多普勒效应

演示

(Doppler Effect)

此效应是出生于德国的奥地利物理学家多普勒(Johann Doppler，1802—1853)发现的.

当观察者与波源之间有相对运动时，观察者所测得的频率不同于波源频率，这种现象称为多普勒效应。

比如：当鸣笛的火车驶向站台时，站台上的观察者听到的笛声变尖，即频率升高；相反，当火车驶离站台时，听到的笛声频率降低。

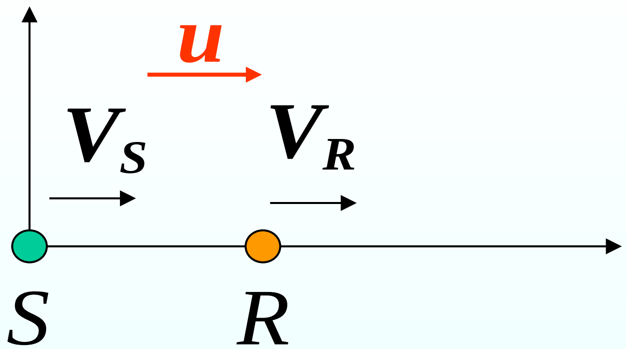
波源的频率ν_s 是单位时间内波源作完整振动的次数或发出的‘完整波长’的个数。

观察者接收到的频率ν_R是观察者在单位时间内接收到的完整的振动次数或完整的波长数。

波速u是单位时间内振动状态 (相位)传播的距离。

相对于媒质

波源的频率与观测频率的关系式



$$\boxed{\nu_R = \frac{u - V_R}{u - V_S}\nu_S}$$

以 u 的方向为正方向。

注意：上式中波源和观察者的速度可正可负。

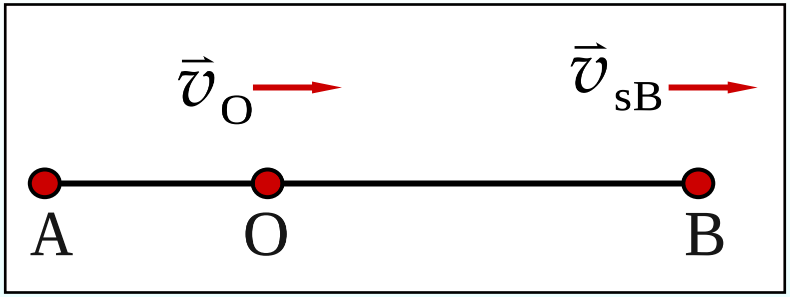
当 $V_R = V_S$ 时，波源和观察者无相对运动， $\nu_R = \nu_S$

$$\boxed{\lambda_R = \frac{u}{\nu_R}}$$

当 $V_S = 0$ 时，
若观察者向波源运动，则 $\nu_R > \nu_S$； 波长变短。
若观察者背离波源运动，则 $\nu_R < \nu_S$；波长变长。

当 $V_R = 0$ 时，
若波源向观察者运动，则 $\nu_R > \nu_S$； 波长变短。
若波源背离观察者运动，则 $\nu_R < \nu_S$；波长变长。

例. A、B 为两个汽笛，其频率皆为500Hz，A 静止，B 以60m/s 的速度向右运动。在两个汽笛之间有一观察者O，以30m/s 的速度也向右运动。已知空气中的声速为330m/s，求：



(1) 观察者听到来自A 的频率

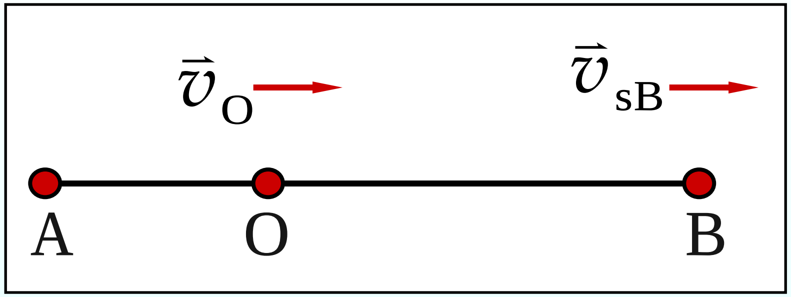
解: (1) $u=330\,m/s,\ v_{sA}=0,\ v_{sB}=60\,m/s,\ v_0=30\,m/s$

$$\nu' = \frac{u-v_O}{u}\nu \qquad \nu' = \frac{330-30}{330}\times 500 = 454.5\ \text{Hz}$$

例. A、B 为两个汽笛，其频率皆为500Hz，A 静止，B 以60m/s 的速率向右运动。在两个汽笛之间有一观察者O，以30m/s 的速度也向右运动。已知空气中的声速为330m/s，求：

(2) 观察者听到来自B 的频率

(3) 观察者听到的拍频



解: (2)

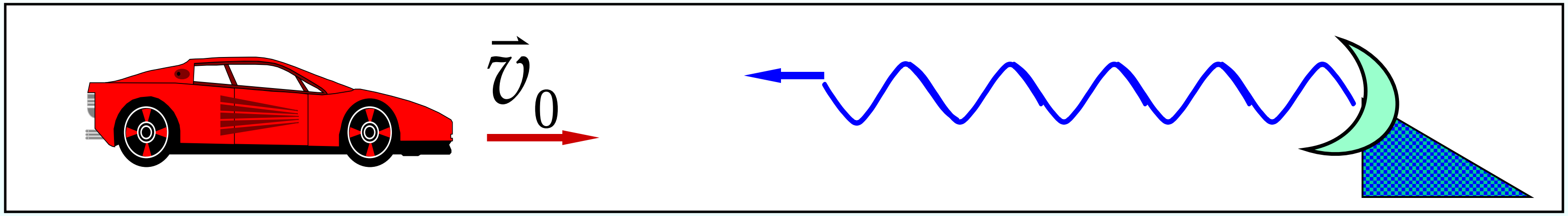
$$\nu'' = \frac{330+30}{330+60} \times 500 = 461.5 \text{ Hz}$$

(3) 观察者听到的拍频

$$\boxed{x = 2A_0 \cos\frac{\omega_2-\omega_1}{2}t \cos\left(\frac{\omega_1+\omega_2}{2}t+\varphi\right)}$$

$$\Delta\nu = \left|\nu' - \nu''\right| = 7 \text{ Hz}$$

例. 利用多普勒效应监测车速，固定波源发出频率为ν=100kHz的超声波，当汽车向波源行驶时，与波源安装在一起的接收器接收到从汽车反射回来的波的频率为 ν''=110kHz。已知空气中的声速为u=330m/s，求车速。

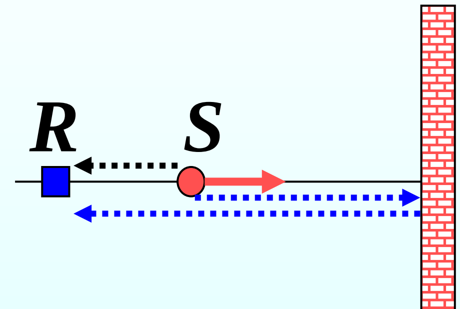


解： 1）车为接收器 $$\nu' = \frac{u+v_O}{u}\nu$$

2）车为波源 $$\nu'' = \frac{u}{u-v_s}\nu' = \frac{v_O+u}{u-v_s}\nu$$

车速 $$v_O = v_s = \frac{\nu''-\nu}{\nu''+\nu}u = 56.8\ \mathrm{km/h}$$

例. 报警器S 发出频率为1000Hz 的声波, 声速330m/s,离静止观察者R向一静止反射壁运动,其速度为10m/s,求 (1) R 直接从S收到的频率？(2) R接收到的反射波的频率?(3) R 收到的拍频？(4)若S不动, 反射壁以20m/s向S运动,则拍频多少？



解: (1) $$\nu_1 = \frac{u - V_R}{u + V_S}\nu = \frac{u}{u + V_S}\nu$$

$$= \frac{330}{330 + 10}1000 = 970Hz$$

$$\boxed{\nu_R = \frac{u \pm V_R}{u \mp V_S}\nu_S}$$

(2) 对于反射波而言,反射壁相当于波源。

反射壁对入射波而言, 相当于观察者;

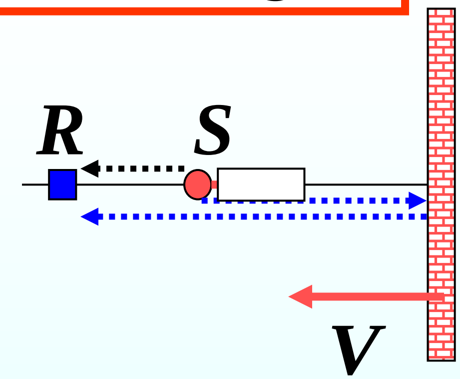
反射壁收到的频率

$$\nu_2 = \frac{u + V_R}{u - V_S}\nu = \frac{u}{u - V_S}\nu = \frac{330}{330 - 10}1000 = 1030Hz$$

反射壁接收与发出的波的频率相同

$$\nu_R = \frac{u \pm V_R}{u \mp V_S}\nu_S$$

故R从反射波收到的频率为1030Hz.



