大学物理

College Physics

主 讲
华 中 科 技 大 学
刘 逆 霜

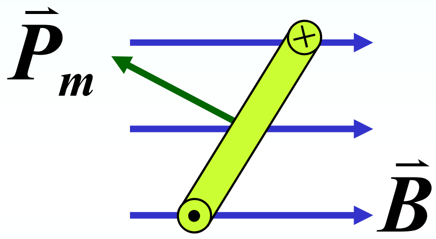
第二篇

电磁学

●安培定律 $\boxed{\mathrm{d}\vec{F} = I\mathrm{d}\vec{l} \times \vec{B}}$

$$\boxed{\vec{F} = \int_0^l I\mathrm{d}\vec{l} \times \vec{B}}$$

●平面线圈在均匀磁场中所受磁力矩

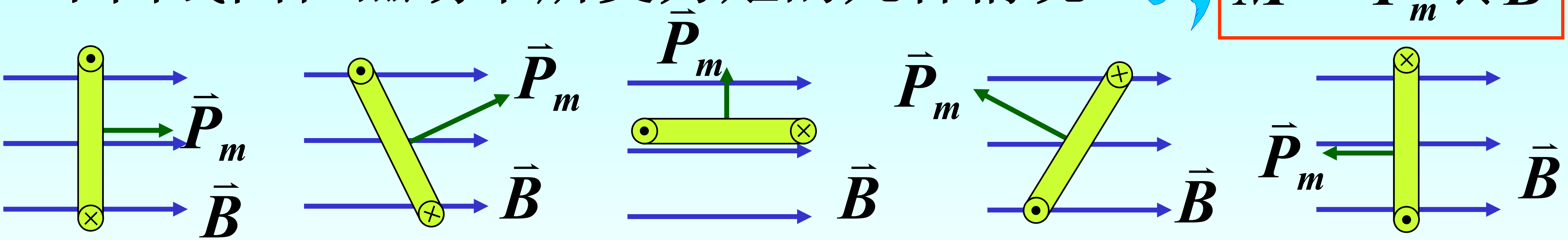


$$\boxed{\vec{M} = \vec{P}_m \times \vec{B}}$$

磁力矩总是使线圈或磁偶极子转向磁场方向。

（3）平面线圈在磁场中所受力矩的几种情况

$$\boxed{\vec{M} = \vec{P}_m \times \vec{B}}$$

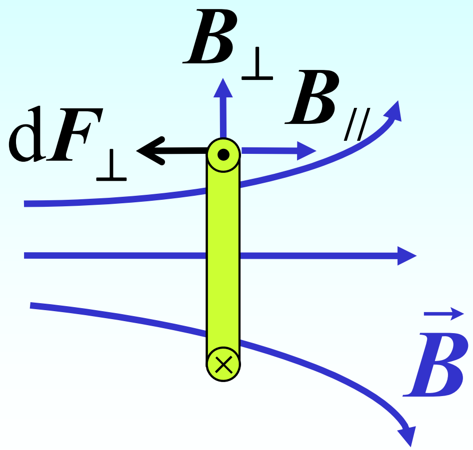


$\theta = 0, M = 0$	$\theta < 90^\circ$	$\theta = 90^\circ$	$\theta > 90^\circ$	$\theta = \pi, M = 0$
$\vec{P}_m // \vec{B}$	$M \neq 0$	$M = M_{max}$	$M \neq 0$	$\vec{P}_m // -\vec{B}$
稳定平衡				非稳定平衡

$$\boxed{\vec{M} = \vec{P}_m \times \vec{B}}$$

磁力矩总是使线圈或磁偶极子转向磁场方向;
电场对电偶极子的力矩总是使其转向电场方向。

2)在非均匀场中的线圈所受的力和力矩



情况较复杂。

一般地：$\vec{F}_{合}\neq 0$，$\vec{M}\neq 0$。

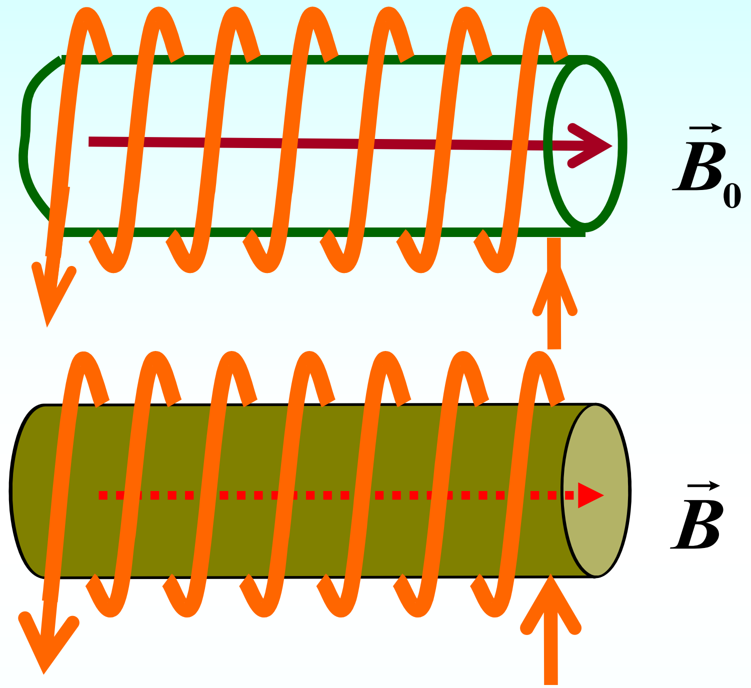
线圈除了转动，还会平动，一般向磁场较强的方向平动。

对非刚性线圈可能还有形变。

七、磁介质

(一) 磁介质的磁效应

实验发现：
在螺旋管内填充磁介质前后的磁感应强度的比值，可表征该种介质在磁场中的性质。



相对磁导率：$\mu_r = \dfrac{B}{B_0}$

常见的磁介质：

$\mu_r \geq 1$ →顺磁质　如：氧、铝、钨、铂、铬等。

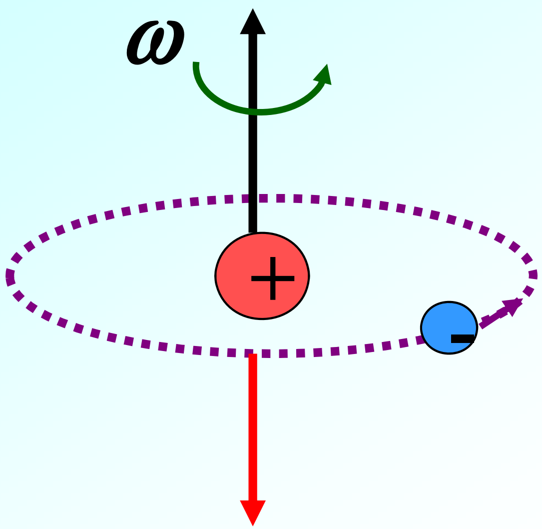
$\mu_r < 1$ →抗磁质　如：氮、水、铜、银、金、铋等。
(超导体是理想的抗磁体)

$\mu_r >> 1$ →铁磁质　如：铁、钴、镍等

$$\vec{P}_m = IS\vec{n}$$

1. 分子磁矩

实物的基本组成单元：分子、原子、电子



电子运动：

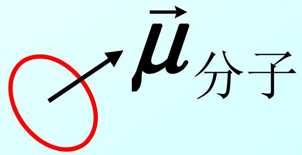
$$\begin{cases} \text{绕核运动} \rightarrow \text{电流环} \rightarrow \text{轨道磁矩}\ \vec{\mu}_{轨} \\ \text{自旋运动} \rightarrow \text{自旋磁矩}\ \vec{\mu}_{自} \end{cases}$$

两种运动磁效应的总和 $\overset{\text{等效}}{=\!=\!=}$ 分子圆电流

$$\vec{\mu}_{轨} = IS\vec{n} = -\frac{er^2}{2}\vec{\omega}$$

$$\vec{\mu}_{分子} = \sum\vec{\mu}_{轨} + \sum\vec{\mu}_{自}$$

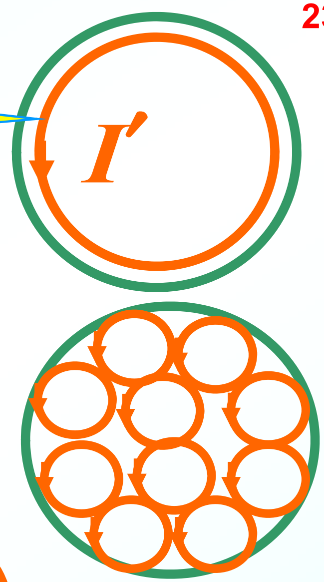
分子的固有磁矩



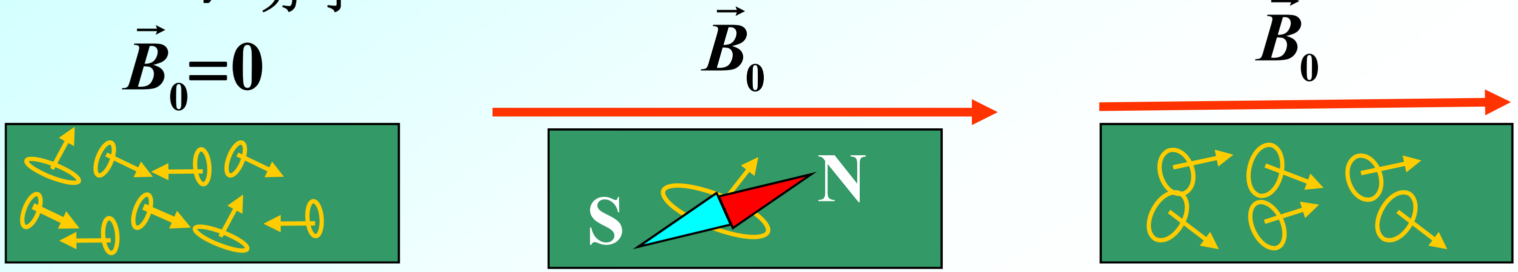
两类磁介质 $\begin{cases} \vec{\mu}_{分子} \neq 0 & \rightarrow \text{顺磁质} \quad \mu_r \geq 1 \\ \vec{\mu}_{分子} = 0 & \rightarrow \text{抗磁质} \quad \mu_r < 1 \end{cases}$

