上节内容回顾

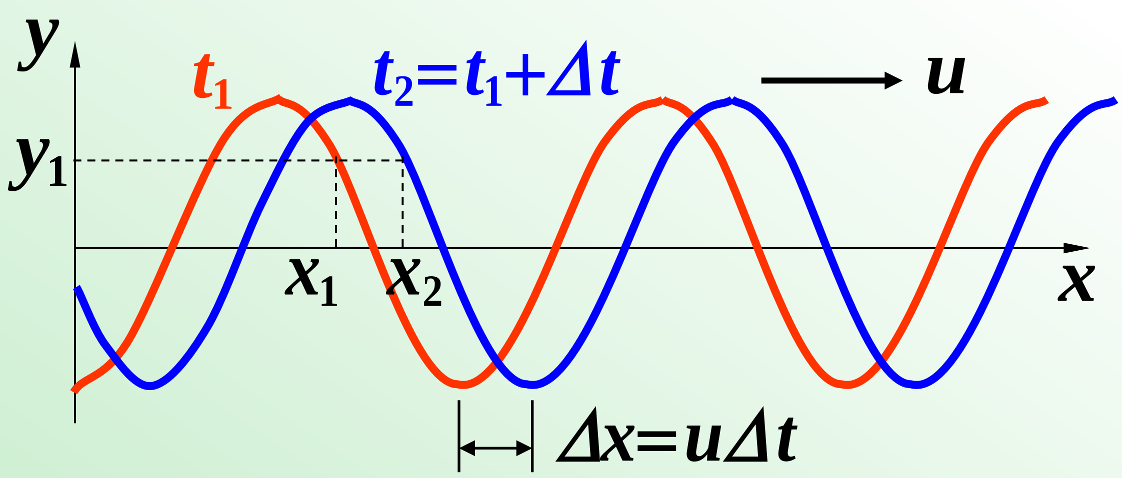
●**机械波**：机械振动在弹性媒质中的传播。

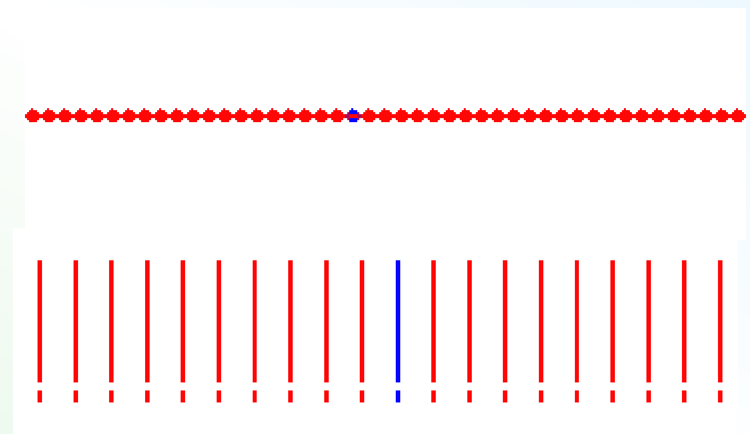
一维简谐波 $y = A\cos[\omega(t \mp \frac{x}{u}) + \varphi]$

"-" 沿 x正向
"+" 沿 x负向

（u为波速的大小）

球面简谐波 $y = \frac{A_0}{r}\cos[\omega(t - \frac{r}{u}) + \varphi]$



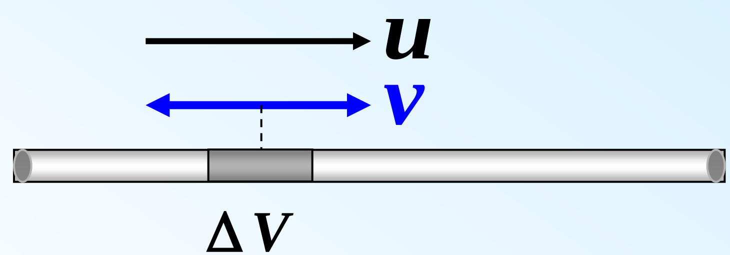


上节内容回顾

●波的能量

不论纵波和横波，媒质中每个质元都有振动动能和形变势能。

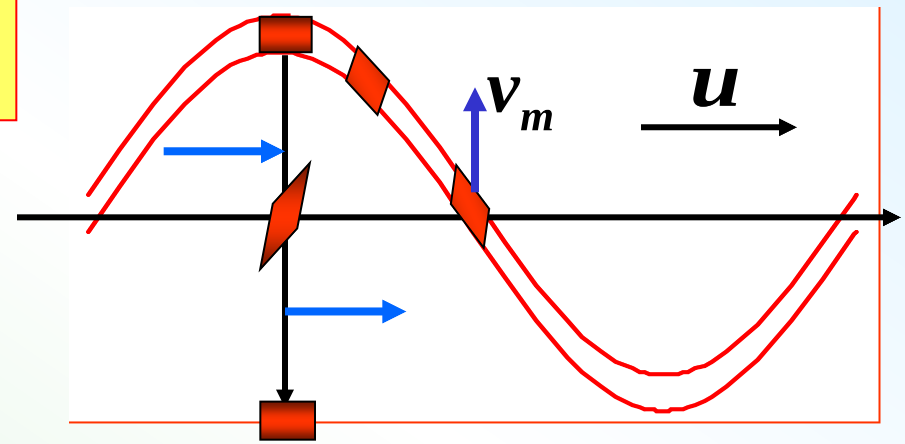
对于平面简谐波，媒质中每个质元的振动动能与形变势能始终相等。



若 $y = A\cos\omega(t-\dfrac{x}{u})$ ，则有

$$\boxed{W_p = W_k = \frac{1}{2}\rho\Delta V A^2\omega^2\sin^2\omega(t-\frac{x}{u})}$$