(3) R 收到的拍频:

$$\Delta\nu = \nu_2 - \nu_1 = 1030 - 970 = 60Hz$$

(4)若S不动, 反射壁以20m/s向S运动,求拍频

R直接从 S 收到 $\nu_1 = \nu = 1000Hz$

反射壁收到 $\nu' = \dfrac{u+V}{u}\nu$ 反射壁发出 ν'频率的波

R收到 $\nu_2 = \dfrac{u}{u-V}\nu' = \dfrac{u+V}{u-V}\nu = 1129Hz$

$$\boxed{V = \frac{\nu_2 - \nu}{\nu_2 + \nu}u}$$

拍频为 $\Delta\nu = \nu_2 - \nu_1 = 129Hz$

多普勒效应的应用: $\left\{\begin{array}{l}\text{光谱线红移}\\ \text{测速}\end{array}\right.$

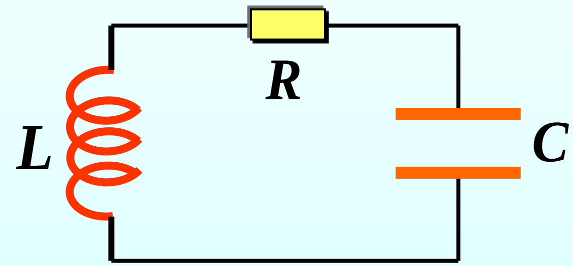
第9节　电磁振荡与电磁波

一、电磁振荡

机械振动：　物体在某一位置附近做周期性运动。

电磁振荡：　电路中电量和电流的周期性变化。

振荡电路：　产生电磁振荡的导体回路。



振荡电路

1. *LC*无阻尼自由振荡（*R*=0）

◆一个电容器和一个自感线圈串联而成的电路称为**LC电路**。最简单的电磁振荡电路。

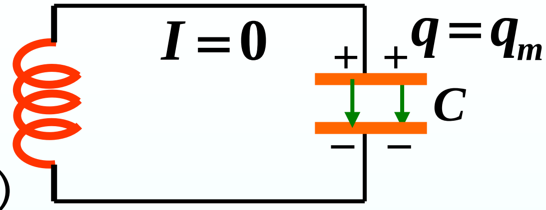
□ 无阻尼振荡电路：

电路无电阻、无辐射，产生的电磁振荡是无阻尼自由振荡。

(1) 振荡过程

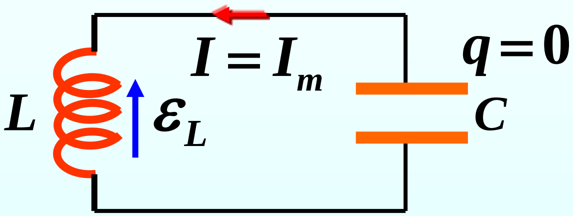
$t=0$

(开关合上时)



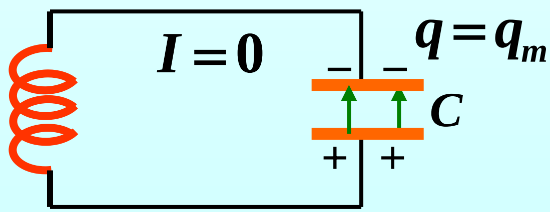
$$W_e=\frac{q_m^2}{2C}\text{，}\quad W_m=0$$

$t=T/4$

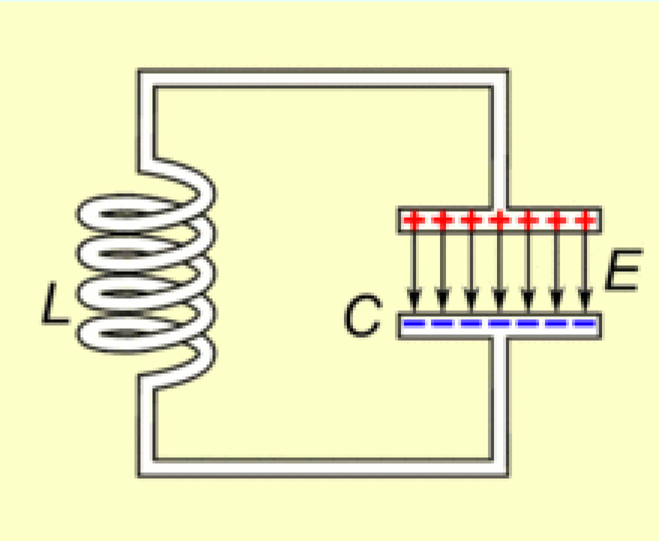


$$W_e=0\text{，}\quad W_m=\frac{1}{2}LI_m^2$$

$t=T/2$



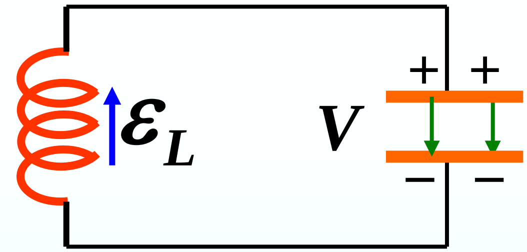
$$W_e=\frac{q_m^2}{2C}\text{，}\quad W_m=0$$



q、I、$\vec{E}$、$\vec{B}$、W_e、W_m都作周期性变化，产生电磁振荡。

(2) 振荡方程

LC电路中，任意 t 时刻都有 $\varepsilon_L = V$



即：$-L\dfrac{\mathrm{d}I}{\mathrm{d}t}=\dfrac{q}{C}$　　$\boxed{I=\dfrac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}t}}$

另：$\boxed{\dfrac{1}{2}LI^2+\dfrac{1}{2}\dfrac{q^2}{C}=const}$

$$\frac{\mathrm{d}^2q}{\mathrm{d}t^2}+\frac{1}{LC}q=0$$

令：$\omega=\sqrt{\dfrac{1}{LC}}$

振荡方程：$\dfrac{\mathrm{d}^2q}{\mathrm{d}t^2}+\omega^2q=0$ （类似于 $\dfrac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2}+\omega^2x=0$ ）

$\boxed{\varepsilon_L=-L\dfrac{\mathrm{d}I}{\mathrm{d}t}}$

$\boxed{C=\dfrac{q}{V}}$

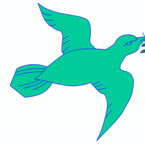
解为：

$$q=q_m\cos(\omega t+\varphi)$$

$$I=-\omega q_m\sin(\omega t+\varphi)=I_m\cos(\omega t+\varphi+\frac{\pi}{2})$$

式中，q_m、I_m、φ是常量。

电磁振荡中，q、I、W_e、W_m都作周期性变化。



$$\boxed{q=q_m\cos(\omega t+\varphi)}$$

$$\boxed{I=I_m\cos(\omega t+\varphi+\frac{\pi}{2})}$$

可见：

（1）无阻尼自由振荡是简谐振荡，　q_m, I_m是常数

（2）特征量求法与弹簧振子相同

$$q\sim x \quad q_m\sim A$$

$$I\sim v \quad I_m\sim v_{max} \quad (I_m=q_m\omega)$$

初始条件

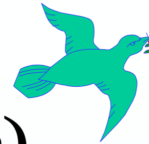
q_0 , I_0

$$\begin{cases} q_m=\sqrt{q_0^2+(\dfrac{I_0}{\omega})^2} \\ \varphi=tg^{-1}(-\dfrac{I_0}{q_0\omega}) \end{cases}$$

$$\omega=\sqrt{\frac{1}{LC}}$$ ——系统的固有频率

（3）电流的变化超前电量 $\dfrac{\pi}{2}$

2. LC振荡电路的能量



$$q=q_m\cos(\omega t+\varphi)$$

$$I=I_m\cos(\omega t+\varphi+\frac{\pi}{2})$$

$$W_e=\frac{q^2}{2C}=\frac{1}{2C}q_m^2\cos^2(\omega t+\varphi)$$

$$=\frac{1}{2}L\omega^2q_m^2\cos^2(\omega t+\varphi)$$

$$I=-\omega q_m\sin(\omega t+\varphi)$$

$$\because\begin{cases}\omega^2=\dfrac{1}{LC}\\ \dfrac{1}{C}=L\omega^2\end{cases}$$