2. 磁化的微观解释

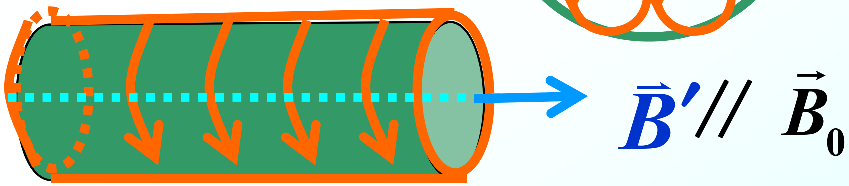
磁化面电流



1) 顺磁性 $\vec{\mu}_{分子}\neq 0$



$\sum\vec{\mu}_i=0$ $\qquad$ $\vec{M}=\vec{\mu}_{分子}\times\vec{B}_0$



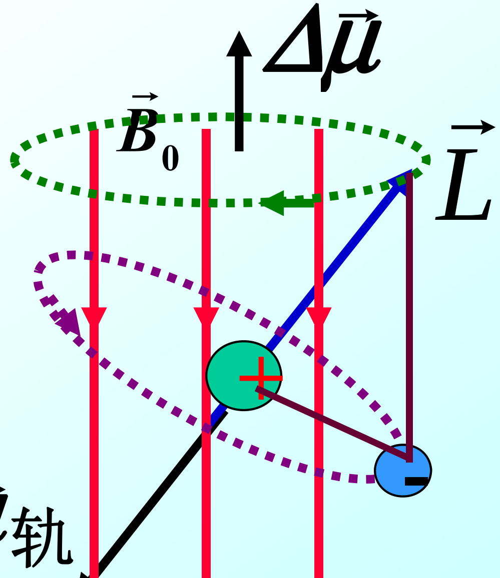
可见：外磁场强，分子磁矩排列越整齐。

磁化面电流越大，介质的磁化程度越高。

2) 抗磁性 $\vec{\mu}_{分子}=0$

$\boxed{\mathrm{d}\vec{L}=\vec{M}\mathrm{d}t}$ $\qquad$ $\boxed{\vec{M}=\dfrac{\mathrm{d}\vec{L}}{\mathrm{d}t}}$

——分子中电子轨道角动量的旋进

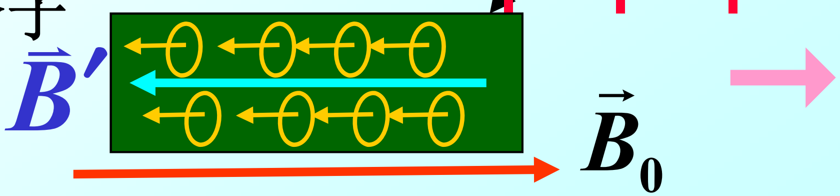


电子因轨道磁矩受磁力矩：$\vec{M}=\vec{\mu}_{轨}\times\vec{B}_0$

轨道角动量 $\vec{L}$ 绕磁场旋进，

电子附加一个磁矩：$\sum\Delta\vec{\mu}=\Delta\vec{\mu}_{分子}$

$\Delta\vec{\mu}_{分子}\longrightarrow I'\longrightarrow\vec{B}'//-\vec{B}_0$



讨论:

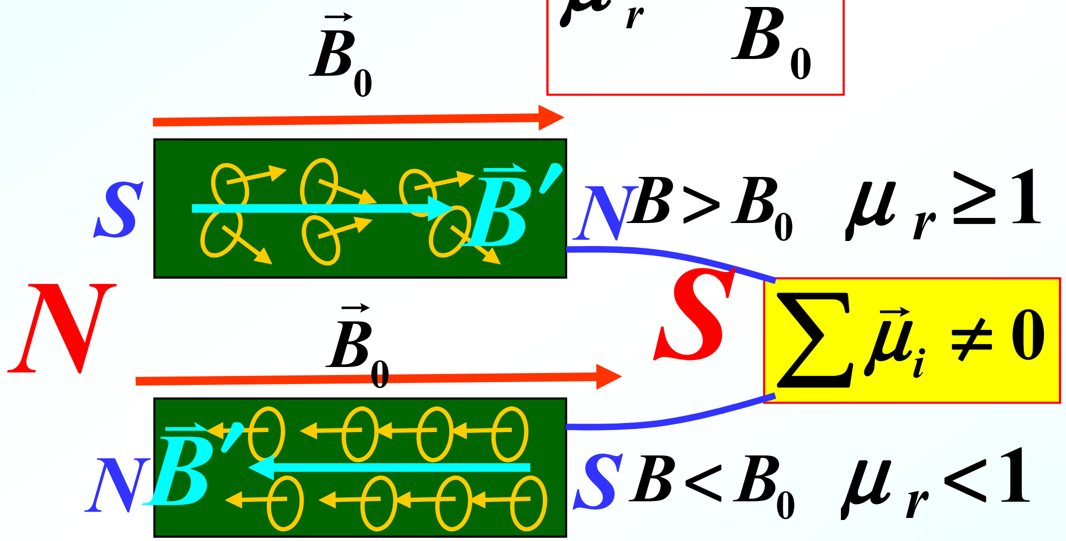
$$\mu_r = \frac{B}{B_0}$$

1）顺磁性介质处在外磁场时，

其体内磁场: $\vec{B} = \vec{B}_0 + \vec{B}'$

抗磁性介质处在外磁场时，

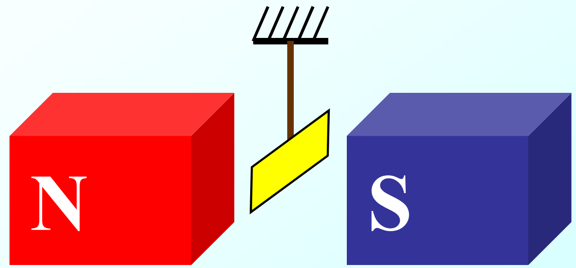
其体内磁场: $\vec{B} = \vec{B}_0 + \vec{B}'$



2）介质中的抗磁效应在顺磁介质中是否有?

有　但: $\vec{\mu}_{分子} >> \Delta\vec{\mu}_{分子}$

3）若将一磁介质放入磁场中，如何判断该介质是顺磁还是抗磁介质?



真的是金条?

金、银是抗磁质

4）超导体是完全抗磁体

在外磁场中超导体内: $\vec{B} = \vec{B}_0 + \vec{B}' = 0$

注: 表面分子磁化电流不是自由电荷定向运动形成。

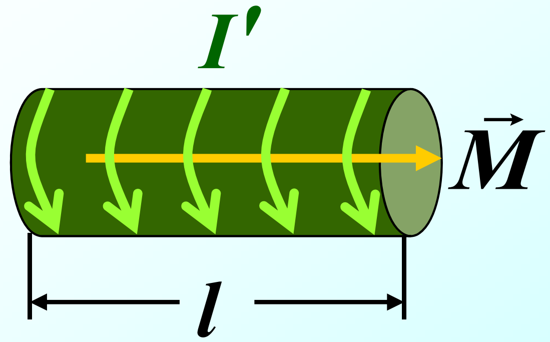
(二) 磁化强度矢量 $\vec{M}$

1. 磁化强度矢量定义

$$\boxed{\vec{M}=\frac{\sum\vec{\mu}_i}{\Delta V}}\longrightarrow$$ 单位体积内分子磁矩的矢量和

2. 磁化强度矢量M与磁化面电流 I'的关系

设长为l、横截面为S的柱形介质在外磁场中沿轴向被均匀磁化，表面束缚面电流为 I'



磁化强度的环流：

$$\boxed{\oint_L \vec{M}\cdot d\vec{l}=\sum I'}$$

(三) 有介质时的高斯定理和安培环路定理

1. 有介质时的高斯定理

介质中的磁感应强度：$\vec{B}=\vec{B}_{外}+\vec{B}'$

无论是什么电流激发的磁场，其磁力线均是无头无尾的闭合曲线。

∴ 通过磁场中任意闭合曲面的磁通量为零。

即： $\oint \vec{B}\cdot \mathrm{d}\vec{S}=0$

2. 有介质时的安培环路定理

在有介质的空间，传导电流与磁化电流共同产生磁场

$$\oint \vec{B}\cdot \mathrm{d}\vec{l}=\mu_0\sum I+\mu_0\sum I'$$

有磁介质的总场

传导电流

磁化电流

23:36:29

$$\oint \vec{B}\cdot d\vec{l} = \mu_0 \sum I + \mu_0 \sum I'$$

$$\oint_L \vec{M}\cdot d\vec{l} = \sum I'$$

则有：

$$\oint \vec{H}\cdot d\vec{l} = \sum I_i$$ →有介质时的安培环路定理

定义：$\vec{H} = \dfrac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{M}$ ——磁场强度

$$\vec{B} = \mu_0 \mu_r \vec{H} = \mu \vec{H}$$

沿任一闭合路径磁场强度的环流等于该闭合路径所包围的传导电流的代数和。

SI制中磁场强度H 的单位：安培/米(A/m)

1奥斯特=$10^3/4\pi$(A/m)

磁介质中的安培环路定理

$$\oint_L \vec{B}\cdot d\vec{l} = \mu_0 \sum_L I_i + \mu_0 \sum_L I_i'$$

$$\oint_L \left(\frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{M}\right)\cdot d\vec{l} = \sum_L I_i$$

$$\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{M}$$

$$\oint_L \vec{H}\cdot d\vec{l} = \sum_L I_i$$

电介质中的高斯定理

$$\oint_S \vec{E}\cdot d\vec{S} = \frac{1}{\varepsilon_0}\sum_S (q_i + q_i')$$

$$\oint_S (\varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P})\cdot d\vec{S} = \sum_S q_i$$

