



电路理论

——正弦稳态电路的功率

主讲人：刘旭

电气与电子工程学院

本章学习内容

11.2 瞬时功率

11.3 有功功率与无功功率

11.4 视在功率及功率因数

11.5 复功率及功率守恒

11.6 功率因数校正

11.7 最大有功功率传输

11.8 有功功率测量

讲授学时：4

本章学习目标与难点

目标

1. 掌握有功功率、无功功率、视在功率、复功率和功率因素的含义及其计算
2. 掌握功率因素校正方法、意义及其计算
3. 掌握最大有功功率传输条件及其应用
4. 掌握有功功率的测量方法

难点

无功功率的含义、功率因素校正计算

11.2 瞬时功率

瞬时功率：元件或一端口网络在某时刻的功率

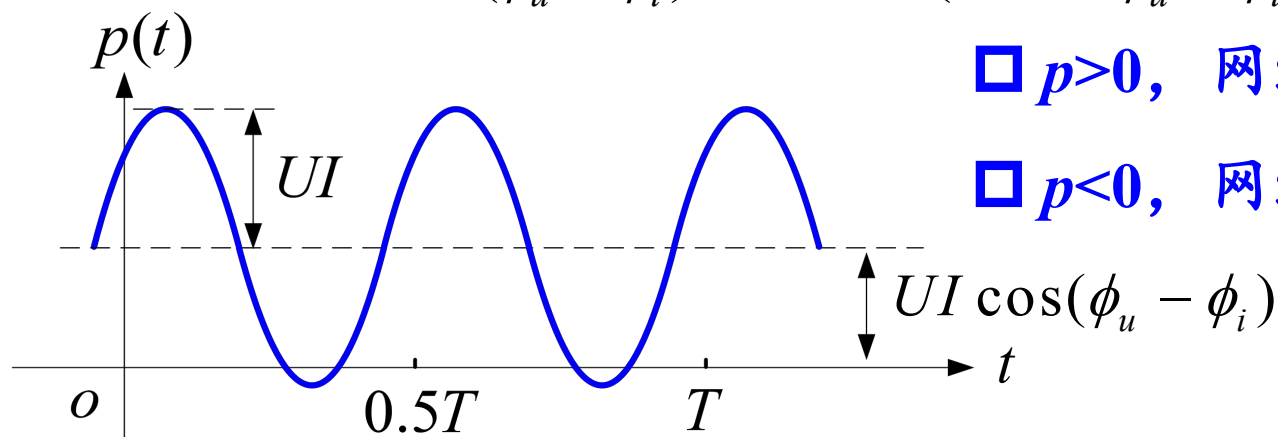
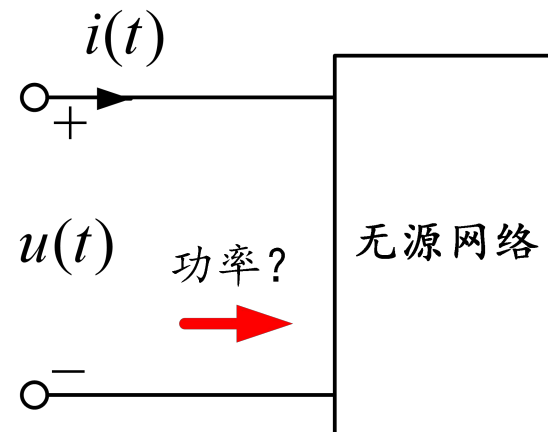
$$u(t) = \sqrt{2}U \cos(\omega t + \phi_u)$$

$$i(t) = \sqrt{2}I \cos(\omega t + \phi_i)$$

$$p(t) = u(t)i(t)$$

$$= 2UI \cos(\omega t + \phi_u) \cos(\omega t + \phi_i)$$

$$= UI \cos(\phi_u - \phi_i) + UI \cos(2\omega t + \phi_u + \phi_i) \quad \text{W}$$



□ $p > 0$, 网络吸收功率

□ $p < 0$, 网络发出功率

无源网络从哪里提供功率?

11.2 瞬时功率

元件的瞬时功率

$$p(t) = UI \cos(\phi_u - \phi_i) + UI \cos(2\omega t + \phi_u + \phi_i) \quad \text{W}$$

□ 电阻 $\phi_u - \phi_i = 0^\circ$

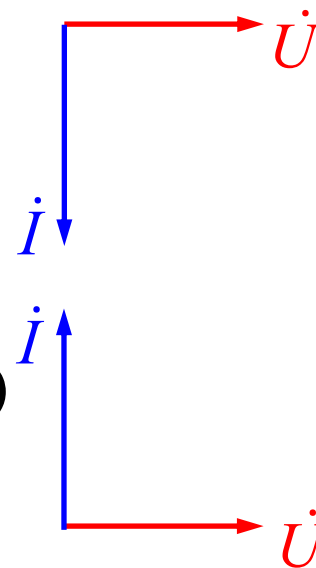
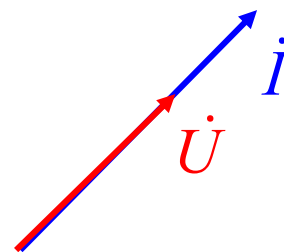
$$p(t) = UI[1 + \cos(2\omega t + 2\phi_i)]$$

□ 电感 $\phi_u - \phi_i = 90^\circ$

$$\begin{aligned} p(t) &= UI \cos(90^\circ) + UI \cos(2\omega t + 2\phi_i + 90^\circ) \\ &= -UI \sin 2(\omega t + \phi_i) \end{aligned}$$

□ 电容 $\phi_u - \phi_i = -90^\circ$

$$\begin{aligned} p(t) &= UI \cos(-90^\circ) + UI \cos(2\omega t + 2\phi_i - 90^\circ) \\ &= UI \sin 2(\omega t + \phi_i) \end{aligned}$$



11.2 瞬时功率

元件的瞬时功率

$$R \quad p_R(t) = UI[1 + \cos(2\omega t + 2\phi_i)] \geq 0$$

消耗功率

$$L \quad p_L(t) = -UI \sin 2(\omega t + \phi_i) \quad \text{可正可负}$$

交换功率

$$C \quad p_C(t) = UI \sin 2(\omega t + \phi_i) \quad \text{可正可负}$$

交换功率

- 电阻总是吸收功率，电感、电容吸收功率与发出功率交替进行，且一个周期内平均功率为零
- 电阻、电感、电容的瞬时功率以 2ω 频率变化
- 电感、电容吸收的瞬时功率存在互补作用

11.2 瞬时功率

元件的瞬时功率

$$R \quad p_R(t) = UI[1 + \cos(2\omega t + 2\phi_i)] \geq 0$$

消耗功率

$$L \quad p_L(t) = -UI \sin 2(\omega t + \phi_i) \quad \text{可正可负}$$

交换功率

$$C \quad p_C(t) = UI \sin 2(\omega t + \phi_i) \quad \text{可正可负}$$

交换功率

$$\begin{aligned} p(t) &= UI \cos(\phi_u - \phi_i) + UI \cos(2\omega t + \phi_u + \phi_i) \\ &= UI \cos(\phi_u - \phi_i) + UI \cos(2\omega t + 2\phi_i + \phi_u - \phi_i) \\ &= \underline{UI \cos(\phi_u - \phi_i)[1 + \cos 2(\omega t + \phi_i)]} - \underline{UI \sin(\phi_u - \phi_i) \sin 2(\omega t + \phi_i)} \end{aligned}$$

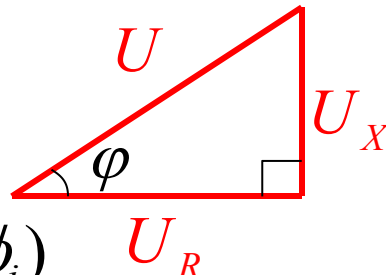
吸收功率

交换功率

$$= \underline{UI \cos \varphi [1 + \cos 2(\omega t + \phi_i)]} - \underline{UI \sin \varphi \sin 2(\omega t + \phi_i)}$$
$$p_R(t) \qquad p_X(t)$$