$$W_m=\frac{1}{2}LI^2=\frac{1}{2}Lq_m^2\omega^2\sin^2(\omega t+\varphi)$$

$$\boxed{W_{总}=W_m+W_e}=\frac{1}{2}L\omega^2q_m^2=\frac{1}{2}\frac{1}{C}q_m^2$$ 电能极大值（常数）

$$\boxed{W_{总}=W_m+W_e}=\frac{1}{2}L\omega^2q_m^2=\frac{1}{2}LI_m^2$$ 磁能极大值（常数）

注意：

（1） $W_{总}\propto q_m^2$ (电荷振幅）

（2）能量变化的频率是振荡频率的 2 倍

（3） $\overline{W_e}=\overline{W_m}=\frac{1}{2}W_{总}$

$$\boxed{x = A\cos(\omega t + \varphi)}$$

$$\boxed{q = q_m \cos(\omega t + \varphi)}$$

$$\boxed{v = -A\omega\sin(\omega t + \varphi)}$$

$$\boxed{I = I_m \cos(\omega t + \varphi + \frac{\pi}{2})}$$

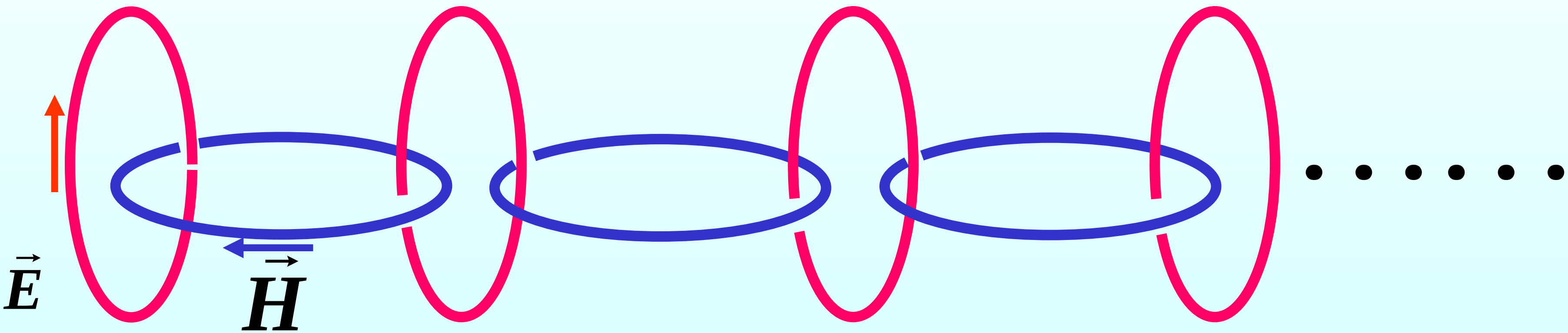
弹簧振子	LC电路
位移：x	电荷：q
速度：v	电流：I
质量：m	电感：L
劲度系数：k	电容的倒数：$1/C$
阻力系数：γ	电阻：R
弹性势能：$\frac{1}{2}kx^2$	电场能量：$\frac{1}{2C}q^2$
振动动能：$\frac{1}{2}mv^2$	磁场能量：$\frac{1}{2}LI^2$

二、电磁波

1. 电磁波产生的条件

只要波源 ——电磁振荡源

根据麦克斯韦理论：变化的磁场与变化的电场互相激发形成电磁波



*LC*振荡电路理论上可以发射电磁波(实际上不能)。

原因：
- 电场、磁场分别集中在电容器、自感线圈中
- $I \propto \omega^4$　　ω 太小，辐射功率很低

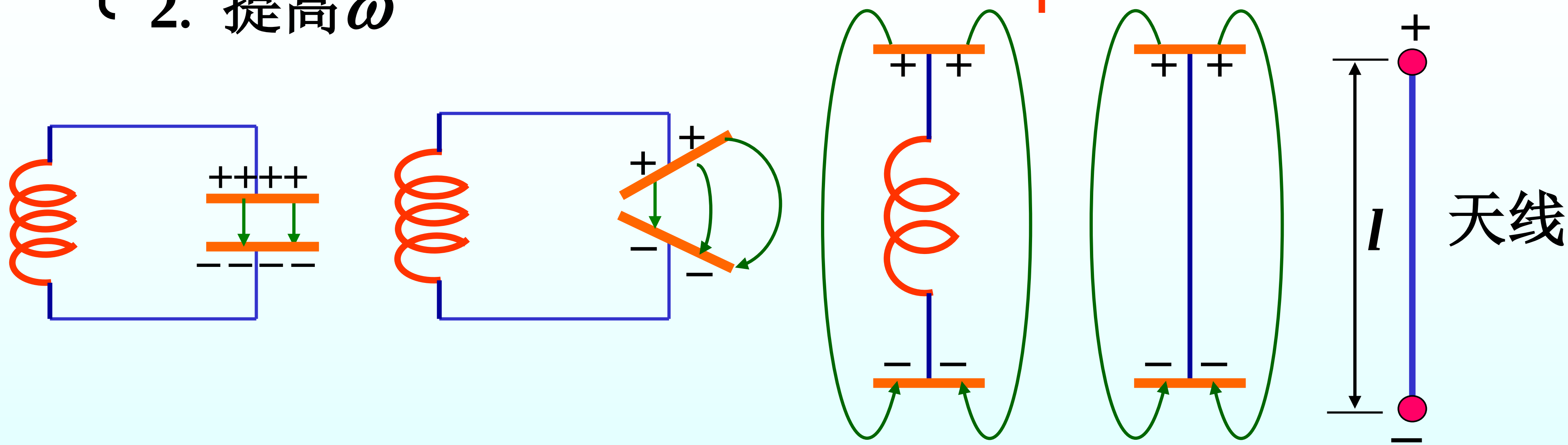
平均能流密度

$$L=\frac{\psi}{i}=\mu n^2 V$$

1. 开放电路

2. 提高 ω

$$\omega=\sqrt{\frac{1}{LC}} \qquad C=\frac{\varepsilon S}{d} \qquad L\propto N^2$$