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P}$$

$$\oint_S \vec{D}\cdot d\vec{S} = \sum_S q_i$$

$\vec{B},\vec{H},\vec{M}$之间的关系：

$$\vec{H}=\frac{\vec{B}}{\mu_0}-\vec{M}$$

$$\vec{B}=\mu_0\mu_r\vec{H}=\mu\vec{H}$$

$\mu=\mu_0\mu_r$ *磁导率*

μ_r *相对磁导率*

$\vec{P},\vec{D},\vec{E}$之间的关系：

$$\vec{D}=\varepsilon_0\vec{E}+\vec{P}$$

$$\vec{D}=\varepsilon_r\varepsilon_0\vec{E}=\varepsilon\vec{E}$$

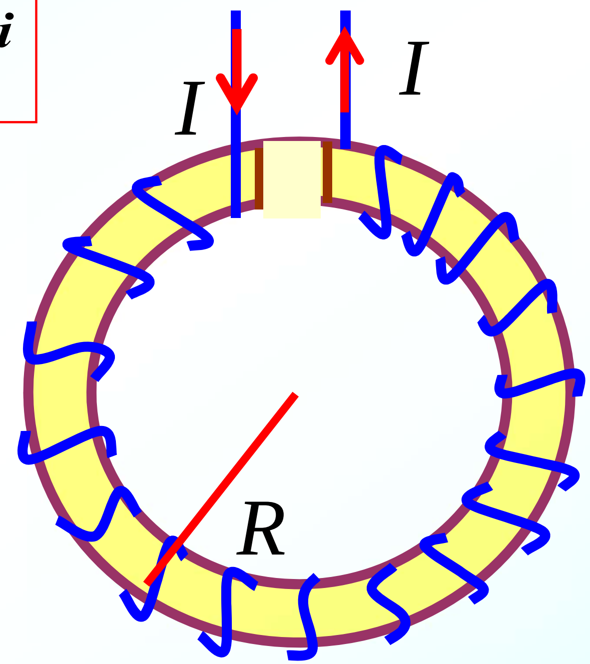
$\varepsilon=\varepsilon_0\varepsilon_r$ 介电常数

ε_r 相对介电常数

(四) 铁磁质的磁效应

$$\oint_L \vec{H}\cdot d\vec{l}=\sum_L I_i$$

1. 磁化曲线



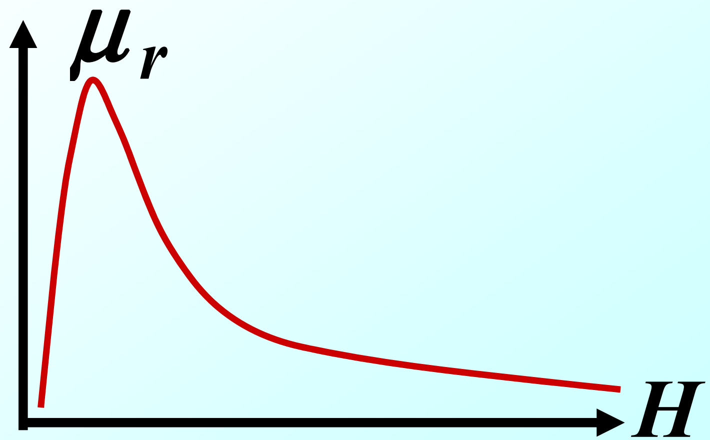
装置：环形螺绕环，用铁磁质（*Fe,Co,Ni*）填满环内空间

原理：励磁电流为 I，根据安培定理得：$H=\dfrac{NI}{2\pi R}$

实验测量$\vec{B}$：如用感应电动势测量或用小线圈在缝口处测量

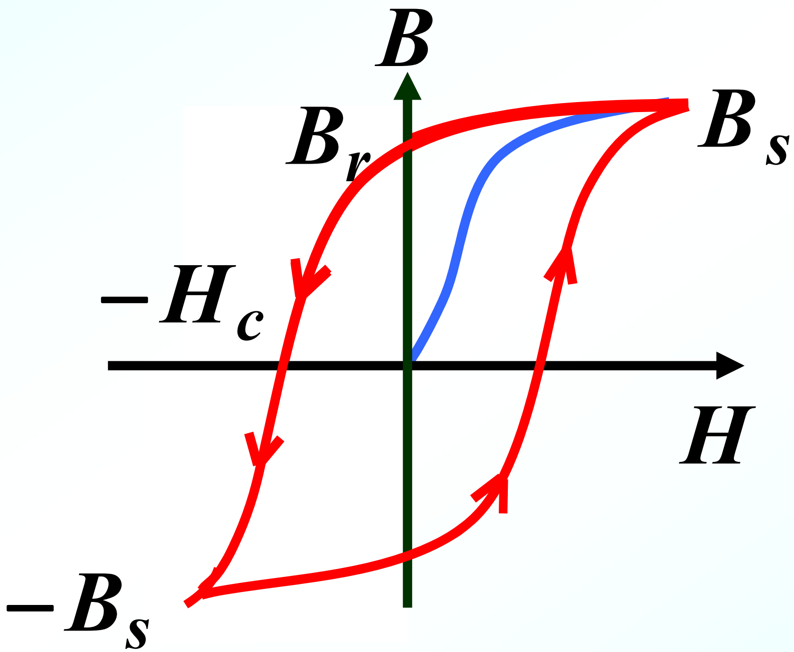
由 $\mu_r=\dfrac{B}{B_0}=\dfrac{B}{\mu_0 H}$

得出 $\mu_r \sim H$ 曲线：



铁磁质的 μ_r 不是个常数，它是 $\vec{H}$ 的函数.

2. 磁滞回线——不可逆过程



1）起始磁化曲线

饱和磁感应强度B_S

2）剩磁B_r

3）矫顽力H_c

B的变化落后于H，从而具有剩磁——磁滞效应

每个H 对应不同的B与磁化的历史有关。

3. 在交变电流的励磁下反复磁化使其温度升高——磁滞损耗

磁滞损耗与磁滞回线所包围的面积成正比。

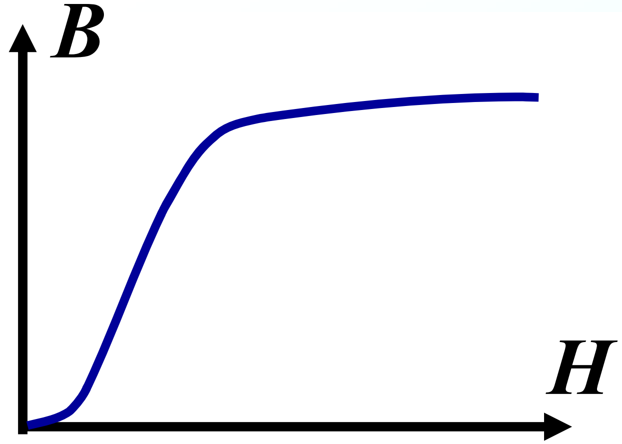
为什么会出现这些现象？

2. 铁磁质磁化的机制

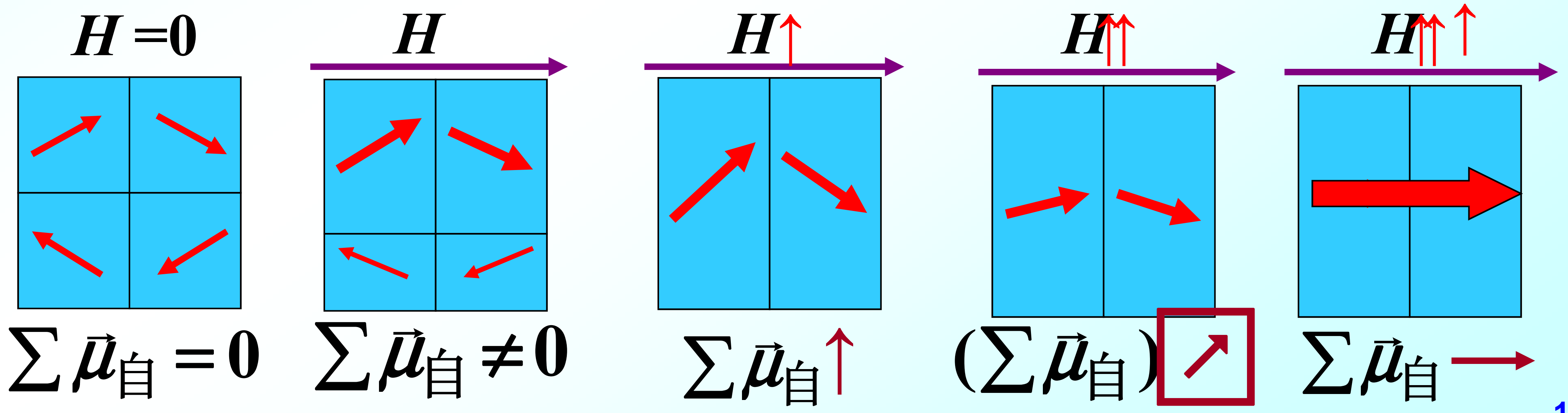
铁磁性主要来源于电子的自旋磁矩。

★ 交换力：电子之间的交换作用使其在自旋平行排列时能量较低，这是一种量子效应。

★ 磁畴：原子间电子交换耦合作用很强，使其自旋磁矩平行排列形成磁畴——自发的磁化区域。



★ 磁畴的变化可用金相显微镜观测



说明：

1. 当全部磁畴都沿外磁场方向时，铁磁质的磁化就达到饱和状态。饱和磁化强度M_S等于每个磁畴中原来的磁化强度，该值很大。

——这就是铁磁质磁性 μ_r大的原因。

2. 磁滞现象是由于材料有杂质和内应力等的作用，当撤掉外磁场时磁畴的畴壁很难恢复到原来的形状而造成的。

3. 当温度升高时，热运动会瓦解磁畴内磁矩的规则排列。在临界温度（相变温度*Tc*）时，铁磁质完全变成顺磁质。居里点 *Tc* (*Curie Point*)

