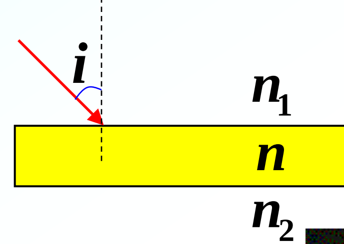
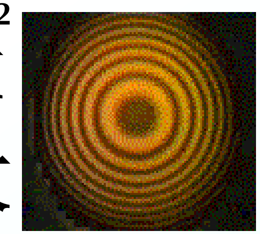
●分振幅干涉 (薄膜干涉)

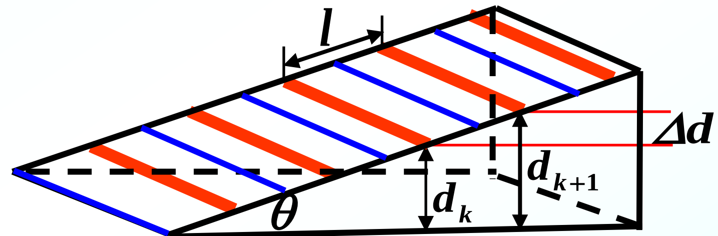


1.等倾干涉 (薄膜厚度均匀)

$$2d\sqrt{n^2-n_1^2\sin^2 i}\ \boxed{+\frac{\lambda}{2}} = \begin{cases} k\lambda & (k=1,2,\cdots) \cdots 明纹 \\ (2k+1)\dfrac{\lambda}{2} & (k=0,1,2\cdots)\cdots 暗纹 \end{cases}$$



2.等厚干涉(薄膜厚度不匀)



$$\boxed{\Delta d=\frac{\lambda}{2}}$$

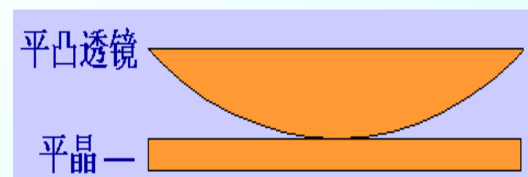
$$\boxed{l=\frac{\lambda}{2\sin\theta}}$$

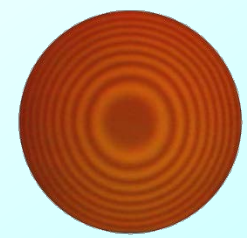
1）劈尖干涉(空气隙劈尖)

$$2d_k+\frac{\lambda}{2}=k\lambda \quad (k=1,2,\cdots)\ \cdots 明纹$$

$$2d_k+\frac{\lambda}{2}=(2k+1)\frac{\lambda}{2} \quad (k=0,1,2\cdots)\cdots 暗纹$$

2）牛顿环





$$2d_k+\frac{\lambda}{2}=\begin{cases} k\lambda & k=1,2\cdots 明 \\ (2k+1)\dfrac{\lambda}{2} & k=0,1,2\cdots 暗 \end{cases}$$

暗环半径：

$$r_k=\sqrt{kR\lambda}\,(k=0,1\cdots)$$

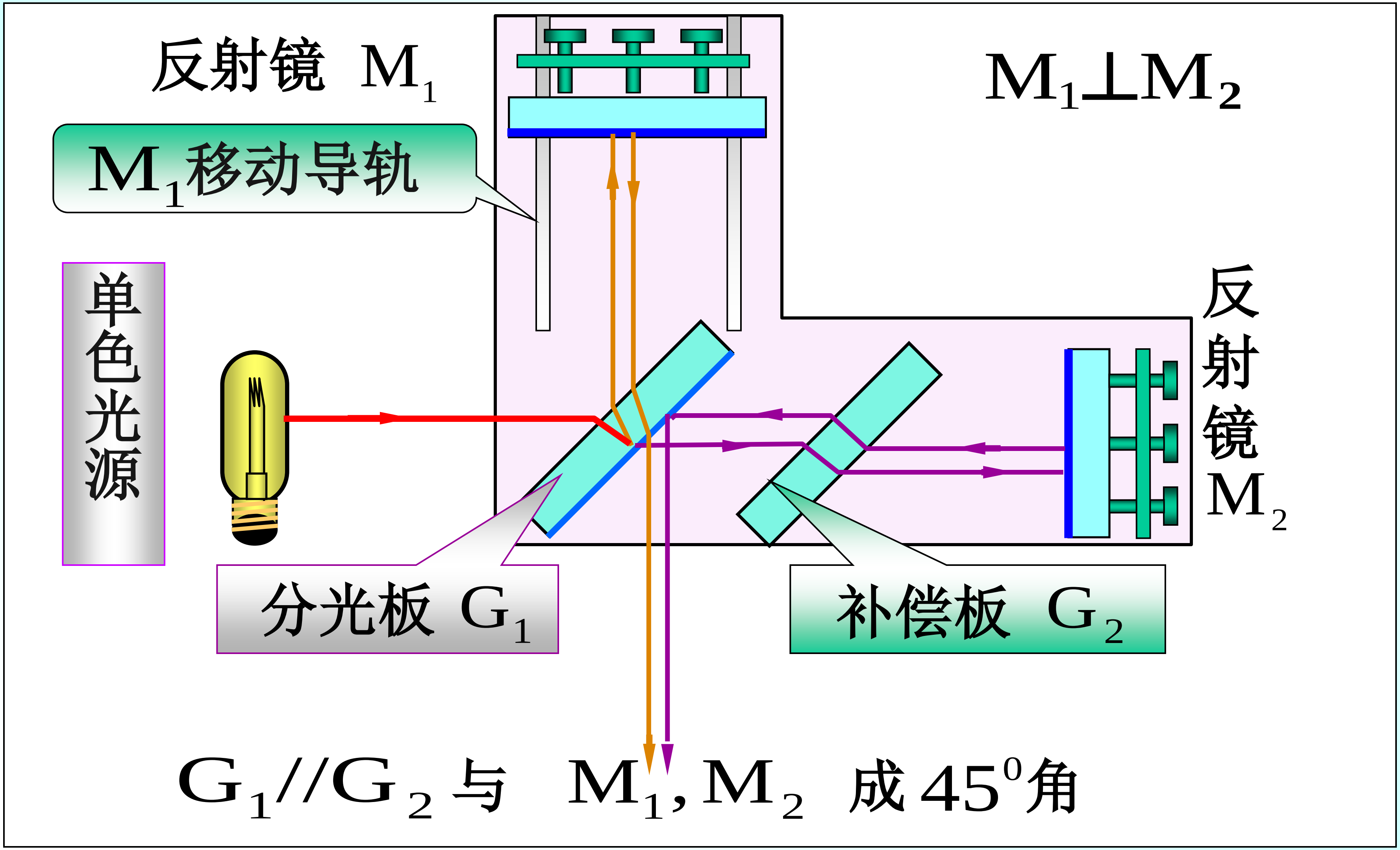
3） 迈克尔孙干涉仪

1) 利用光的干涉，实现光波波长、微小长度、长度的微小变化等的测量；

2) 历史上，寻找“以太”著名的“零结果”，从实验上说明了光速不变；

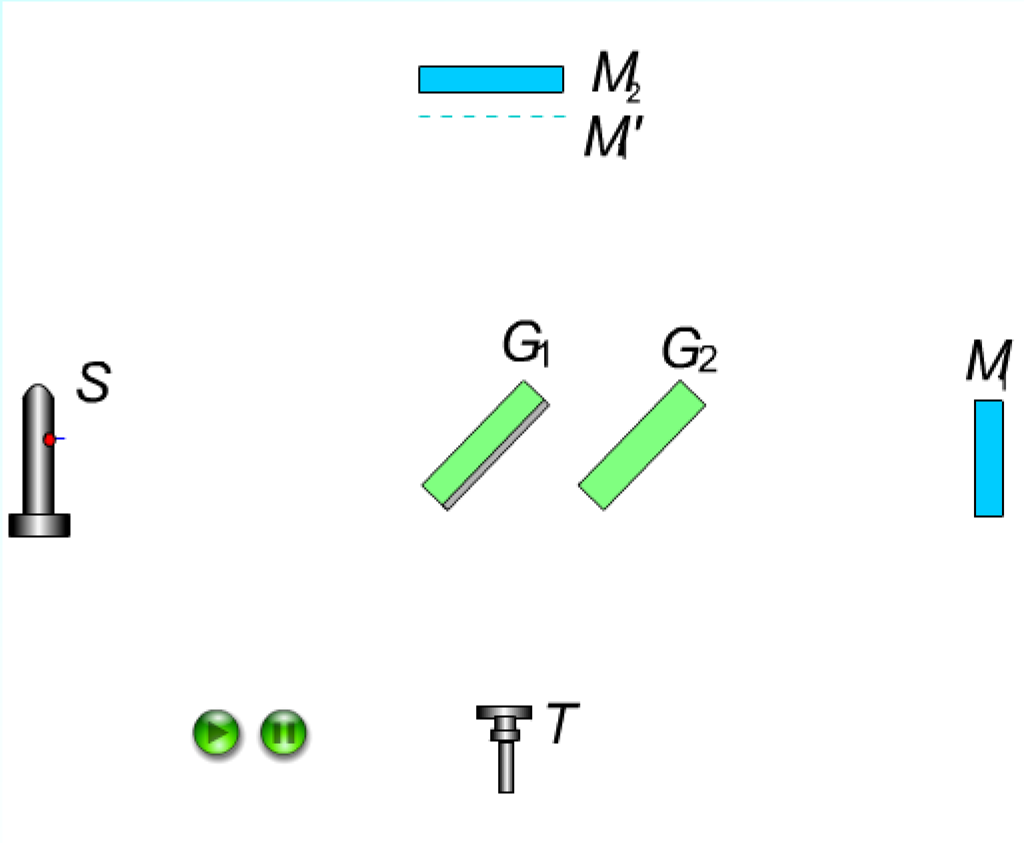
3) 在近代科学技术中也有重要应用。

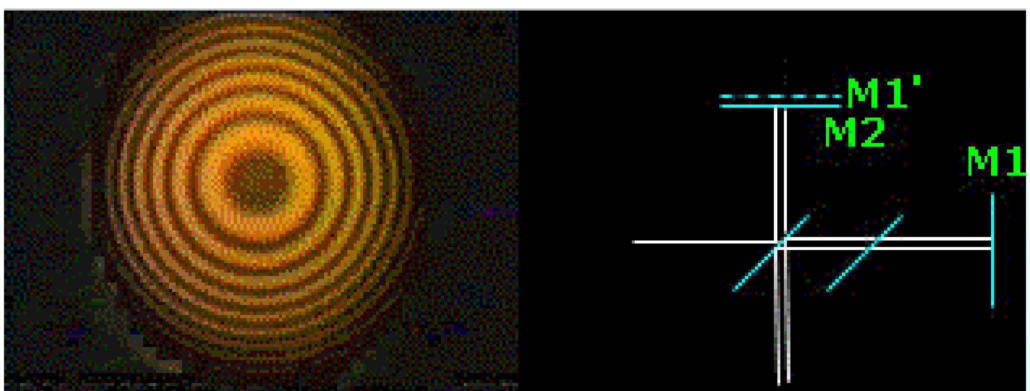
迈克耳逊干涉仪



反射镜 M_1
$M_1 \perp M_2$
M_1移动导轨
单色光源
反射镜 M_2
分光板 G_1
补偿板 G_2
$G_1 // G_2$ 与 M_1, M_2 成 45^0角

$$2d\sqrt{n^2-n_1^2\sin^2 i}\boxed{+\frac{\lambda}{2}} = \begin{cases} k\lambda & (k=1,2,\cdots)\ \cdots\text{明纹} \\ (2k+1)\dfrac{\lambda}{2} & (k=0,1,2\cdots)\cdots\text{暗纹} \end{cases}$$





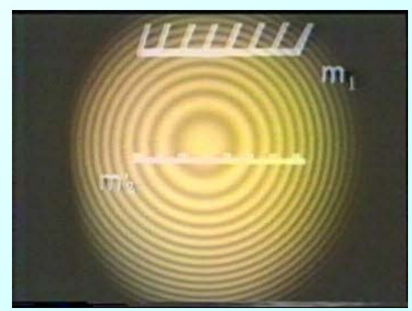
对中央明纹:

$$2d=k\lambda$$

d 每改变$\lambda/2$，中心就有一个亮斑冒出或缩进。

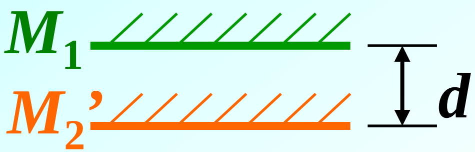
此动画有不准确处?

动画中，d=0时，屏幕上应是一片光明，因为各处的光程差均为0.