11.2 瞬时功率

$$\begin{aligned}
 p(t) &= UI \cos(\phi_u - \phi_i) + UI \cos(2\omega t + \phi_u + \phi_i) \\
 &= UI \cos(\phi_u - \phi_i) + UI \cos(2\omega t + 2\phi_i + \phi_u - \phi_i) \\
 &= UI \cos(\phi_u - \phi_i)[1 + \cos 2(\omega t + \phi_i)] - UI \sin(\phi_u - \phi_i) \sin 2(\omega t + \phi_i) \\
 &= p_R(t) + p_X(t)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 p_R(t) &= u_R(t)i(t) \quad \dot{U}_R = U \cos \varphi \angle \phi_i \quad \varphi = \phi_u - \phi_i \\
 &= \sqrt{2}U \cos(\phi_u - \phi_i) \cos(\omega t + \phi_i) \cdot \sqrt{2}I \cos(\omega t + \phi_i) \\
 &= UI \cos(\phi_u - \phi_i)[1 + \cos 2(\omega t + \phi_i)]
 \end{aligned}$$


$$\begin{aligned}
 p_X(t) &= u_X(t)i(t) \quad \dot{U}_X = U |\sin \varphi| \angle \phi_i \pm 90^\circ \\
 &= \sqrt{2}U |\sin(\phi_u - \phi_i)| \cos(\omega t + \phi_i \pm 90^\circ) \cdot \sqrt{2}I \cos(\omega t + \phi_i) \\
 &= -UI \sin(\phi_u - \phi_i) \sin 2(\omega t + \phi_i)
 \end{aligned}$$

11.3 有功功率和无功功率

$$p(t) = \underbrace{UI \cos(\phi_u - \phi_i)[1 + \cos 2(\omega t + \phi_i)]}_{\text{吸收功率}} - \underbrace{UI \sin(\phi_u - \phi_i) \sin 2(\omega t + \phi_i)}_{\text{交换功率}}$$

吸收功率

交换功率

有功功率(*real power*)：瞬时功率的平均值，也称平均功率

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T p(t) dt = UI \cos(\phi_u - \phi_i) = UI \cos \varphi \quad \text{单位：W (瓦)}$$

$\cos \varphi$ ：功率因数 φ ：功率因数角，无源网络中等于阻抗角

无功功率(*reactive power*)：交换功率的幅值 非无用的功！

$$\begin{aligned} Q &= UI \sin(\phi_u - \phi_i) \\ &= UI \sin \varphi \end{aligned}$$

- $Q > 0$ ，表示网络吸收无功功率；
- $Q < 0$ ，表示网络发出无功功率。

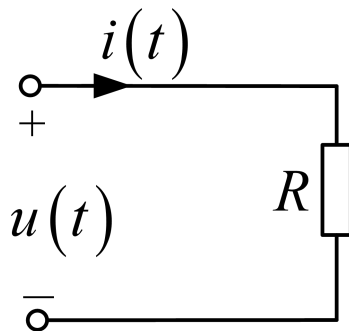
单位：var (乏)

11.3 有功功率和无功功率

R 、 L 、 C 元件的有功功率和无功功率

$$P = UI \cos \varphi$$

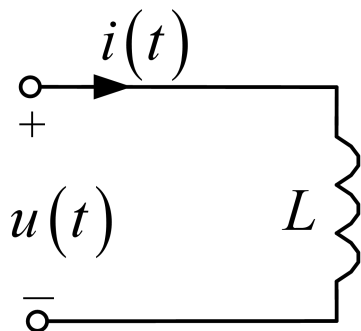
$$Q = UI \sin \varphi$$



$$\phi_u - \phi_i = 0^\circ$$

$$P_R = UI \cos \varphi = UI \cos 0^\circ = UI = I^2 R$$

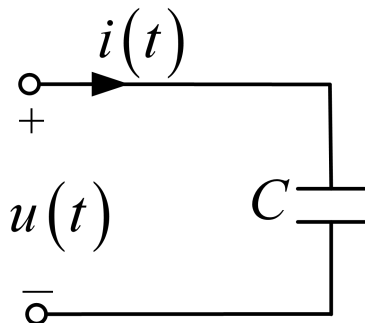
$$Q_R = UI \sin \varphi = UI \sin 0^\circ = 0$$



$$\phi_u - \phi_i = 90^\circ$$

$$P_L = UI \cos \varphi = UI \cos 90^\circ = 0$$

$$Q_L = UI \sin \varphi = UI \sin 90^\circ = UI = I^2 X_L$$

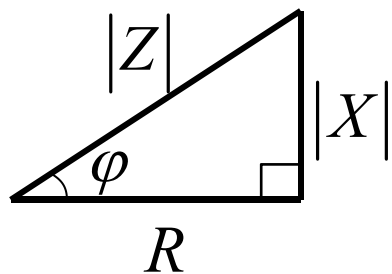
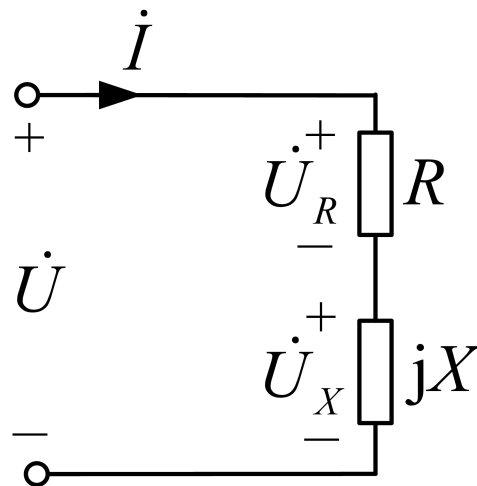
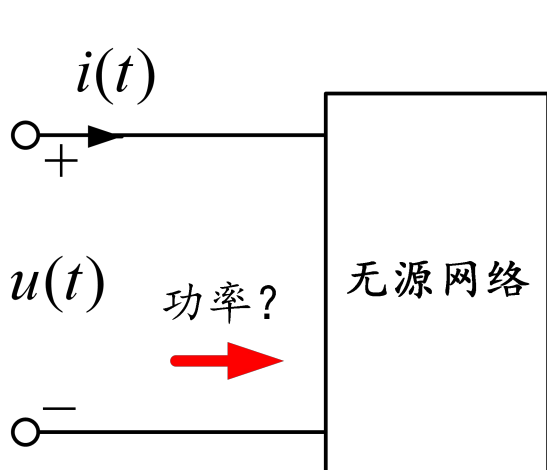


$$\phi_u - \phi_i = -90^\circ$$

$$P_C = UI \cos \varphi = UI \cos(-90^\circ) = 0$$

$$Q_C = UI \sin \varphi = UI \sin(-90^\circ) = -UI = -I^2 X_C$$

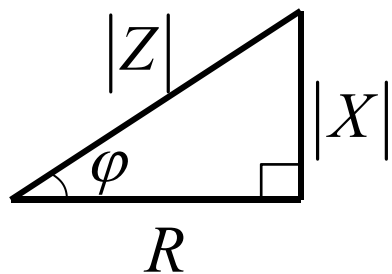
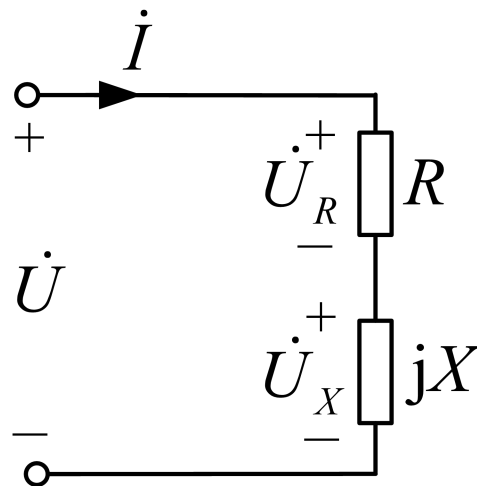
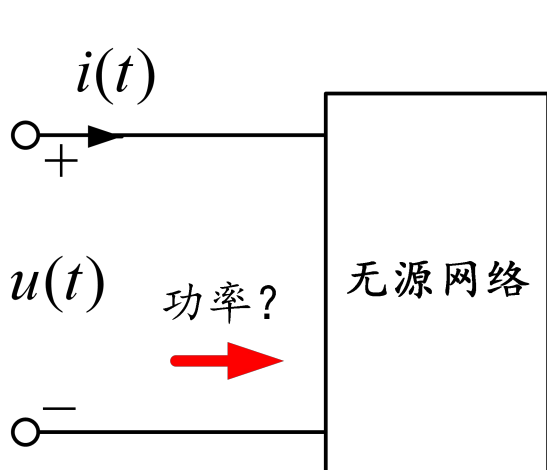
11.3 有功功率和无功功率



$$\begin{aligned} P &= UI \cos \varphi \\ &= |Z| I \cdot I \cos \varphi \\ &= I^2 |Z| \cos \varphi \\ &= I^2 R \end{aligned}$$

