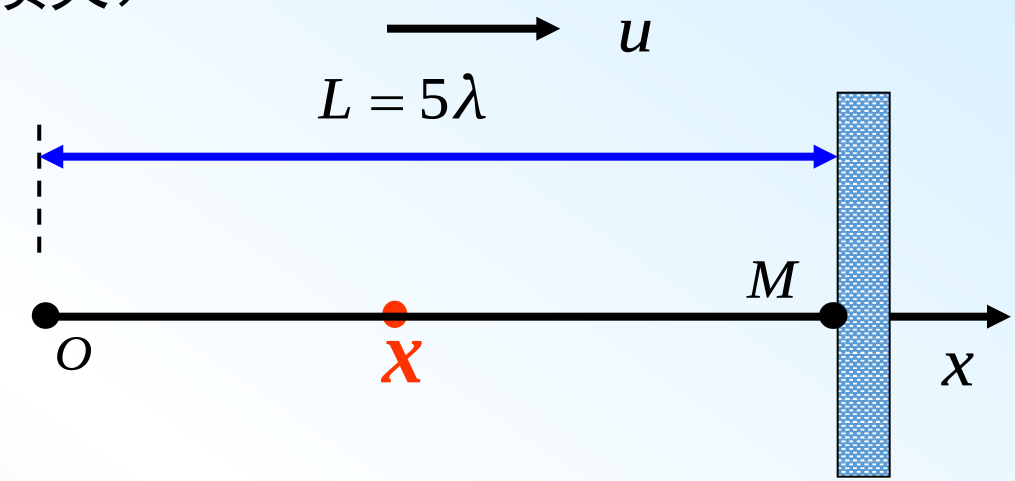
例. 距某反射壁 $L=5\lambda$处有一波源发出频率为ω 振幅为A的平面余弦波。波速为u, 若选波源处为坐标原点, 初位相为零，求：

(1)此平面波的表达式

(2)反射波的表达式（假定无半波损失）



解：(1) $\because y_0 = A\cos\omega t$

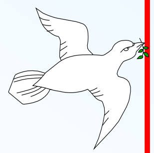
$$\therefore y_\lambda = A\cos\omega\left(t-\frac{x}{u}\right)$$

(2) 以x点为参考点，

波由 $x \longrightarrow M \longrightarrow x$

需时： $\Delta t = \dfrac{2(L-x)}{u}$

$$y_{反} = A\cos\omega\left[t-\frac{2(L-x)}{u}-\frac{x}{u}\right]$$



$$\boxed{y_{\lambda} = A\cos\omega(t-\frac{x}{u})}$$

$$y_{反} = A\cos\omega[t-\frac{2(L-x)}{u}-\frac{x}{u}]$$

$$= A\cos\omega(t-\frac{2L-2x+x}{u})$$

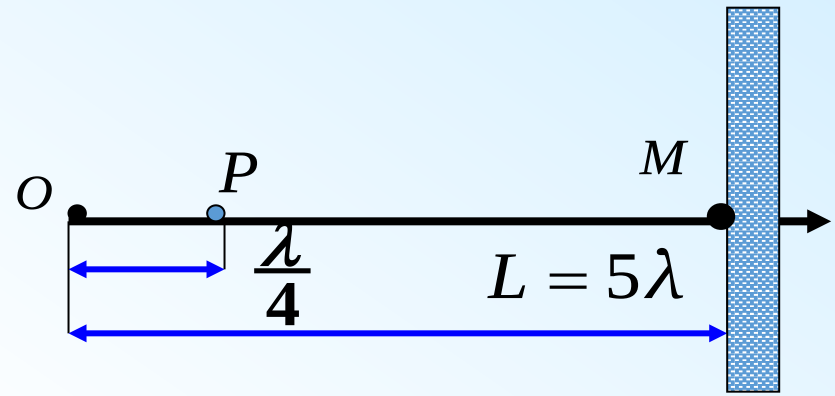
$$= A\cos[\omega(t-\frac{10\lambda-x}{u})]$$

$$= A\cos[\omega(t-10T+\frac{x}{u})]$$

$$\Rightarrow y_{反} = A\cos[\omega(t+\frac{x}{u})]$$

例. 距某反射壁 $L=5\lambda$处有一波源发出频率为ω 振幅为A的平面余弦波。波速为u，若选波源处为坐标原点，初位相为零，求：

(3) 距 O为$\lambda/4$ 处 P 点的振幅



解法一：

$$A_{驻} = 2A\cos\frac{2\pi}{\lambda}x$$

$$= 2A\cos\frac{2\pi}{\cancel{\lambda}}\frac{\cancel{\lambda}}{4} = 0$$

解法二：

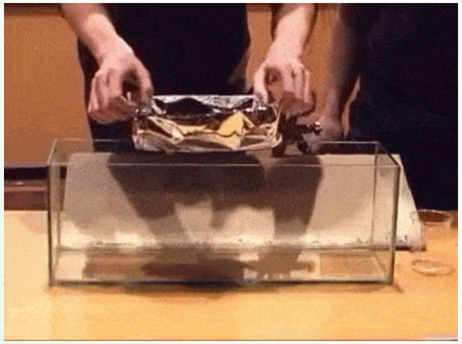
$$\Delta\varphi = \omega(t+\frac{x}{u}) - \omega(t-\frac{x}{u}) = \frac{4\pi}{T}\cdot\frac{\lambda/4}{u} = \pi \qquad \Rightarrow A = 0$$