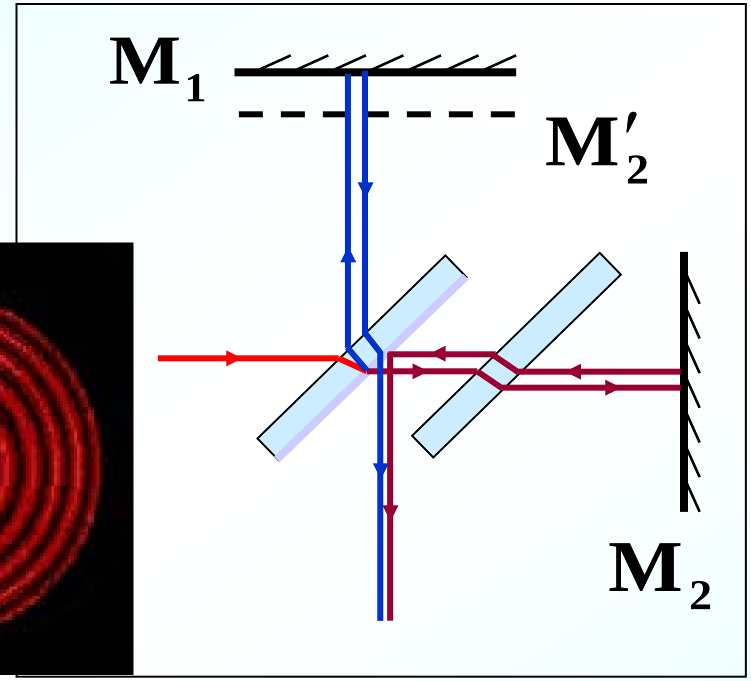
迈克耳逊干涉仪

当 $M_1 \perp M_2 \longrightarrow M_1 \parallel M_2'$



M_1与M_2'形成厚度均匀的薄膜,

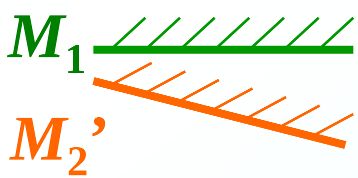
——等倾条纹



当 $M_1 \cancel{\perp} M_2$

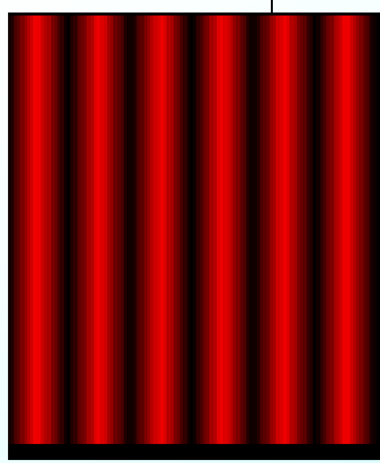
$\Downarrow$

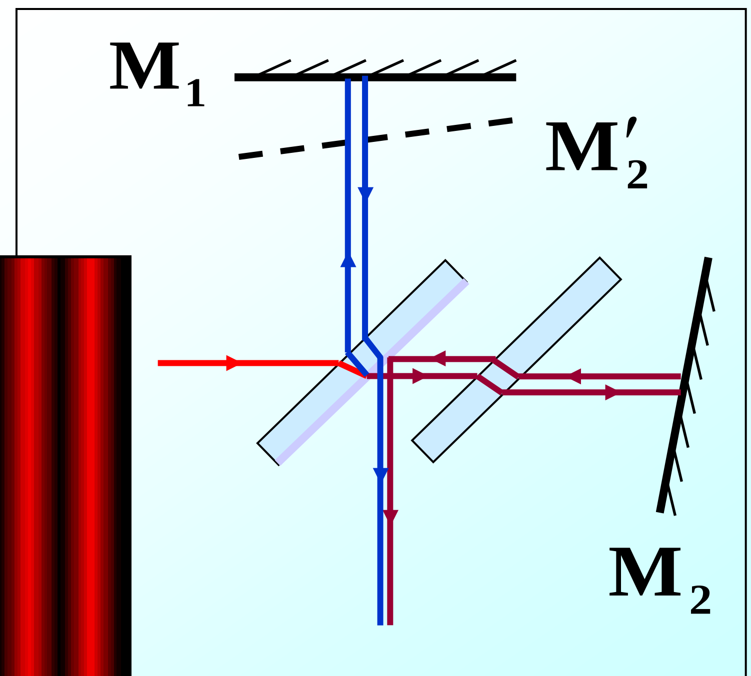
$M_1 \cancel{\parallel} M_2'$



M_1与 M_2'形成一空气隙劈尖,

——等厚条纹





干涉条纹的位置取决于光程差，只要光程差有微小的变化干涉条纹就发生可鉴别的移动。

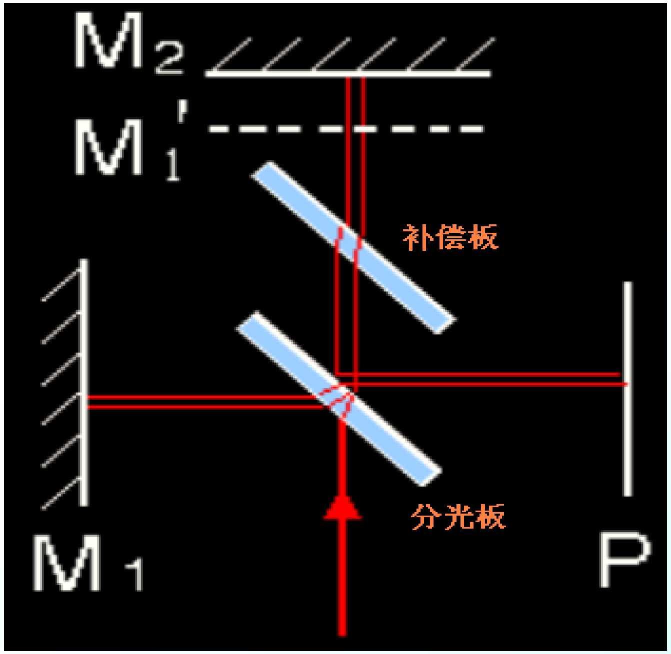
平移 M_2，由中央明纹满足的光程差：

$$\Delta r = 2d = k\lambda$$

知：Δr 改变‘λ’这么长，

中心就有一个亮斑冒出或缩进，相当于

M_2平移 $\lambda/2$ → 中心有一个亮斑冒出或缩进



$M_1 \perp M_2$

中心冒出或缩进的亮斑数目 N → M_2平移的距离

$$\Delta d = N\frac{\lambda}{2}$$

$$\boxed{\Delta d = N\frac{\lambda}{2}}$$

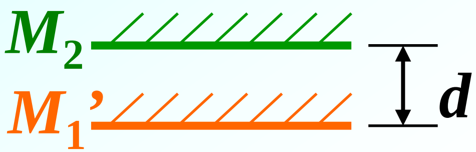
已知 λ 可测 Δd

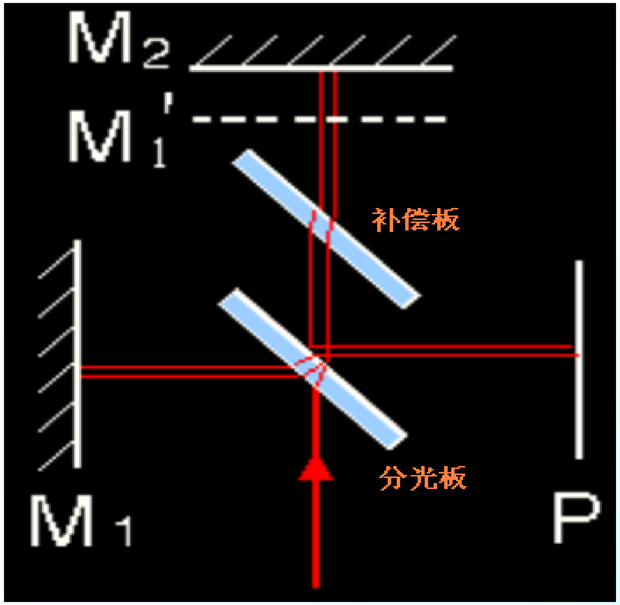
已知 Δd 可测 λ

◆ 用迈克耳逊干涉仪可以测量光的波长。

例:若测得可动反射镜移动距离为0.3220mm，等倾干涉条纹在中心处缩进1204个条纹，求所用光的波长。

解： 当 $M_1 \perp M_2 \Longrightarrow M_1' \parallel M_2$





M_1' 与 M_2 形成厚度均匀的薄膜，出现同心圆环状的等倾干涉条纹。

$$\delta = 2d\sqrt{n^2 - n_1^2 \sin^2 i}$$

在中心处，$i=0$，故有 $\delta_k = 2d_k = k\lambda$

中心处每缩进一个条纹，移动的距离为 $\Delta d = \dfrac{\lambda}{2}$

$N \cdot \Delta d = \Delta L$

移动的总距离

$$N \cdot \frac{\lambda}{2} = \Delta L$$

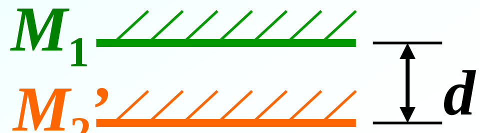
$$\lambda = 2 \cdot \Delta L / N = 2 \times 0.3220/1204$$

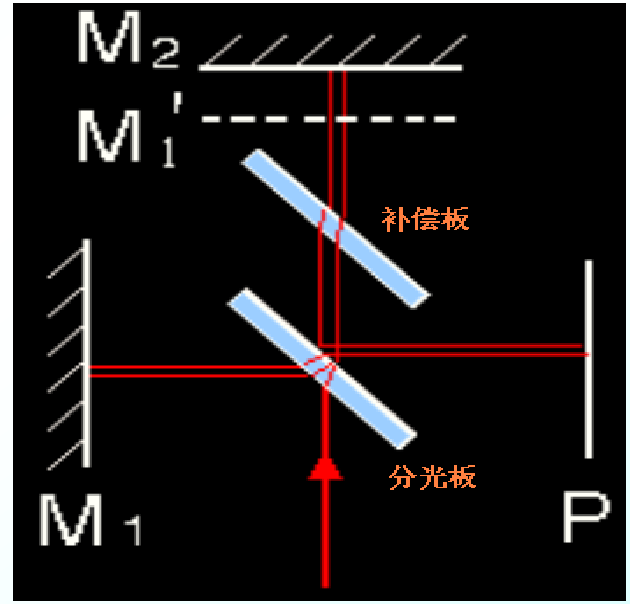
$$= 5.348837209 \times 10^{-4}\,\text{mm}$$

$$\therefore \lambda = 534.9\,\text{nm}$$

例: 用迈克耳逊干涉仪做干涉实验, 入射光的波长为λ. 在转动反射镜M_2的过程中, 在总的干涉区域宽度L内, 观察到的完整的直线状干涉条纹数从N_1开始减少, 而后突变为同心圆环状的等倾干涉条纹。若继续同方向转动M_2, 又会看到由疏变密的直线干涉条纹, 直到在宽度L内有N_2条完整的干涉条纹为止。在此过程中M_2转过的角度是多少? 解:

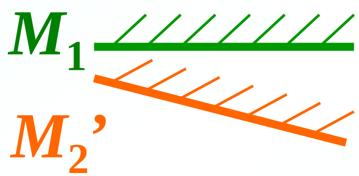
当 $M_1 \perp M_2 \longrightarrow M_1 \parallel M_2'$



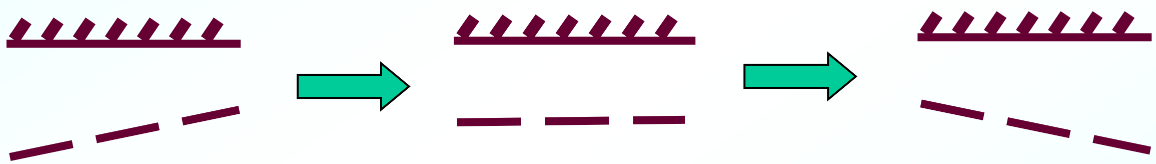


M_1与M_2'形成厚度均匀的薄膜, 出现同心圆环状的等倾干涉条纹。

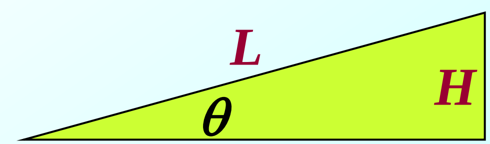
当 $M_1 \cancel{\perp} M_2 \longrightarrow M_1 \cancel{\parallel} M_2'$



M_1与 M_2'形成一空气劈尖,出现直线状的等厚干涉条纹。



$\delta_k = 2d_k = k\lambda \longrightarrow$ 相邻两明纹对应的厚度差为: $\Delta d = \dfrac{\lambda}{2}$



$$\theta_1 = H_1 / L = (N_1 - 1)\cdot \Delta d / L = (N_1 - 1)\cdot \lambda/2 / L$$

$$\theta_2 = H_2 / L = (N_2 - 1)\cdot \Delta d / L = (N_2 - 1)\cdot \lambda/2 / L$$

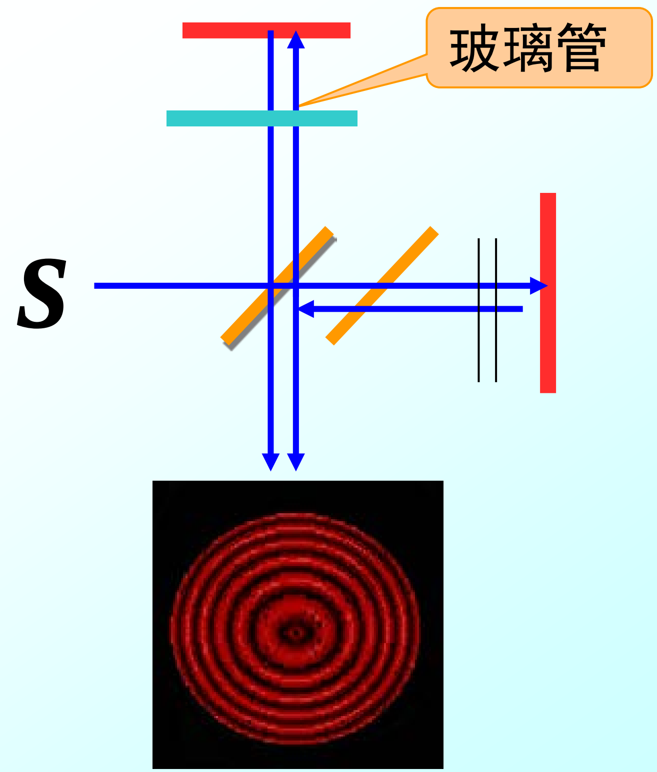
$$\boxed{\Delta\theta = \theta_1 + \theta_2 = \frac{(N_1 + N_2 - 2)\lambda}{2L}}$$

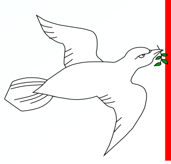
例：在迈克耳孙干涉仪的两臂中，分别插入l=10.0cm长的玻璃管，其中一个抽成真空，另一个则储有压强为1.013×10^5Pa的空气，用以测量空气的折射率n . 设所用光波波长为546nm，实验时，向真空玻璃管中逐渐充入空气，直至压强达到 1.013×10^5Pa为止 . 在此过程中，观察到107.2条干涉条纹的移动，试求空气的折射率n.

