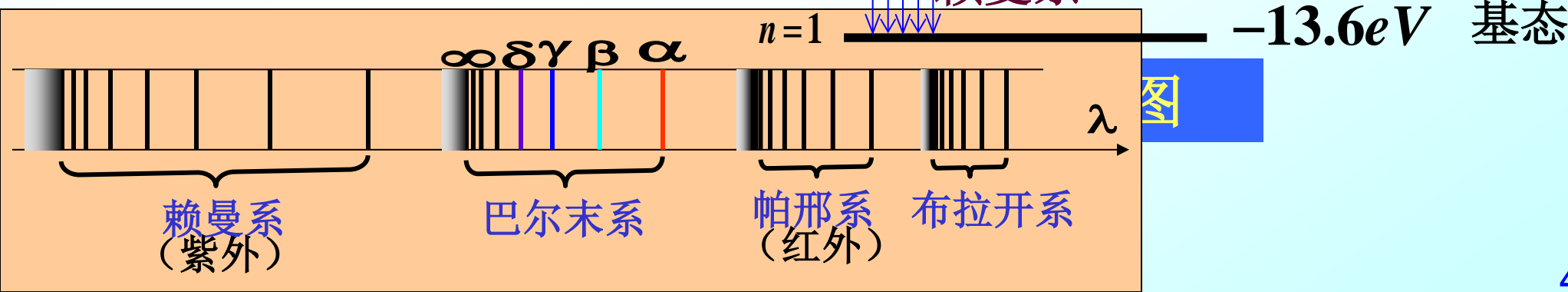
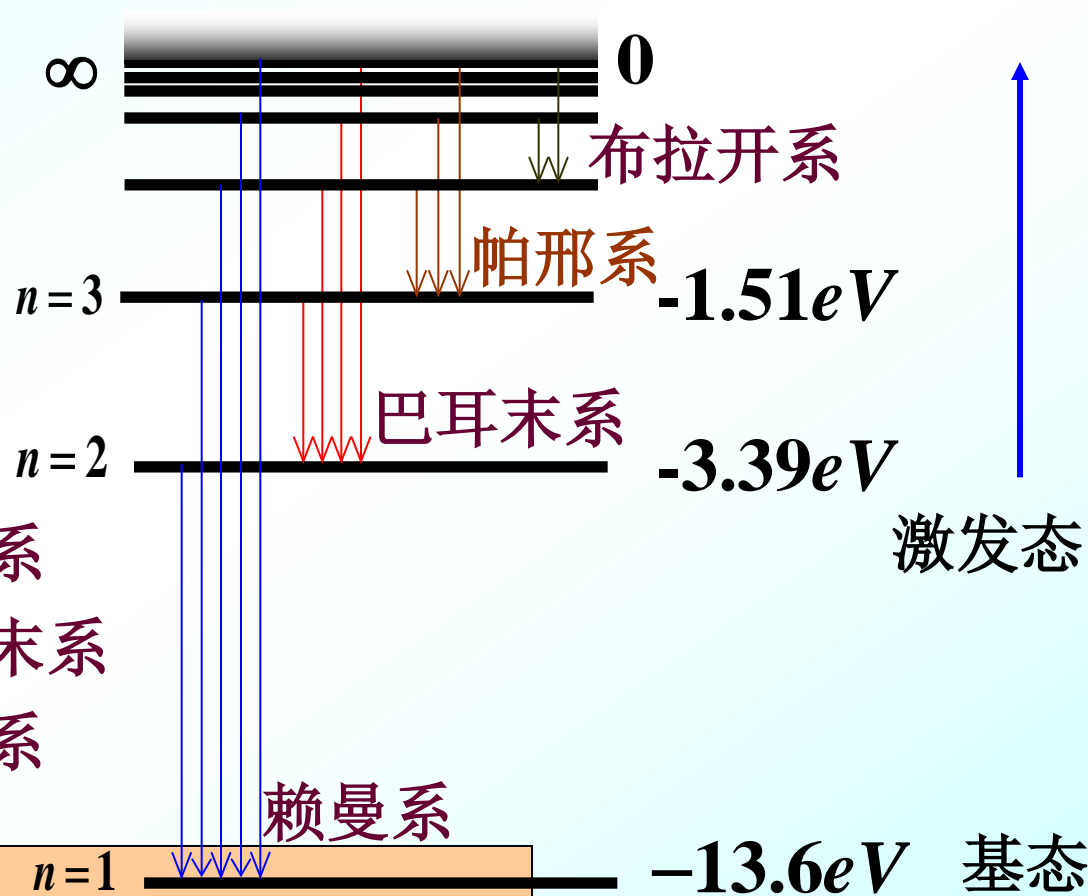
$m = 3 \quad n = 4, 5, 6 \dots$

...