平衡位置处最大；
最大位移处最小。



最大位移 $\longrightarrow$ 平衡位置，能量增大，由前面输入；
平衡位置 $\longrightarrow$ 最大位移，能量减小，向后面输出。

上节内容回顾

- 波的能量

总能量: $W=\rho\Delta VA^2\omega^2\sin^2\omega(t-\frac{x}{u})$

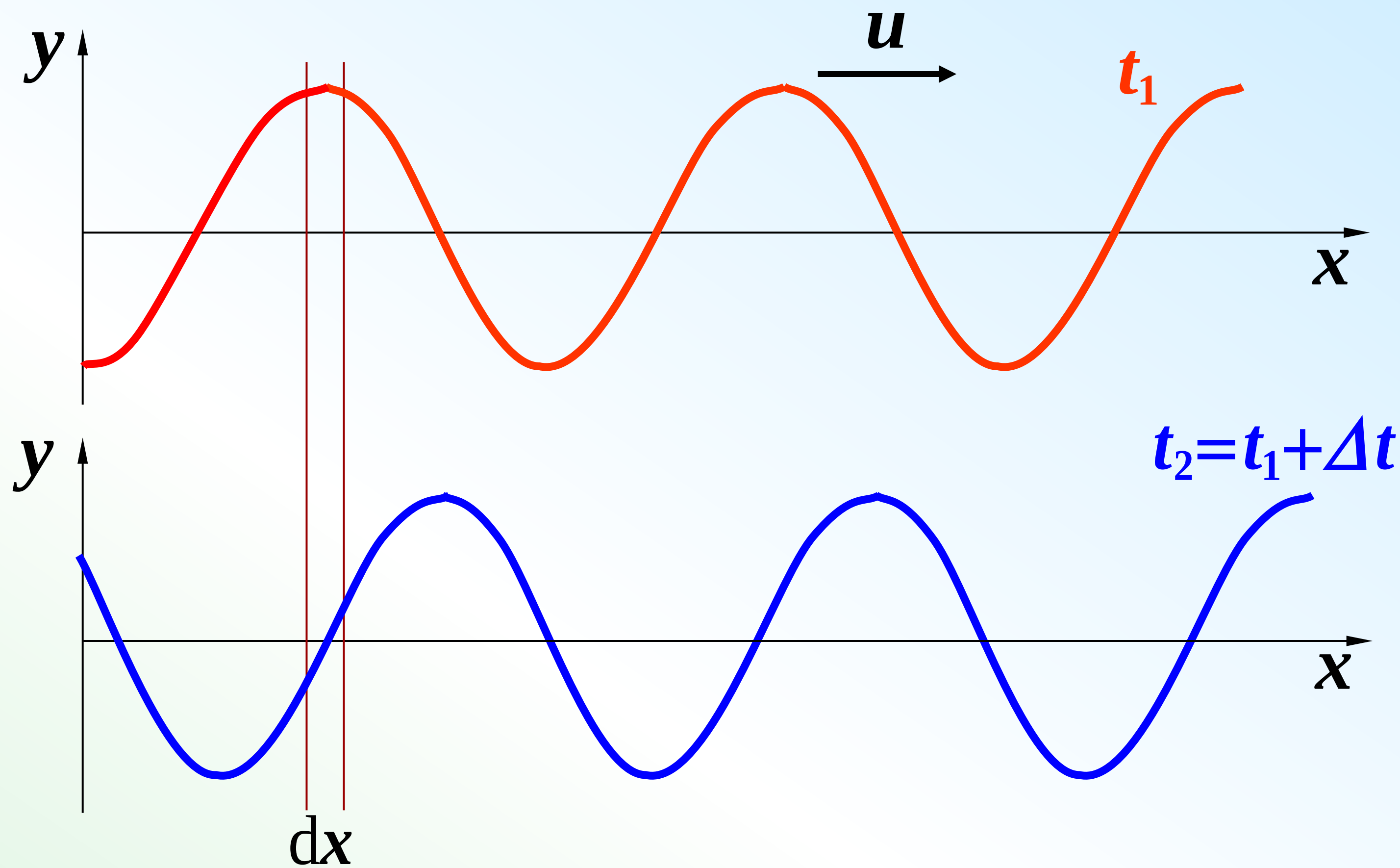
能量密度: $w=\frac{W}{\Delta V}=\rho A^2\omega^2\sin^2\omega(t-\frac{x}{u})$