解： $$\delta_1-\delta_2=2(n-1)l=107.2\lambda$$

$$n=1+\frac{107.2\lambda}{2l}=1+\frac{107.2\times546\times10^{-7}\,\text{cm}}{2\times10.0\,\text{cm}}$$

$$=1.00029$$





$\delta=N\lambda$ 知 ‘δ’ 改变 ‘λ’ 这么长，就有一条明纹移动。

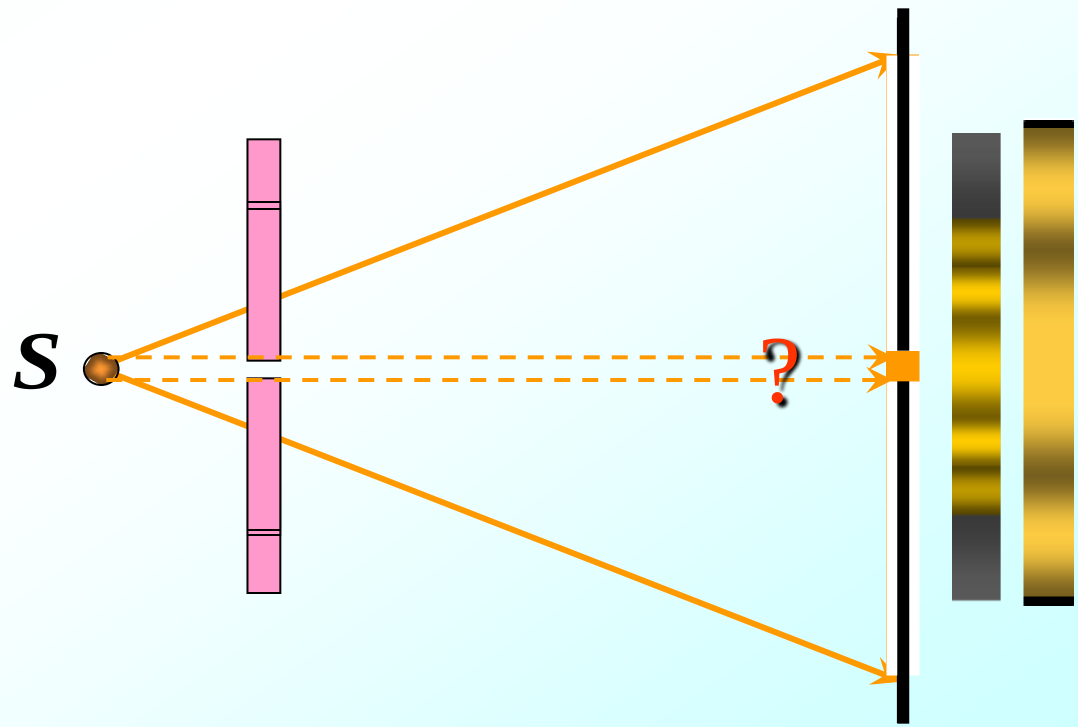
光波的衍射

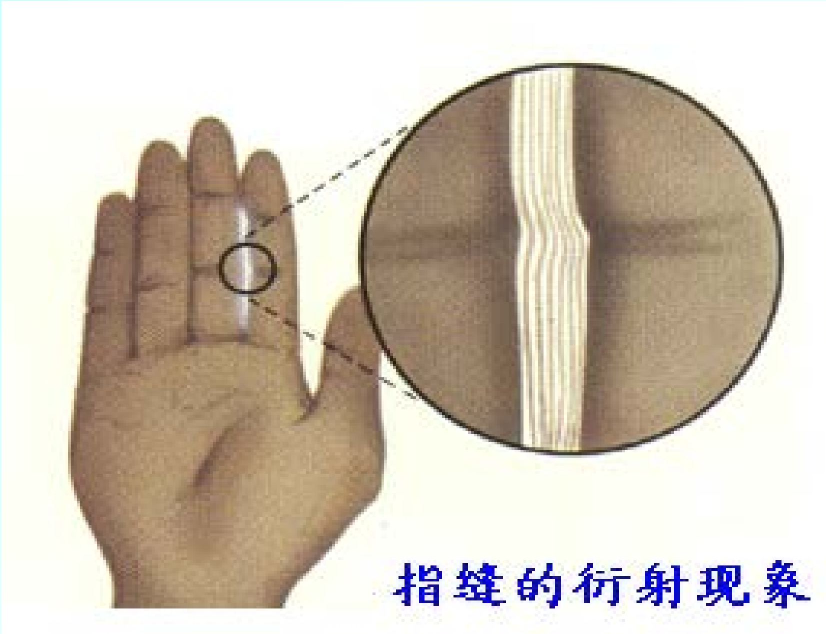
一、光的衍射现象

波的衍射现象：波在传播过程中遇到障碍物，能够绕过障碍物的边缘而偏离直线传播的现象。

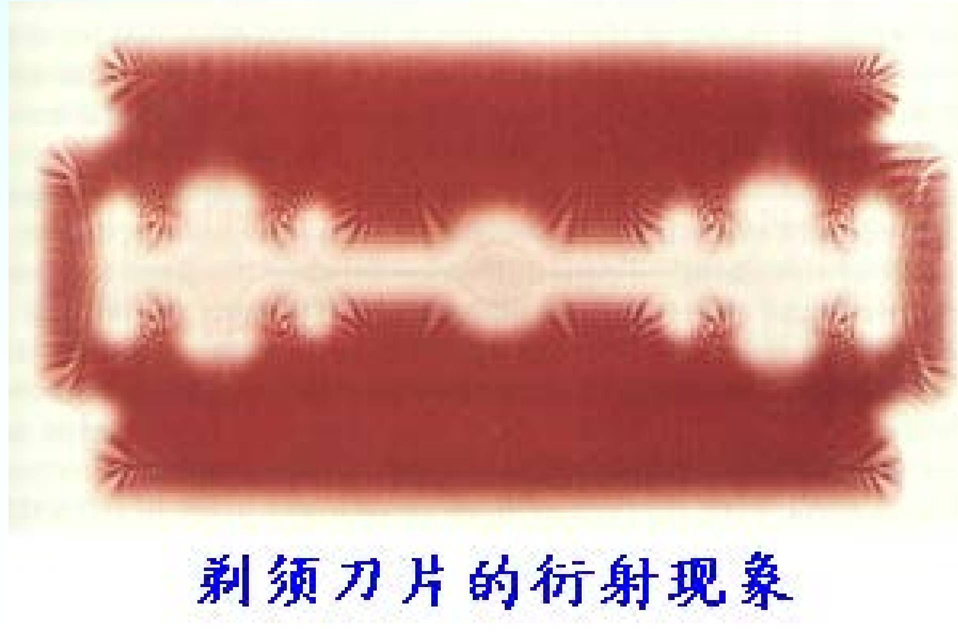
1. 现象

光在传播过程中遇到尺寸比光的波长大得不多的障碍物时，光会传到障碍物的阴影区并形成明暗变化的光强分布的现象。

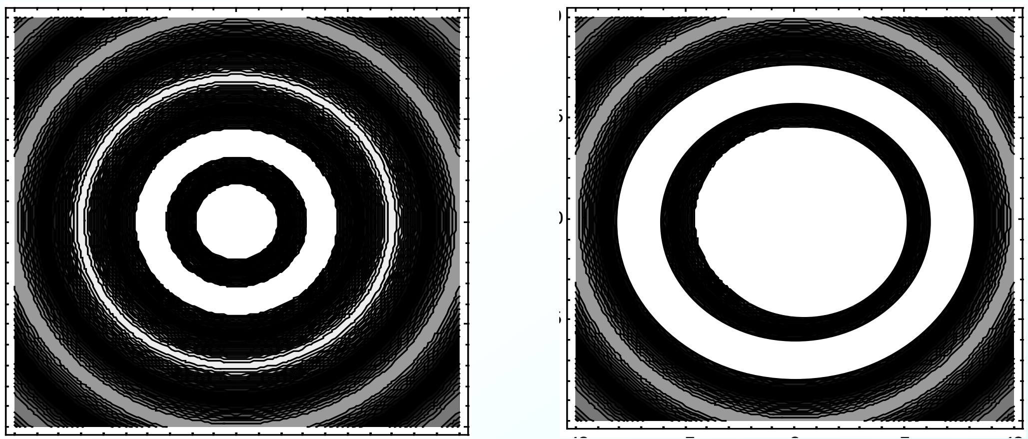




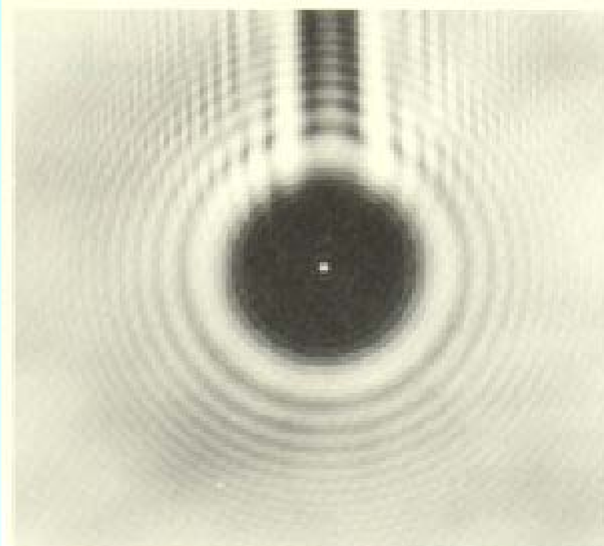
指缝的衍射现象

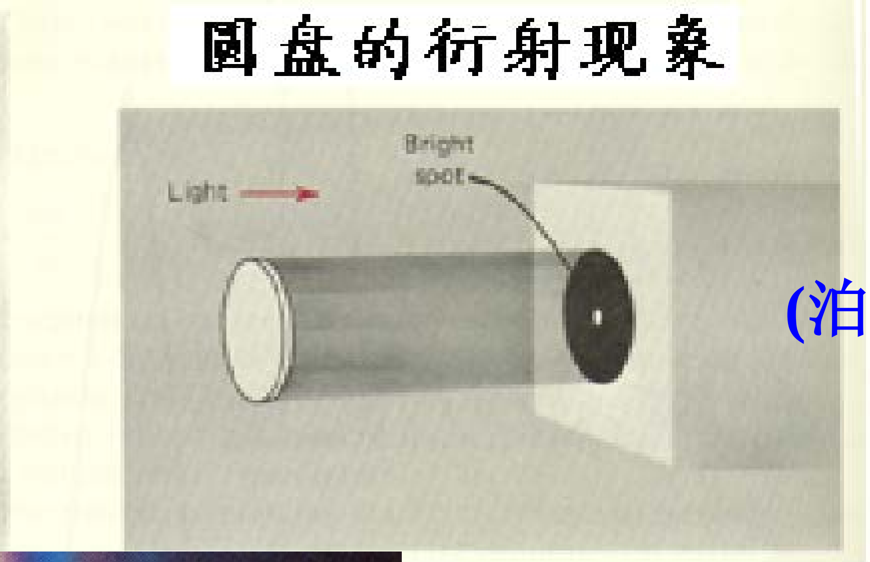


剃须刀片的衍射现象

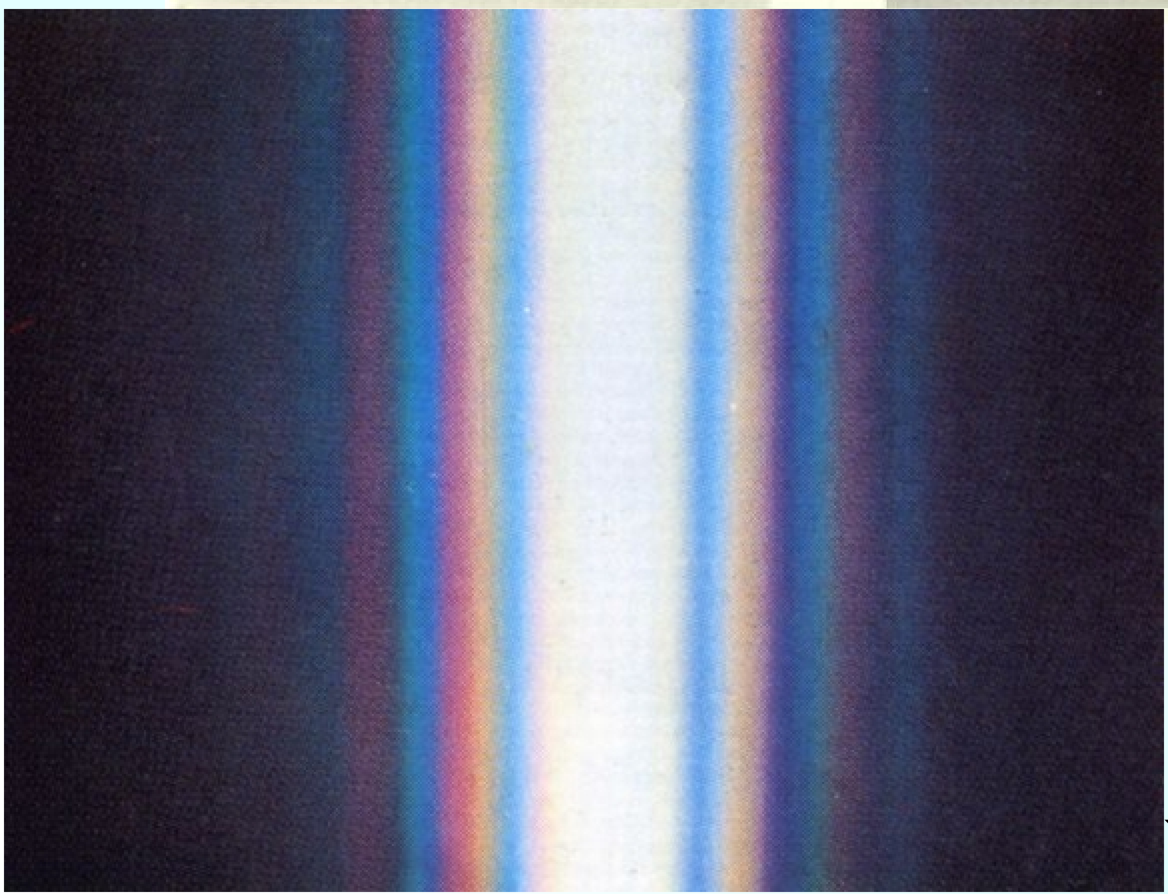


圆孔衍射现象





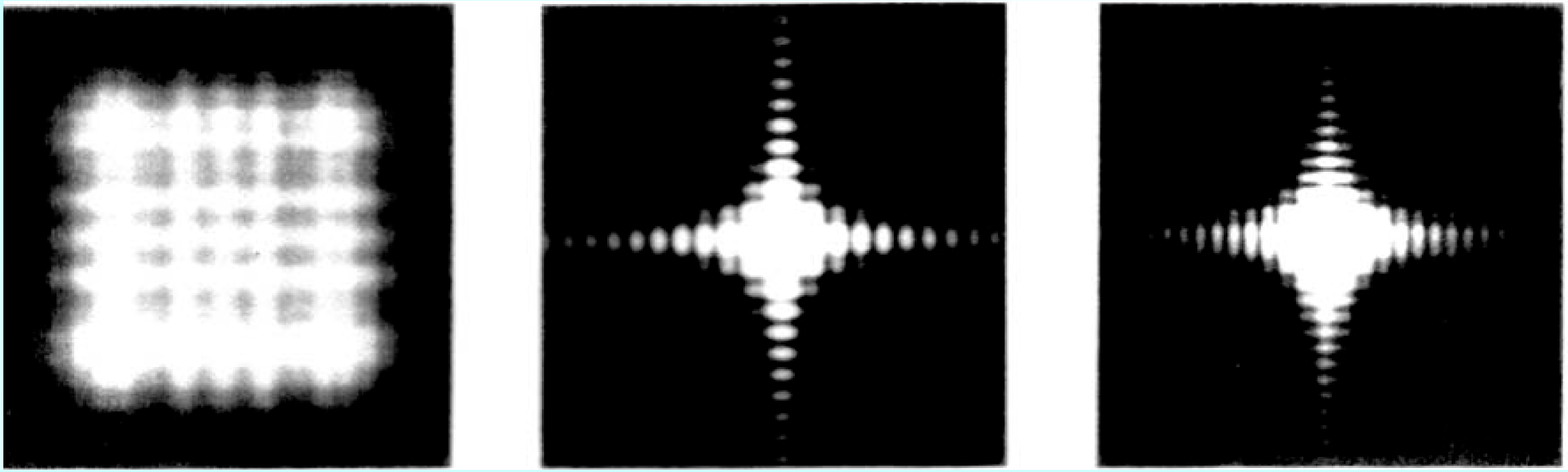
(泊松亮斑)



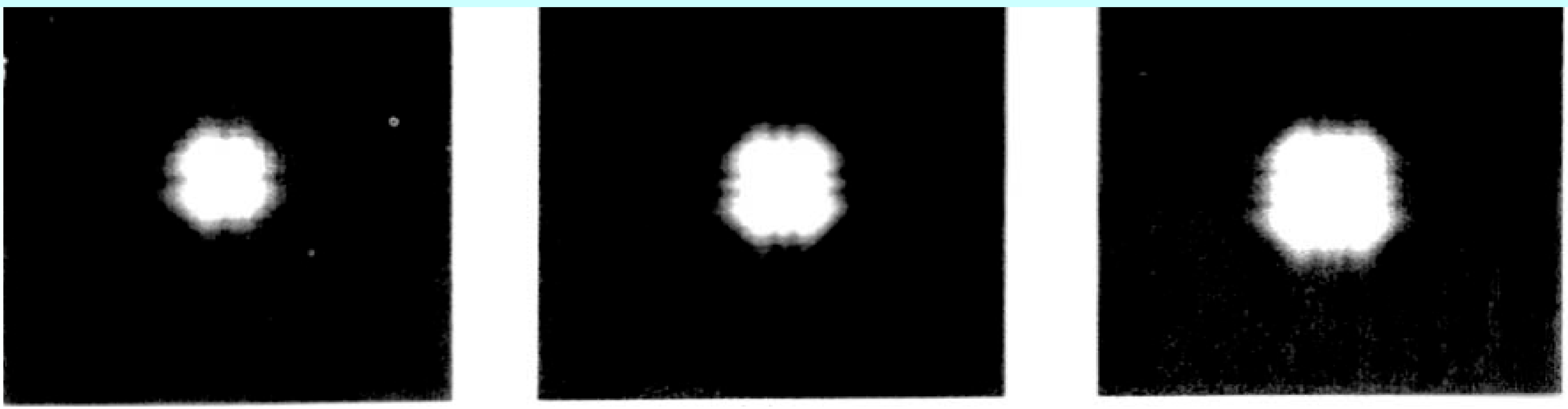
1818年，巴黎科学院举行以解释衍射现象为内容的有奖究赛，年轻的菲涅耳提出了惠更斯–菲涅耳原理，并出人意料地取得了优胜，开始了光的波动说的兴旺时期。

杨氏双缝干涉(1801年)

单缝衍射(白光)