解法三：

$$\Delta r = L + (L-\frac{\lambda}{4}) - \frac{\lambda}{4} = 5\lambda + 5\lambda - \frac{\lambda}{2} = \frac{9}{2}\lambda \qquad \Rightarrow A = 0$$

如何让物体悬浮？

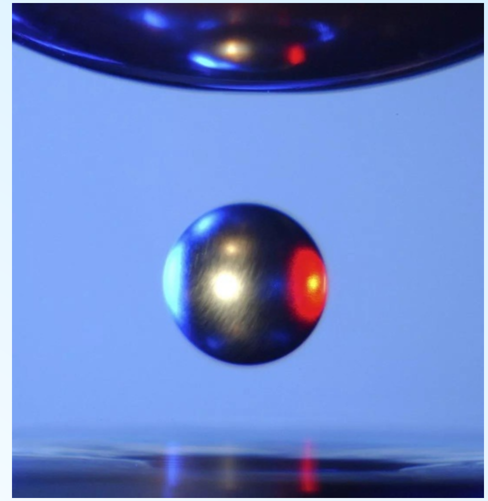
阿基米德定律



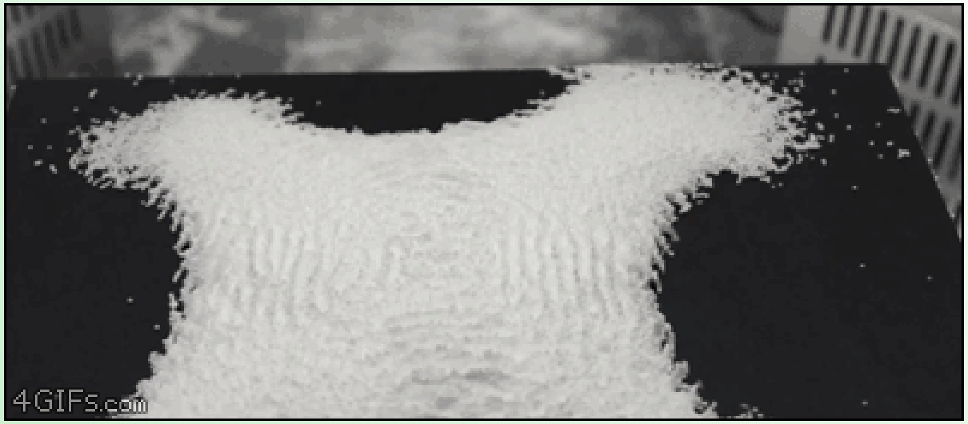
气流悬浮

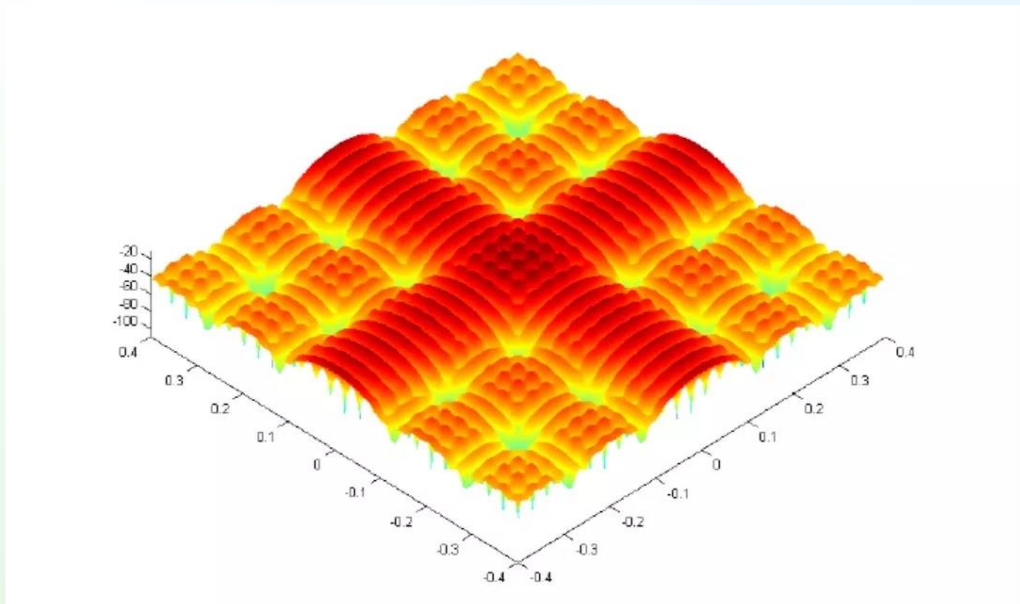
磁悬浮

静电悬浮



超声悬浮
（驻波）





多普勒效应

(Doppler Effect)

演示

此效应是出生于德国的奥地利物理学家多普勒(**Johann Doppler，1802－1853**)发现的.