平均能量密度: $\bar{w}=\frac{1}{2}\rho A^2\omega^2$

能流: $P=\rho A^2\omega^2\sin^2\omega(t-\frac{x}{u})uS$

平均能流: $\bar{P}=\frac{1}{2}\rho A^2\omega^2uS$

平均能流密度: $\bar{I}=\frac{1}{2}\rho A^2\omega^2u=\bar{w}u$



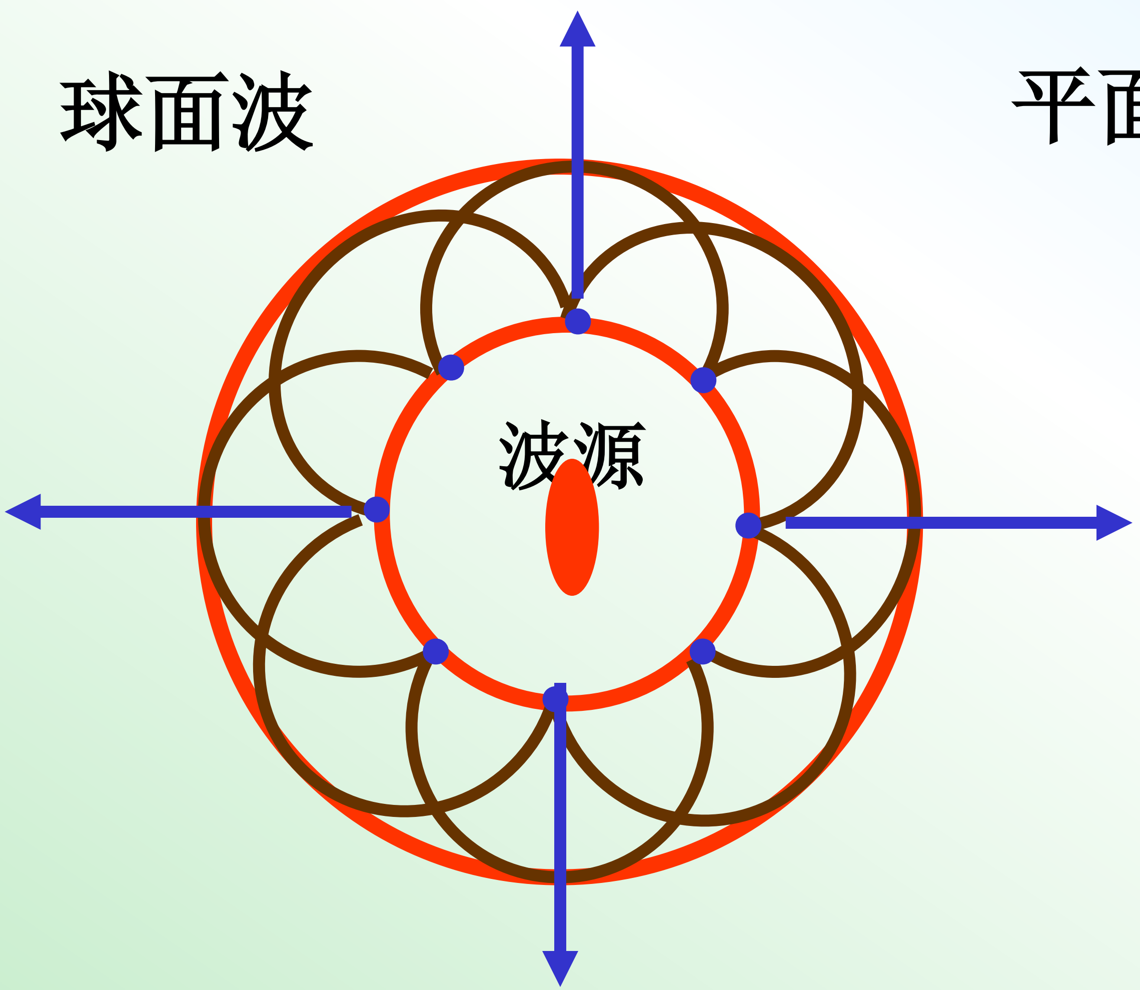
注意：对横波，质元dx在最大位移处形变最小，在平衡位置形变最大。

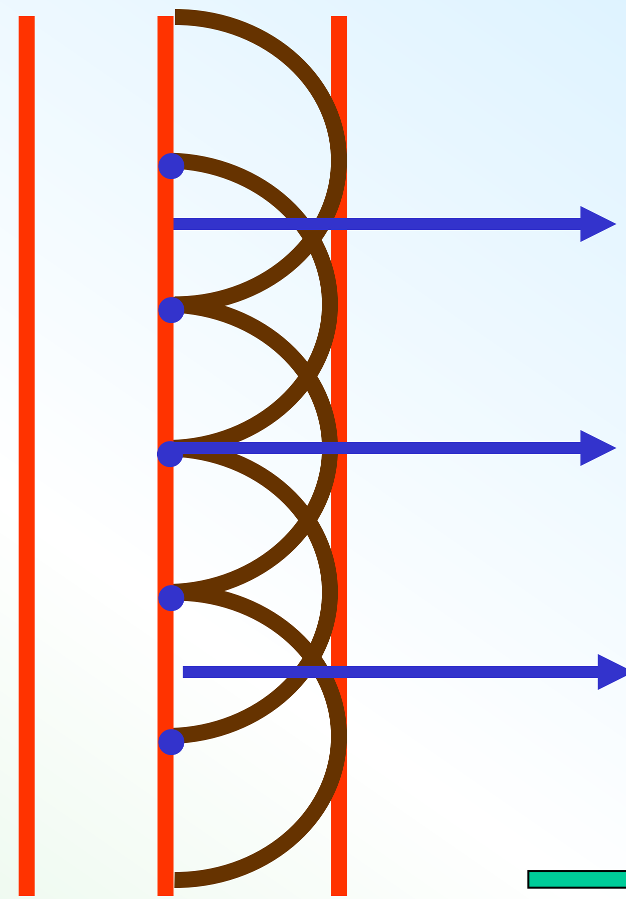
可将纵波的密集区看成波峰，疏散区看成波谷？

关于纵波的波峰和波谷的探讨

四、惠更斯原理(解决了波的传播问题)