再比如：夜晚看远处的灯光不是一个点，而是光芒四射。原因是由于瞳孔边缘使光发生了衍射。

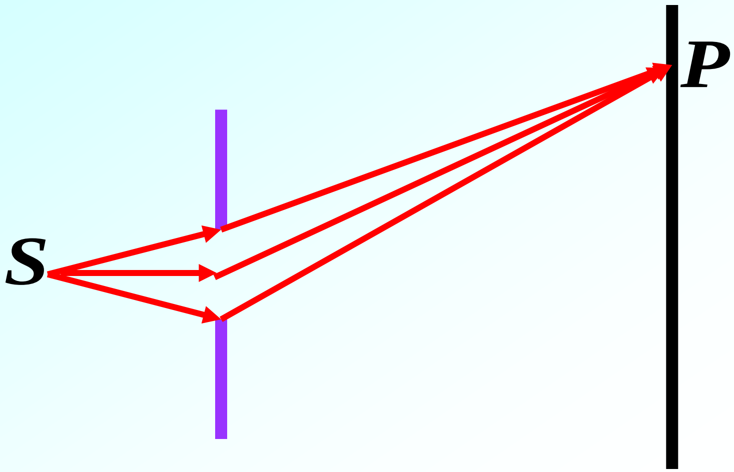


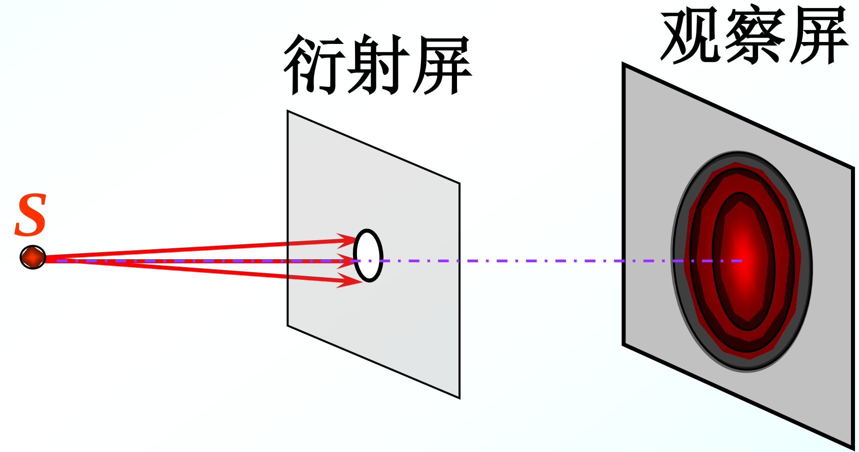
方孔菲涅耳衍射

2. 衍射分类

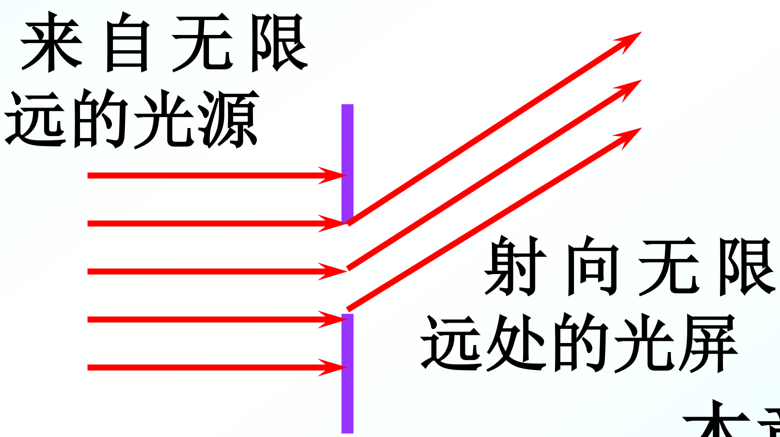
显然，夫朗和费衍射是菲涅尔衍射的一个特例。

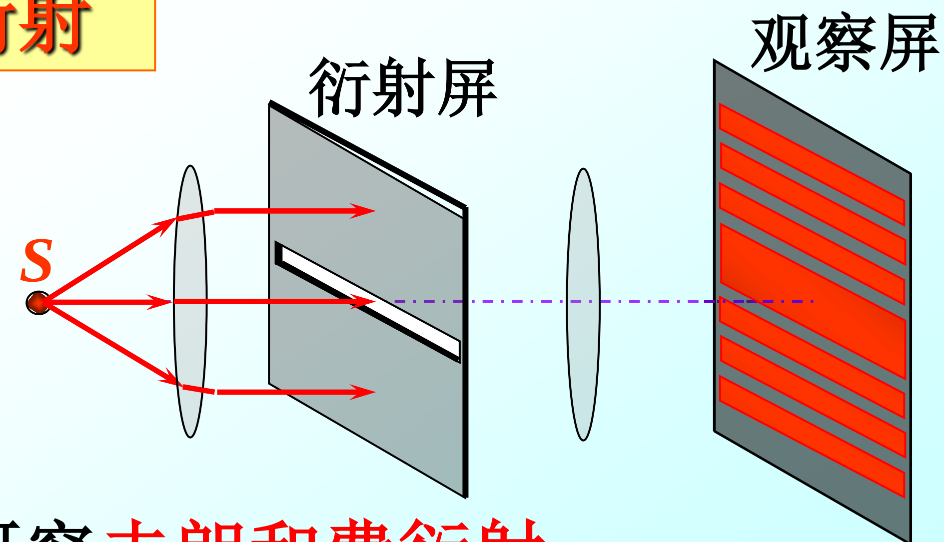
(1) 菲涅耳衍射　　近场衍射





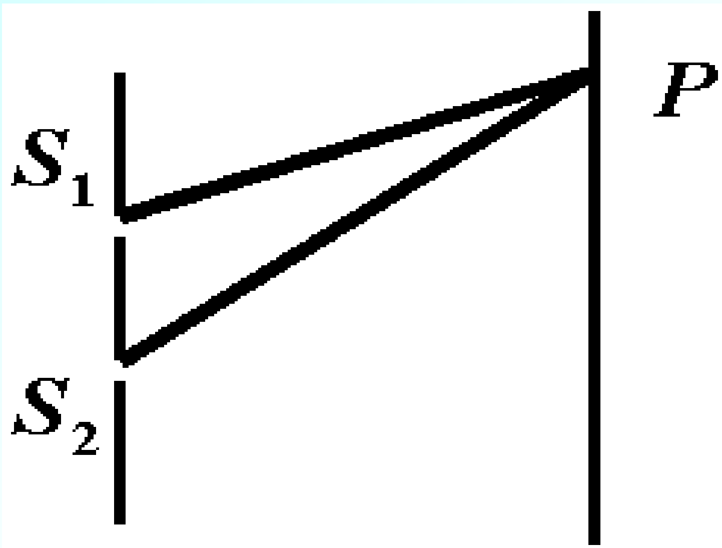
(2)夫朗和费衍射　　远场衍射

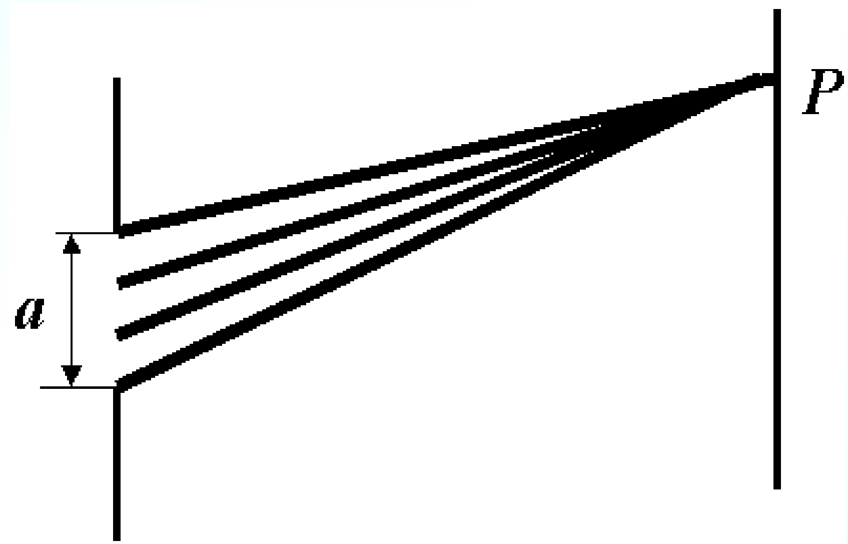




本章只研究夫朗和费衍射。

干涉与衍射的区别



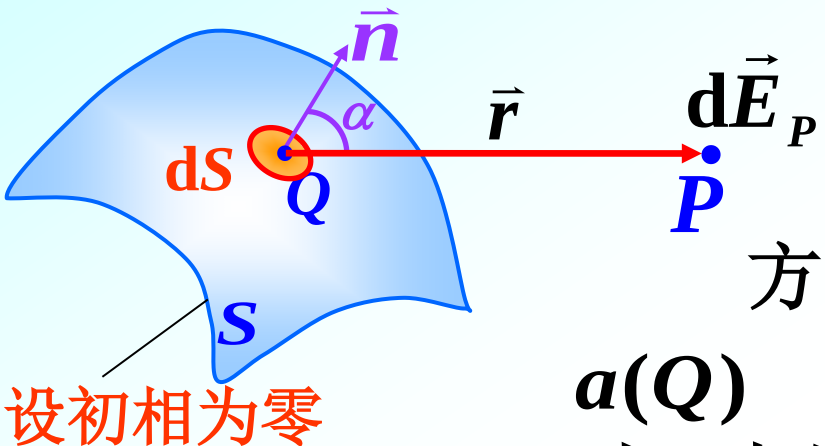


干涉:有限子波迭加干涉

衍射:无限子波迭加干涉

惠更斯——菲涅耳原理

波传到的任何一点都是子波的波源，**各子波在空间某点的相干叠加，决定该点波的强度。**



$$\mathrm{d}E_P = \mathrm{d}y \propto \frac{a(Q)f(\alpha)}{r}\mathrm{d}S$$

方向因子$f(\alpha)$: $\begin{cases} \alpha = 0,\ f = f_{\max} \\ \alpha \uparrow \Rightarrow f(\alpha) \downarrow \\ \alpha \geq \dfrac{\pi}{2},\ f = 0 \end{cases}$

$a(Q)$ 取决于波前上Q点处的强度

$$\mathrm{d}y = c\frac{a(Q)f(\alpha)}{r}\mathrm{d}S \cdot \cos(\omega t - \frac{2\pi r}{\lambda})$$