赖曼系

巴尔末系

帕邢系



例： 设基态氢原子被单色光激发后，发出的巴尔末系中仅观察到两条谱线，试求这两条谱线的波长及外来光的频率？还可以有哪些谱线？

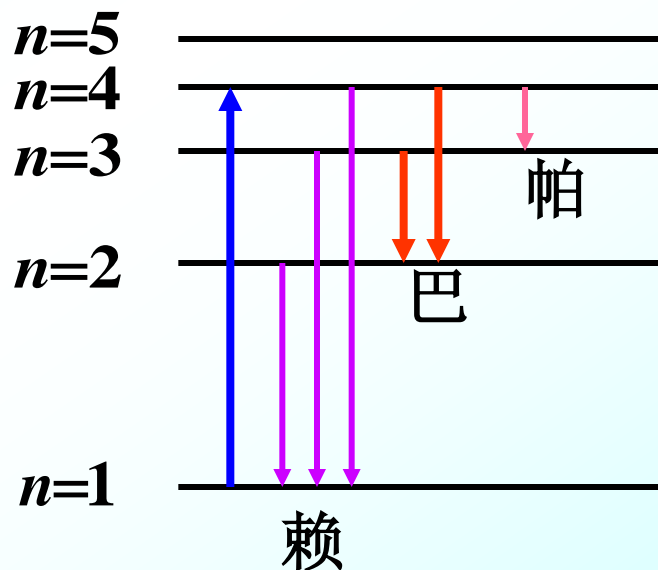
解：

原子由 $n=1 \rightarrow n=4$

$$\nu_{\text{外}} = \frac{E_4 - E_1}{h}$$

巴尔末系

$$\left\{ \begin{array}{l} \nu_1 = \frac{E_4 - E_2}{h} \\ \nu_2 = \frac{E_3 - E_2}{h} \end{array} \right.$$



注意几个概念(拓展)

a) 状态能量

原子系统处于某激发态时所具有的能量

氢原子的状态能量 \approx 氢原子中电子的状态能量

b) 激发能量

原子从基态被激发到某一激发态, 外界所提供的能量 $\Delta E_{\text{激}} = E_n - E_1$

c) 结合能

将动能为零的电子从无限远处移来和一个离子结合成基态的原子所放出的能量。
数值上等于最低能量的绝对值

d) 电离能

把某能级的电子搬到无限远处所需要的能量, 数值上等于状态能量的绝对值。

例. 计算将动能为零的自由电子从无限远处移来和一个氢离子结合成正常状态的氢原子所放出的能量。

$$E_n = \frac{E_1}{n^2} \quad E_1 = -13.6\text{eV} \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

解: $E_\infty = 0 \quad E_1 = -13.6\text{eV}$

结合能 $E_\infty - E_1 = 0 - (-13.6\text{eV}) = 13.6\text{eV}$

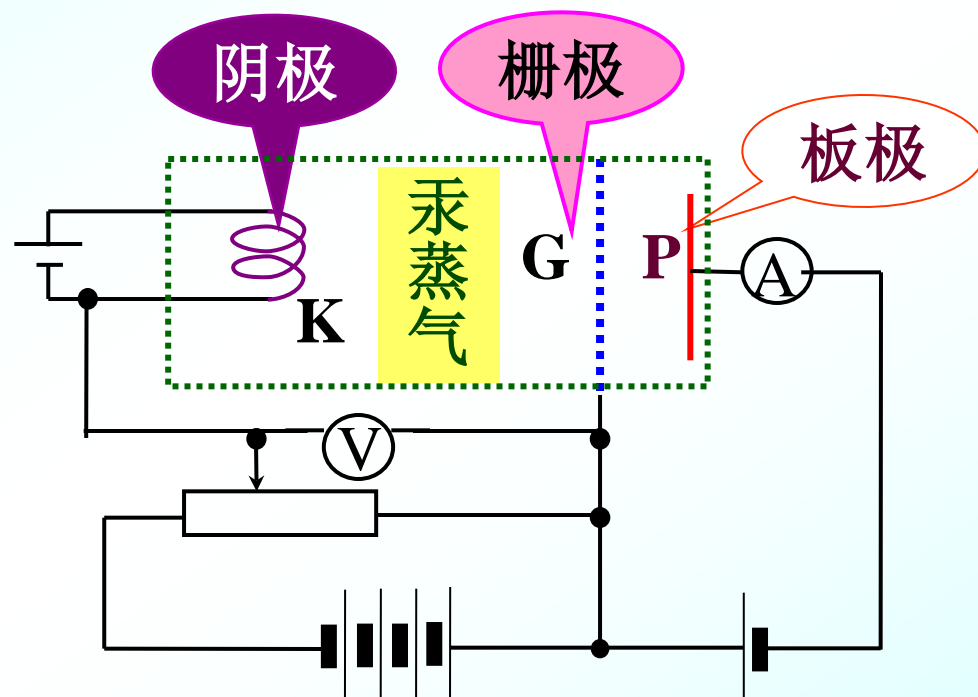
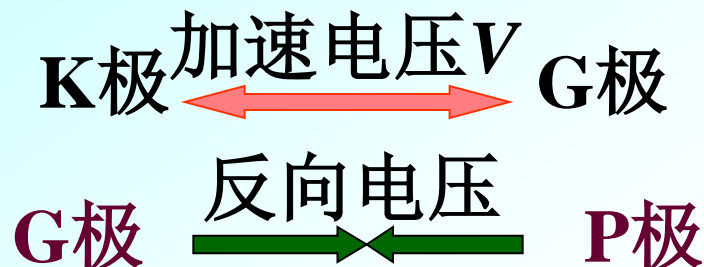
例. 将氢原子中 $n=2$ 的电子搬到无限远处需要的能量 A 等于多少?