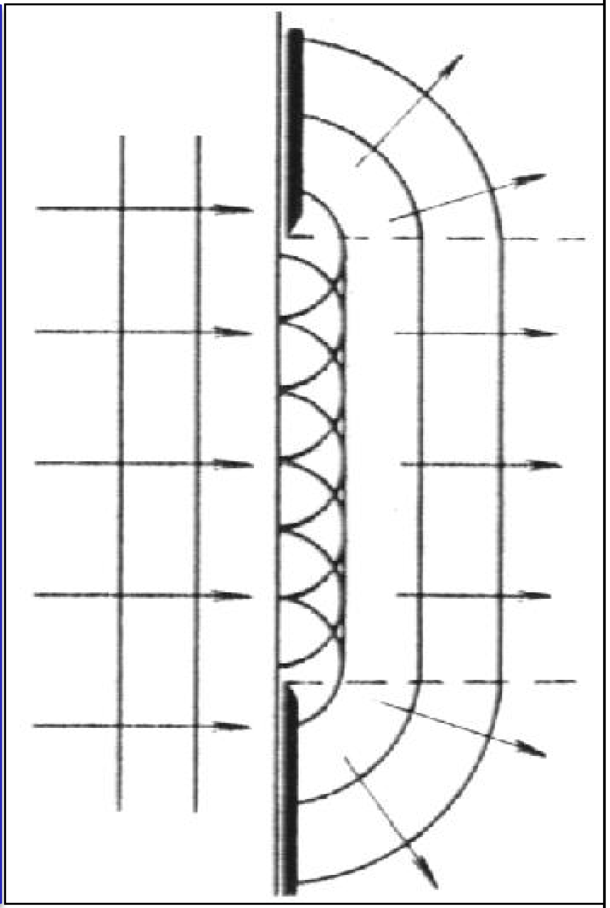
惠更斯原理：媒质中任一波阵面上的各点，都可以看作是发射球面子波的波源，其后任一时刻，这些子波的包迹就是新的波阵面。