发射天线上电流在往复振荡，两端出现正、负交替等量异号电荷 $q=q_0\cos\omega t$

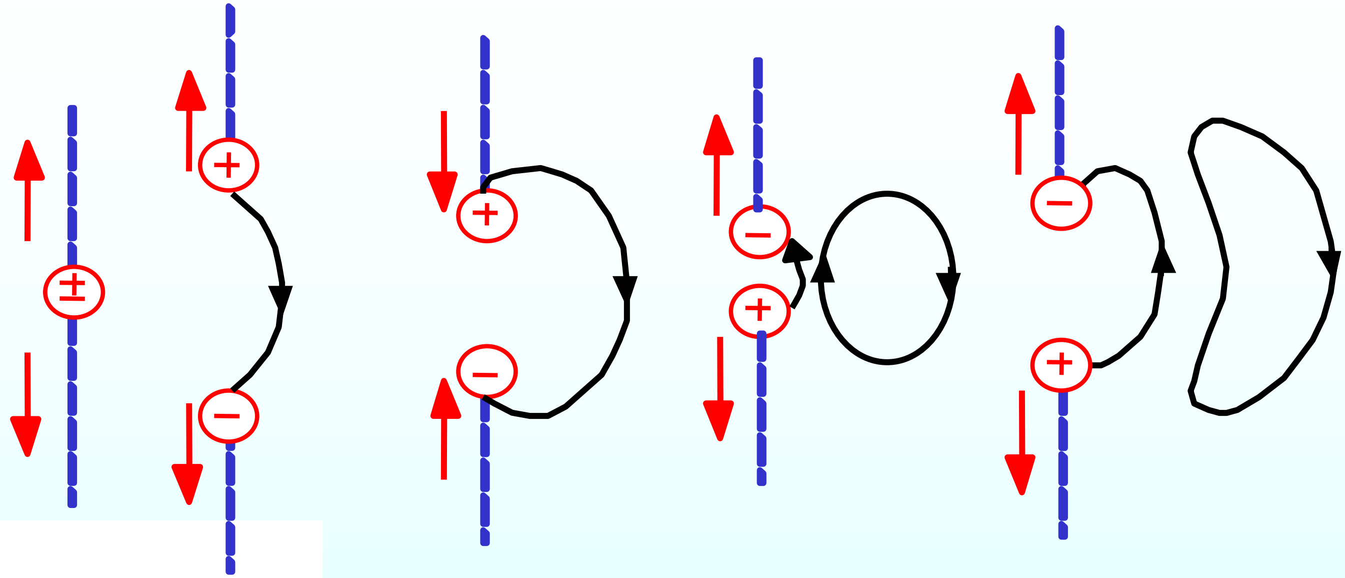
天线上存在振荡的电偶极子：$p=ql=q_0 l\cos\omega t$

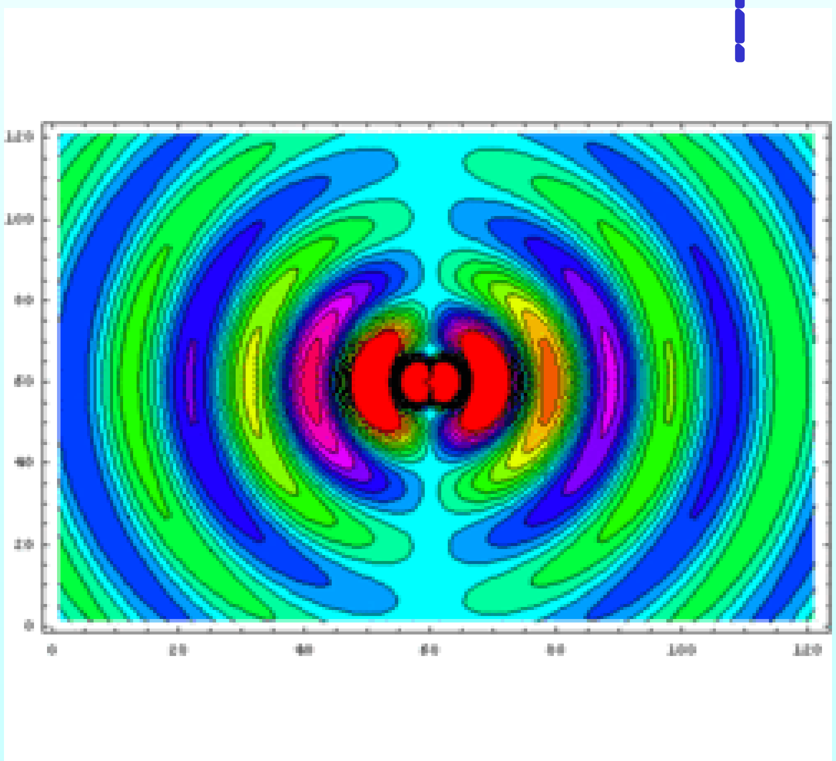
$$p=p_0\cos\omega t$$

发射天线 = 振荡的电偶极子(产生电磁振荡，发射电磁波)