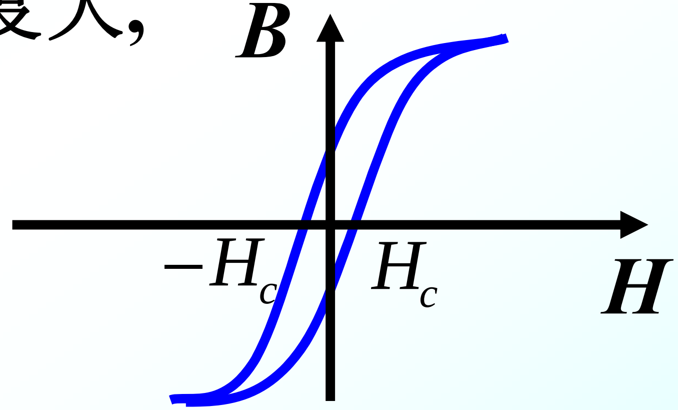
如：铁为 1040*K*，钴为 1390*K*，　镍为 630*K*

3. 铁磁质的分类

1. 软磁材料： 如 纯铁，坡莫合金(Fe，Ni)，硅钢， 铁氧体等。

特点：

μ_r大，(起始磁化率大)饱和磁感应强度大，

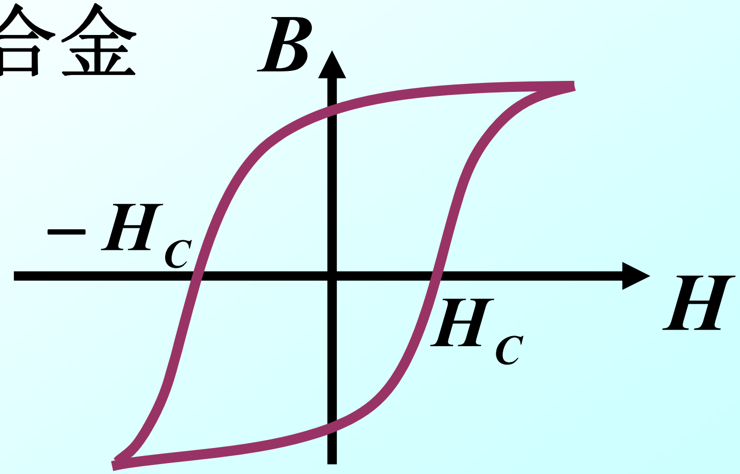


矫顽力(H_c)小，磁滞回线的面积窄而长， 损耗小(**回线面积小**)。

易磁化、易退磁

适用于变压器、继电器、电机、以及各种高频电磁元件的磁芯、磁棒。

2. 硬磁材料： 如: 钨钢，碳钢，铝镍钴合金



矫顽力(H_c)大，剩磁B_r大

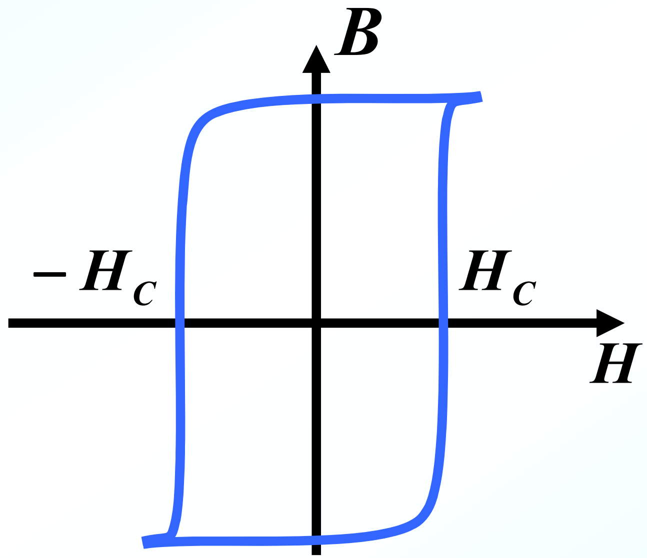
磁滞回线的面积大，损耗大。

适用于做永磁铁。

耳机中的永久磁铁，永磁扬声器。

3. 矩磁材料

锰镁铁氧体，锂锰铁氧体



B_r=B_S ，H_c不大，
磁滞回线是矩形。用于记忆元件，

当+脉冲产生H>H_C, 使磁芯呈+B态，
则–脉冲产生H<－H_C 使磁芯呈– B态，
可作为二进制的两个态。

第8章 电磁感应

重点： 根据法拉第电磁感应定律讨论变化的磁场产生电场的规律（电磁感应的几种类型）

1、法拉第电磁感应定律

2、感应电动势

3、自感与互感

4、磁场的能量

问题的提出

奥斯特 → 电的磁效应 （电生磁）

(毕奥－萨伐尔定律)

$$\mathrm{d}\vec{B}=\frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\mathrm{d}\vec{l}\times\vec{r}}{r^3}$$

(对称性) ↓ ?

法拉第 → 磁的电效应 （磁生电）

(法拉第电磁感应定律)

$$\varepsilon_i=-\frac{\mathrm{d}\phi}{\mathrm{d}t}$$

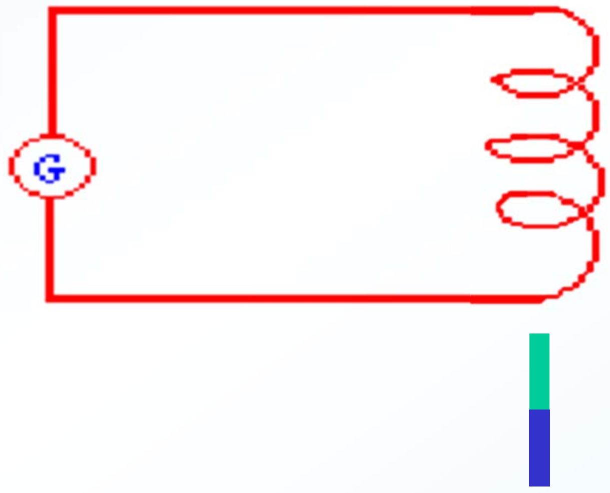
$$\varepsilon_i=\frac{\Delta\phi}{\Delta t}$$ (中学)

感应电动势

电磁感应

一、电磁感应现象

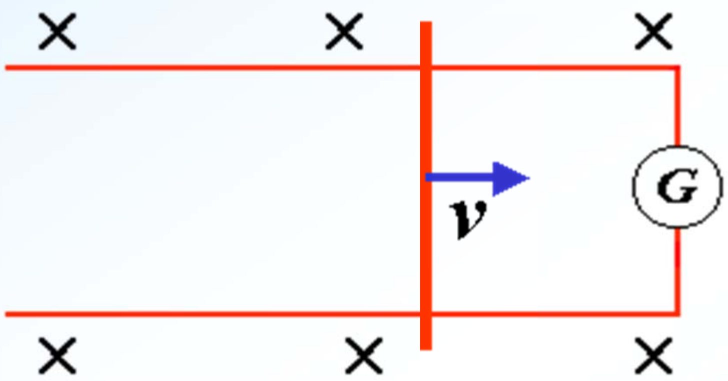
什么是电动势?

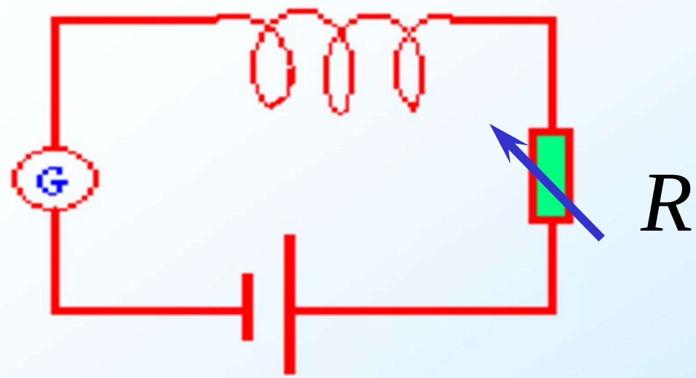


电磁感应的产生：

只要穿过闭合导体回路的磁通量发生变化回路中就产生感应电流。

条件





- 电磁感应的实质是产生感应电动势

大小和方向?

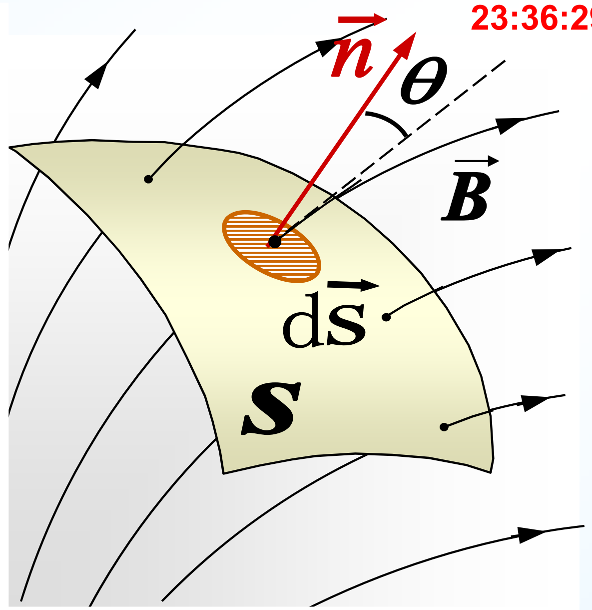
感应电动势

↓

感应电流

演示：跳环、磁铁穿铜管及铝环

二. 电磁感应的规律



1. 法拉第电磁感应定律

（回路中的）感应电动势：$\varepsilon_i = -\dfrac{d\phi}{dt}$

任一回路中磁通量：$\phi = \int \vec{B} \cdot d\vec{s} = \int B\cos\theta \, ds$

$\vec{B}$、θ、s 中有一个量发生变化，回路中就有ε_i的存在。

由此可把感应电动势分为两类
- 动生电动势 ← 回路 (S, θ)变，$\vec{B}$不变
- 感生电动势 ← $\vec{B}$变，回路(S, θ)不变

2. 电磁感应定律的一般形式

若回路由N匝线圈组成： $\varepsilon_i = -\dfrac{d\psi}{dt}$

全磁通

$$\varepsilon_i = -\frac{d\phi}{dt}$$

其中 $\Psi = \phi_1 + \phi_2 + \cdots + \phi_N$，回路的总磁通匝链数

感应电动势的大小为 $\varepsilon_i = \left|\dfrac{d\phi}{dt}\right|$ $\varepsilon_i = \dfrac{\Delta\phi}{\Delta t}$ (中学)