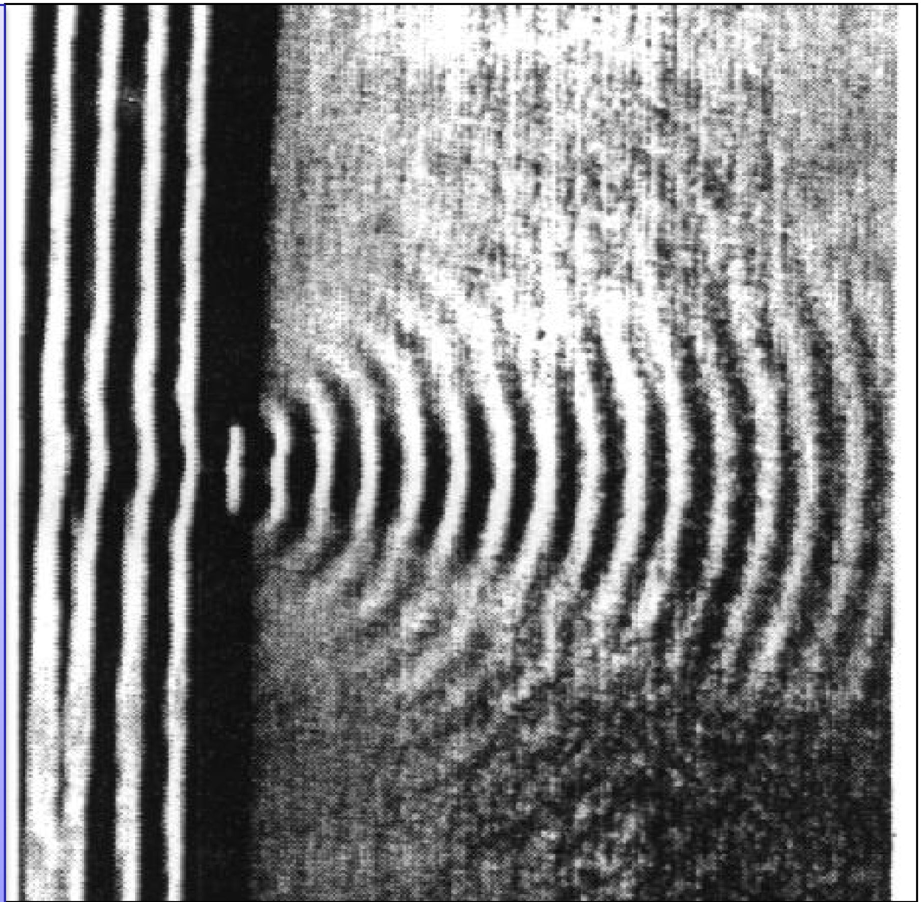


波的衍射：波在传播过程中遇到障碍物时，能绕过障碍物的边缘，在障碍物的阴影区内继续传播。

波的衍射

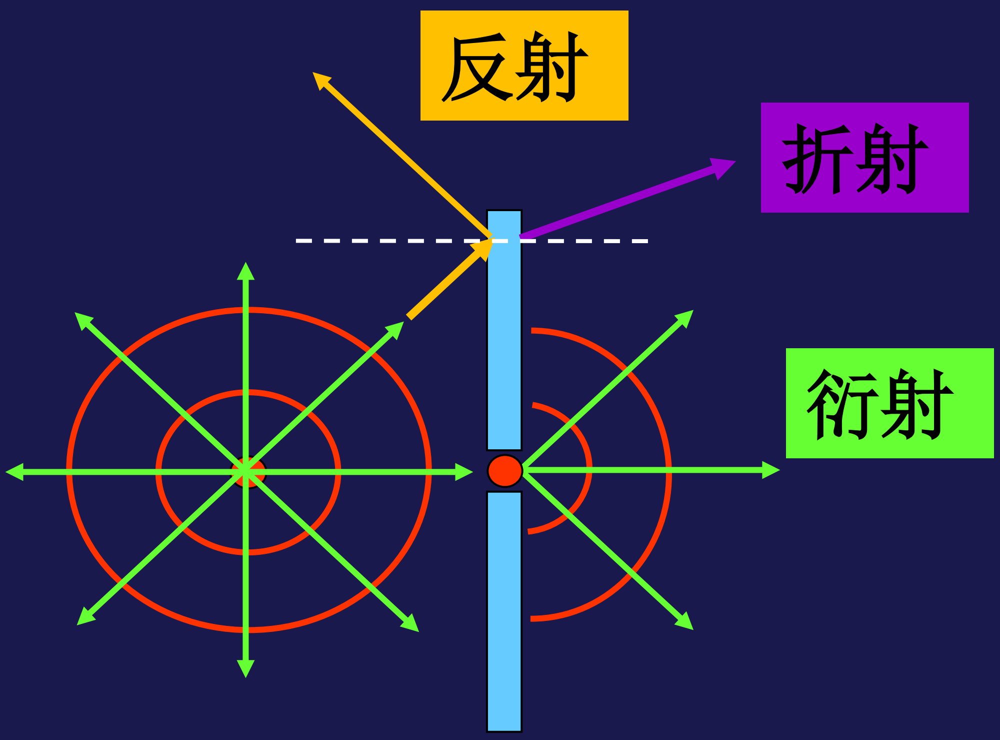


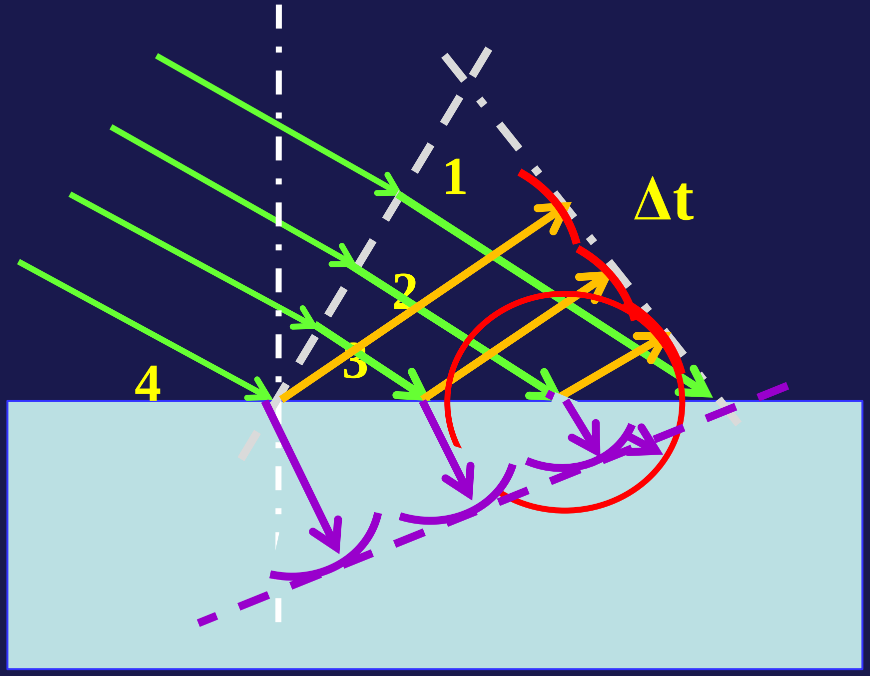
水波通过狭缝后的衍射



波的反射与折射

当波在均匀媒质中传播时，波线是直线。当遇到另一媒质或障碍物时，波线方向发生变化，产生反射、折射、衍射等现象。它们都可用惠更斯原理来解释。



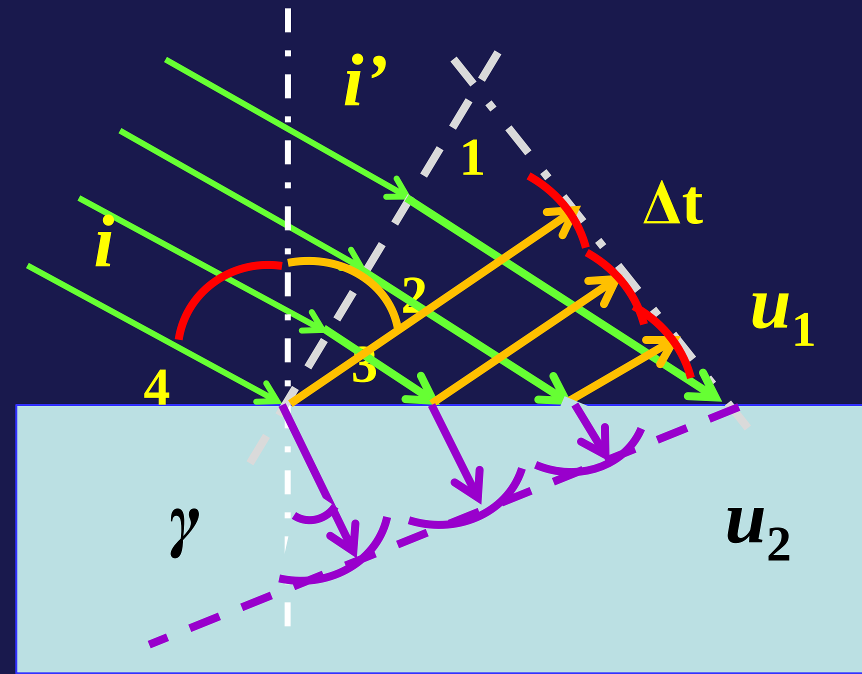


反射定律：

$$i = i'$$

折射定律：

$$\frac{\sin i}{\sin \gamma} = \frac{u_1}{u_2} = n_{21}$$



即介质2相对于介质1的相对折射率

注意

$u_1 > u_2 \quad i > \gamma$

$$\sin i_{临} = \frac{u_1}{u_2}\sin\frac{\pi}{2} = n_{21}$$

$u_1 < u_2 \quad i < \gamma$ ⇨ i 大于此临界角，发生全反射

说明：

1）惠更斯原理对任何波动过程都适用。

2）惠更斯原理只是定性地说明了波的反射、折射、衍射等现象，即只解决了波的传播方向问题，而未能定量给出各子波的强度分布。

3）惠更斯原理的不足：不能解释为什么不存在退行（倒退）波；不能解释衍射现象与狭缝或障碍物大小的关系。

【学而后思】

根据惠更斯原理可得出：波在传播过程中，一个波源变成了无数个波源，这种说法正确吗？

五、波的干涉

1.波的叠加原理

1）波传播的独立性

当几列波同时在同一媒质中传播时，每一列波不受同时存在的其它波的影响，各自保持原有特性继续沿原来的传播方向前进。

2）波的叠加原理

在几列波相遇的区域中，质元的振动是各个波单独在该点产生的振动的合成。

即：任一时刻质点的位移是各个波在该点引起的分位移的矢量和。