- 有功功率实际上是**消耗在电阻上的功率**
- **有功功率守恒**：电路中所有元件吸收的有功功率代数和为零。

11.3 有功功率和无功功率



$$\begin{aligned}
 Q &= UI \sin \varphi \\
 &= |Z| I \cdot I \sin \varphi \\
 &= I^2 |Z| \sin \varphi \\
 &= I^2 X \\
 &= I^2 (X_L - X_C)
 \end{aligned}$$

$$X > 0 \Rightarrow \varphi > 0$$

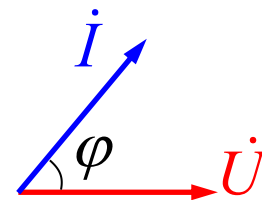
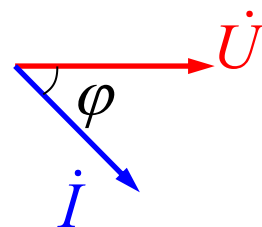
呈感性

$\varphi_i < \varphi_u$ 滞后功率因素

$$X < 0 \Rightarrow \varphi < 0$$

呈容性

$\varphi_i > \varphi_u$ 超前功率因素



11.3 有功功率和无功功率

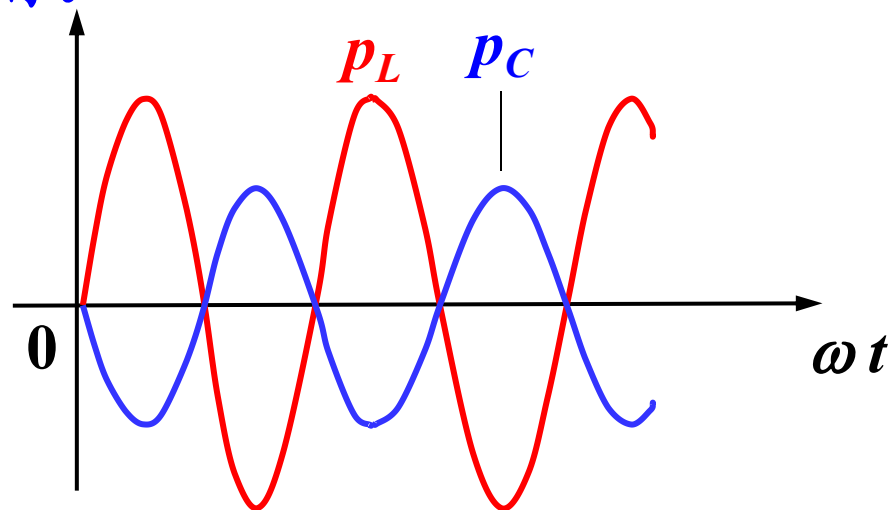
电感、电容的无功补偿作用：

$$p_L(t) = -UI \sin 2(\omega t + \phi_i)$$

$$p_C(t) = UI \sin 2(\omega t + \phi_i)$$

C发出功率 \longrightarrow L吸收功率

L发出功率 \longrightarrow C吸收功率



无功的物理意义：反映电源与负载之间交换能量的速率

$$Q_L = I^2 X_L = I^2 \omega L = \omega \cdot \frac{1}{2} L (\sqrt{2} I)^2 = \omega \cdot \frac{1}{2} L I_m^2 = \frac{2\pi}{T} W_{\max}$$

$$Q_C = I^2 X_C = U^2 / X_C = (\sqrt{2} U)^2 \cdot \frac{1}{2} \omega C = \omega \cdot \frac{1}{2} C U_m^2 = \frac{2\pi}{T} W_{\max}$$

11.6 功率因数校正

例11-1 已知：电动机 $P_D=1000\text{W}$ ， $U=220\text{V}$ ， $f=50\text{Hz}$ ， $C=30\mu\text{F}$ ， $\cos\varphi_D=0.8$ (滞后)。求负载电路的功率因数。

解 设 $\dot{U} = 220\angle 0^\circ \text{ V}$

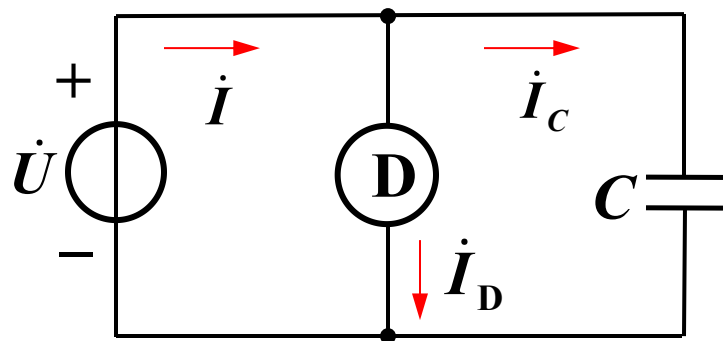
$$I_D = \frac{P}{U\cos\varphi_D} = \frac{1000}{220 \times 0.8} = 5.68\text{A}$$

$$\cos\varphi_D = 0.8(\text{滞后}) \Rightarrow \varphi_D = 36.9^\circ = \varphi_u - \varphi_i$$

$$\dot{I}_D = 5.68\angle -36.9^\circ \text{ A} \quad \dot{I}_C = j\omega C 220\angle 0^\circ = j2.08 \text{ A}$$

$$\dot{I} = \dot{I}_D + \dot{I}_C = 4.54 - j1.33 = 4.73\angle -16.3^\circ \text{ A}$$

$$\therefore \cos\varphi = \cos[0^\circ - (-16.3^\circ)] = 0.96 \quad (\text{滞后})$$



11.4 视在功率

视在功率：有功功率的上限值 电气设备的容量

$$S \stackrel{\text{def}}{=} UI \quad \text{单位：V} \cdot \text{A} \text{ (伏安)}$$

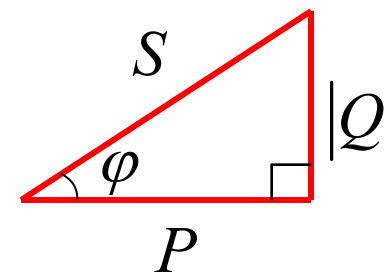
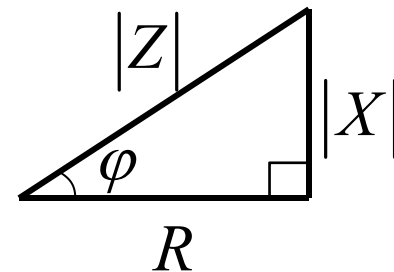
有功，无功，视在功率的关系：

$$\text{有功功率：} P = UI \cos \varphi \quad \text{单位：W}$$

$$\text{无功功率：} Q = UI \sin \varphi \quad \text{单位：var}$$

$$\text{视在功率：} S = UI \quad \text{单位：V} \cdot \text{A}$$

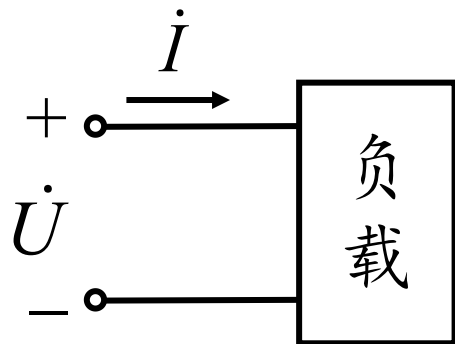
$$\Rightarrow S = \sqrt{P^2 + Q^2}$$



功率三角形

11.5 复功率

复功率：将有功功率、无功功率和视在功率综合成一个物理量



定义： $\bar{S} = \dot{U} \dot{I}^*$

单位：V·A（伏安）

$$\begin{aligned}\dot{I} &= I \angle \phi \\ \dot{I}^* &= I \angle -\phi \\ \dot{I} \cdot \dot{I}^* &= I^2\end{aligned}$$

$$\bar{S} = UI \angle (\phi_u - \phi_i) = UI \angle \varphi = S \angle \varphi$$

$$= UI \cos \varphi + j UI \sin \varphi = P + jQ$$

$$\bar{S} = \dot{U} \dot{I}^* = Z \dot{I} \cdot \dot{I}^* = Z I^2 = (R + jX) I^2 = I^2 R + j I^2 X$$