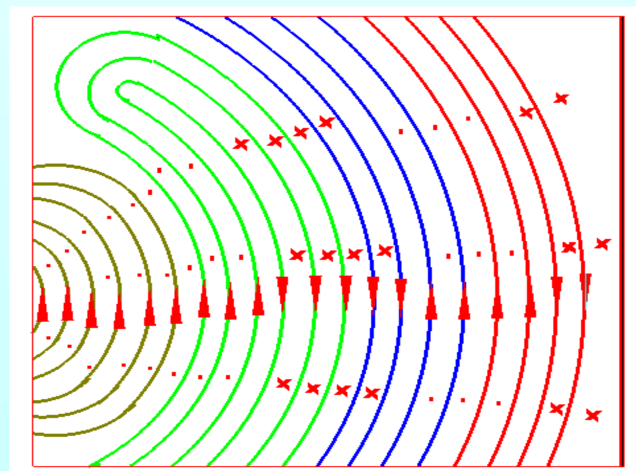
2. 振荡电偶极子辐射的电磁波

一条闭合电场
线的形成过程

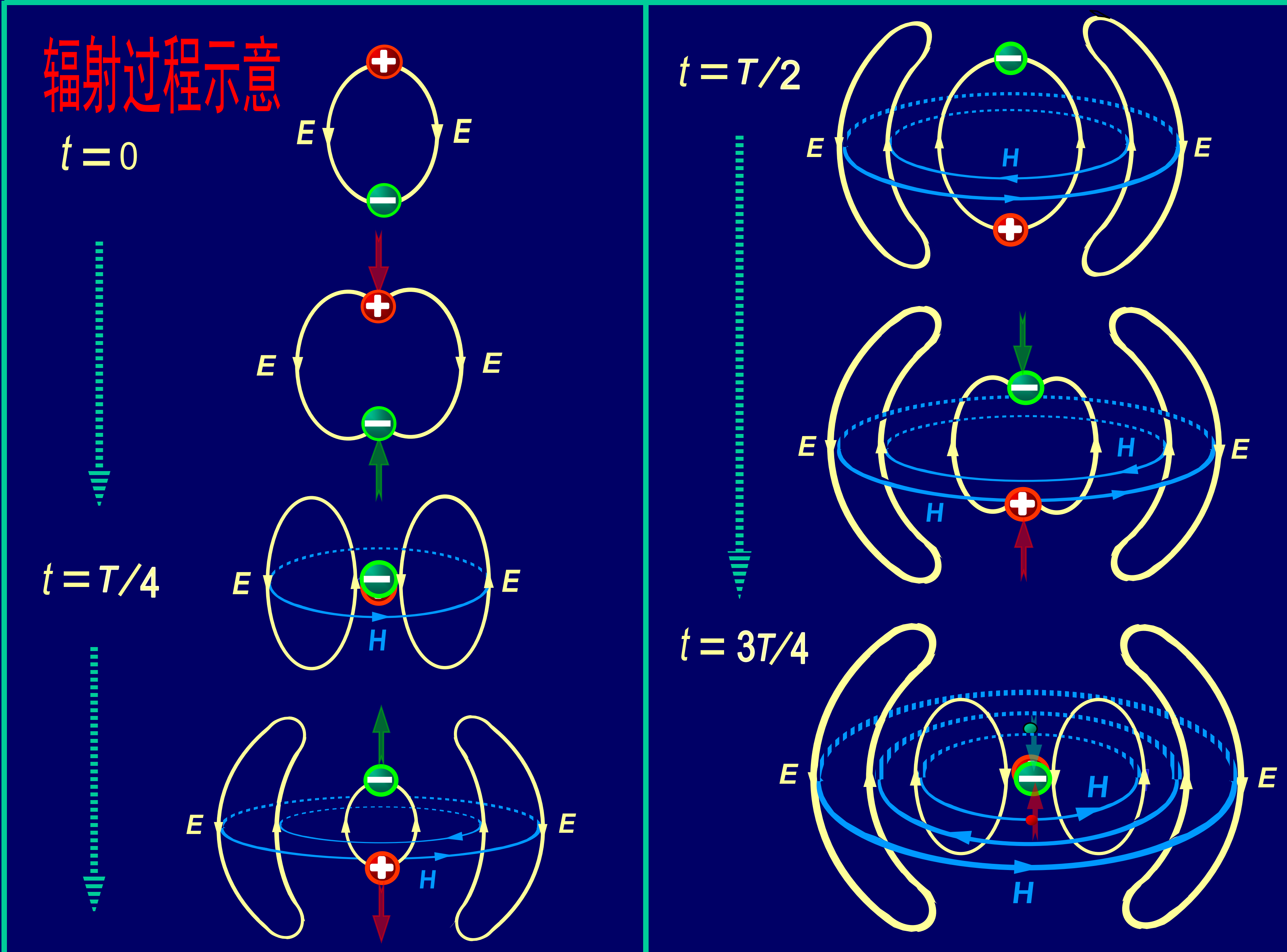


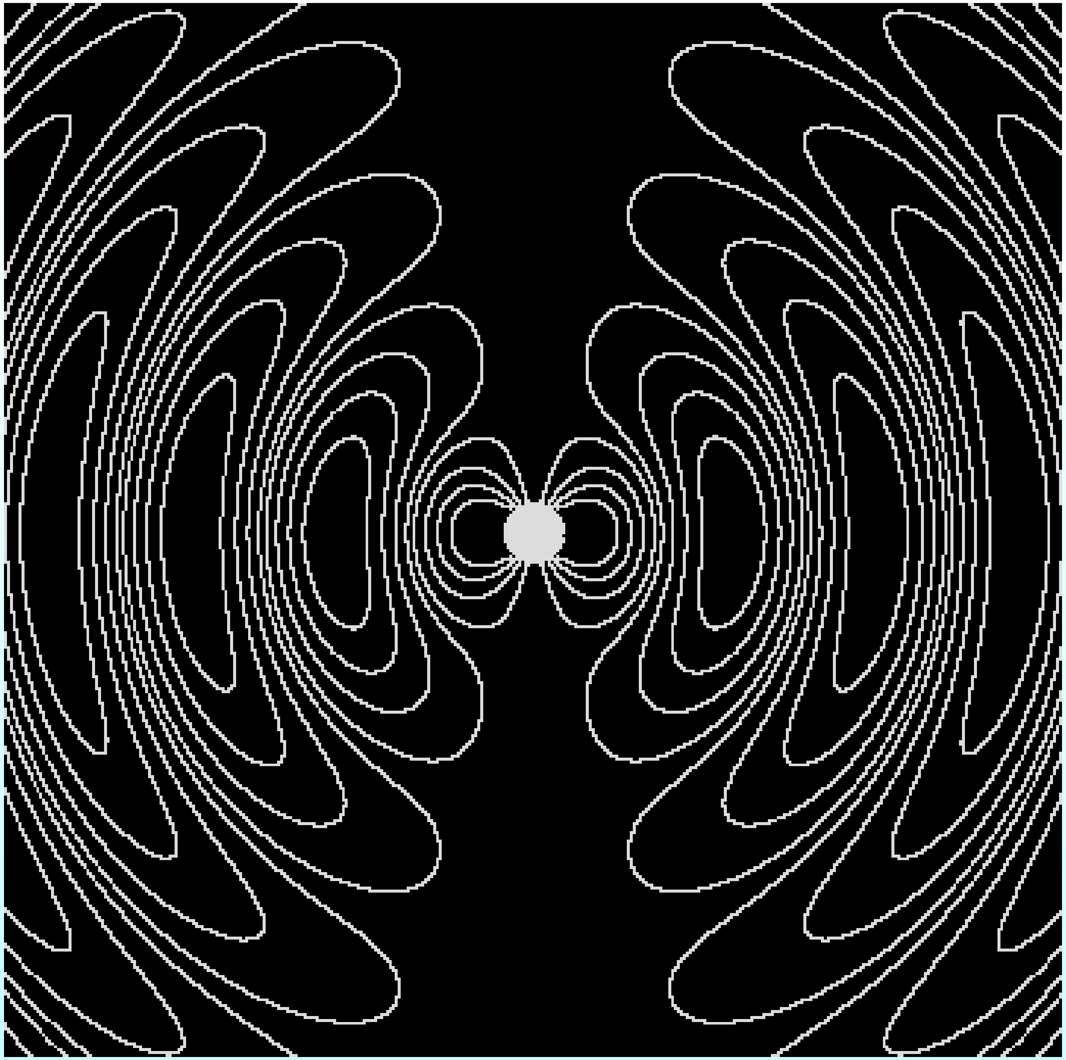


沿偶极子方向辐射为零，
垂直于偶极子方向辐射最强。



辐射过程示意





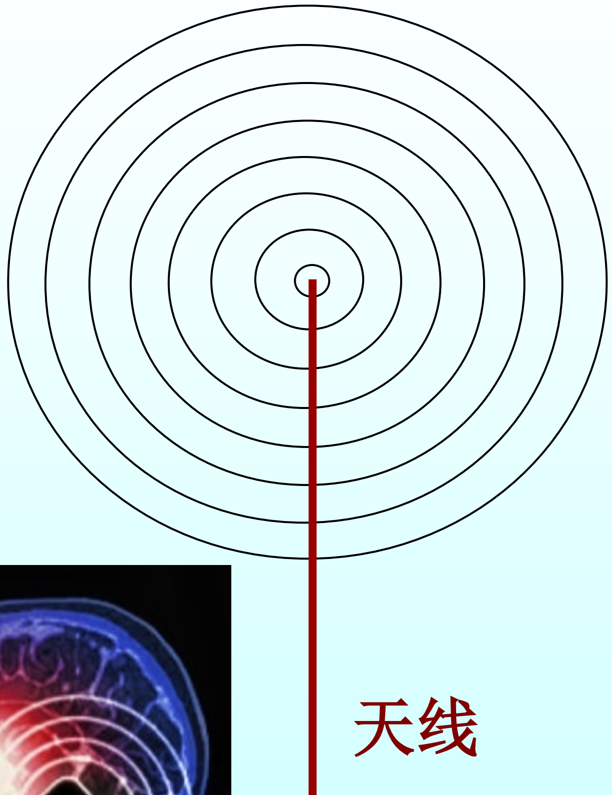
(电场线)

沿电偶极子方向辐射为零;

垂直于电偶极子方向辐射最强。

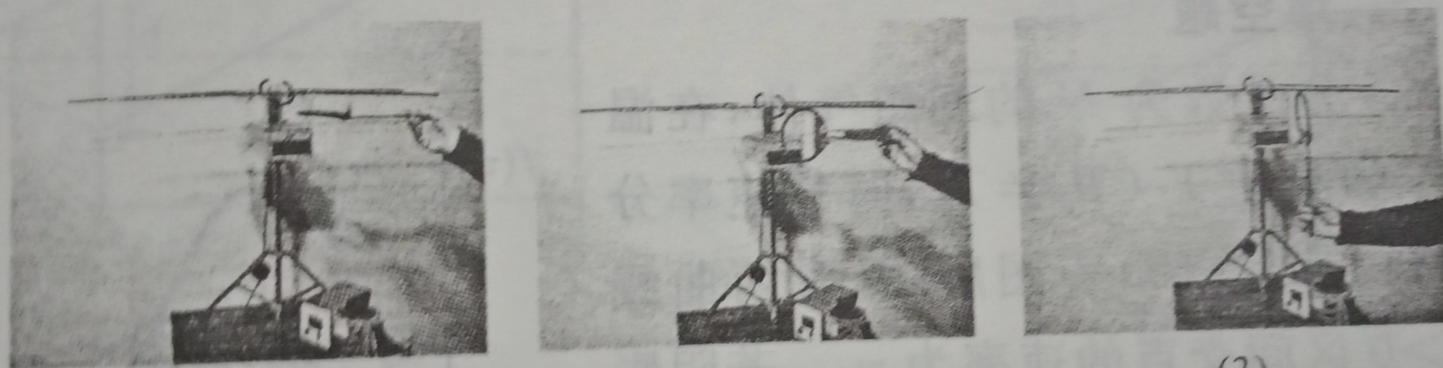
讨论：

手机天线的方向



教学视频-电磁波

工作时，对如试卷(8)-3 图(1)、(2)、(3)所示的三种操作方式，接在铜环中的小灯泡最亮的是 [ ]



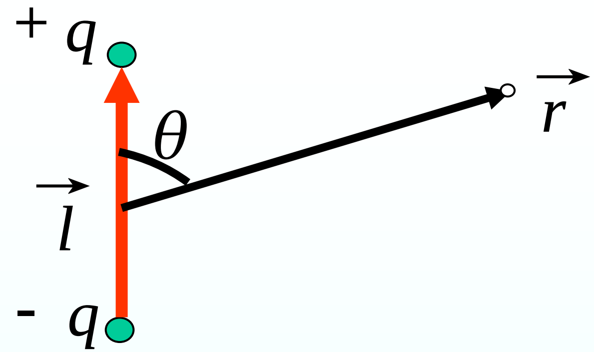
(1) (2) (3)

试卷(8)-3 图

(A) (1) (B) (2) (C) (3) (D) 不能判定

3. 平面电磁波

(1) 球面波



电场和磁场的波动方程：

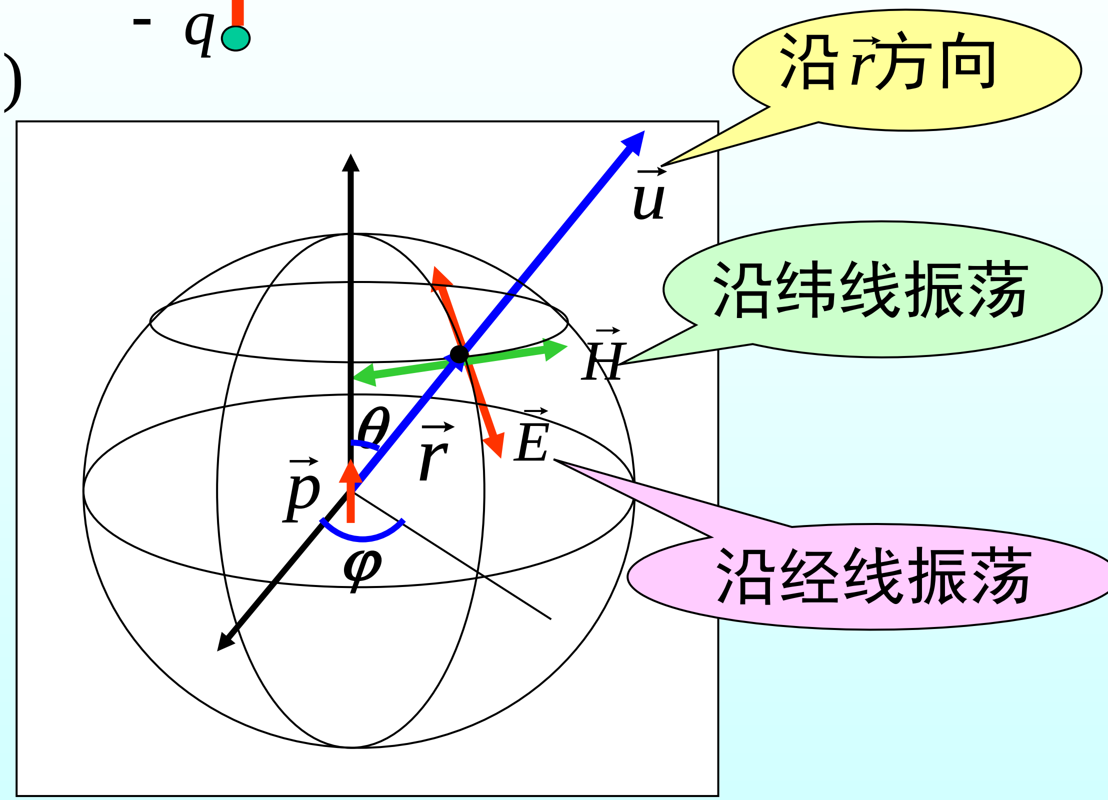
$$\begin{cases} E = E_m \cos\omega(t - \dfrac{r}{u}) \\ H = H_m \cos\omega(t - \dfrac{r}{u}) \end{cases}$$