波的叠加 $\xrightarrow{\text{实质}}$ 各质元振动的叠加

注意: 波的强度过大时叠加原理不成立(非线性效应的影响) 。

讨论叠加的一特例 ⟶ 波的干涉

2. 波的干涉

$$A^2 = A_1^{\ 2} + A_2^{\ 2} + 2A_1A_2\cos\Delta\phi$$

1）什么是波的干涉？

当几列波同时在某一区域传播时，使空间某些点的振动始终加强，另一些点的振动始终减弱，重迭区呈现有规则的稳定分布的现象。

2）产生的条件：

相干波源发出的波在空间相遇时产生干涉。

相干波源必满足

(1) 频率相同；

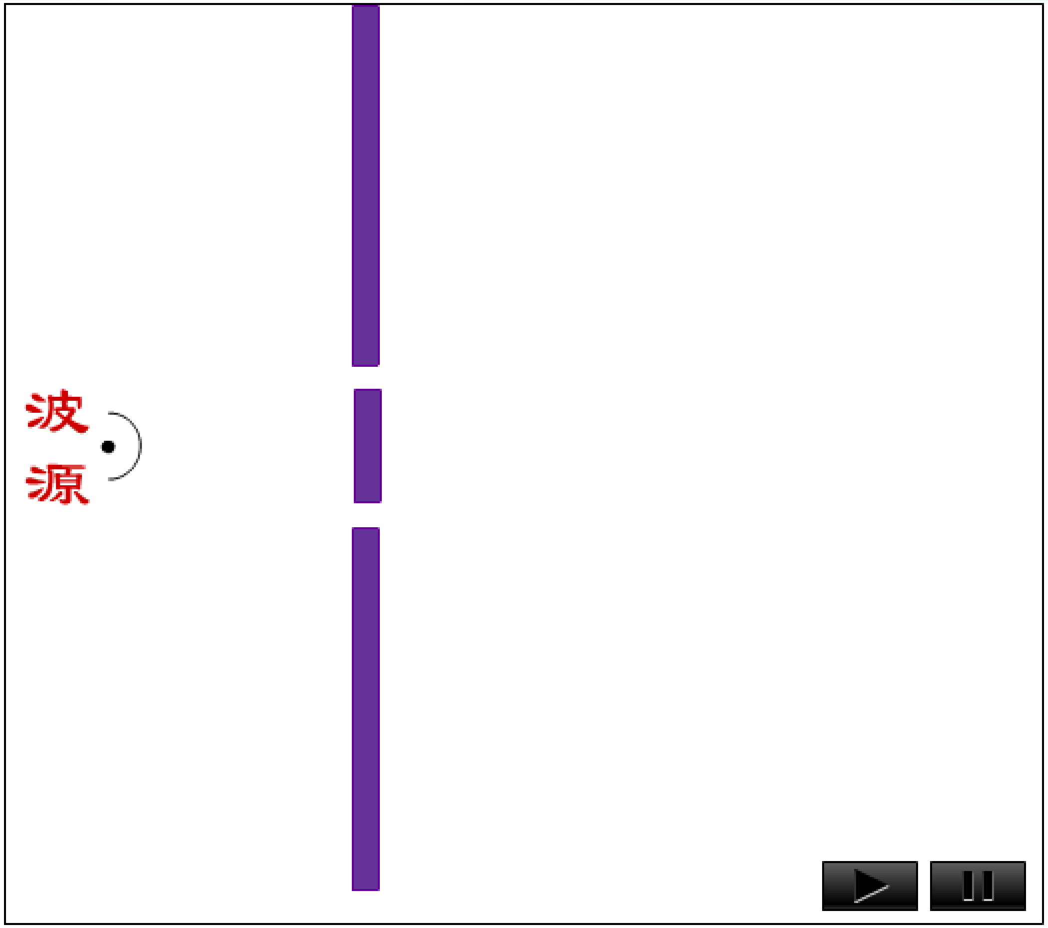
(2) 振动方向相同(或有平行分量)；

(3) 相位差恒定。

演示: 水波的干涉

波的干涉

$$A^2=A_1^{\ 2}+A_2^{\ 2}+2A_1A_2\cos\Delta\phi$$

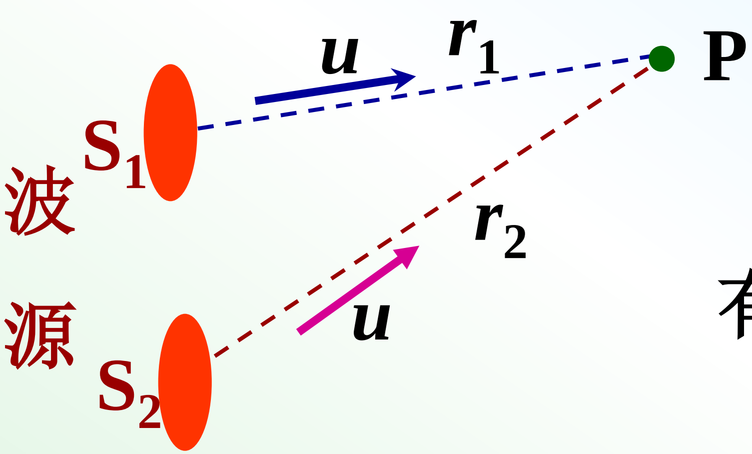


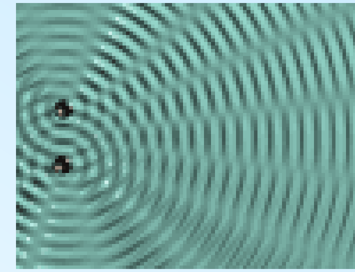
频率相同、振动方向平行、位相差恒定的两列波相遇时，使得某些地方振动始终加强，而另一些地方振动始终减弱的现象，称为**波的干涉**。

在相遇区，哪些点的振动是加强？哪些点是减弱？

设有两相干波源S_1、S_2，其振动方程为：

$$\begin{cases} y_1 = A_1\cos(\omega t+\varphi_1) \\ y_2 = A_2\cos(\omega t+\varphi_2) \end{cases}$$





考察P点的振动情况

有：
$$\begin{cases} y_{P1}=A_1\cos(\omega t+\varphi_1-\dfrac{2\pi}{\lambda}r_1) \\ y_{P2}=A_2\cos(\omega t+\varphi_2-\dfrac{2\pi}{\lambda}r_2) \end{cases}$$

$$y_{P1}=A_1\cos[\omega(t-\frac{r_1}{u})+\varphi_1]$$