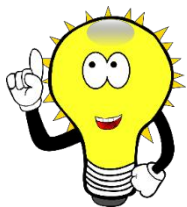
$$\bar{S} = \dot{U} \dot{I}^* = \dot{U} (\dot{U} Y)^* = \dot{U} \cdot \dot{U}^* Y^* = U^2 Y^*$$

注意 \bar{S} 是复数，而不是相量，不对应任何正弦量

11.5 复功率

复功率守恒：在正弦稳态下，任一电路所有支路吸收的复功率之和为零。

$$\sum_{k=1}^b \bar{S}_k = \sum_{k=1}^b (P_k + jQ_k) = 0 \rightarrow \begin{cases} \sum_{k=1}^b P_k = 0 & \text{有功功率守恒} \\ \sum_{k=1}^b Q_k = 0 & \text{无功功率守恒} \end{cases}$$



视在功率守恒？ 视在功率不守恒！！！！

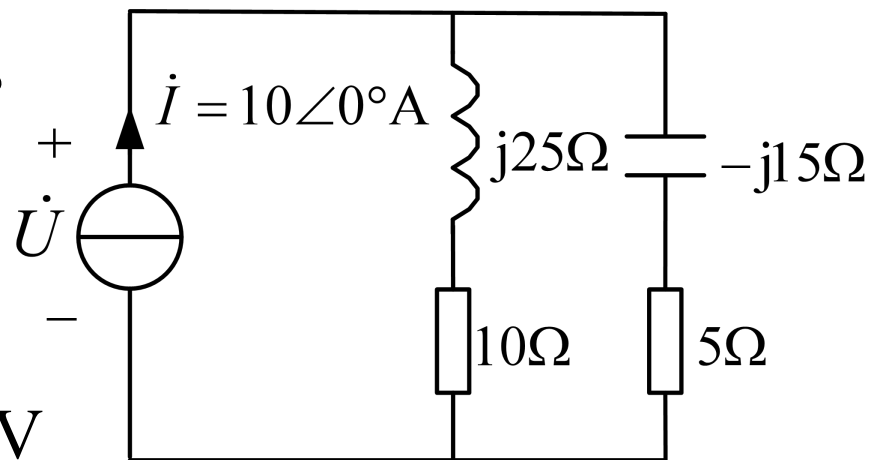
$$\because U \neq U_1 + U_2 \quad \therefore S \neq S_1 + S_2$$

11.5 复功率

例11-2 求电路各支路的复功率。

解 $Z = (10 + j25) \parallel (5 - j15)$

$$\dot{U} = 10 \angle 0^\circ \times Z = 236 \angle (-37.1^\circ) \text{ V}$$



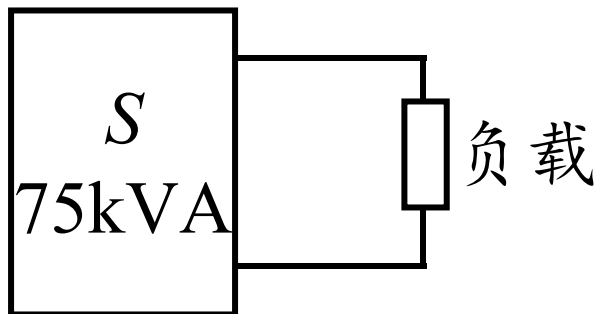
$$\bar{S}_{\text{发}} = 236 \angle (-37.1^\circ) \times 10 \angle 0^\circ = 1884 - j1423 \text{ V} \cdot \text{A}$$

$$\bar{S}_{1\text{吸}} = U^2 Y_1^* = 236^2 \left(\frac{1}{10 + j25} \right)^* = 768 + j1923 \text{ V} \cdot \text{A}$$

$$\bar{S}_{2\text{吸}} = U^2 Y_2^* = 1116 - j3346 \text{ V} \cdot \text{A} \qquad \bar{S}_{1\text{吸}} + \bar{S}_{2\text{吸}} = \bar{S}_{\text{发}}$$

11.6 功率因数校正

功率因数： $0 \leq \cos \varphi \leq 1$ $\begin{cases} 1, & \text{纯电阻} \\ 0, & \text{纯电抗} \end{cases}$



$$P = UI \cos \varphi = S \cos \varphi$$

$$\cos \varphi = 1 \Rightarrow P = S = 75\text{kW}$$

$$\cos \varphi = 0.7 \Rightarrow P = 0.75S = 52.5\text{kW}$$

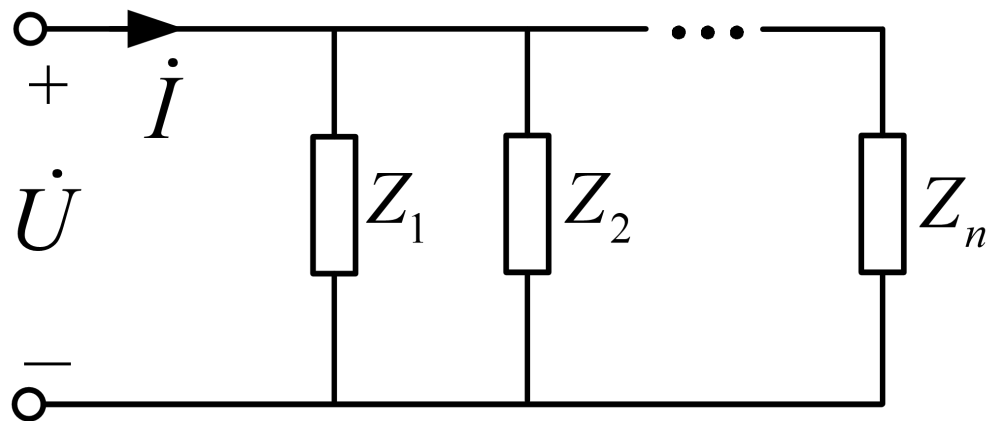
- 设备容量 S (额定) 向负载送多少有功功率由负载的阻抗角决定。
- 若负载的阻抗角较大或功率因素较小，则发电设备的利用率较低