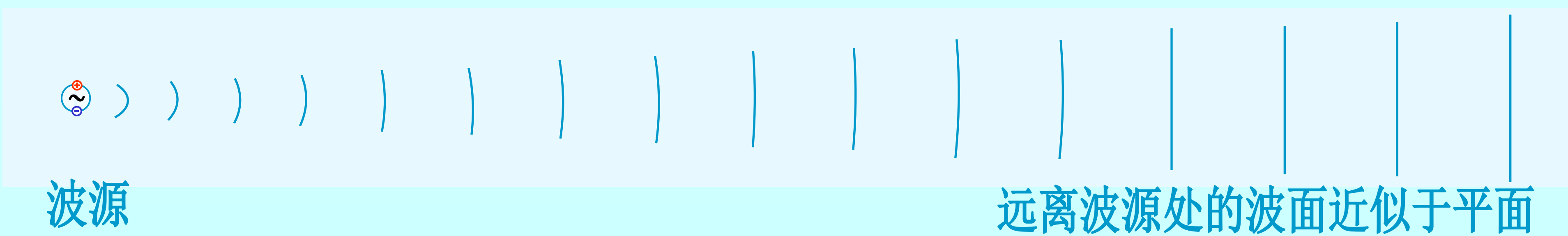
可以证明：

$$E_m = \frac{\omega^2 p_m \sin\theta}{4\pi\varepsilon u^2 r}$$

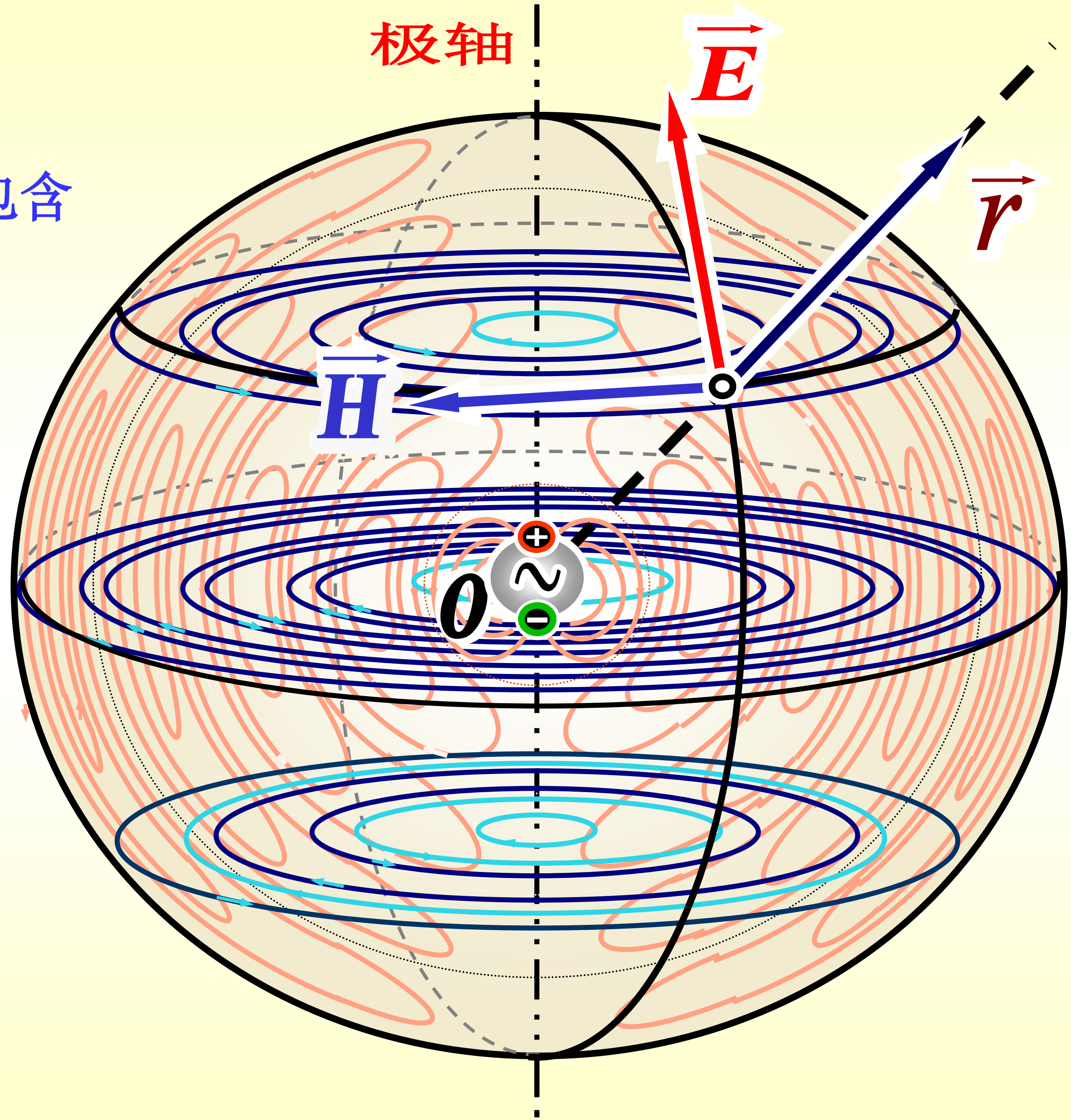
$$H_m = \frac{\omega^2 p_m \sin\theta}{4\pi u r}$$

$$p_m = q_m l$$



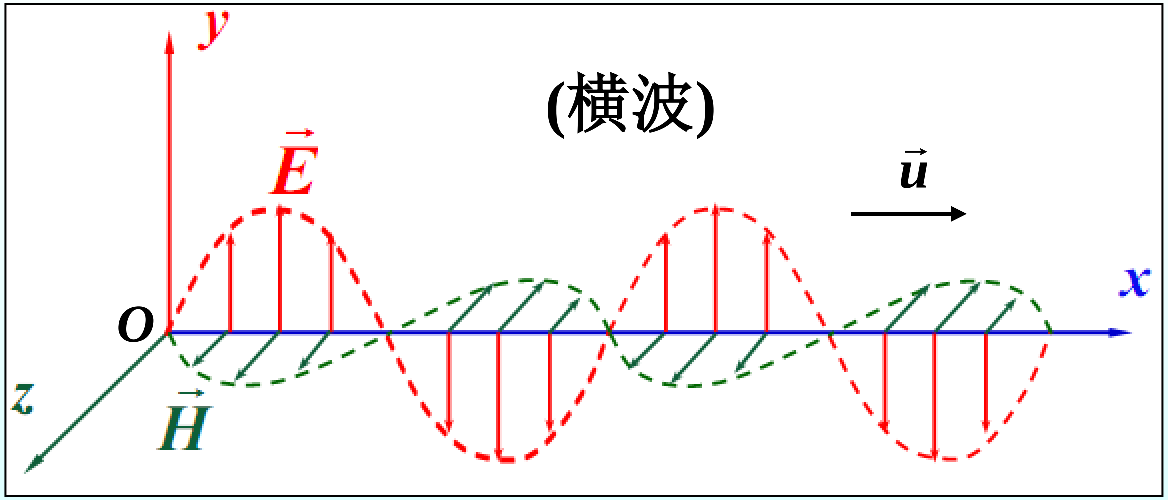


- $\vec{E}$ 在子午面(一系列包含极轴的平面)内。
- $\vec{H}$在与赤道面平行的平面内。
- 任意点的 $\vec{H}$ 与 $\vec{E}$ 相互垂直。
- 电磁波的传播方向 $\vec{r}$ 沿$\vec{E}\times\vec{H}$的方向。