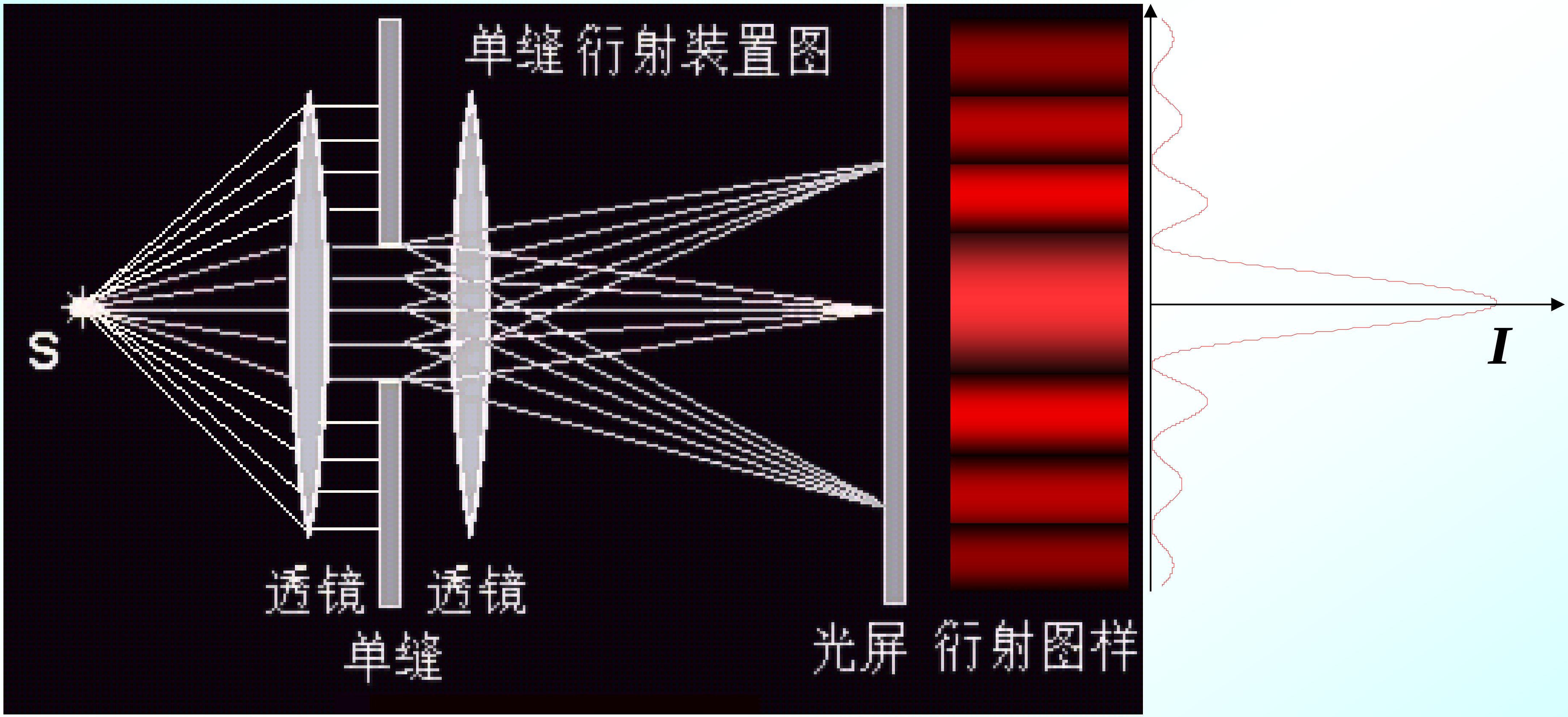
（c——比例系数）

$$\boxed{y_P = c\int_S \frac{a(Q)f(\alpha)}{r}\cos(\omega t - \frac{2\pi r}{\lambda})\mathrm{d}S} = E_{0P}\cos(\omega t + \varphi_P)$$

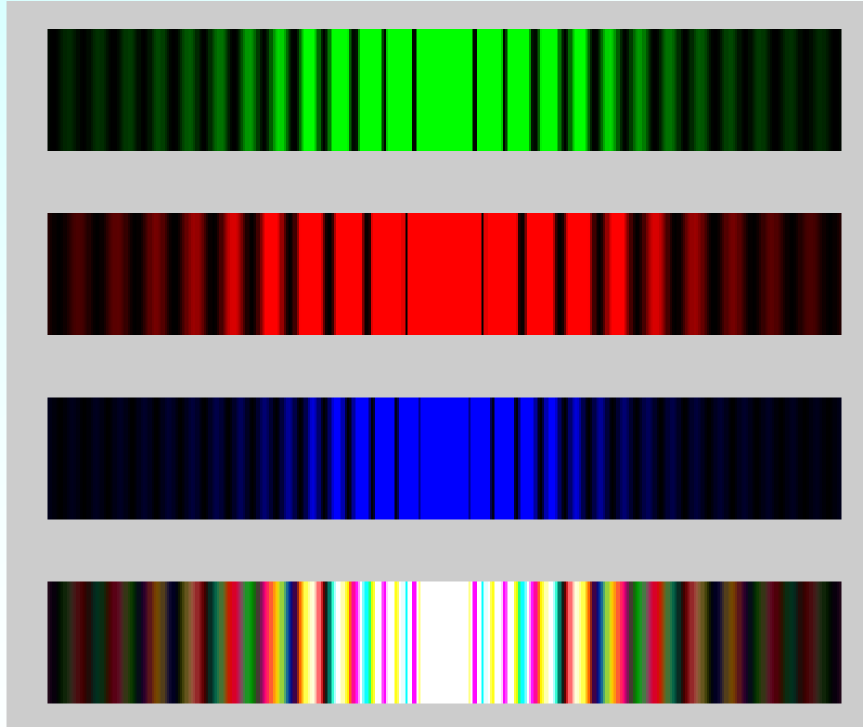
菲涅耳衍射积分公式

P 处波的强度 $I_P \propto E_{0P}^2$

三. 单缝夫朗和费衍射



要研究的问题 $\begin{cases} \text{明暗条纹位置分布} \\ \text{条纹强度分布} \end{cases}$

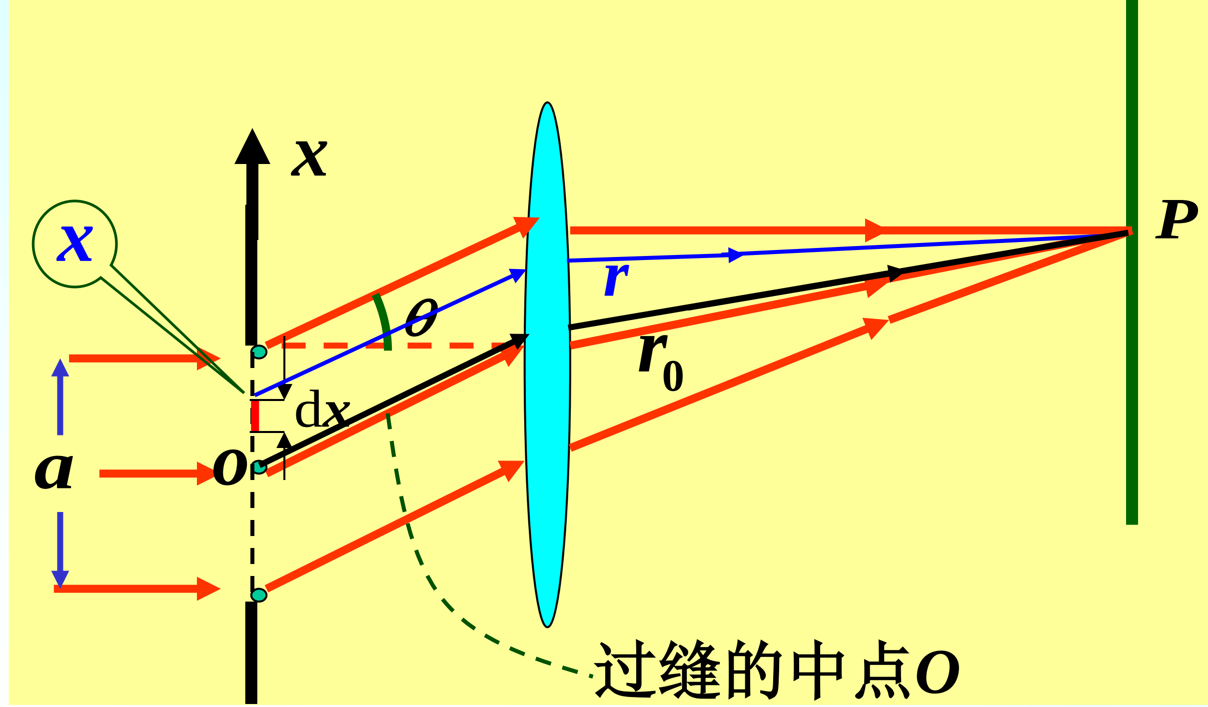


S为线光源时的衍射图样

S为点光源时的衍射图样

3.1　衍射光强的计算

(方法一：惠更斯——菲涅耳原理)



S：单色光源

θ ：衍射角

$\overline{AB}=a$(缝宽) $<< f$

$$C\frac{A(Q)f(\theta)}{r}\approx C'$$

$$E_{(p)}=C\iint_{S_a}\frac{A(Q)\cdot f(\theta)}{r}\cdot\cos(\omega t-\frac{2\pi r}{\lambda})\cdot \mathrm{d}S$$

$$=C''\int_{-a/2}^{a/2}\cos(\omega t-\frac{2\pi r}{\lambda})\cdot \mathrm{d}x \qquad \mathrm{d}S=l\,\mathrm{d}x \qquad r=r_0-x\sin\theta$$