当观察者与波源之间有相对运动时，观察者所测得的频率不同于波源频率，这种现象称为多普勒效应。

比如：当鸣笛的火车驶向站台时，站台上的观察者听到的笛声变尖，即频率升高；相反，当火车驶离站台时，听到的笛声频率降低。

波源的频率ν_s 是单位时间内波源作完整振动的次数或发出的‘完整波长’的个数。

观察者接收到的频率ν_R是观察者在单位时间内接收到的完整的振动次数或完整的波长数。

波速u是单位时间内振动状态 (相位)传播的距离。

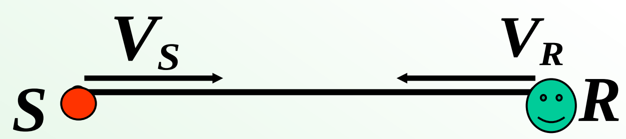
相对于媒质

波源的周期T_S是波源作一次完整的振动所需的时间。

观察者测得的周期T_R是观察者观测到的一次完整的振动所经历的时间。

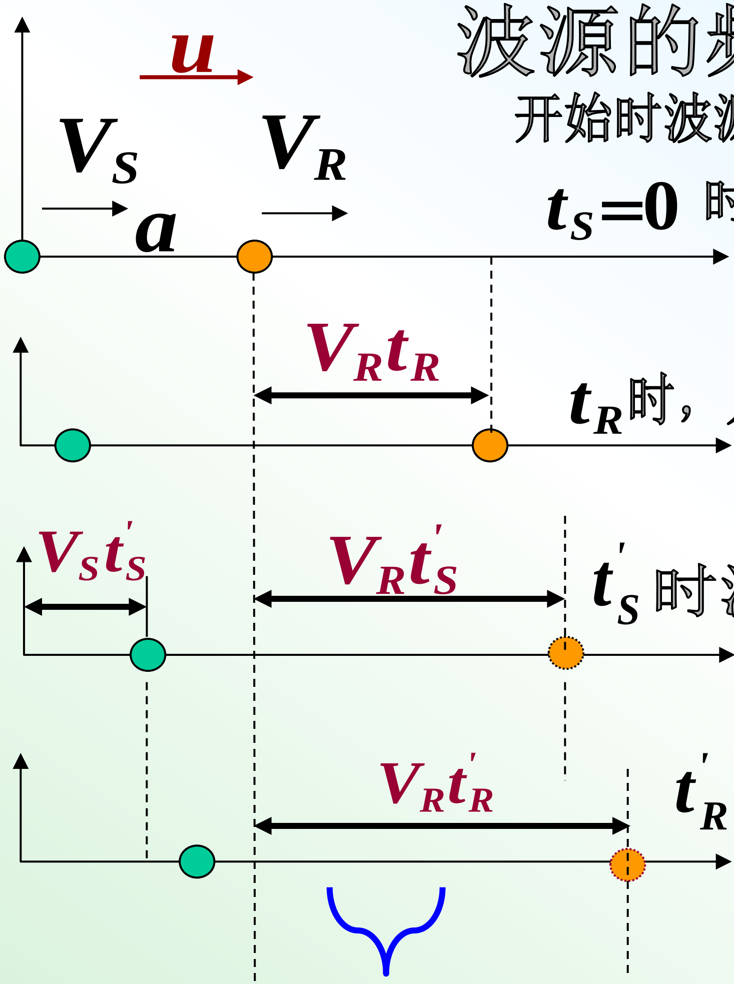
以下考虑波源的频率和观测频率的关系。先考虑周期之间的关系，再进而得到频率关系。为此，取媒质为参考系，设波速为u，波源的速度为V_S，观察者的速度为V_R，且波源和观察者在同一条直线上运动。

比如：



波源的频率与观测频率的关系式

开始时波源S刚好在坐标原点，与观察者R相距 a



$t_S=0$ 时，波源S到达振动状态H并将之向右传出

t_R时，人R测到由波源传来的振动状态H

$$\begin{cases} t_R = \dfrac{a+V_R t_R}{u} \\ \therefore t_R = \dfrac{a}{u-V_R} \end{cases}$$

t_S' 时波源S回到并传出振动状态H

$$\boxed{T_S = t_S' - t_S = t_S'}$$

t_R' 时，人R再次测到振动状态H

$$\boxed{T_R = t_R' - t_R}$$

$$= \frac{a+(u-V_S)t_S'}{u-V_R} - \frac{a}{u-V_R}$$

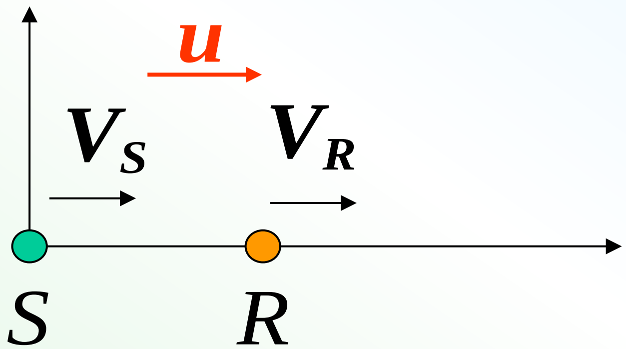
$$t_R' = t_S' + \underbrace{\frac{a+V_R t_R' - V_S t_S'}{u}}$$

$$t_R' = \frac{a+(u-V_S)t_S'}{u-V_R}$$

$$\boxed{\nu_R = \frac{u-V_R}{u-V_S}\nu_S} = \frac{u-V_S}{u-V_R} t_S' = \frac{u-V_S}{u-V_R} T_S$$