（2）平面电磁波的波函数：

理论和实践都证明：若电场 $\vec{E}$ 在 Y 方向振动，磁场 $\vec{H}$ 在 Z 方向振动，则电磁波在 X 方向传播。



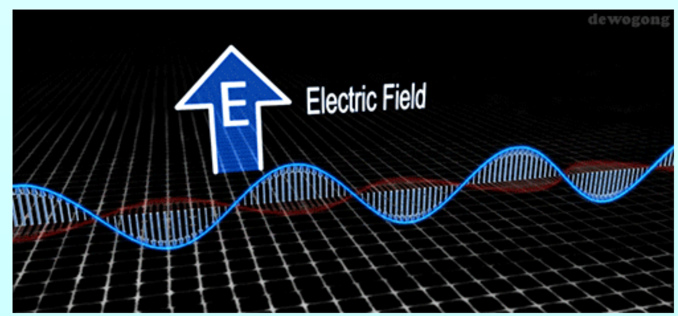
$\vec{E}\times\vec{H}$ 的方向就是电磁波的传播方向

$\vec{u} // \vec{E}\times\vec{H}$

波函数：$E_y = E_{ym}\cos\omega\left(t - \dfrac{x}{u}\right)$

$$H_z = H_{zm}\cos\omega\left(t - \frac{x}{u}\right)$$

其中：$u^2 = \dfrac{1}{\varepsilon\mu}$



波速 方向？

（3）平面电磁波的性质：

$$E_y = E_{ym}\cos\omega\left(t - \frac{x}{u}\right)$$

$$H_z = H_{zm}\cos\omega\left(t - \frac{x}{u}\right)$$

1. 电磁波的速度：$u = 1/\sqrt{\varepsilon\mu}$

电磁波在真空中的速度：$u_0 = 1/\sqrt{\varepsilon_0\mu_0} = 3\times10^8\, m\cdot s^{-1}$

$\sqrt{E_x^2 + E_y^2 + E_z^2}$　　　　$\sqrt{H_x^2 + H_y^2 + H_z^2}$

2. $\vec{E}$ 和 $\vec{H}$ 的变化是同步的，位相相同，并有数值关系：

$$\sqrt{\varepsilon}E = \sqrt{\mu}H \qquad H = \frac{B}{\mu} \Longrightarrow E = \frac{B}{\sqrt{\varepsilon\mu}} = uB$$

$$\sqrt{\varepsilon}E_x \neq \sqrt{\mu}H_x$$

在真空中：　$E = cB$　$B << E$

3. $\vec{E} \perp \vec{H} \perp \vec{u}$　　$\vec{E}\times\vec{H}$ 的方向就是 $\vec{u}$ 的方向

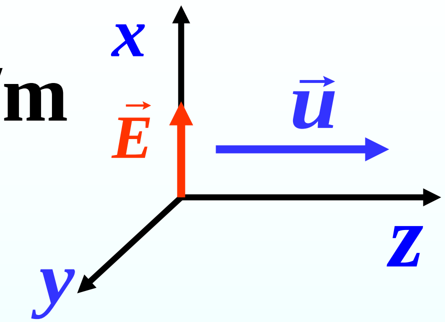
$\vec{E}$ $\vec{H}$ 在各自的平面上振动，是横波。

4. 电磁波的频率，等于偶极子的振动频率。

5. 电磁波具有反射、折射、干涉、衍射、偏振等特性。

例: 已知真空中电磁波的电场表达式:

$$E_x = 0.5\cos[2\pi \times 10^8(t - \frac{z}{3\times 10^8})]\ \text{V/m}$$



$$E_y = 0 \qquad E_z = 0$$

求:（1）$\vec{E}$的振幅、频率、波长、波速、传播方向?

（2）$\vec{H}$的表达式?

问：电磁波在传播时，某时刻在空间某点处，电场强度和磁场强度不相同的是（ C ）

A、频率 B、位相

C、振幅 D、周期

解:（1） $E_m = 0.5\ \text{V/m}$

$$\nu = 10^8\text{Hz}$$

$$u = c = 3\times 10^8\text{m/s}$$

$$\lambda = \frac{c}{\nu} = 3\text{m}$$

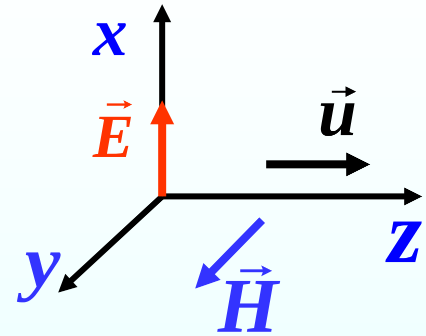
沿 z 正向传播

$$\boxed{\sqrt{\varepsilon_0}E_m=\sqrt{\mu_0}H_m}$$

（2）$\vec{H}$的表达式

$\because \vec{H}\perp\vec{E}$　且 $\vec{E}\times\vec{H}$ 沿 $\vec{u}$

$\therefore \vec{H}$ 沿 y 轴振动　　$H_x=H_z=0$



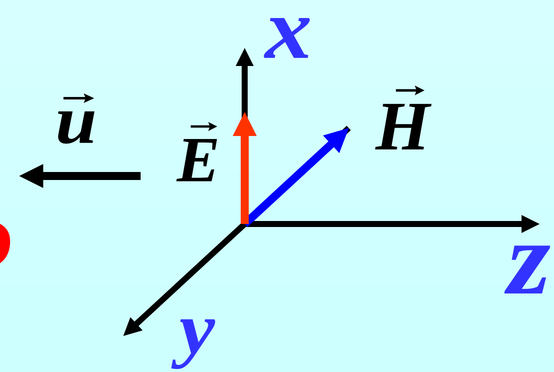
$$H_y=\underline{\sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}}}E_m\cos[2\pi\times10^8(t-\frac{z}{3\times10^8})]$$

$$=1\cdot32\times10^{-3}\cos[2\pi\times10^8(t-\frac{z}{3\times10^8})]\ \text{A/m}$$

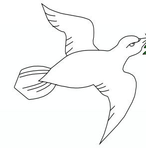
问：若波沿 z 轴反方向传播，方程如何写？

$$E=E_x=E_m\cos\omega(t+\frac{z}{u})$$

$$H=H_y=-H_m\cos\omega(t+\frac{z}{u})\ ?$$



(4) 电磁波的能量



$$\boxed{\sqrt{\varepsilon}E_m = \sqrt{\mu}H_m}$$

a) 能量密度

$$w = w_e + w_m = \frac{1}{2}\varepsilon E^2 + \frac{1}{2}\mu H^2 = \varepsilon E^2 = \mu H^2 = \sqrt{\varepsilon\mu}EH = \frac{1}{u}EH$$

总能量 $\quad w = \int_V w\,dV$

b) 能流密度 （坡印廷矢量）

定义：单位时间内通过与传播方向垂直的单位面积的能量，指向能量传播的方向。

$$S = wu = EH \qquad \vec{S} = \vec{E} \times \vec{H}$$

$$E = E_m \cos\omega(t - \frac{x}{u}) \qquad H = H_m \cos\omega(t - \frac{x}{u})$$