解: $E_2 \rightarrow E_\infty \quad \therefore \frac{-13.6}{4} + A = 0$

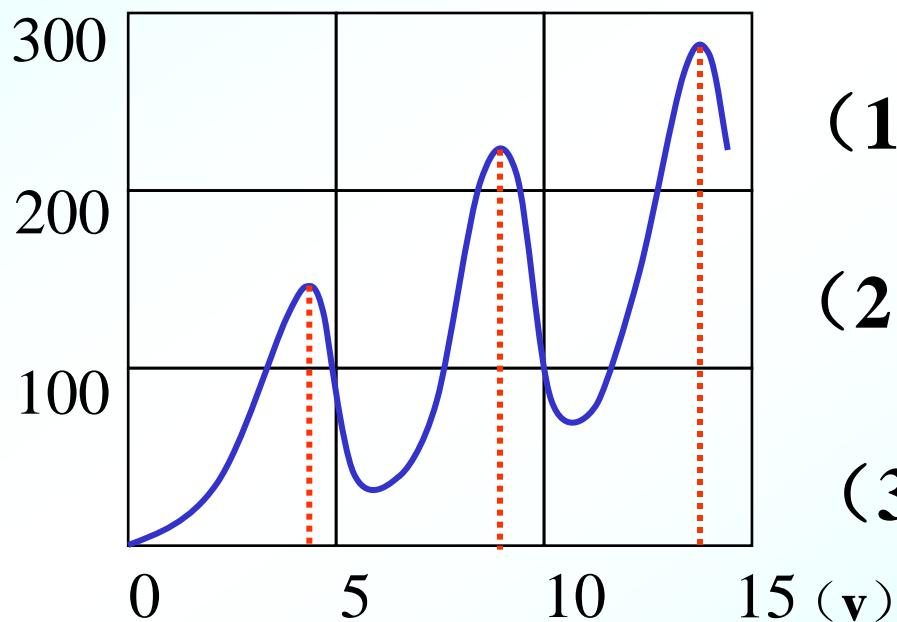
$$A = 3.4 \text{ eV}$$

夫兰克—赫兹实验——验证原子系统定态能级的存在

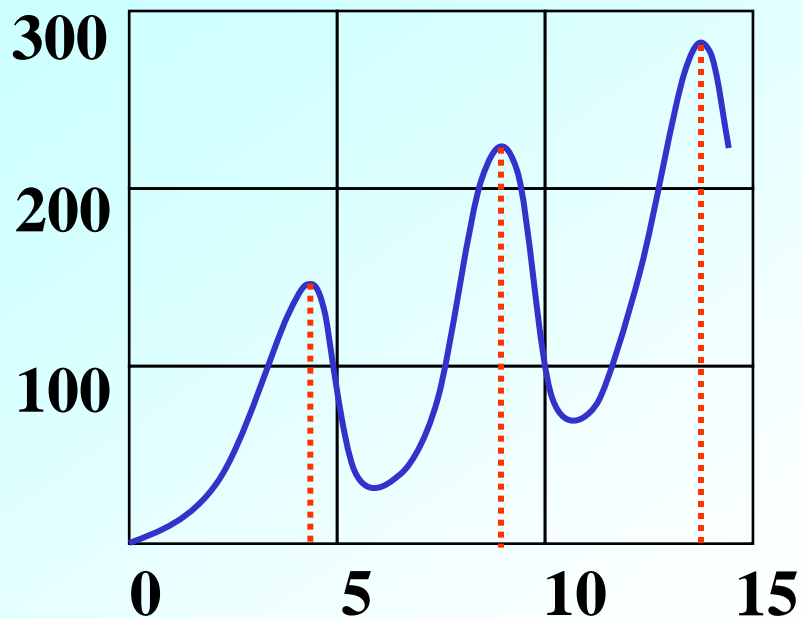
实验装置:



实验结果:

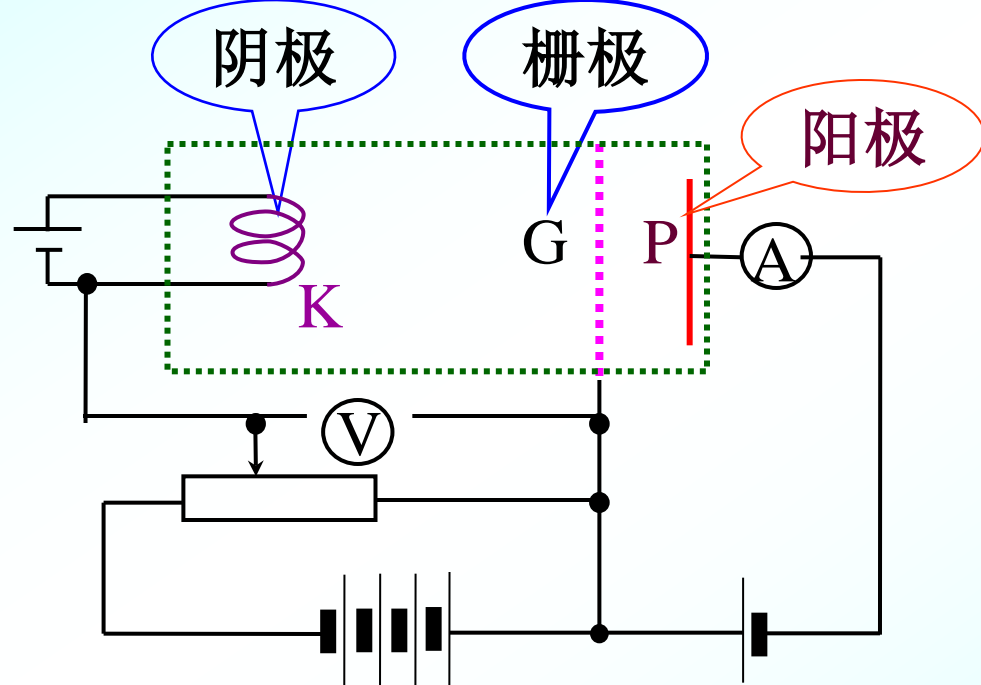


- (1) 改变 V , $V \uparrow$, $I \uparrow$, 到达**P极**的电子增加。
 - (2) $V=4.9\text{v}$ 后, $I \downarrow$, 形成一峰值
 - (3) 每隔 $\Delta V=4.9\text{v}$, 就有一峰值出现。
- 原因?



$$\Delta V = 4.9\text{V}$$

为什么？



只能有一个解释： 4.9eV 恰好是汞原子两能级间的能量差
 实验证实：汞原子基态能 — 第一激发态能量 = 4.9eV

汞原子发射的光谱： $\lambda = 253.7\text{nm}$

代入光子能量公式： $h\nu = h\frac{c}{\lambda} = 4.89\text{eV} = \Delta E$

进一步的实验证实：

- 第二激发态电势为 6.7V
- 电离电势为 10.4V

1925
年诺
贝尔
物理
学奖

玻尔理论的成功及局限性

1.成功之处（对氢原子、类氢离子、一价的 Na, K, Li ）

(1) r_n, E_n, R

(2) 定态 频率跃迁的概念

(3) 推出广义的巴尔末公式，预言了 $m=1, 4, 5$ 的存在，果然在1913——1924年间发现了这些谱线。

(4) 对元素周期表能作一些解释

(5) 在 $m \rightarrow \infty, n \rightarrow \infty$ 时，玻尔理论回到了经典理论

2.局限性

(1) 对较复杂的原子光谱，定性、定量都不能解释

(2) 对氢原子谱线的强度、宽度、偏振等问题遇到难以克服的困难。

如何解决？