实际上已把 u 的方向定为正方向。

波源的频率与观测频率的关系式



$$\boxed{\nu_R = \frac{u - V_R}{u - V_S}\nu_S}$$

以 u 的方向为正方向。

注意：上式中波源和观察者的速度可正可负。

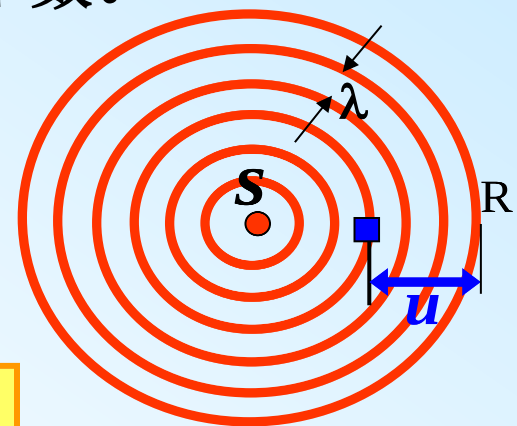
当 $V_R = V_S$ 时，波源和观察者无相对运动，$\nu_R = \nu_S$ $\boxed{\lambda_R = \frac{u}{\nu_R}}$

当 $V_S = 0$ 时，
若观察者向波源运动，则 $\nu_R > \nu_S$；波长变短。
若观察者背离波源运动，则 $\nu_R < \nu_S$；波长变长。

当 $V_R = 0$ 时，
若波源向观察者运动，则 $\nu_R > \nu_S$；波长变短。
若波源背离观察者运动，则 $\nu_R < \nu_S$；波长变长。

波源的频率ν_S是单位时间内发出的“完整波长”的个数。

观察者接受到的频率ν_R是观察者在单位时间内接收到的完整的波长数。

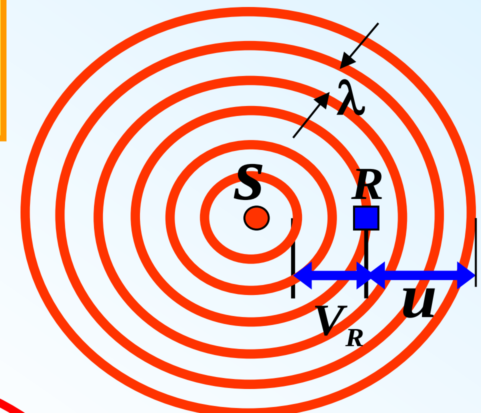


1. 波源和接收器都静止

单位时间通过R的波长的个数，即为R收到的频率

$$\nu_R = \frac{u}{\lambda} = \nu_S$$

$$\nu_R = \frac{u - V_R}{u - V_S}\nu_S$$



2. 波源静止,接收器运动

$$\nu_R = \frac{u+V_R}{\lambda} = \frac{u+V_R}{u/\nu_S} = \frac{u+V_R}{u}\nu_S$$ 变大