平均能流密度：

$$\overline{S} = \frac{1}{2}E_m H_m$$

$$\overline{S} \propto E_m^2, \quad \overline{S} \propto H_m^2$$

即波强，正比于振幅的平方

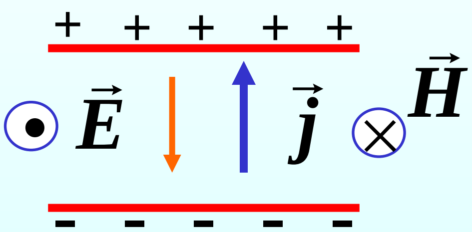
$$\vec{S}=\vec{E}\times\vec{H}$$

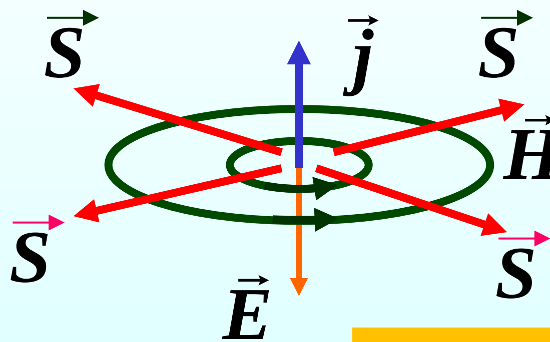
注：$\vec{S}$不仅适用于变化的电磁场，也适用于稳恒场。

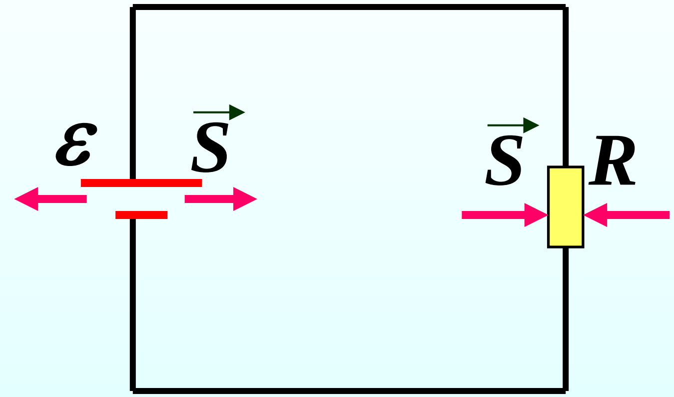
在稳恒场中，电磁能也是场传播的。

例：直流电路中的能量传递。

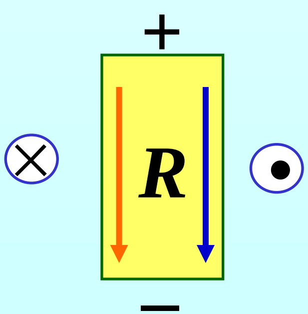
电源：

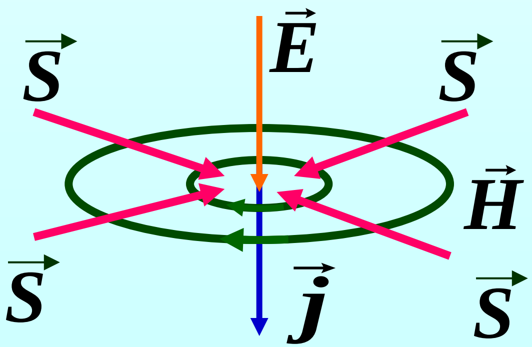






负载：





结论：

(1)电源的能量是通过电磁场从电源的侧面传出。

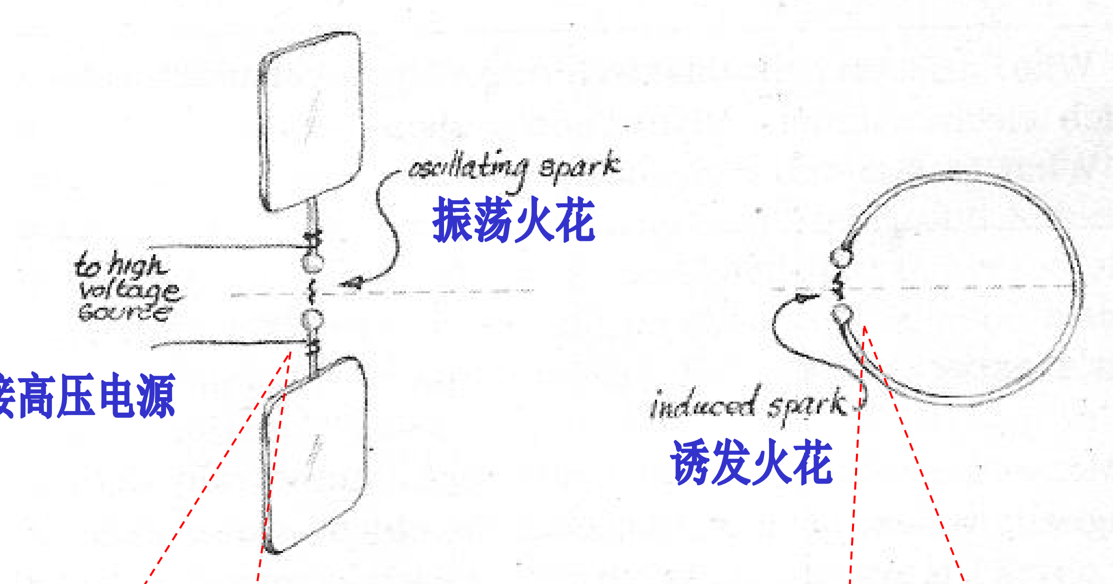
(2)电阻消耗的能量是通过电磁场从电阻的侧面传入。

导线起引导场能的作用。

麦克斯韦于1865年预言电磁波的存在。

1888年，赫兹首次用电磁振荡实验证实了电磁波的存在。

赫兹（1857–1894）



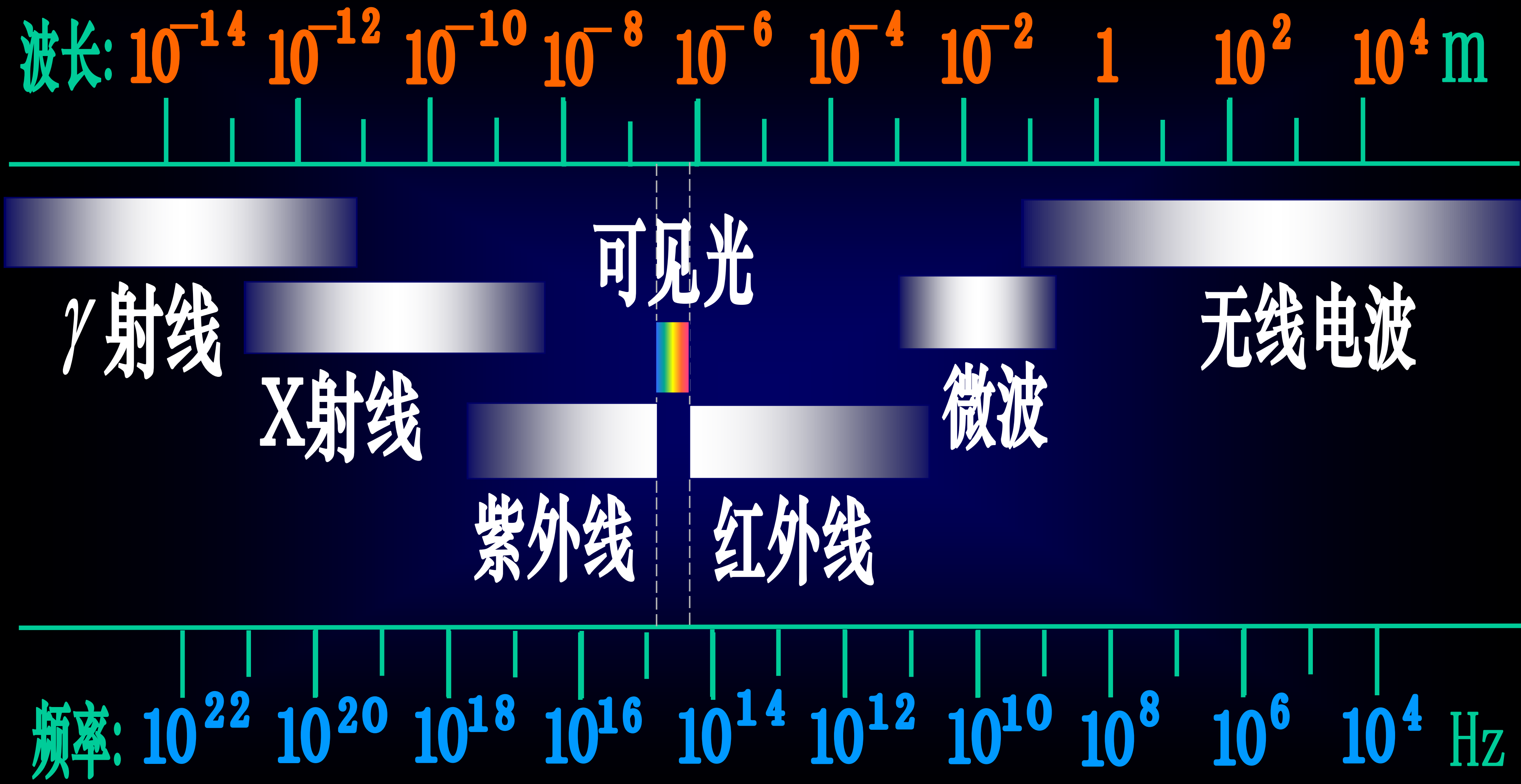
发射

将感应线圈电极产生的振荡高压，接至带有铜球和锌板的导体棒，两铜球之间产生振荡火花，发射电磁波。

接收

弯成圆弧形的铜线两端接有铜球，调节铜球间的距离，能产生诱发火花，表明接收到电磁波。

电磁波谱


波长: 10^{-14} 10^{-12} 10^{-10} 10^{-8} 10^{-6} 10^{-4} 10^{-2} 1 10^{2} 10^{4} m
γ射线
X射线
可见光
紫外线
红外线
微波
无线电波
频率: 10^{22} 10^{20} 10^{18} 10^{16} 10^{14} 10^{12} 10^{10} 10^{8} 10^{6} 10^{4} Hz