$$=A_1\cos(\omega t-\omega\frac{r_1}{u}+\varphi_1)$$
$$=A_1\cos(\omega t-\frac{2\pi}{T}\frac{r_1}{u}+\varphi_1)$$
$$=A_1\cos(\omega t+\varphi_1-\frac{2\pi}{\lambda}r_1)$$

P点振动： $y_p = y_{p1} + y_{p2} = A\cos(\omega t+\varphi)$

$$A^2=A_1^2+A_2^2+2A_1A_2\cos\Delta\phi$$

位相差：$\Delta\phi=(\varphi_2-\varphi_1)-\dfrac{2\pi}{\lambda}(r_2-r_1)$

波程差Δr

可见：对于空间不同的点，合振动的振幅A不同，
并且A不随时间变化 ——合振幅形成稳定的分布

这个稳定分布就是两列波的干涉图样。

$$A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2\cos\Delta\phi \qquad \Delta\phi = (\varphi_2 - \varphi_1) - \frac{2\pi}{\lambda}(r_2 - r_1)$$

结论：

1）$\Delta\phi = (\varphi_2 - \varphi_1) - \frac{2\pi}{\lambda}(r_2 - r_1) = \pm 2k\pi \ , k = 0,1,2\cdots$

振幅： $A = A_{\max} = A_1 + A_2$

波强： $I = I_{\max} = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2}$

干涉加强
（干涉相长）

2）$\Delta\phi = (\varphi_2 - \varphi_1) - \frac{2\pi}{\lambda}(r_2 - r_1) = \pm(2k+1)\pi$ ， $k = 0,1,2\cdots$