R 远离 S则 $\nu_R = \frac{u-V_R}{u}\nu_S$ 变小

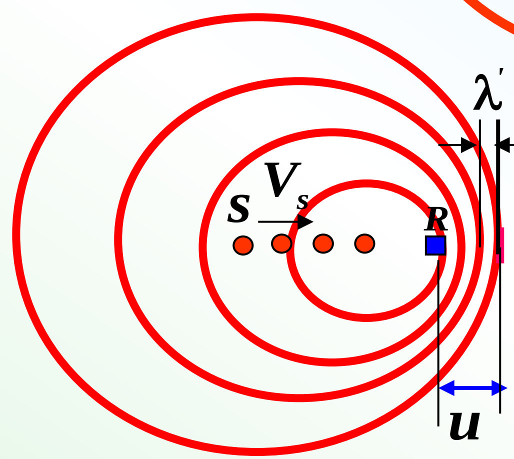
3. 接收器静止, 波源运动

波长变化，左边变长，右边变短

$$\lambda' = \lambda - V_S T = uT - V_S T = \frac{u - V_S}{\nu}$$

$$\nu_3 = \frac{u}{\lambda'} = \frac{u}{u - V_S}\nu$$

接近时变大

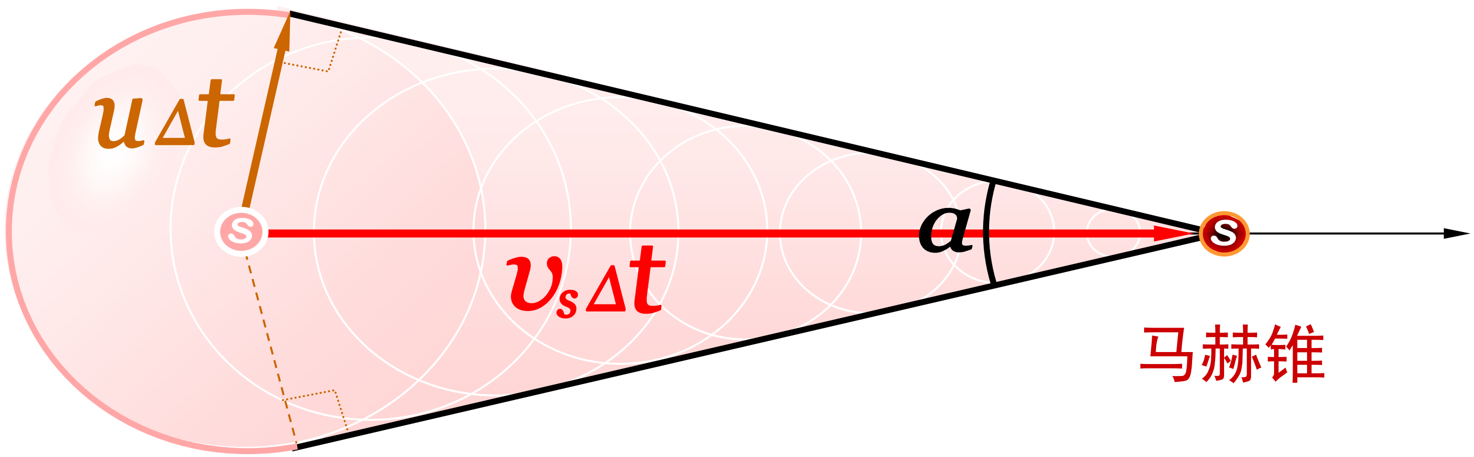


水波的多普勒效应演示

冲击波

前面在介绍波源相对于媒质运动所引起的多普勒效应时，讨论了波源速率v_s<波速u的情况。

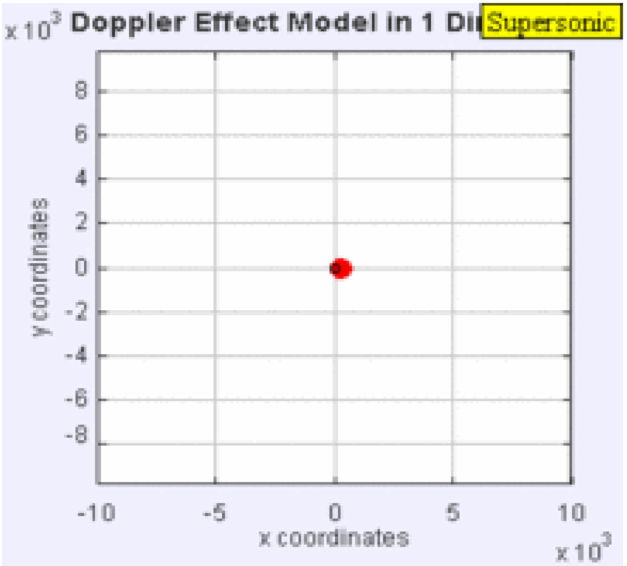
若$v_s>u$，波源就会冲出自身发出的波阵面，在Δt时间内，它所发出的波的一系列波面的包络是一个圆锥体，称为马赫锥。这种波称为冲击波。