感应电动势，感应电流的方向如何？

3. 楞次定律

← 判断感应电流方向的定律。

闭合回路中感应电流的方向，总是使它所激发的磁场来阻止引起感应电流的磁通量的变化。

楞次定律是能量守恒定律在电磁感应现象上的具体体现。

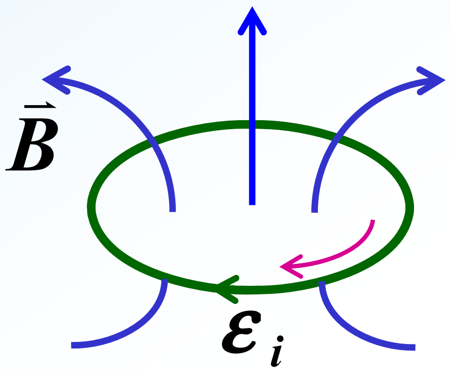
● 也可以直接根据法拉第电磁感应定律判断感应电动势的方向

说明:

$$\varepsilon_i = -\frac{\mathrm{d}\phi}{\mathrm{d}t}$$

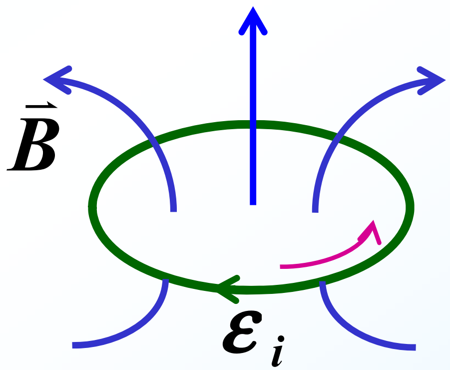
1）任一回路中： $\phi = \int \vec{B} \cdot \mathrm{d}\vec{s} = \int B\cos\theta \mathrm{d}s$

2） “–”表示感应电动势的方向， ε_i和ϕ都是标量，感应电动势的方向只是相对于约定的回路绕行方向而言。如下所示：



与回路的绕行方向相同

$\varepsilon_i > 0$

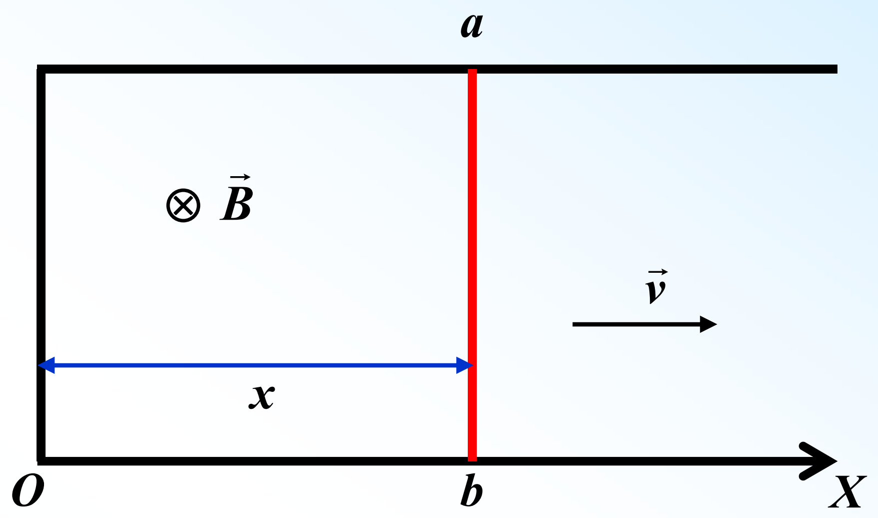


与回路的绕行方向相反

$\varepsilon_i < 0$

据此可直接由法拉第电磁感应定律判断感应电动势的方向

例： 如图所示，均匀磁场$\vec{B}$中有一与之垂直的矩形导体回路．B随时间线性增加，即$B=kt$（$k>0$），ab边长为L且以速度$\vec{v}$向右滑动，另三边不动．以下有两种解法求任意时刻回路中的感应电动势的大小($t=0$时，$x=0$)．哪个解法正确？为什么？



解一：

$$\phi=\int_S \vec{B}\cdot d\vec{S}=B\int_S dS=B\cdot Lx=kt\cdot Lvt=kvLt^2$$

$$\therefore \varepsilon=-\frac{d\phi}{dt}=-2kvLt \quad \checkmark$$

解二：

$$\phi=\int_S \vec{B}\cdot d\vec{S}=\int_0^x kt\cdot L\,dx \cancel{=} \int_0^t ktL\frac{dx}{dt}dt$$

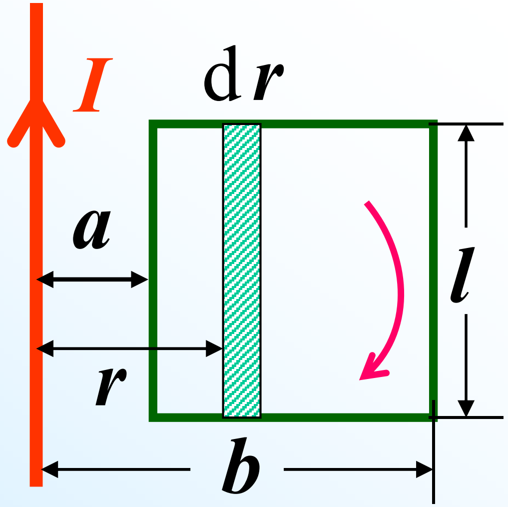
$$=\int_0^t ktLv\,dt=\frac{1}{2}kvLt^2$$

$$\therefore \varepsilon=-\frac{d\phi}{dt}=-kvLt$$

ϕ应为t时刻的磁通量

$$\boxed{\varepsilon_i=-\frac{d\phi}{dt}}$$

例：长直导线通有电流I，在它附近放有一 矩形导体回路. 求1）穿过回路中的ϕ； 2）若$I=kt$（k=常数），回路中ε_i=？ 3）若I=常数，回路以v向右运动，ε_i=？ 4）若$I=kt$，且回路又以v向右运动时，求ε_i=？



解：设回路绕行方向为顺时针，

1） $$\phi=\int_a^b B\cdot l\mathrm{d}r=\int_a^b \frac{\mu_0 I}{2\pi r} l\mathrm{d}r=\frac{\mu_0 I l}{2\pi}ln\frac{b}{a}$$

2） $I=kt$时，在t时刻， $$\phi=\frac{\mu_0 lk}{2\pi}t\,ln\frac{b}{a}$$

$$\varepsilon_i=-\frac{\mathrm{d}\phi}{\mathrm{d}t}=-\frac{\mu_0 lk}{2\pi}ln\frac{b}{a}<0$$ 逆时针方向

3）I=常数，t 时刻，此时回路的磁通：

$$\varepsilon_i=-\frac{\mathrm{d}\phi}{\mathrm{d}t}$$

$$\phi=\int_{a+vt}^{b+vt}\frac{\mu_0 Il}{2\pi r}\mathrm{d}r=\frac{\mu_0 Il}{2\pi}ln\frac{b+vt}{a+vt}$$

$$\phi=\int \vec{B}\cdot\mathrm{d}\vec{s}=\int B\cos\theta\mathrm{d}s$$

$$\varepsilon_i=-\frac{\mathrm{d}\phi}{\mathrm{d}t}=-\frac{\mu_0 Il}{2\pi}\frac{(a-b)v}{(a+vt)(b+vt)}>0.$$ 顺时针方向

$$2)\ \varepsilon_i = -\frac{\mu_0 lk}{2\pi}\ln\frac{b}{a}$$

$$3)\ \varepsilon_i = -\frac{\mu_0 lI}{2\pi}\frac{(a-b)v}{(a+vt)(b+vt)}$$

4）综合2）、3），t时刻回路的磁通：$\phi = \dfrac{\mu_0 ktl}{2\pi} ln \dfrac{b+vt}{a+vt}$

$$\varepsilon_i = -\frac{d\phi}{dt} = \frac{\mu_0 kl}{2\pi}\left(\frac{(b-a)vt}{(a+vt)(b+vt)} - \ln\frac{b+vt}{a+vt}\right)$$

此题若这样考虑：$\varepsilon_i = -\dfrac{d\phi}{dt}$ 而：$d\phi = \vec{B}\cdot d\vec{s} = \dfrac{\mu_0 I}{2\pi r} l dr$

全微分

微小量

含义不同

则：$\varepsilon_i = -\dfrac{d\phi}{dt} = -\dfrac{\mu_0 I}{2\pi r} l \cancel{\dfrac{dr}{dt}} = -\dfrac{\mu_0 I}{2\pi r} l\cdot v.$

这样就有：

$$\cancel{\begin{aligned} &2)\ v = 0,\quad \therefore \varepsilon_i = 0 \\ &3)\ \varepsilon_i = -\frac{\mu_0 I}{2\pi r} l\cdot v \\ &4)\ \varepsilon_i = -\frac{\mu_0 kt}{2\pi r} l\cdot v \end{aligned}}$$

错在何处？

考虑特例，均匀磁场中的平面回路。则 $\phi = \vec{B}\cdot\vec{S}$

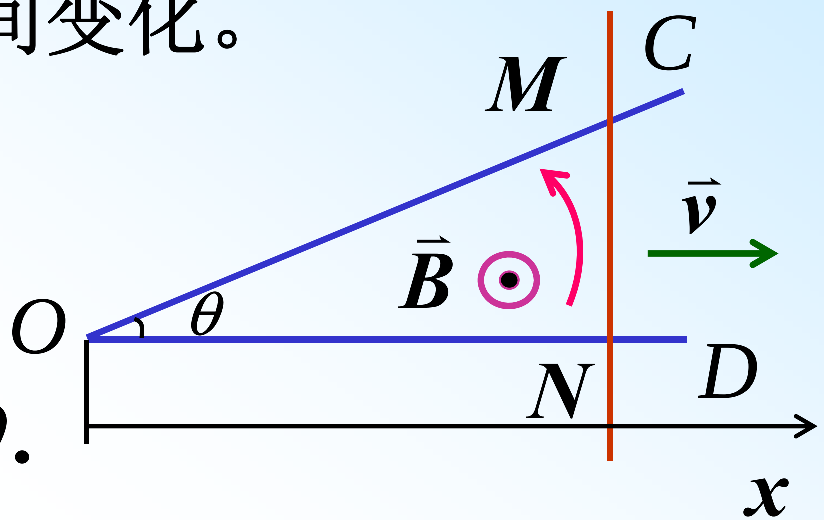
$$d\phi = \vec{B}\cdot d\vec{S} + \vec{S}\cdot d\vec{B}$$

$$d\phi \neq \vec{B}\cdot d\vec{S}$$

例: 弯成θ角的金属架COD, 导体棒MN垂直OD以恒定速度v在金属架上向右滑动，且t=0, x=0，已知磁场的方向垂直纸面向外，求下列情况中金属架内的ε_i .