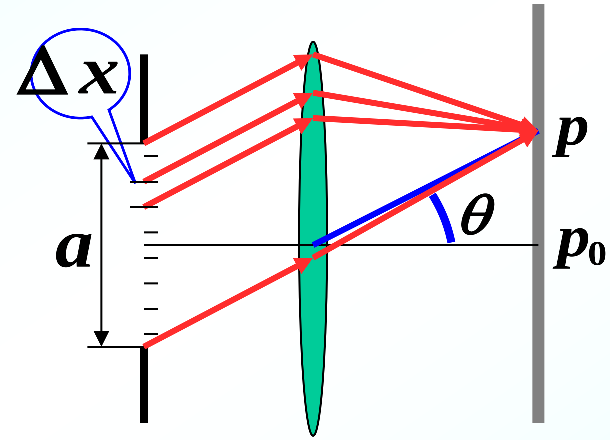
$$=E_0\frac{\sin\alpha}{\alpha}\cos 2\pi(\frac{t}{T}-\frac{r_0}{\lambda})$$ 其中：$E_0=C''a$

$$\alpha=\frac{\pi a\sin\theta}{\lambda}$$

p点的合振幅为：$E_{p_\theta}=E_0\frac{\sin\alpha}{\alpha}$　　p点的光强为：$I_\theta=I_0(\frac{\sin\alpha}{\alpha})^2$

3.2 衍射光强的计算

(方法二：振幅矢量叠加法)



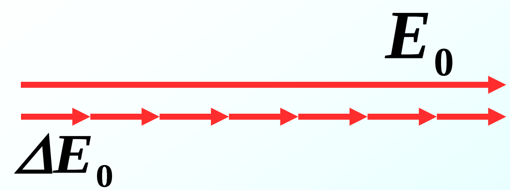
将缝分成N个等宽窄条，宽度 $\Delta x = \dfrac{a}{N}$

每窄条视为子波波源，在P点光振动

振幅为 ΔE_0 (每个窄条的近似视为相等）

相邻两窄条引起的位相差为 $\Delta\varphi = \dfrac{2\pi}{\lambda}\Delta x\sin\theta$

$p_0 \longrightarrow \sin\theta=0 \quad \Delta\varphi = 0$

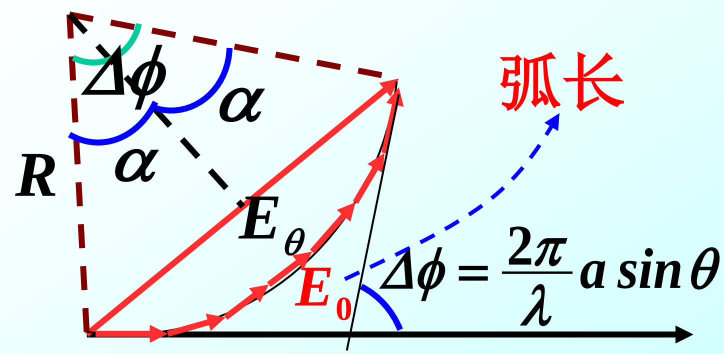


$p \longrightarrow \Delta\varphi=\dfrac{2\pi}{\lambda}\Delta x\sin\theta\neq 0$

$N \to \infty$ 振幅链条变成圆弧

$\because \dfrac{E_0}{R}=\Delta\phi=2\alpha \qquad \therefore R=\dfrac{E_0}{2\alpha}$

$E_\theta = 2R\sin\alpha \;=E_0\dfrac{\sin\alpha}{\alpha}$

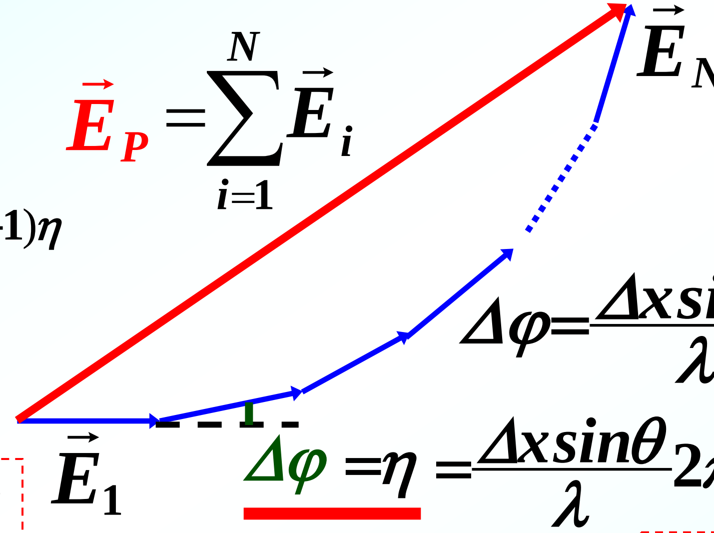


$\because I_\theta \propto E_\theta^2$ $\quad \therefore I_\theta = I_0\left(\dfrac{\sin\alpha}{\alpha}\right)^2$

其中 $\alpha = \dfrac{\Delta\phi}{2} = \dfrac{\pi a\sin\theta}{\lambda}$

对于任意点P：$\Delta\varphi=\dfrac{\Delta x\sin\theta}{\lambda}2\pi$

$$\vec{E}_P=\sum_{i=1}^{N}\vec{E}_i$$



合振幅可用复数形式表示：

$$E_p=E_1+E_1e^{i\eta}+E_1e^{i2\eta}+\cdots\cdots+E_1e^{i(N-1)\eta}$$

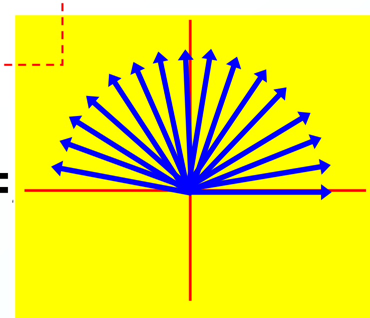
$$=E_1[1+e^{i\eta}+e^{i2\eta}+\cdots\cdots+e^{i(N-1)\eta}]$$

$$=E_1\frac{e^{iN\eta}-1}{e^{i\eta}-1}$$

$$\Delta\varphi=\frac{\Delta x\sin\theta}{\lambda}2\pi$$

$$\underline{\Delta\varphi}=\eta=\frac{\Delta x\sin\theta}{\lambda}2\pi=2\xi$$

$$\xi=\frac{\pi a\sin\theta}{N\lambda}\qquad \alpha=\frac{\pi a\sin\theta}{\lambda}\qquad \eta=2\xi$$



P点的光强：

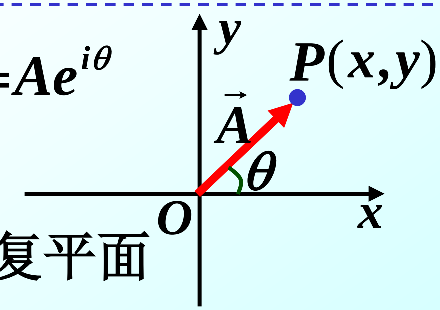
$$I=E_p\cdot E_P^*=E_1\frac{e^{iN\eta}-1}{e^{i\eta}-1}\cdot E_1\frac{e^{-iN\eta}-1}{e^{-i\eta}-1}=$$

$$=E_1^2\left(\frac{\sin N\xi}{\sin\xi}\right)^2=E_1^2\left(\frac{\sin\frac{\pi a\sin\theta}{\lambda}}{\frac{\pi a\sin\theta}{N\lambda}}\right)^2\quad (N\to\infty)$$

$$=E_1^2N^2\left(\frac{\sin\frac{\pi a\sin\theta}{\lambda}}{\frac{\pi a\sin\theta}{\lambda}}\right)^2$$

即P点处：$\boxed{I=I_0\left(\dfrac{\sin\alpha}{\alpha}\right)^2}$

$a=Ae^{i\theta}$



$\vec{A}\leftrightarrow a=A\cos\theta+iA\sin\theta$

$\vec{A}+\vec{B}=Ae^{i\theta}+Be^{i\beta}$

$e^{i\theta}=\cos\theta+i\sin\theta$

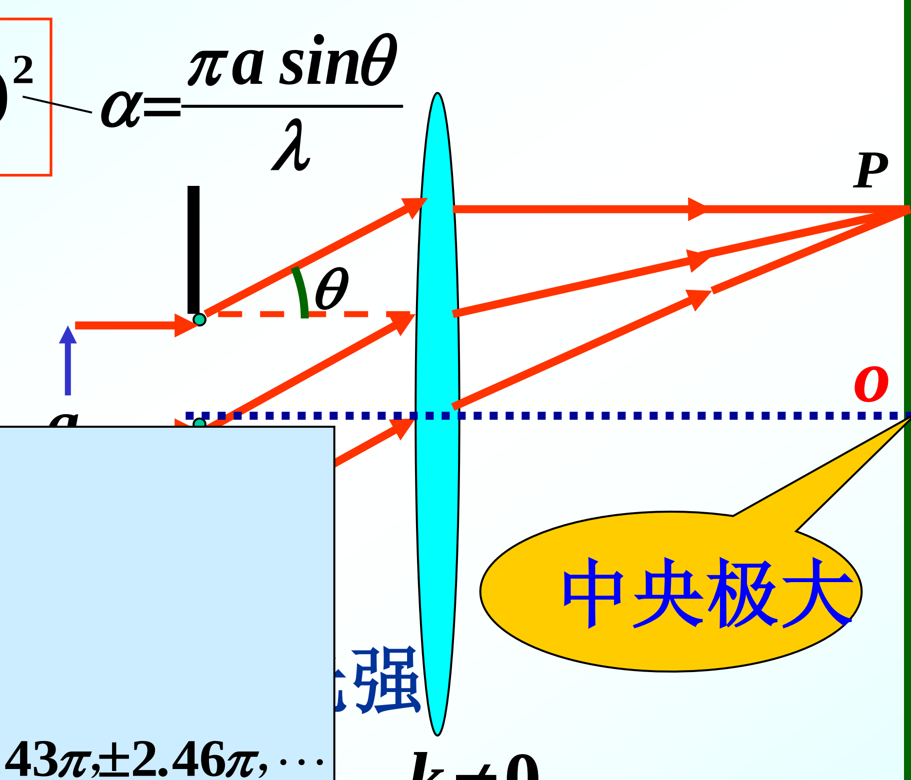
3.3 光强分布：

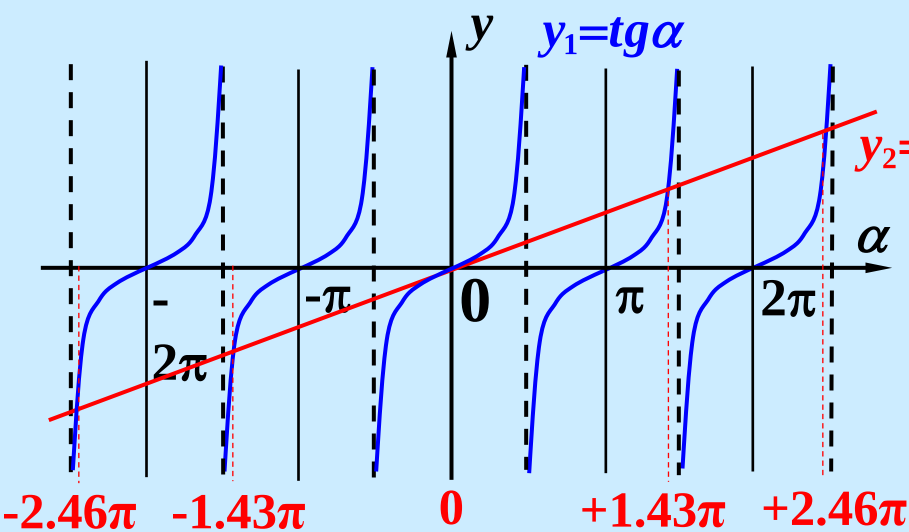
$$I_\theta = I_o\left(\frac{\sin\alpha}{\alpha}\right)^2 \qquad \alpha = \frac{\pi a \sin\theta}{\lambda}$$

1）在屏上θ角相同处光强相同

即：相同光强的点分布在

一条与缝平行的直线上





超越方程 $tg\alpha=\alpha$ 图解法

$$\alpha = 0, \pm1.43\pi, \pm2.46\pi, \cdots \approx 0, \pm\frac{3}{2}\pi, \pm\frac{5}{2}\pi, \cdots$$

光强

$k \neq 0$

射极小条件

为暗条纹

4）当 $\dfrac{d}{d\alpha}\left(\dfrac{\sin\alpha}{\alpha}\right)^2 = 0 \longrightarrow tg\alpha = \alpha$ 光强有极大值 $k = 1, 2, \cdots$