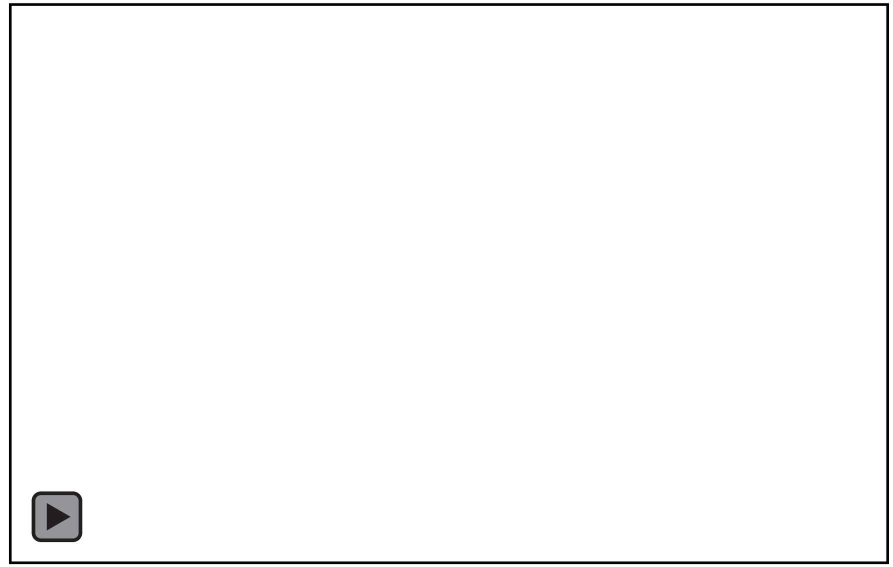


马赫锥的顶角α满足

$$\sin\frac{\alpha}{2}=\frac{u\Delta t}{v_s\Delta t}=\frac{u}{v_s}=\frac{1}{M}$$

$$M=\frac{v_s}{u}$$ 称为马赫数

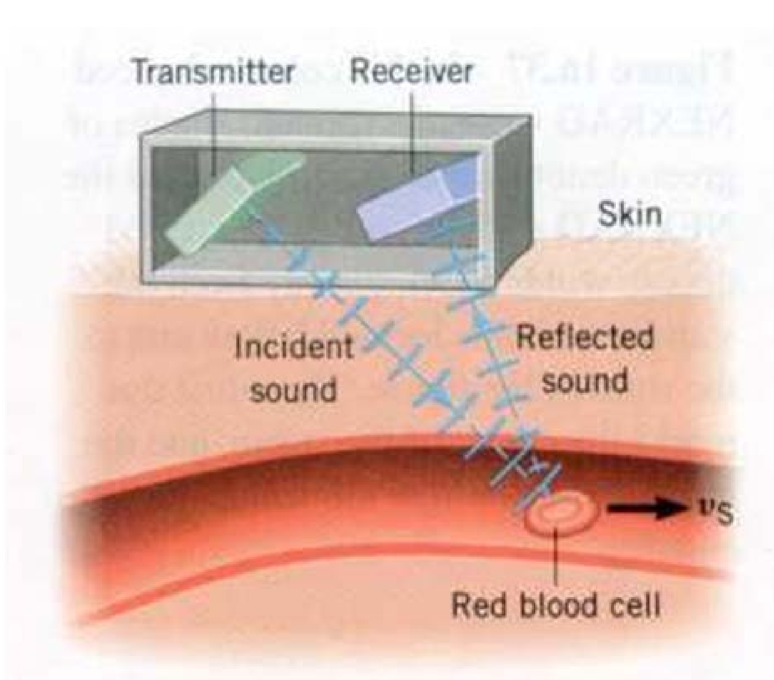

x 10^3 Doppler Effect Model in 1 Di
Supersonic
8
6
4
2
0
-2
-4
-6
-8
y coordinates
-10
-5
0
5
10
x coordinates
x 10^3



利用声波的多普勒效应可以测定流体的流速，振动体的振动和潜艇的速度，还可以用来报警和监测车速。

在医学上，利用超声波的多勒效应对心脏跳动情况进行诊断，如做超声心动、多普勒血流仪等。

- 彩色多普勒超声



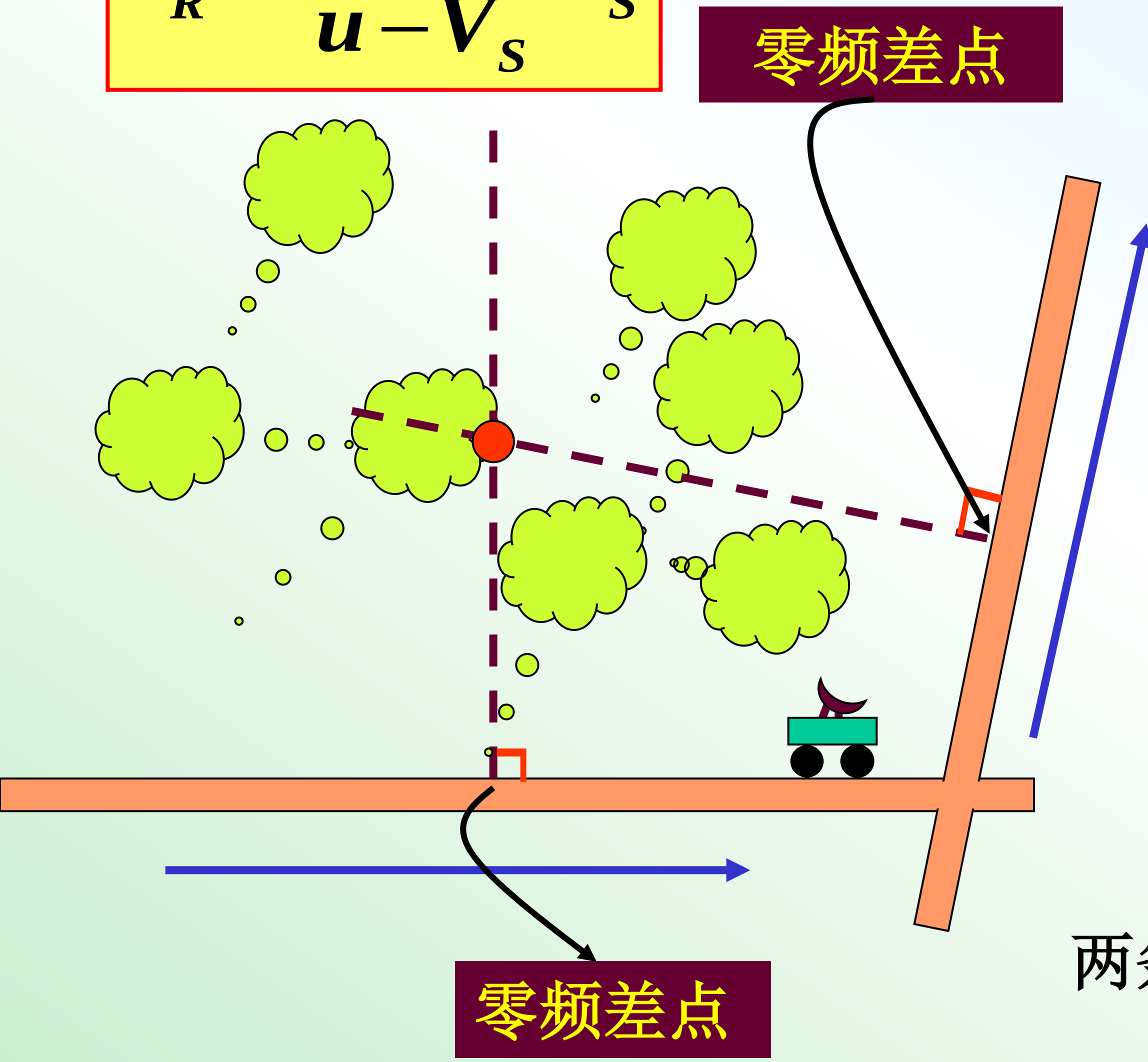
Figure： A Doppler flow meter measures the speed of red blood cells.