e.g. 冰箱、空调、洗衣机、抽油烟机、风扇等的功率因数大致在0.83~0.87之间，日光灯功率因素 0.45~0.6

11.6 功率因数校正

从发电角度，当输出相同的有功功率时，线路上电流大，线路压降损耗大。

$$I = \frac{P}{U \cos \varphi}$$



→ 提高功率因素，减少电源与负载之间的功率交换

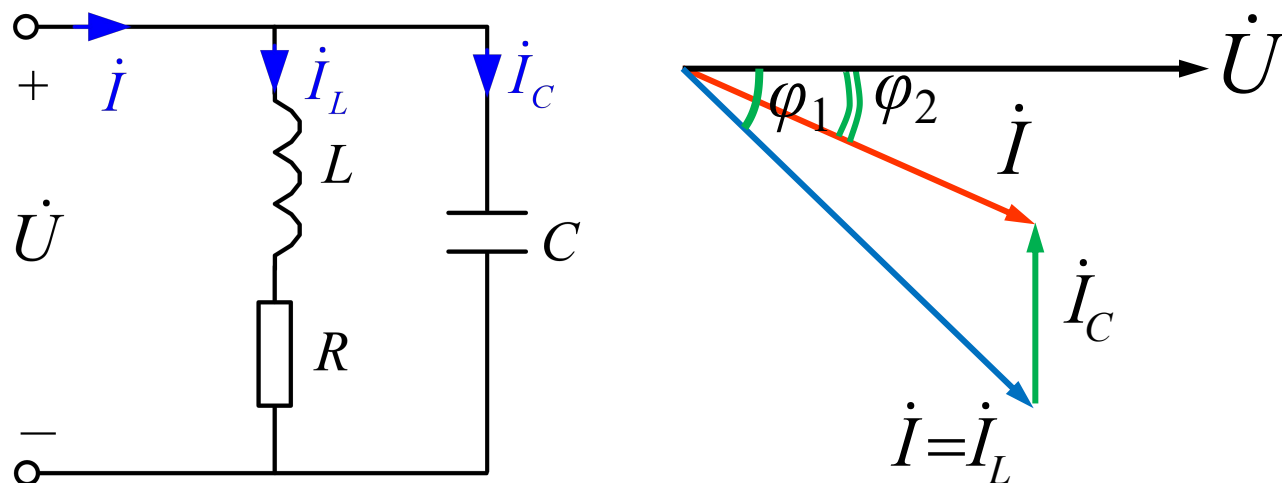
解决办法：(1) 高压传输 $U \uparrow$

(2) 改进自身设备 $\cos \varphi \uparrow$

(3) 并联电容，提高功率因数

$$Q = UI \sin \varphi = I^2 X = I^2 (X_L - X_C)$$

11.6 功率因数校正



并联电容后，原负载的电压和电流不变，吸收的有功功率和无功功率不变，即：负载的工作状态不变，但电路的功率因数提高了。

11.6 功率因数校正

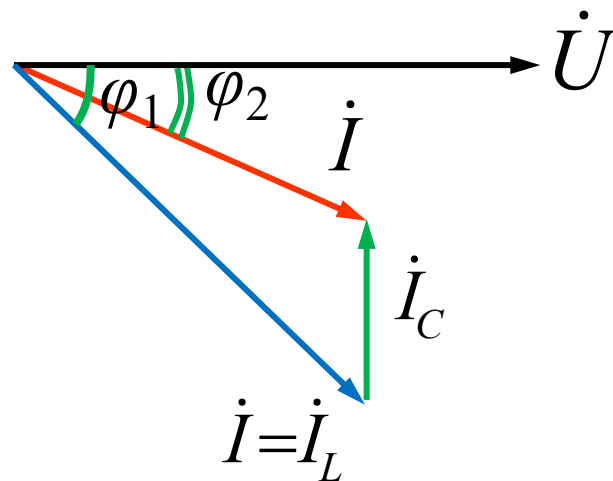
并联电容的确定：

$$I_C = I_L \sin \varphi_1 - I \sin \varphi_2$$

将 $I_L = \frac{P}{U \cos \varphi_1}$, $I = \frac{P}{U \cos \varphi_2}$ 代入

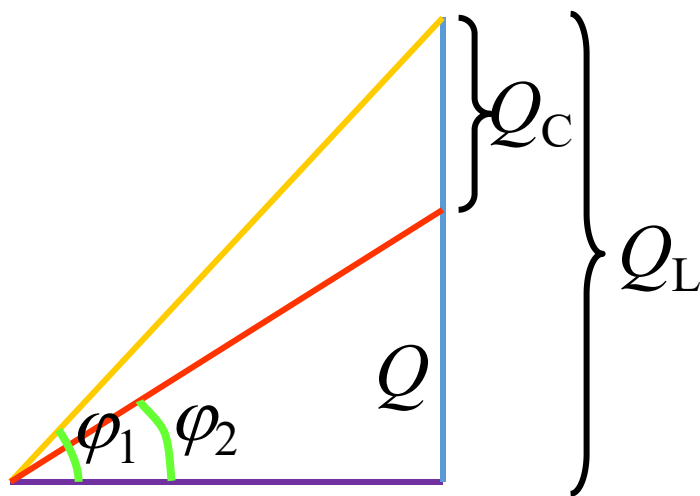
$$I_C = \frac{P}{U} (\tan \varphi_1 - \tan \varphi_2) = \omega C U$$

→ $C = \frac{P}{\omega U^2} (\tan \varphi_1 - \tan \varphi_2)$



11.6 功率因数校正

并联电容也可以用功率三角形确定：



$$|Q_C| = |Q_L - Q| = P(\tan\varphi_1 - \tan\varphi_2)$$

$$|Q_C| = U^2 Y = \omega C U^2$$

$$\Rightarrow C = \frac{P}{\omega U^2} (\tan\varphi_1 - \tan\varphi_2)$$

补偿容量不同

欠补偿

全补偿——不要求

(电容设备投资增加, 经济效果不明显)

~~过补偿~~

~~功率因数又由高变低(性质不同)~~

11.6 功率因数校正

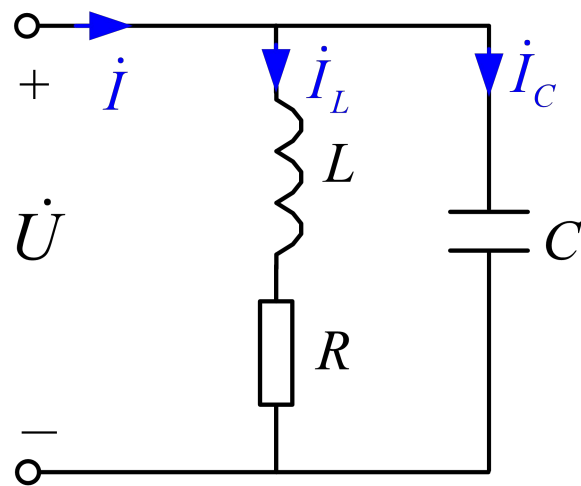
例11-3 已知： $f=50\text{Hz}$, $U=220\text{V}$, $P=10\text{kW}$, $\cos\varphi_1=0.6$, 要使功率因数提高到0.9, 求并联电容 C , 并联前后电路的总电流各为多大?

解

$$\cos\varphi_1 = 0.6 \Rightarrow \varphi_1 = 53.13^\circ$$

$$\cos\varphi_2 = 0.9 \Rightarrow \varphi_2 = 25.84^\circ$$

$$C = \frac{P}{\omega U^2} (\tan\varphi_1 - \tan\varphi_2) = 557 \mu\text{F}$$



$$\text{未并电容时: } I = I_L = \frac{P}{U \cos\varphi_1} = \frac{10 \times 10^3}{220 \times 0.6} = 75.8\text{A}$$

$$\text{并联电容后: } I = \frac{P}{U \cos\varphi_2} = \frac{10 \times 10^3}{220 \times 0.9} = 50.5\text{A}$$

11.6 功率因数校正

若要使功率因数从0.9再提高到0.95, 试问还应增加多少并联电容, 此时电路的总电流是多大?

$$\cos \varphi_1 = 0.9 \quad \Rightarrow \quad \varphi_1 = 25.84^\circ$$

$$\cos \varphi_2 = 0.95 \quad \Rightarrow \quad \varphi_2 = 18.19^\circ$$

$$\begin{aligned} C &= \frac{P}{\omega U^2} (\tan \varphi_1 - \tan \varphi_2) & I &= \frac{10 \times 10^3}{220 \times 0.95} = 47.8 \text{ A} \\ &= \frac{10 \times 10^3}{314 \times 220^2} (\tan 25.84^\circ - \tan 18.19^\circ) = 103 \text{ } \mu\text{F} \end{aligned}$$

$\cos \varphi$ 提高后, 线路上总电流减少, 但继续提高 $\cos \varphi$ 所需电容很大, 增加成本, 总电流减小却不明显。因此, 一般将 $\cos \varphi$ 提高到0.9即可。

11.7 最大有功功率传输



$$Z_{eq} = R_{eq} + jX_{eq} \quad Z_L = R_L + jX_L$$

$$\dot{I} = \frac{\dot{U}_{OC}}{Z_{eq} + Z_L} \Rightarrow I = \frac{U_{OC}}{\sqrt{(R_{eq} + R_L)^2 + (X_{eq} + X_L)^2}}$$

$$\text{有功功率 } P = I^2 R_L = \frac{R_L U_{OC}^2}{(R_{eq} + R_L)^2 + (X_{eq} + X_L)^2}$$