1）磁场分布均匀，且磁场不随时间变化。

2）非均匀时变磁场，$B=kx\cos\omega t$。



解: 设回路绕向为逆时针

1） t 时刻，$x=vt$

$$\phi=\vec{B}\cdot\vec{S}=B\cdot\frac{1}{2}x\cdot xtg\theta=\frac{1}{2}Bv^2t^2tg\theta.$$

$$\varepsilon_i=-\frac{d\phi}{dt}=-Bv^2t\cdot tg\theta<0$$

方向与绕向相反，只出现在MN上。

此处可直接利用对均匀场的公式:

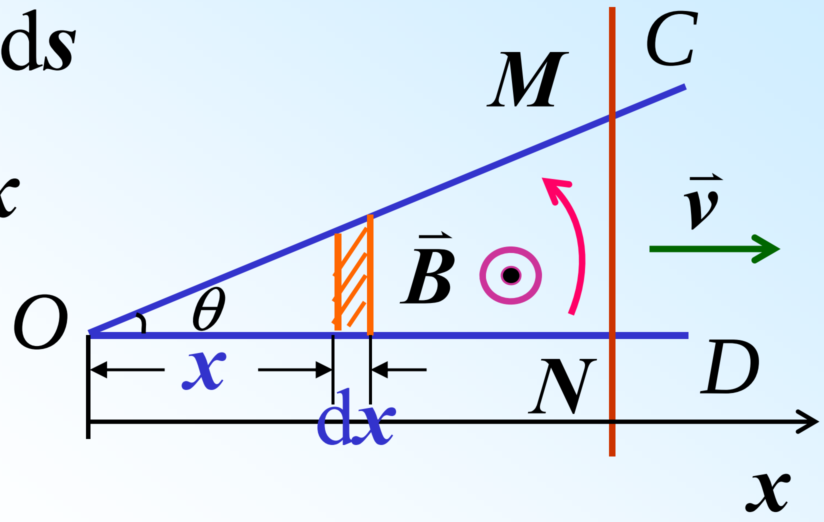
$$\phi=\vec{B}\cdot\vec{S} \qquad d\phi=\vec{B}\cdot d\vec{S}+\vec{S}\cdot d\vec{B}$$

$$\varepsilon_i=-\frac{d\phi}{dt}=-B\frac{dS}{dt}=-B\frac{d}{dt}\left(\frac{1}{2}x^2tg\theta\right)=-Bv^2t\cdot tg\theta$$

2） B不均匀， $\phi \neq \vec{B}\cdot\vec{S}$ $\mathrm{d}\phi = B\cdot\mathrm{d}s$

$$\phi = \int \vec{B}\cdot\mathrm{d}\vec{s} = \int_0^x kx\cos\omega t\cdot x\,\mathrm{tg}\theta\cdot\mathrm{d}x$$

$$= \frac{1}{3}kx^3\cos\omega t\cdot\mathrm{tg}\theta.$$



$$\phi(t) = \frac{1}{3}k\,\mathrm{tg}\theta\, v^3 t^3\cos\omega t.$$

$$\varepsilon_i = -\frac{\mathrm{d}\phi}{\mathrm{d}t} = \frac{1}{3}k\omega\,\mathrm{tg}\theta\sin\omega t\cdot v^3 t^3 - k\,\mathrm{tg}\theta\cos\omega t\cdot v^3 t^3$$

若 $\varepsilon_i > 0$, 与绕向相同。

若 $\varepsilon_i < 0$, 与绕向相反。

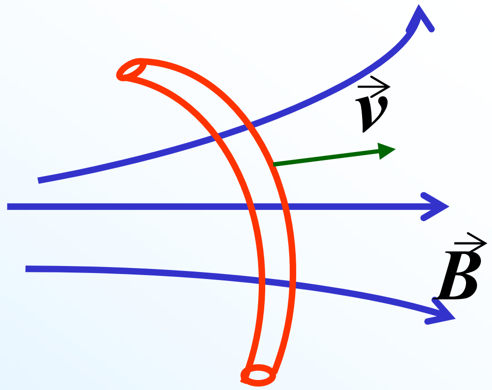
三、动生电动势 $\longrightarrow$ $\vec{B}$不变，导体回路运动。

$$\varepsilon=\int_{-}^{+}\vec{E}_K\cdot d\vec{l}$$

1. 产生动生电动势的机制

1）等效非静电场$\vec{E}_k$：

导线l在外磁场中运动时，l内自由电子受到磁场力作用：



$$\vec{f}_{洛}=-e(\vec{v}\times\vec{B})$$

类比静电场：$\vec{E}_e=\dfrac{\vec{F}}{q}$

定义非静电场：$\vec{E}_k=\dfrac{\vec{f}_{洛}}{-e}=\vec{v}\times\vec{B}$

$\left|\vec{E}_k\right|=vB\sin\theta$，方向 $\vec{v}\times\vec{B}$,正电荷受力方向。

2）动生电动势的定义：

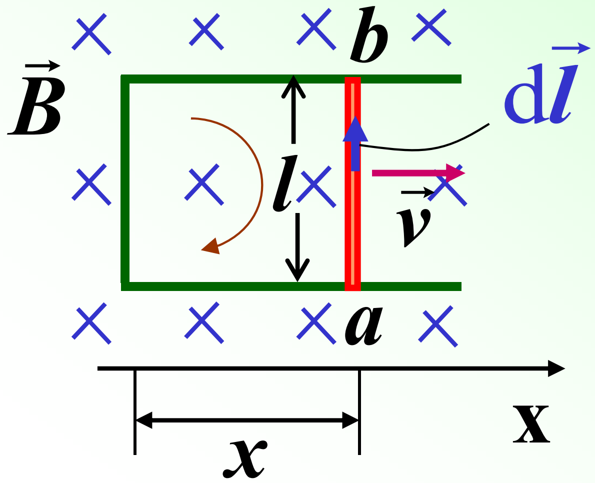
$$\varepsilon_i=\int_L\vec{E}_k\cdot d\vec{l}=\int_L(\vec{v}\times\vec{B})\cdot d\vec{l}$$

说明：

$$\boxed{\varepsilon_i=\int_L(\vec{v}\times\vec{B})\cdot \mathrm{d}\vec{l}}$$

- $\mathrm{d}\vec{l}$ ：导线上任意选定的一小段（足够短）
- $\vec{v}$ ：以上这段导线的速度
- $\vec{B}$ ：以上这段导线处的磁感应强度

例：均匀磁场中ab棒沿导体框向右运动，且$\mathrm{d}B/\mathrm{d}t=0$ 求其上的ε_i.



解：

$$\varepsilon_{ab}=\int_a^b(\vec{v}\times\vec{B})\cdot\mathrm{d}\vec{l}=\int vB\mathrm{d}l=vBl$$

用法拉第定律：

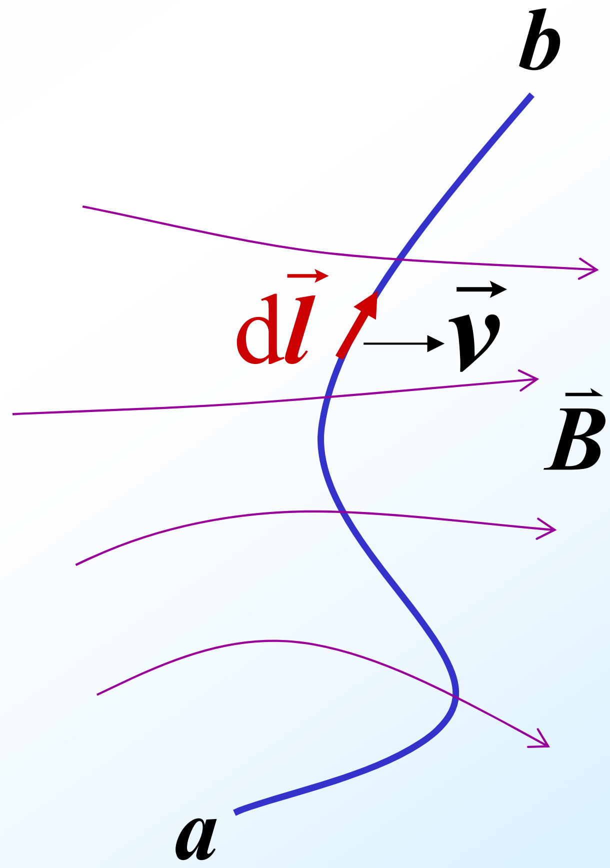
$$\varepsilon_i=-\frac{\mathrm{d}\phi}{\mathrm{d}t}=-\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(\vec{B}\cdot\vec{s})=-B\frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t}$$

$$=-B\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(lx)=-Bl\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}=-Blv$$

方向：$a\rightarrow b$

2. $\varepsilon_{动}$的计算

$$\varepsilon_i=\int_L(\vec{v}\times\vec{B})\cdot \mathrm{d}\vec{l}$$



第1步：取线元 $\mathrm{d}\vec{l}$ (同时假定了ε的方向)