由于血管内的血液是流动的物体，所以超声波振源与相对运动的血液间就产生多普勒效应。

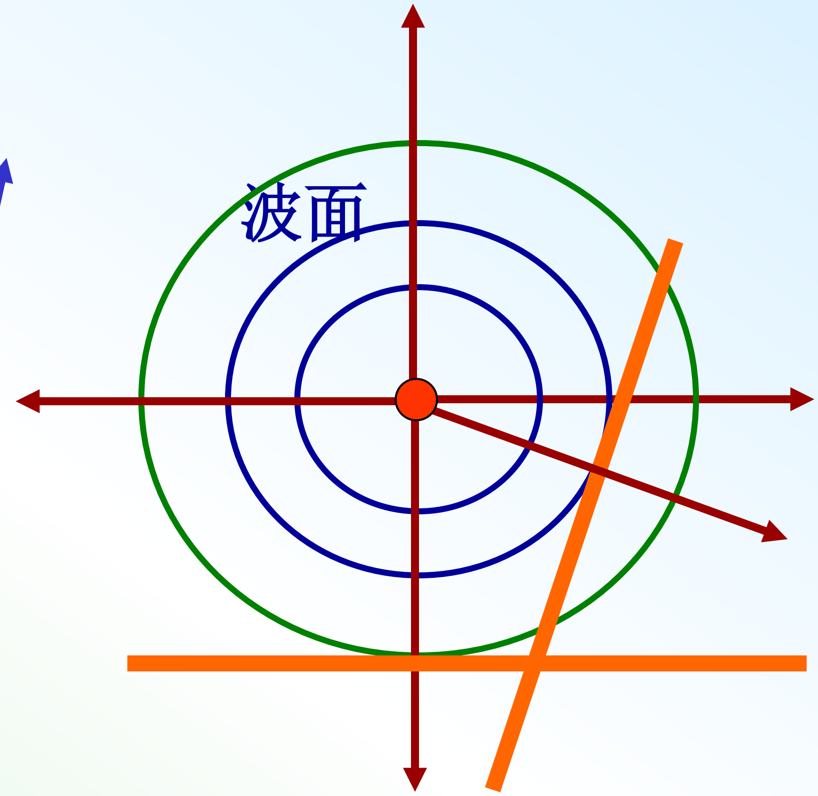
血管向着超声源运动时，反射波的波长被压缩，因而频率增加。血管离开声源运动时，反射波的波长变长，因而在单位时向里频率减少。反射波频率增加或减少的量，是与血液流运速度成正比，从而就可根据超声波的频移量，测定血液的流速。

例：利用多普勒效应测定隐蔽的信号源。请说明其方法。

$$\nu_R = \frac{u - V_R}{u - V_S}\nu_S$$



解：点波源产生球面波



两条路分别和两条波线垂直。

以上所有结论的前提是：波源和观察者在同一直线上运动，故称为纵向多普勒效应。

因此，如果波源和观察者的运动不是沿它们连线方向（纵向），则以上公式中V_S , V_R应理解为波源和观察者在它们连线方向上的速度分量(即纵向分量)。

电磁波(比如光)，也有多普勒效应，光源与接收器的相对速度决定接收器接收的频率。可以用相对论(相对性原理和光速不变原理)证明：当光源和接收器在同一直线上运动时,其速度为V，则观察者所接收到的频率为：

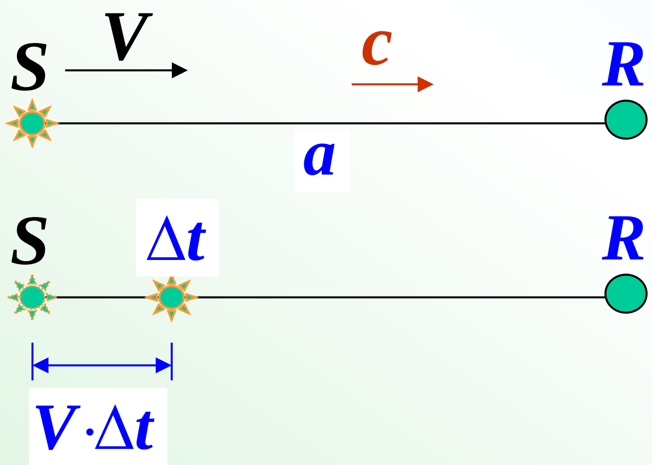
$$\nu_R = \sqrt{\frac{1+V/c}{1-V/c}}\,\nu_s$$

c为真空中的光速。

以上取 c 的方向为正方向，相对于此方向，V 可正可负。

电磁波的多普勒效应

电磁波(比如光) ,也有多普勒效应。光源与接收器的相对速度决定接收器测到的频率。以下假设光源S和接收器R在同一直线上运动时, 且相对于接收器的速度为V .