11.7 最大有功功率传输

负载获得最大有功功率 P_{\max} 的条件:

$$P = \frac{R_L U_{\text{OC}}^2}{(R_{\text{eq}} + R_L)^2 + (X_{\text{eq}} + X_L)^2}$$

$$P_{\max} = \frac{U_{\text{OC}}^2}{4R_{\text{eq}}}$$

➤ 负载阻抗的实部、虚部分别任意可调

需记忆!

$$X_{\text{eq}} + X_L = 0 \Rightarrow X_L = -X_{\text{eq}}$$

$$P = \frac{R_L U_{\text{OC}}^2}{(R_{\text{eq}} + R_L)^2} \quad \text{回到电阻电路中求最大功率问题}$$

$$\frac{dP}{dR_L} = 0 \Rightarrow R_L = R_{\text{eq}}$$

$$\begin{aligned} Z_L &= R_L + jX_L \\ &= R_{\text{eq}} - jX_{\text{eq}} = Z_{\text{eq}}^* \end{aligned}$$

共轭匹配

11.7 最大有功功率传输

➤ 负载阻抗角恒定、阻抗模任意可调

$$Z_L = R_L + jX_L = |Z_L| \cos \varphi_L + j|Z_L| \sin \varphi_L$$

$$P = \frac{R_L U_{OC}^2}{(R_{eq} + R_L)^2 + (X_{eq} + X_L)^2}$$
$$= \frac{|Z_L| \cos \varphi_L U_{OC}^2}{(R_{eq} + |Z_L| \cos \varphi_L)^2 + (X_{eq} + |Z_L| \sin \varphi_L)^2}$$

$$\frac{dP}{d|Z_L|} = 0 \Rightarrow |Z_L| = |Z_{eq}|$$

该情况对应的最大功率可根据实际问题进行计算，无需记忆公式

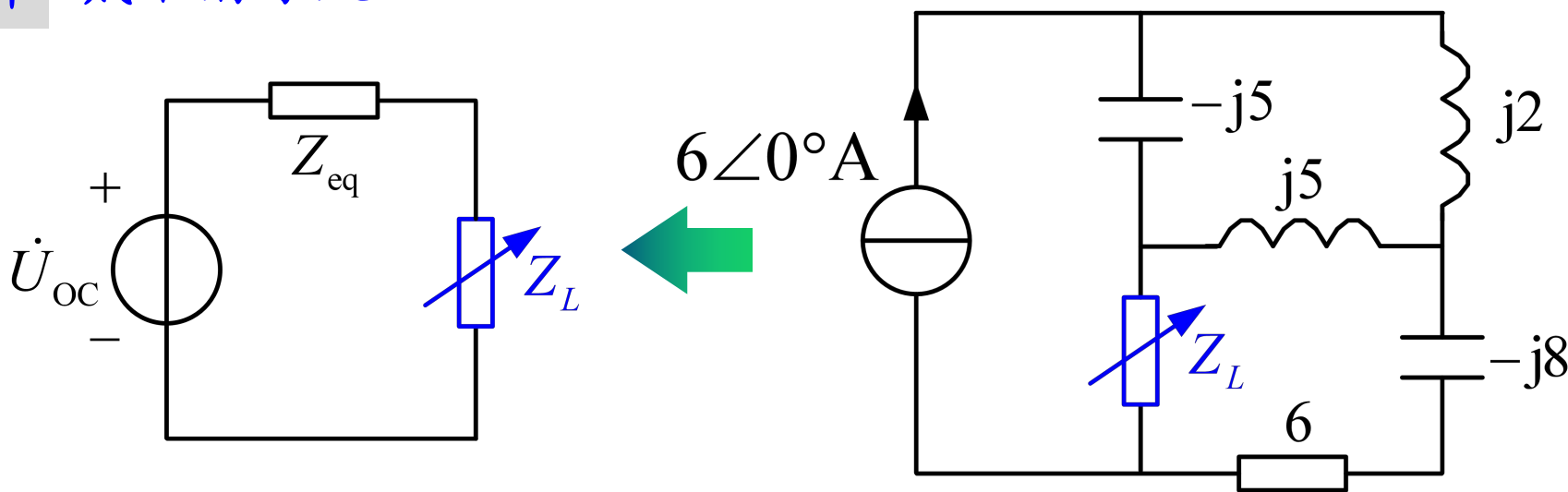
模相等匹配

特例： $\varphi_L = 0$ 负载为纯电阻 $\Rightarrow R_L = |Z_{eq}|$

11.7 最大有功功率传输

例11-4 图示正弦稳态电路，确定以下3种情况下最大有功功率传输条件和 Z_L 获得的最大有功功率：(1) Z_L 任意可调；(2) Z_L 为模值任意可调阻抗；阻抗角为60度(感性)；(3) Z_L 调节范围为 $[(3+j5)\Omega, (6+j10)\Omega]$ ，如何调节 Z_L 使其获得最大功率？

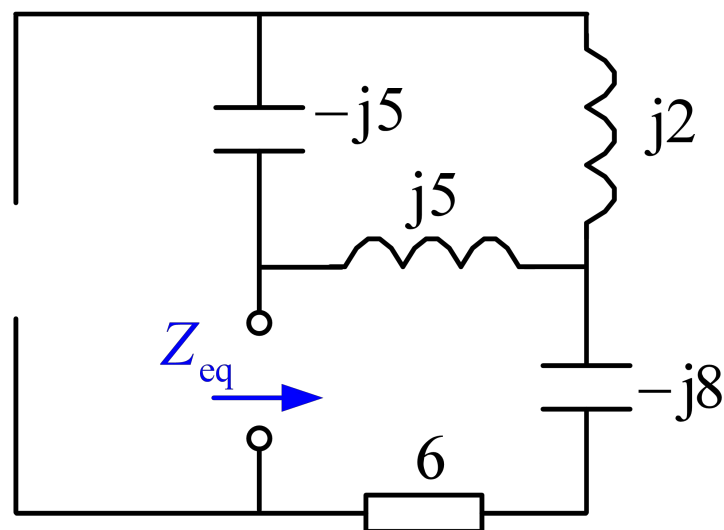
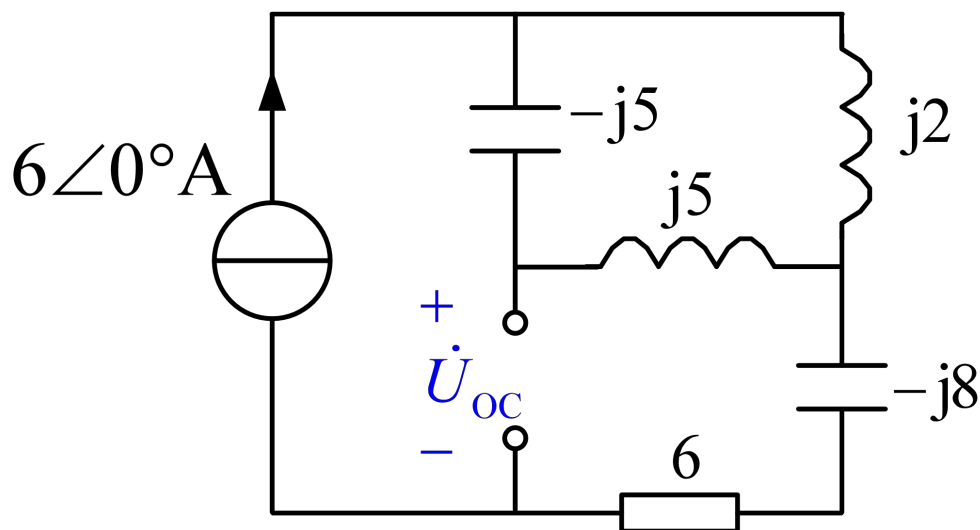
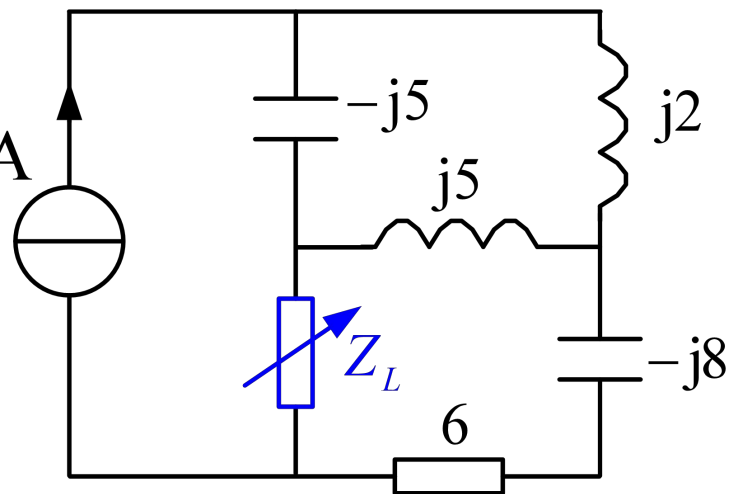
解 戴维南等效