第2步：确定线元处的磁感应强度和线元的运动速度

第3步：计算 $\vec{v}\times\vec{B}$

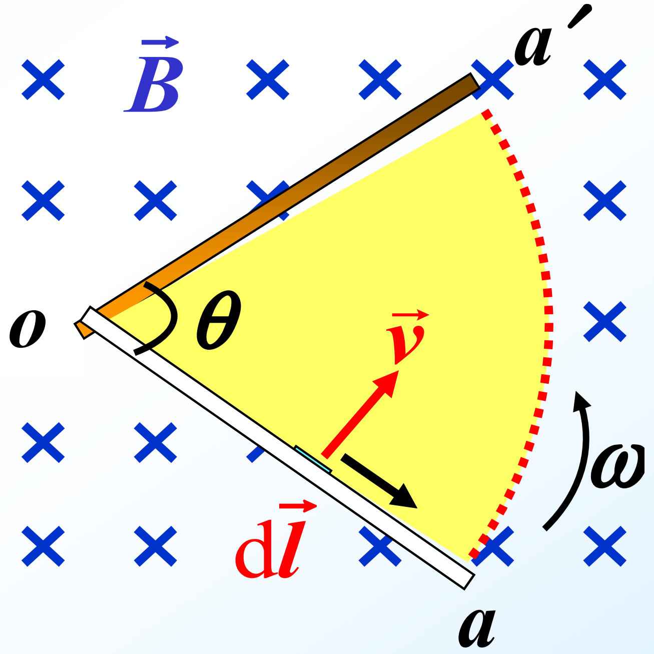
第4步：计算 $(\vec{v}\times\vec{B})\cdot \mathrm{d}\vec{l}$

第5步：完成积分

第6步：确定电动势的方向 (根据ε的符号)

例. 金属杆oa长L，在匀强磁场$\vec{B}$中以角速度ω反时针绕o点转动。求杆中的感应电动势。

解: 用动生电动势计算公式，任取线元 $\mathrm{d}\vec{l}$



$$\mathrm{d}\varepsilon_i = (\vec{v}\times\vec{B})\cdot \mathrm{d}\vec{l}$$

$$= -\omega l B \cdot \mathrm{d}l$$

$$\varepsilon_i = -\int_0^a \omega l B \cdot \mathrm{d}l = -\frac{1}{2}\omega B L^2$$

方向：$a \longrightarrow o$

$$\boxed{\varepsilon_i = \int_L \underbrace{(\vec{v}\times\vec{B})\cdot\mathrm{d}\vec{l}}_{\mathrm{d}\varepsilon_i}}$$

(物理意义？)

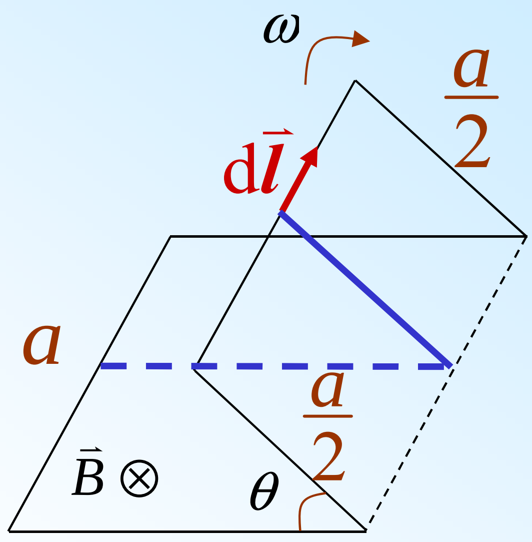
另解：用法拉第电磁感应定律

任意时刻通过扇形截面的磁通量

$$\phi = \vec{B}\cdot\vec{S} = B\frac{1}{2}(L^2\theta) \qquad \varepsilon_i = -\frac{\mathrm{d}\phi}{\mathrm{d}t} = -\frac{1}{2}BL^2\omega$$

例： $\vec{B}$ 均匀，则在打开过程中回路里的电动势是多少？

回路是边长为a的正方形，磁场与回路垂直。



解： 在转动的三段导线中，对长度为$a/2$的两段，始终有 $(\vec{v}\times\vec{B})\perp \mathrm{d}\vec{l}$

$$\therefore (\vec{v}\times\vec{B})\cdot \mathrm{d}\vec{l}=0 \quad \text{(不切割磁力线)}$$

故只需考虑以上三段导线中长为a一段。

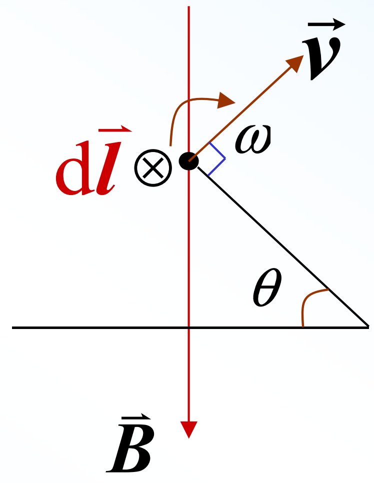
$$\boxed{\varepsilon_i=\int_L(\vec{v}\times\vec{B})\cdot \mathrm{d}\vec{l}}$$

显然， $(\vec{v}\times\vec{B})/\!/\mathrm{d}\vec{l}$

$$\therefore (\vec{v}\times\vec{B})\cdot \mathrm{d}\vec{l}=\left|\vec{v}\times\vec{B}\right|\cdot \mathrm{d}l\cdot\cos 0$$

$$=\left|\vec{v}\times\vec{B}\right|\cdot \mathrm{d}l=\left|vB\sin\left(\frac{\pi}{2}+\frac{\pi}{2}-\theta\right)\right|\cdot \mathrm{d}l$$

$$=\frac{a}{2}\omega\cdot B\sin\theta\cdot \mathrm{d}l$$

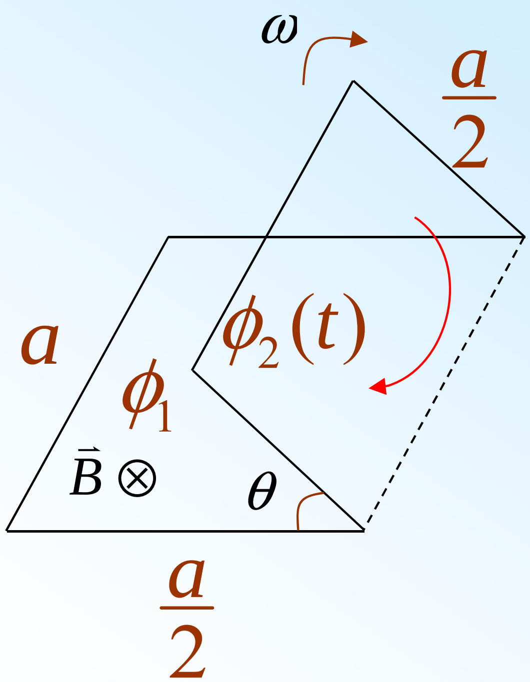


$$\therefore \varepsilon_i=\int_L(\vec{v}\times\vec{B})\cdot \mathrm{d}\vec{l}=\int_0^a\frac{a}{2}\omega\cdot B\sin\theta\cdot \mathrm{d}l$$

$$=\frac{a}{2}\omega\cdot B\sin\theta\int_0^a \mathrm{d}l=\frac{\omega B a^2}{2}\sin\theta$$

例： $\vec{B}$ 均匀，则在打开过程中回路里的电动势是多少？

回路是边长为a的正方形，磁场与回路垂直。



$$\varepsilon_i=\int_L(\vec{v}\times\vec{B})\cdot d\vec{l}$$

解：

$$\phi=\phi_1+\phi_2(t)$$

$$=\phi_1+B\cdot a\cdot\frac{a}{2}\cos\theta$$

$$\varepsilon=-\frac{d\phi}{dt}=-\frac{d}{dt}\left(\phi_1+B\cdot a\cdot\frac{a}{2}\cos\theta\right)$$

$$=-B\frac{a^2}{2}\frac{d\cos\theta}{dt}=B\frac{a^2}{2}\sin\theta\frac{d\theta}{dt}$$

$$=\frac{\omega Ba^2}{2}\sin\theta$$

方向如何？

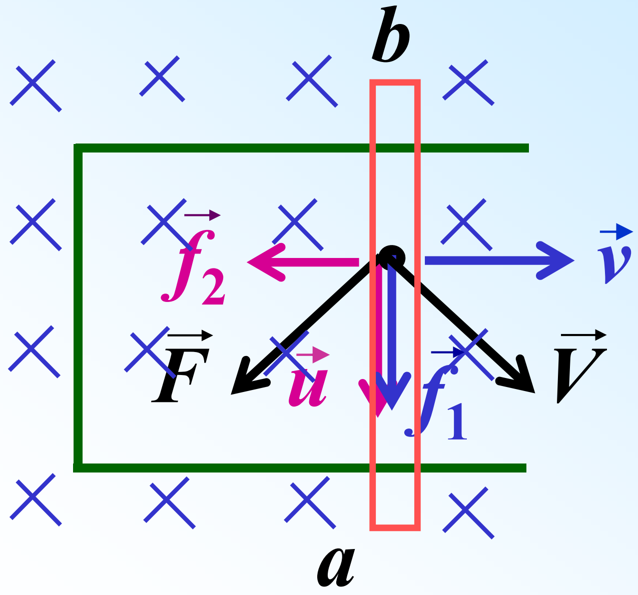
3. 回路中产生动生电动势时谁为回路提供电能？ **(洛仑兹力不做功)**

运动导体上的电动势 $\varepsilon_i=\int_L(\vec{v}\times\vec{B})\cdot d\vec{l}$

但是： $\vec{f}_{洛}=-e\vec{v}\times\vec{B}\perp\vec{v}$ 不做功

矛盾？

$\varepsilon_{动}$的出现是什么力做功呢？



电子同时参与两个方向的运动：

$\vec{v}$ 方向，随导体运动；

$\vec{u}$方向，在导体内的漂移形成电流。

电子受到的总洛仑兹力： $\vec{F}=\vec{f}_1+\vec{f}_2$,

$\vec{F}\perp\vec{V}$ $\quad\therefore\vec{F}\cdot\vec{V}=0$,

即： $(\vec{f}_1+\vec{f}_2)\cdot(\vec{v}+\vec{u})=\vec{f}_1\cdot\vec{u}+\vec{f}_2\cdot\vec{v}=0$

显然： $\vec{f}_1/\!/\vec{u},\ \vec{f}_1\cdot\vec{u}>0$, $\vec{f}_1$做正功，即非静电力$\vec{E}_k$做功。