振幅： $A = A_{\min} = |A_1 - A_2|$

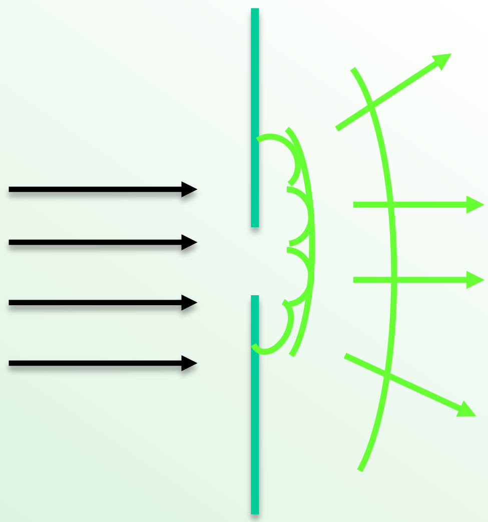
波强： $I = I_{\min} = I_1 + I_2 - 2\sqrt{I_1 I_2}$

干涉减弱
（干涉相消）

波的衍射

波绕过障碍物而改变原来的传播方向的现象

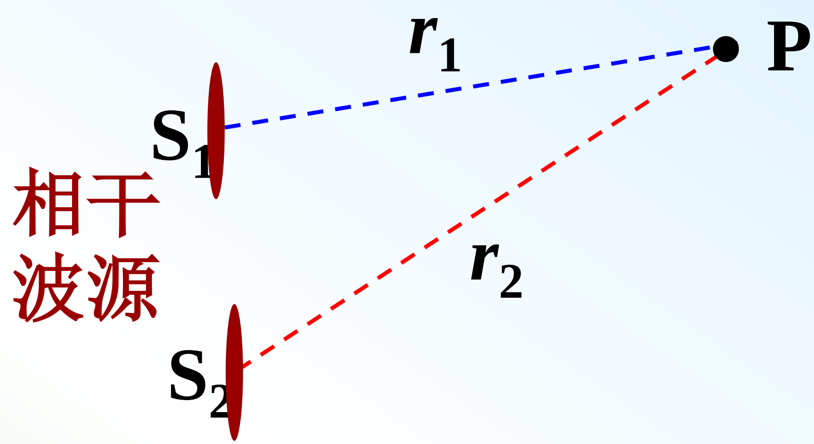
原因：各子波源发出的子波相互间干涉的结果



$$A^2 = A_1^{\ 2} + A_2^{\ 2} + 2A_1A_2\cos\Delta\phi \qquad \Delta\phi = (\varphi_2 - \varphi_1) - \frac{2\pi}{\lambda}(r_2 - r_1)$$

例： S_1、S_2为两个相干平面简谐波源，S_1的位相比S_2的超前 $\frac{\pi}{4}$，波长为λ=8m，对P点有r_1=12m， r_2=14m. S_1, S_2 在P点处引起的振幅分别为A_1=0.3m, A_2=0.2m. 求P点的振幅。

解： 由题意可知



$$\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1 = -\frac{\pi}{4}$$

$$\frac{2\pi}{\lambda}(r_2 - r_1) = \frac{2\pi}{8}\times(14-12) = \frac{\pi}{2}$$

$$\Delta\phi = -\frac{\pi}{4} - \frac{\pi}{2} = -\frac{3\pi}{4}$$

$$A = (A_1^{\ 2} + A_2^{\ 2} + 2A_1A_2\cos\Delta\phi)^{\frac{1}{2}} = 0.212 \neq \begin{cases} A_1 + A_2 \\ |A_1 - A_2| \end{cases}$$

例. 两个相干波源S_1和S_2相距5m，其振幅相等，频率均为100Hz，位相差为π。若波速为400m/s，求S_1和S_2之间干涉为极小的各点位置。

解：两个波源的振动方程

$$y_1 = A\cos\omega t$$

$$y_2 = A\cos(\omega t + \pi)$$

在S_1和S_2之间任取一点P，坐标为x，

则两列波在P点出引起的振动分别为：

$$y_{1P} = A\cos\omega(t - \frac{x}{u}) \qquad y_{2P} = A\cos\omega[(t - \frac{5-x}{u}) + \pi]$$

二者的位相差为：

$$\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1 = \pi - \omega\frac{5-2x}{u} = \pi - 2\pi\nu\frac{5-2x}{u}$$

$$\boxed{\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1 = \pi - \omega\frac{5-2x}{u} = \pi - 2\pi\nu\frac{5-2x}{u}}$$

代入相干相消条件： $\Delta\varphi = (2k+1)\pi$

$$\pi - 2\pi\nu\frac{5-2x}{u} = (2k+1)\pi$$

代入频率和波速的数值，得到

$$x = 2k + \frac{5}{2}\,(\mathrm{m})$$

令： $0 \le x \le 5$ 得到： $-\frac{5}{4} \le k \le \frac{5}{4}$

所以整数k的取值为： $k = -1\,,\, k = 0\,,\, k = 1$

对应的位置为： $x = 0.5\mathrm{m}\,,\, x = 2.5\mathrm{m}\,,\, x = 4.5\mathrm{m}$

即为干涉极小的各点的位置