11.7 最大有功功率传输

解 $\dot{U}_{oc} = (j5 - j8 + 6) \times 6 \angle 0^\circ$
 $= 40.25 \angle -26.57^\circ \text{V} \quad 6 \angle 0^\circ \text{A}$

$$Z_{eq} = (-j5 + j2) \parallel j5 - j8 + 6$$
$$= 16.62 \angle -68.84^\circ \Omega$$



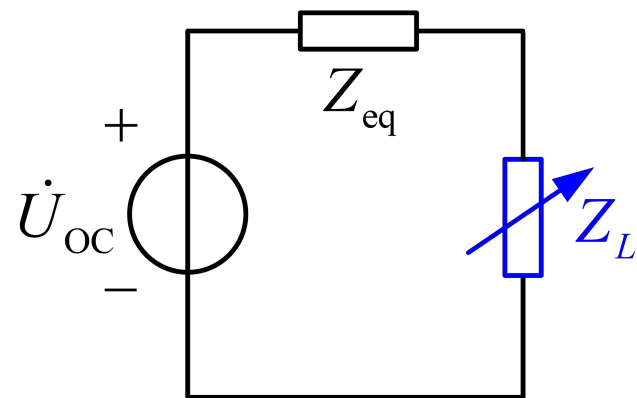
11.7 最大有功功率传输

(1) Z_L 任意可调

解 共轭匹配时有功功率最大

$$\begin{aligned} Z_L &= Z_{eq}^* = 16.62 \angle 68.84^\circ \\ &= (6 + j15.5) \Omega \end{aligned}$$

$$P_{\max} = \frac{U_{OC}^2}{4R_{eq}} = \frac{40.25^2}{4 \times 6} = 67.5 \text{ W}$$



$$\begin{aligned} \dot{U}_{OC} &= 40.25 \angle -26.57^\circ \text{ V} \\ Z_{eq} &= 16.62 \angle -68.84^\circ \Omega \\ &= (6 - j15.5) \Omega \end{aligned}$$

11.7 最大有功功率传输

(2) Z_L 为模值任意可调阻抗，阻抗角为 60° (感性)

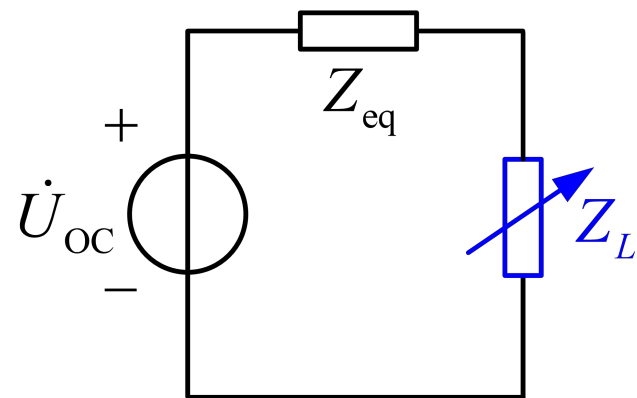
解 模相等时有功功率最大

$$|Z_L| = |Z_{eq}| = 16.62\Omega$$

$$Z_L = 16.62\angle 60^\circ = (8.3 + j14.39)\Omega$$

$$\begin{aligned} \dot{I} &= \frac{\dot{U}_{oc}}{Z_{eq} + Z_L} \\ &= \frac{40.25\angle -26.57^\circ}{6 - j15.5 + 8.3 + j14.39} \\ &= 2.81\angle 59.43^\circ \text{ A} \end{aligned}$$

$$P_{\max} = I^2 Z_L = 2.81^2 \times 8.3 = 65.53 \text{ W}$$



$$\dot{U}_{oc} = 40.25\angle -26.57^\circ \text{ V}$$

$$\begin{aligned} Z_{eq} &= 16.62\angle -68.84^\circ \Omega \\ &= (6 - j15.5)\Omega \end{aligned}$$

11.7 最大有功功率传输

(3) Z_L 调节范围为 $[(3+j5)\Omega, (6+j10)\Omega]$

解

$$P = \frac{R_L U_{OC}^2}{(R_{eq} + R_L)^2 + (X_{eq} + X_L)^2}$$

$X_{eq} + X_L$ 尽量接近0 $\Rightarrow X_L = 10\Omega$

$$P = \frac{R_L U_{OC}^2}{(6 + R_L)^2 + (-5.5)^2}$$

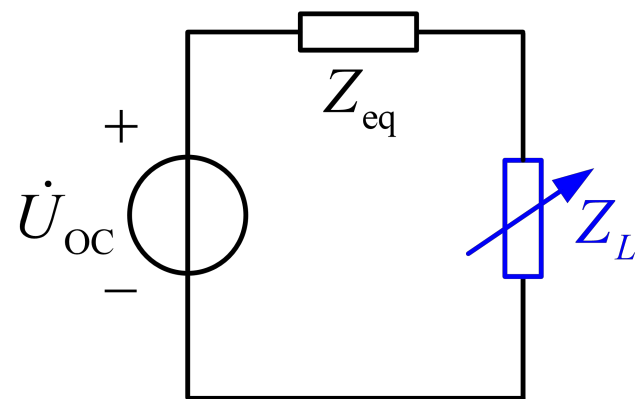
$$= \frac{U_{OC}^2}{R_L + \frac{66.25}{R_L} + 12}$$