设在S上看，波源S在$t_S=0$时发出一个光信号；经过一个周期后，即$t'_S=T_S$时发出第二个光信号。

设在接收器R上看，R在t_R时收到第一个光信号；在t'_R时收到第二个光信号。开始时光源到R的距离为a. 则接收器R测到的周期$T_R= t'_R- t_R$

事件1: S 发出第一个光信号

事件2: S 发出第二个光信号

Δt : 在R上看，两个事件的时间间隔

t'_S : 在S上看，两个事件的时间间隔

故 $\Delta t=\dfrac{t'_S}{\sqrt{1-(V/c)^2}}$ 原时

而 $t_R=\dfrac{a}{c}$

$$t'_R=\frac{a-V\cdot\Delta t}{c}+\Delta t$$

$$T_R=t'_R-t_R$$

$$=\frac{a-V\cdot\Delta t}{c}+\Delta t-\frac{a}{c}$$

$$=(1-\frac{V}{c})\cdot\Delta t$$

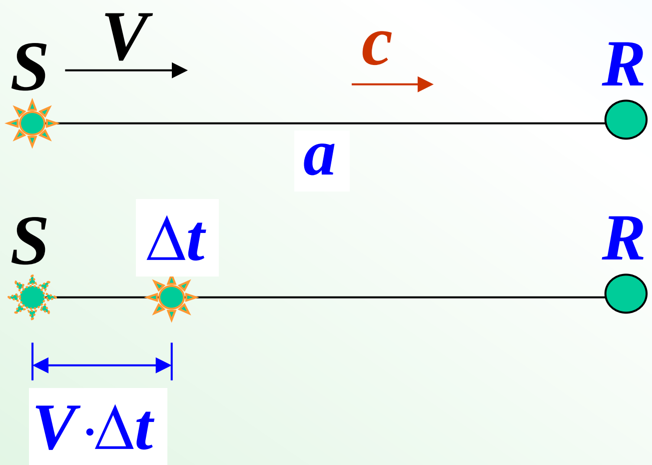
$$=(1-\frac{V}{c})\cdot\frac{t'_S}{\sqrt{1-(V/c)^2}}$$

$$=(1-\frac{V}{c})\cdot\frac{T_S}{\sqrt{1-(V/c)^2}}$$

$$\therefore T_R=\sqrt{\frac{1-V/c}{1+V/c}}\,T_S$$

电磁波的多普勒效应

电磁波(比如光) ,也有多普勒效应。光源与接收器的相对速度决定接收器测到的频率。以下假设光源*S*和接收器*R*在同一直线上运动时, 且相对于接收器的速度为*V* .



设在*S*上看，波源*S*在$t_S=0$时发出一个光信号；经过一个周期后，即$t'_S=T_S$时发出第二个光信号。

设在接收器*R*上看，*R*在t_R时收到第一个光信号；在t'_R时收到第二个光信号。开始时光源到*R*的距离为*a*. 则接收器*R*测到的周期$T_R= t'_R- t_R$

事件1: *S* 发出第一个光信号

事件2: *S* 发出第二个光信号

Δt : 在*R*上看，两个事件的时间间隔

t'_S : 在*S*上看，两个事件的时间间隔

故 $\Delta t=\dfrac{t'_S}{\sqrt{1-(V/c)^2}}$ 原时

$$\therefore \nu_R=\sqrt{\frac{1+V/c}{1-V/c}}\,\nu_S$$

式中取 *c* 为正，即以 *c* 的方向为正方向，*V* 相对于此方向可正可负。

$$\therefore T_R=\sqrt{\frac{1-V/c}{1+V/c}}\,T_S$$

$$\nu_R = \sqrt{\frac{1+V/c}{1-V/c}}\,\nu_S$$

当光源远离接收器时，接收到的频率变小，因而波长变长，这种现象叫做“红移”。

把接收到的其它星球上元素的光谱与地面上同一元素的光谱作比较，发现几乎都发生红移。这就是“大爆炸”宇宙学理论的重要依据。

电磁波的多普勒效应也为跟踪人造地球卫星提供了一种简便的方法。

卫星地面站确定远在10^8m处的卫星位置变化时，可以精确到10^{-2}m~10^{-3}m.

教学片

多普勒效应

(3min)

奥地利物理学家多普勒(Johann Doppler， 1802－1853)

● 反射与半波损失

对半波损失产生条件的进一步讨论. 见以下文献：

第 19 卷第 6 期
2000 年 6 月

大 学 物 理
COLLEGE PHYSICS

Vol.19 No.6
June. 2000

“产生半波损失的条件究竟是什么”,《 大学物理 》, 2000年 19卷 6期

刘启能(宜宾高等师范专科学校物理系)

教学 讨论

产生半波损失的条件究竟是什么

刘启能
（宜宾高等师范专科学校 物理系，四川 宜宾 644007）

摘要：推导出发生半波损失的条件，并指出了现行教材中关于波在“固定端”、“自由端”反射的解释中存在的问题.

关键词：半波损失；反射；入射