解得 ：$\alpha = \pm1.43\pi, \pm2.46\pi, \pm3.47\pi, \cdots$

相应 ：$a\sin\theta = \pm1.43\lambda, \pm2.46\lambda, \pm3.47\lambda, \cdots$

$$a\sin\theta = \pm(2k+1)\frac{\lambda}{2}$$

衍射次极大

主极大：$a\sin\theta=0$　衍射次极大：$a\sin\theta=\pm(2k+1)\dfrac{\lambda}{2}$

$I_\theta=I_0\left(\dfrac{\sin\alpha}{\alpha}\right)^2$

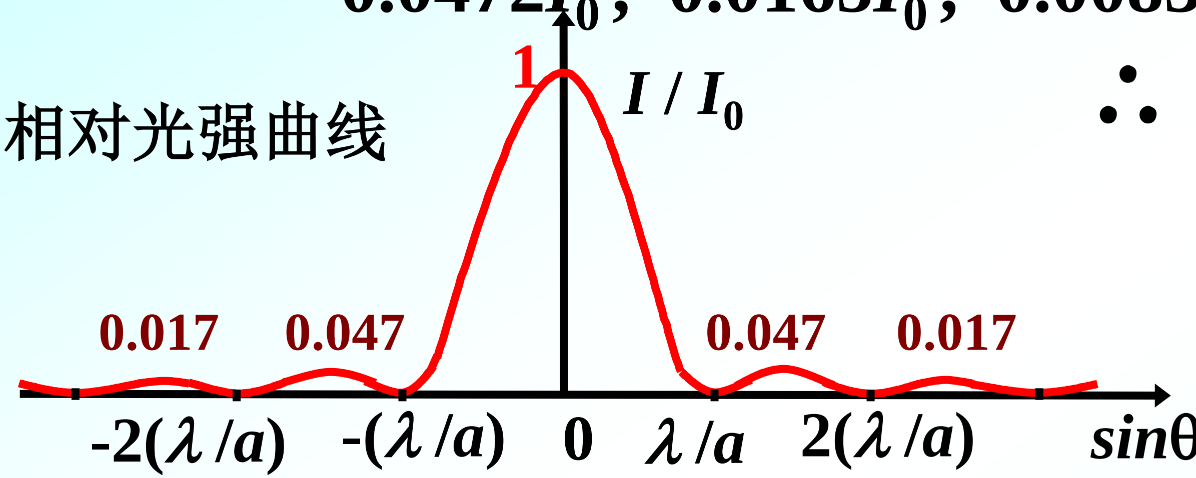
$\alpha=\dfrac{\pi a\sin\theta}{\lambda}$

5)光强 ：　中央主极大的光强：　$I_{Max}=I_0\propto(C''a)^2$

次极大的光强：　从中央往外各次极大的光强依次为

$0.0472I_0$，$0.0165I_0$，$0.0083I_0$，…

相对光强曲线



$\therefore\quad I_{次极大}\ll I_{主极大}$

$a\sin\theta=\pm k\lambda$

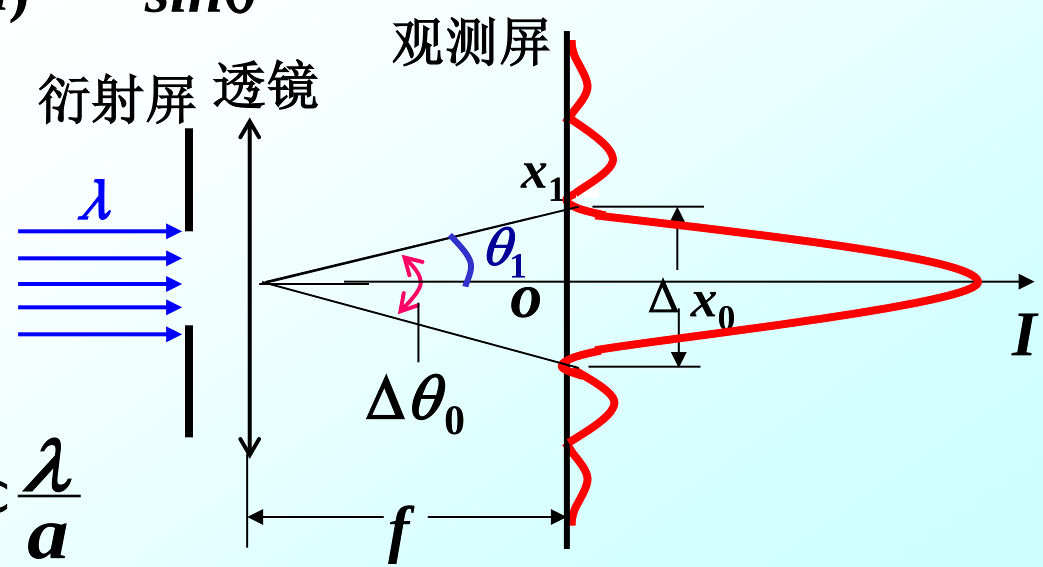
6) 条纹宽度

中央明纹：$a\gg\lambda$时，$\sin\theta_1\approx\theta_1$

角宽度　$\Delta\theta_0=2\theta_1\approx2\dfrac{\lambda}{a}$

线宽度　$\Delta x_0=2f\cdot tg\theta_1$

$=2f\theta_1=2f\dfrac{\lambda}{a}\propto\dfrac{\lambda}{a}$

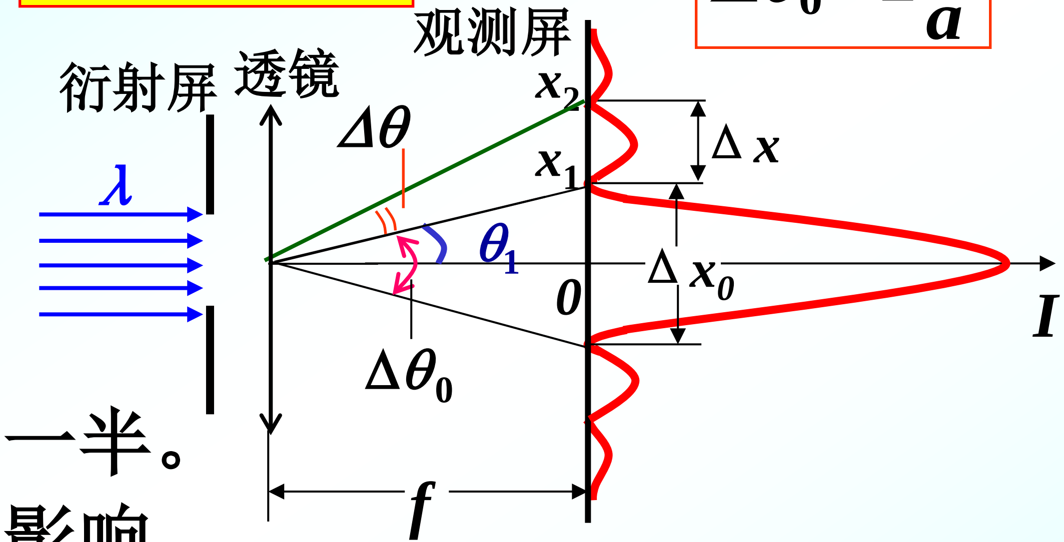


$a\sin\theta=\pm k\lambda$ $\quad \Delta\theta_0\approx 2\dfrac{\lambda}{a}$

次极大条纹的宽度：

$$\Delta\theta=\theta_{k+1}-\theta_k\approx\frac{\lambda}{a}=\frac{1}{2}\Delta\theta_0$$

$$\Delta x\approx\frac{f\lambda}{a}=\frac{1}{2}\Delta x_0$$



结论：次极大条纹的宽度是中央主极大宽度的一半。

讨论

* 波长对条纹宽度的影响

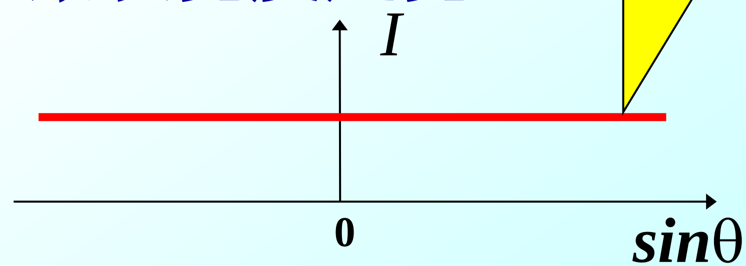
$\Delta x\propto\lambda$ 波长越长，条纹宽度越宽

** 缝宽变化对条纹的影响

$$\Delta x=\frac{1}{2}\Delta x_0=f\,\frac{\lambda}{a}$$ 缝宽越小，条纹宽度越宽

当 $\dfrac{a}{\lambda}\to 0$ 时 屏幕是一片明亮

中央极大占据了整个屏幕



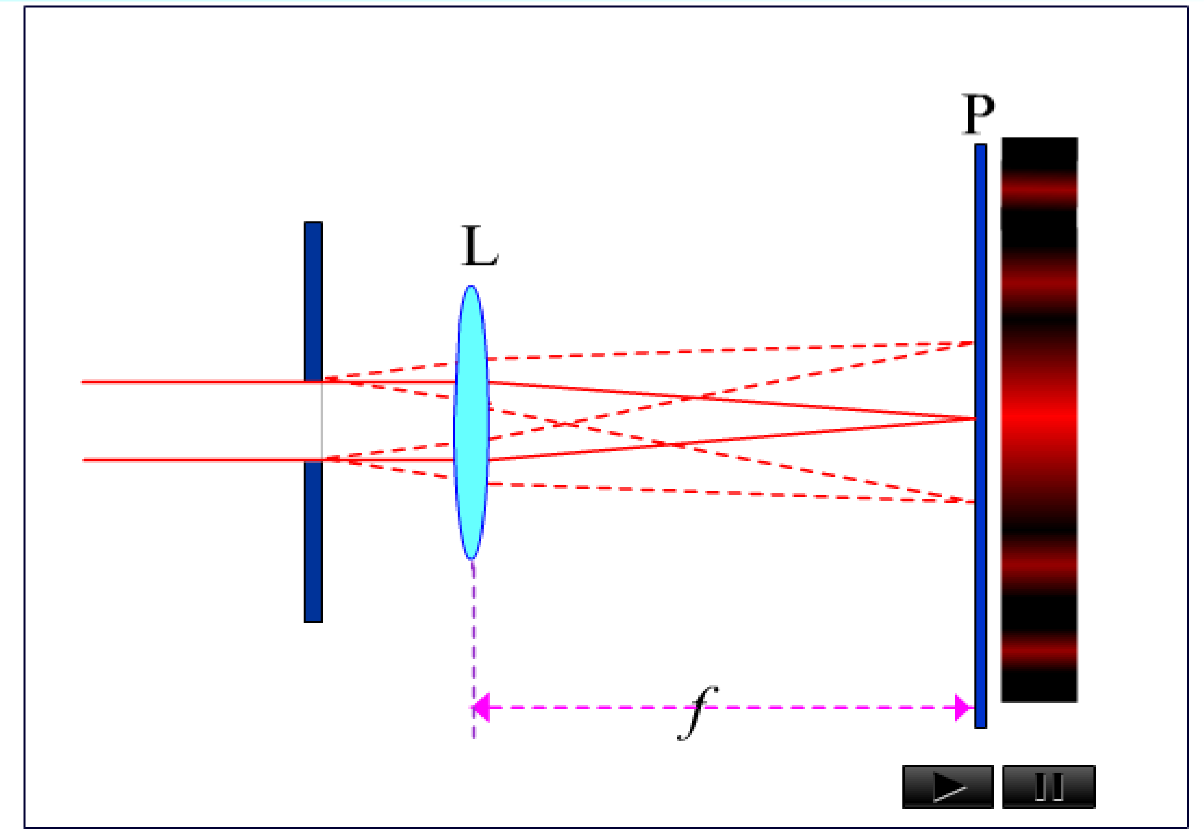
当 $\dfrac{\lambda}{a}\to 0$ 时，$\Delta x\to 0$