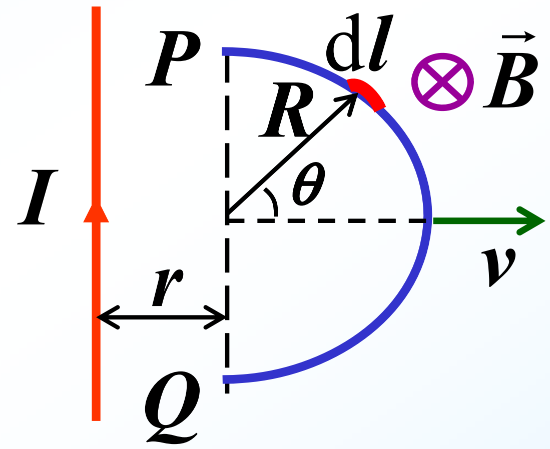
$\vec{f}_2\cdot\vec{v}=-\vec{f}_1\cdot\vec{u},\ \vec{f}_2\cdot\vec{v}<0$, $\vec{f}_2$做负功

要使棒ab保持$\vec{v}$运动，则必有外力做功： $\vec{f}_{外}=-\vec{f}_2$

即： $\vec{f}_{外}\cdot\vec{v}=\vec{f}_1\cdot\vec{u}$

例:在真空中，有一无限长直导线电流I旁，有一半圆弧导线以v向右运动。已知r，R。

求 E_k、ε_{QP}， P与Q哪点电势高？



解：1）在导线上任意dl处的E_k

距电流为r'： $r'=r+R\cos\theta$

$$E_k=\left|\vec{v}\times\vec{B}\right|=vB=v\frac{\mu_0 I}{2\pi r}=\frac{\mu_0 I v}{2\pi(r+R\cos\theta)}$$

方向向上

2） $$\varepsilon_{QP}=\int\vec{E}_k\cdot\mathrm{d}\vec{l}=\int\frac{\mu_0 I v}{2\pi(r+R\cos\theta)}\cdot\cos\theta\cdot\mathrm{d}l$$

dl=Rdθ

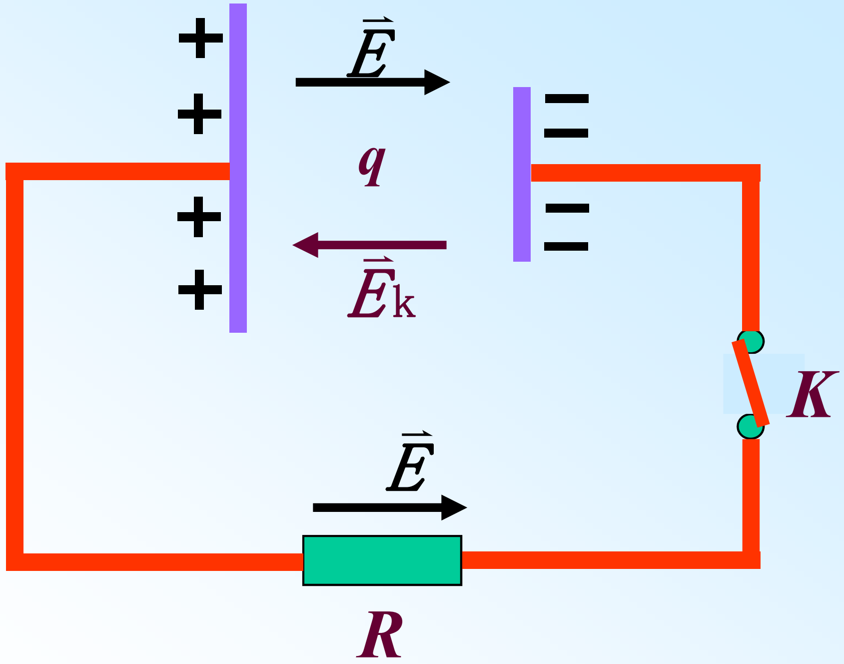
$$=\frac{\mu_0 I v}{2}\left(1-\frac{4r}{\pi\sqrt{r^2-R^2}}tg^{-1}\sqrt{\frac{r-R}{r+R}}\right).$$

3） 显然： ε_i从$Q\to P$，$U_P>U_Q$。

能否用直线$\overline{PQ}$来代替$\overset{\frown}{PQ}$？ 否！ $\varepsilon_{\overline{PQ}}=\frac{\mu_0 I v}{2\pi r}2R\neq\varepsilon_{\overset{\frown}{PQ}}$

电源及电动势

$\vec{E}$：静电场场强，单位正电荷所受的静电力。电源内外都存在。



$\vec{E}_k$：非静电场场强，单位正电荷所受的非静电力。只存在于电源内部。

要维持电流，必须使正电荷经电源内部从负极不断补充到正极。显然，这个力不是静电力，而是一种不同于静电力的所谓的非静电力。

电源的电动势 ε 的定义：

把单位正电荷从负极经过电源内部移到正极，非静电力所做的功。

即：$\varepsilon = A = \int_{-}^{+} \vec{E}_K \cdot d\vec{l}$

对闭合回路，$\varepsilon = A = \oint \vec{E}_K \cdot d\vec{l}$

2. 电磁感应定律的一般形式

若回路由N匝线圈组成： $\varepsilon_i = -\dfrac{d\psi}{dt}$

全磁通

其中 $\Psi = \phi_1 + \phi_2 + \cdots + \phi_N$，回路的总磁通匝链数

若$\phi_1 = \phi_2 = \cdots = \phi_N$，则 $\varepsilon_i = -N d\phi/dt$。

回路中相应的感应电流：$I_i = \dfrac{\varepsilon_i}{R} = -\dfrac{1}{R} N \dfrac{d\phi}{dt}$

从$t_1 \rightarrow t_2$时间内，通过回路导线任一横截面的电量：

$$q = \int_{t_1}^{t_2} I_i dt = -\int_{\Phi_1}^{\Phi_2} \frac{N}{R}\frac{d\Phi}{dt} \cdot dt = -\frac{N}{R}(\Phi_1 - \Phi_2)$$

磁通计原理

若已知N、R、q，便可知$\Delta\Phi$=?

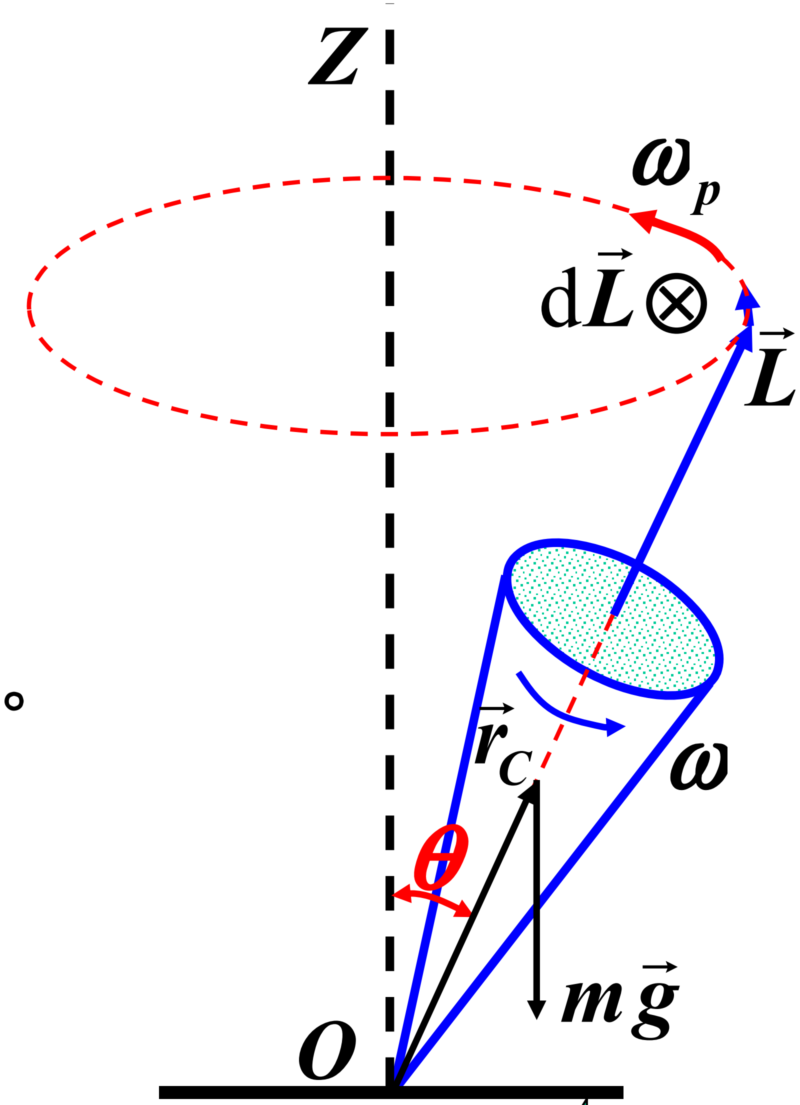
若将Φ_1定标，则Φ_2为t_2时回路的磁通量

$\boxed{I = \dfrac{dq}{dt}}$ $\boxed{dq = I dt}$

$$\mathrm{d}\vec{L} = \vec{M}\mathrm{d}t$$

●进动

陀螺在绕自身的对称轴转动的同时，其对称轴绕经过定点的轴转动，这种高速自旋的物体的转轴在空间转动的现象称为进动（回转效应）。



以O点为参考点。重力的力矩：

$$\vec{M} = \int \mathrm{d}\vec{M} = \int \vec{r}\times\vec{g}\,\mathrm{d}m = \left(\int \vec{r}\,\mathrm{d}m\right)\times\vec{g}$$

$$= m\frac{\int \vec{r}\,\mathrm{d}m}{m}\times\vec{g} = m\vec{r}_C\times\vec{g} \perp \vec{L}$$

重力对O点的力矩始终与角动量垂直。

$$\mathrm{d}\vec{L} = \vec{M}\mathrm{d}t = m\vec{r}_C\times\vec{g}\,\mathrm{d}t \perp \vec{L}$$

所以角动量只改变方向而大小不变，

从而产生旋进运动，即进动。