$$\Rightarrow R_L = 6\Omega$$

$$Z_L = (6 + j10)\Omega$$

$[3, 6]$ 内单调递减

$$P_{\max} = \frac{40.25^2}{6 + \frac{66.25}{6} + 12} = 55.78\text{W}$$

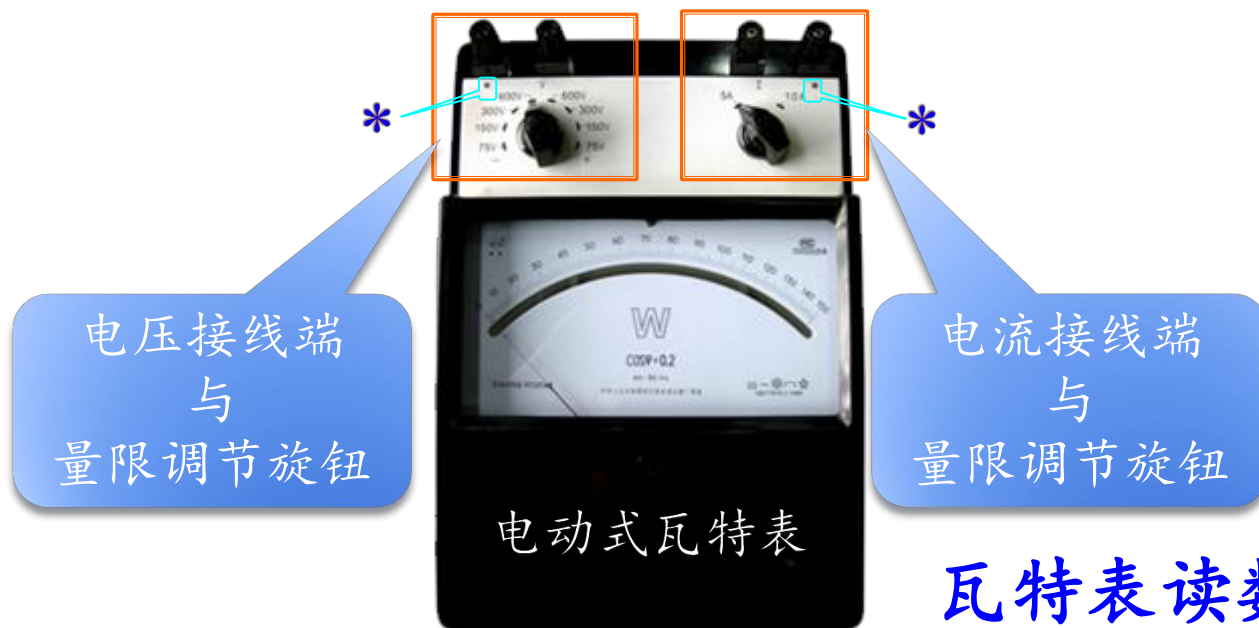


$$\dot{U}_{OC} = 40.25 \angle -26.57^\circ \text{V}$$

$$\begin{aligned} Z_{eq} &= 16.62 \angle -68.84^\circ \Omega \\ &= (6 - j15.5)\Omega \end{aligned}$$

11.8 有功功率测量

👉 瓦特表



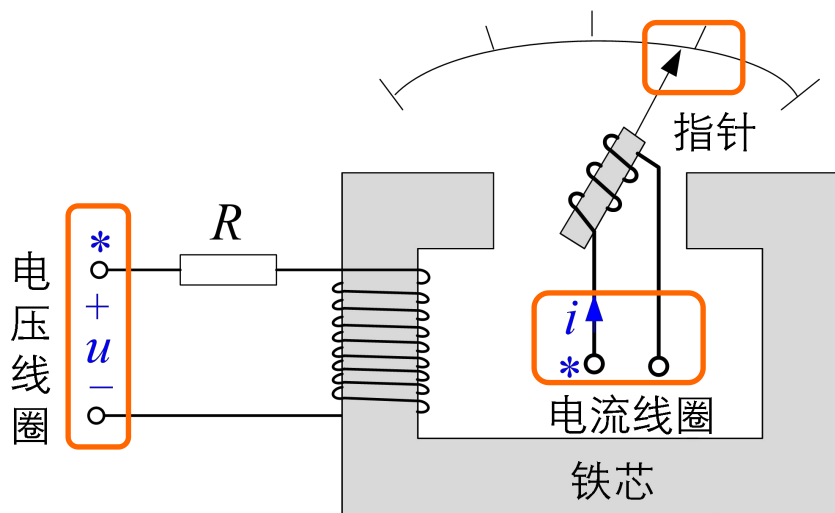
瓦特表读数是有功功率！



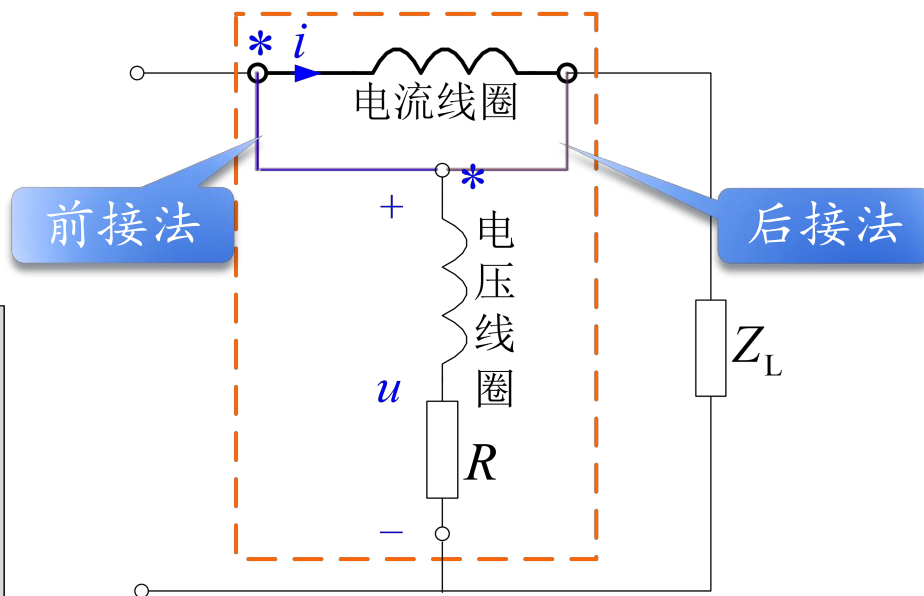
$$P = \frac{1}{T} \int_0^T u i dt$$
$$= \text{Re}[\dot{U} \times \dot{I}^*]$$

11.8 有功功率测量

👉 电动式瓦特表原理



👉 瓦特表的接线方式



电流线圈与负载**串联**
电压线圈与负载**并联**

11.8 有功功率测量

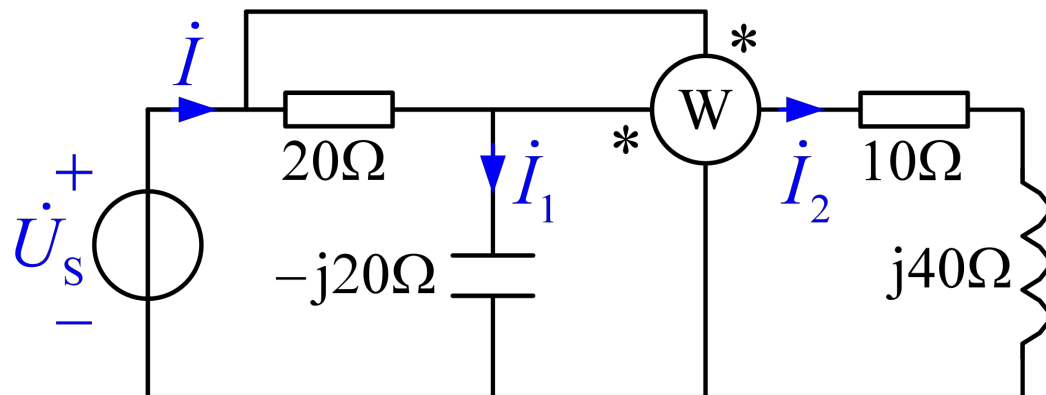
例11-5 $U_S=120\text{V}$ ，求电压源提供的功率及瓦特表的读数。

解 设 $\dot{U} = 120\angle 0^\circ \text{ V}$

$$\begin{aligned} Z_{\text{eq}} &= 20 + (-j20) \parallel (10 + j40) \\ &= 28 - j36 \\ &= 45.61\angle -52.13^\circ \Omega \end{aligned}$$

$$\dot{I} = \frac{\dot{U}_S}{Z_{\text{eq}}} = 2.63\angle 52.16^\circ \text{ A}$$

$$\begin{aligned} \dot{I}_2 &= \frac{-j20}{-j20 + 10 + j40} \dot{I} \\ &= 2.35\angle -101.31^\circ \text{ A} \end{aligned}$$



电压源提供的功率：

$$P = U_S I \cos(0^\circ - 52.13^\circ) = 193.73 \text{ W}$$

瓦特表读数： $\text{Re}[\dot{U}_S \times \dot{I}_2^*]$

$$P = U_S I_2 \cos(0^\circ - 101.31^\circ) = -55.31 \text{ W}$$

本章小结

- 几个功率：瞬时功率、有功功率、无功功率、视在功率、复功率
- 几个守恒：瞬时、有功、无功、复功率守恒
视在功率不守恒
- 功率因素校正/提高：
 - Q1：为什么要提高功率因素？
 - ✓ 提高电源容量利用率
 - ✓ 降低线路电流及损耗
 - Q2：如何提高功率因素？ 并联电容
- 最大有功功率传输： $Z_L = Z_i^*$ 共轭匹配

课后作业

- 11.3节：11-2
- 11.5节：11-7
- 11.6节：11-9
- 11.7节：11-13

谢谢聆听！！

刘旭 2023-5-6