只显出单一的明条纹 ——单缝的几何光学像

∴几何光学是波动光学在$\lambda/a\to 0$时的极限情形

缝宽变化对条纹的影响： $\Delta x \propto \dfrac{1}{a}$

$$\boxed{\Delta x_0 \propto \frac{\lambda}{a}}$$



缝宽越小，条纹展得越开，衍射作用愈显著。

缝宽越大，条纹向中央明纹靠拢，衍射作用愈不显著。

当 $\dfrac{\lambda}{a} \to 0$ 时，$\Delta x \to 0$　只显出单一的明条纹

——单缝的几何光学像

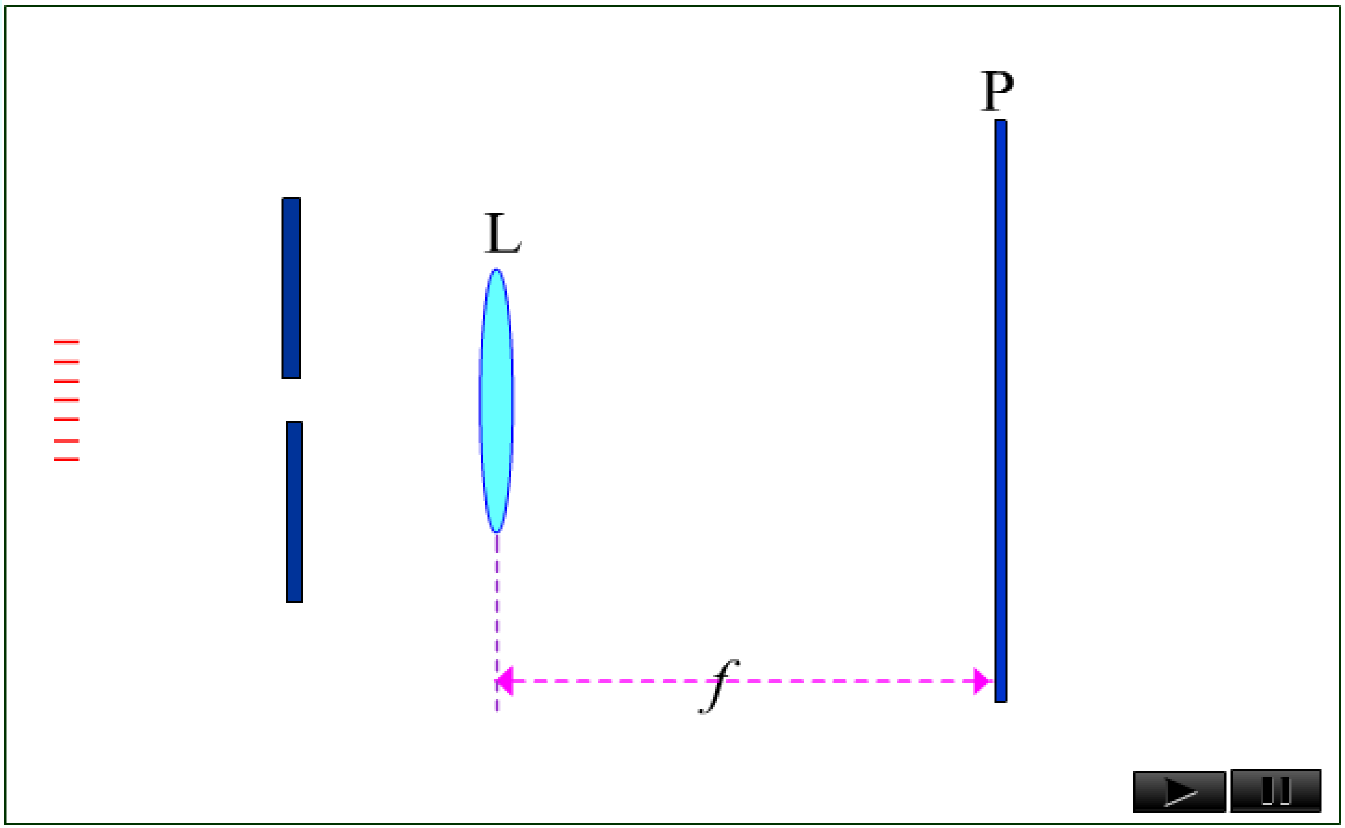
几何光学是波动光学在$\lambda/a \to 0$时的极限情形

波长对条纹宽度的影响： $\Delta x \propto \lambda$

$$\Delta x_0 \propto \frac{\lambda}{a}$$

波长越长，条纹宽度越宽，衍射效应越明显。

复色光（白光）入射： 不同波长的光的明纹不完全重叠



屏幕中央O为白色明纹，最靠近O的为紫色，最远的为红色。

3.4 半波带法(确定明暗条纹的位置)

$a\sin\theta=\pm k\lambda$

$A\rightarrow P$和$B\rightarrow P$的光程差$\overline{AC}$

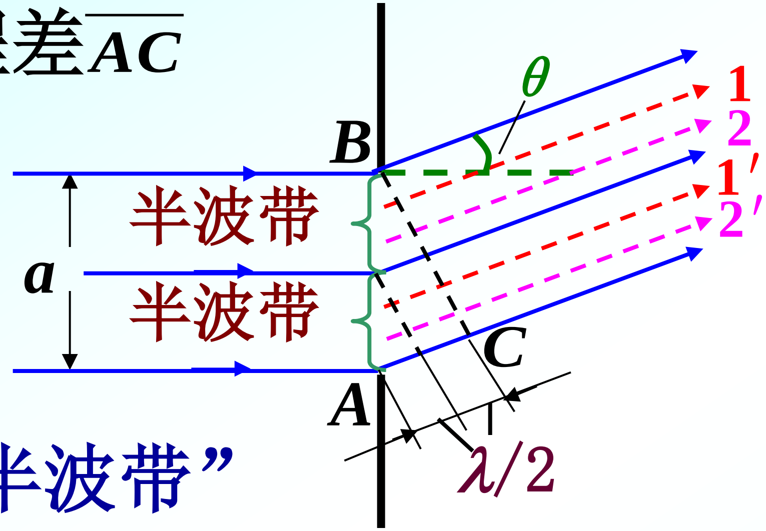
$\Delta r=a\sin\theta$

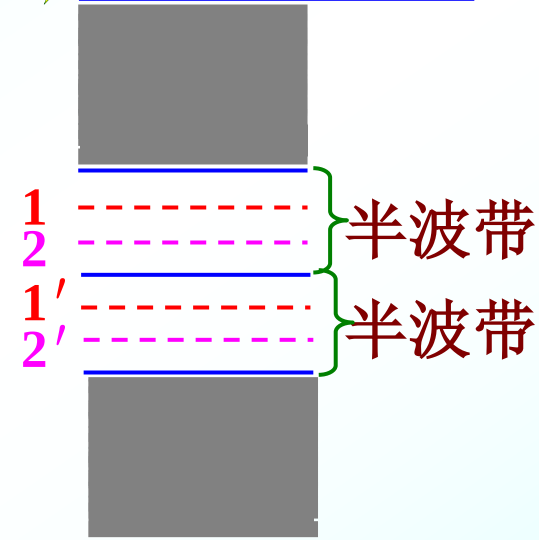
$\theta=0,\ \Delta r=0$

—— 中央明纹(中心)

当 $a\sin\theta=\lambda$ 时,

可将缝分为两个“半波带”



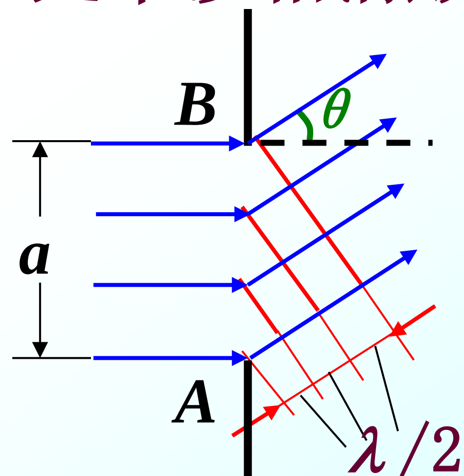


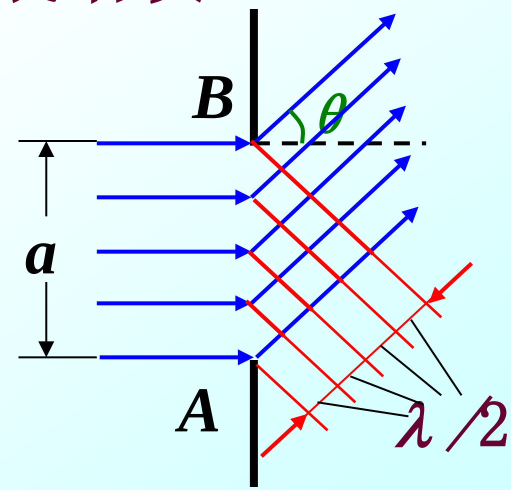
两个“半波带”上发的光在P处干涉相消形成暗纹。

当$a\sin\theta=\frac{3}{2}\lambda$ 时

可将缝分成三个“半波带”

P处近似为明纹中心





当 $a\sin\theta=2\lambda$时,

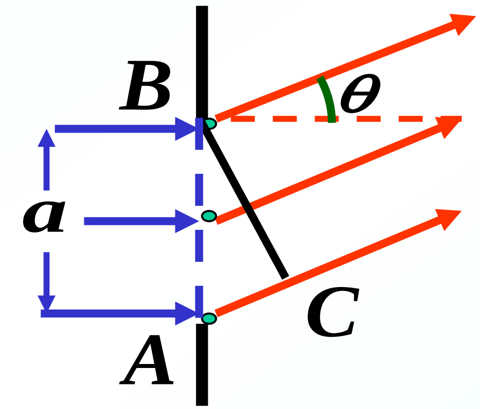
可将缝分成四个“半波带”,

形成暗纹。

ZLCAI

一般情况：

P点产生干涉的情况可由AC间的半波长的倍数决定：



若：AC = 偶数个半波长 $=2k\dfrac{\lambda}{2}$

$AC=a\sin\theta$

则： $a\sin\theta=\pm k\lambda$， $k=1,2,3\cdots$ ——暗纹

为什么k 从1而不是从0开始？

若k =0, 则

$\theta=\dfrac{\lambda}{2a}<\dfrac{\lambda}{a}$(中央极大半角宽）

无意义

若：AC =奇数个半波长$=(2k+1)\dfrac{\lambda}{2}$

则： $a\sin\theta=\pm(2k+1)\dfrac{\lambda}{2}$, k $=1,2,3\cdots$ ——(次级)明纹

$a\sin\theta=0$ ——中央明纹

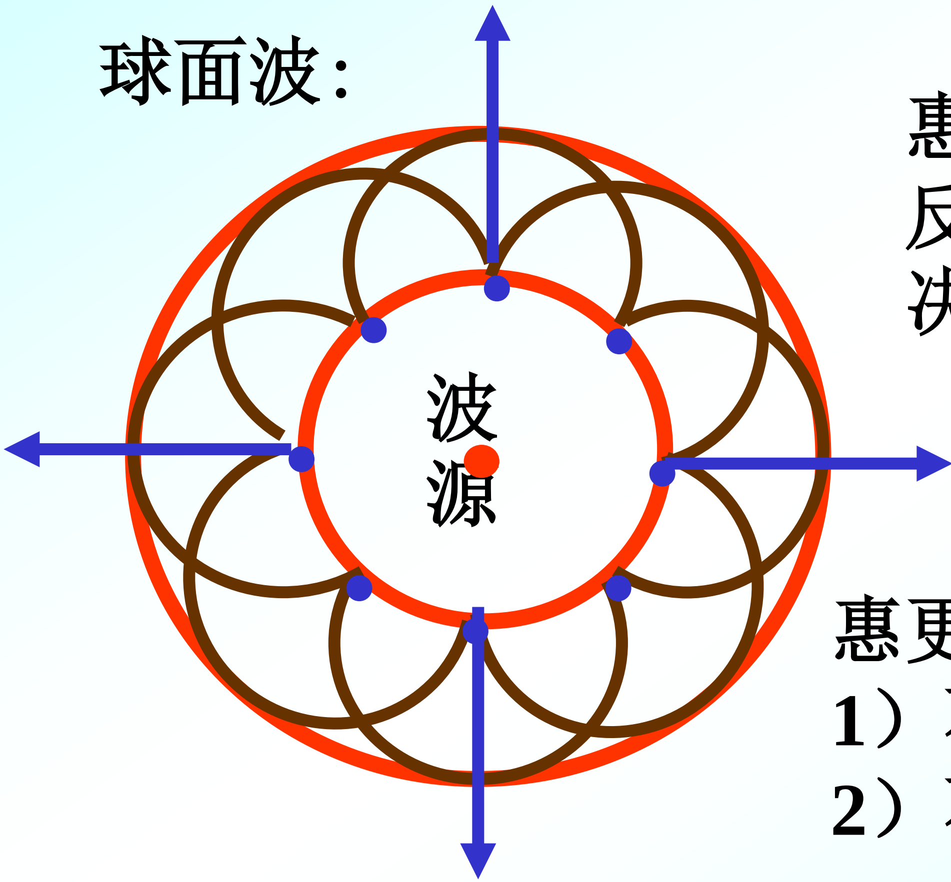
注：上述暗纹和中央明纹(中心)位置是准确的，其余明纹中心的位置较上稍有偏离。

若：$AC\neq$ 整数个半波长，则对应明暗纹之间的情况。

●惠更斯原理

媒质中任一波阵面上的各点，都可以看作是发射球面子波的波源，其后任一时刻，这些子波的包迹就是新的波阵面.

球面波：



惠更斯原理定性地说明了波的反射、折射、衍射等现象，解决了波的传播方向问题。

惠更斯原理的不足：

1）不能给出各子波的强度分布

2）不能解释为什么不存在退行波

(方法一：惠更斯——菲涅耳原理)——推导过程说明

$$E_{(p)}=C\iint_s \frac{A(Q)\cdot f(\theta)}{r}\cdot\cos(\omega t-\frac{2\pi r}{\lambda})\cdot dS$$

$$=C''\int_{-a/2}^{a/2}\cos(\omega t-\frac{2\pi r}{\lambda})\cdot dx \qquad r=r_0-x\sin\theta$$

$$=C''\int_{-a/2}^{a/2}\cos 2\pi(\frac{t}{T}-\frac{r}{\lambda})\cdot dx = C''\int_{-a/2}^{a/2}\cos 2\pi(\frac{t}{T}-\frac{r_0-x\sin\theta}{\lambda})\cdot dx$$

$$=C''\frac{\lambda}{2\pi\sin\theta}\int_{-a/2}^{a/2}\cos 2\pi(\frac{t}{T}-\frac{r_0-x\sin\theta}{\lambda})\cdot d[2\pi(\frac{t}{T}-\frac{r_0-x\sin\theta}{\lambda})]$$

$$=C''\frac{\lambda}{2\pi\sin\theta}\cdot\sin[2\pi(\frac{t}{T}-\frac{r_0-x\sin\theta}{\lambda})]\Big|_{-a/2}^{a/2}$$

$$=C''a\frac{\lambda}{2\pi a\sin\theta}\cdot 2\sin(\frac{\pi a\sin\theta}{\lambda})\cos 2\pi(\frac{t}{T}-\frac{r_0}{\lambda})$$

$$=E_0\frac{\sin\alpha}{\alpha}\cos 2\pi(\frac{t}{T}-\frac{r_0}{\lambda})$$

记：$E_0=C''a$ $\quad \alpha=\frac{\pi a\sin\theta}{\lambda}$

$$E_{p_\theta}=E_0\frac{\sin\alpha}{\alpha}$$

$$I_\theta=I_0(\frac{\sin\alpha}{\alpha})^2$$