



西安交通大学
XI'AN JIAOTONG UNIVERSITY

《概率统计与随机过程》

课程简介

赵俊舟

西安交通大学

junzhou.zhao@xjtu.edu.cn

2024 年 2 月 26 日

本章内容

- 1 概率论简介
- 2 概率论历史

本章内容

1 概率论简介

2 概率论历史

概率论



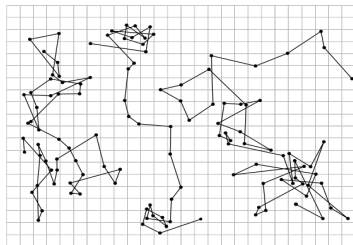
降水概率



球员命中率



博彩



布朗运动



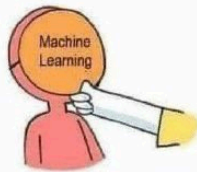
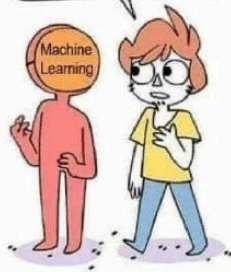
导弹拦截



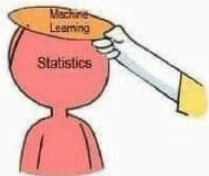
质量检测

概率论与机器学习、人工智能

Artificial
Intelligence
HEY WHY
DO YOU ALWAYS
WEAR THAT MASK?



LET'S KEEP
THIS ON.



POINTS OF SIGNIFICANCE

Statistics versus machine learning

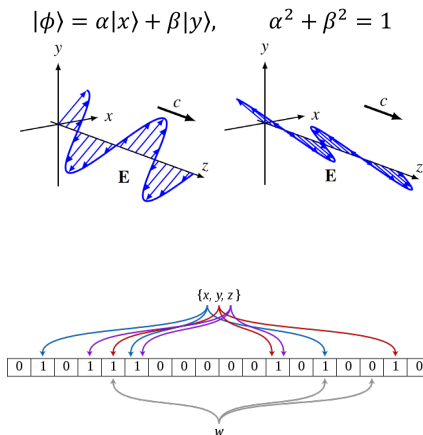
Statistics draws population inferences from a sample, and machine learning finds generalizable predictive patterns.

Bzdok, D., Altman, N., Krzywinski, M.

Statistics Versus Machine Learning. *Nature Methods* 15:233–234, 2018.

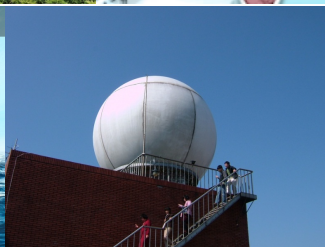
概率论与其他学科

- **物理**：统计物理学、量子计算
- **生物**：存活分析、种群规模估计
- **经济**：股市运作、经济模型
- **密码学**：伪随机数、安全性分析
- **计算机**：概率数据结构、概率近似算法
-



概率论及其应用场景

- 工业： 质量控制
- 农业： 农田实验
- 医学： 疗效检验
- 国防： 效能分析
- 气象： 灾害预报
-



课程内容：概率论

- 随机事件与概率
 - 事件、概率、条件概率
 - 事件的相互独立性
- 随机变量及其概率分布
 - 随机变量
 - 随机变量的函数及其概率分布
 - 条件分布、随机变量相互独立性
- 随机向量及其概率分布
- 随机变量的数字特征
 - 数学期望、方差
 - 协方差与相关系数、矩
- 大数定律与中心极限定理
 - 随机变量的收敛性与切比雪夫不等式
 - 大数定律、中心极限定理

课程内容：数理统计

- 数理统计学的基本概念
 - 总体、样本、样本分布、统计量
 - 抽样分布
- 参数估计
 - 点估计、区间估计
 - 估计量的评选标准
- 假设检验
 - 参数假设检验
 - 单边假设检验
 - 大样本检验及小样本检验
 - 成对数据的假设检验
 - 分布假设检验
- 回归分析
 - 线性回归

课程内容：随机过程

- 随机过程

- 随机过程的基本概念
- 随机过程的概率特性
- 随机过程的基本类型
- 泊松过程与布朗运动

- 平稳过程

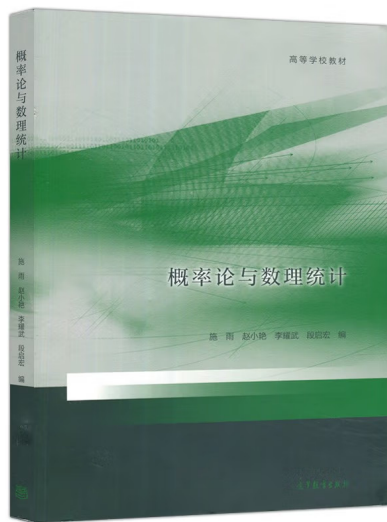
- 平稳过程的概念、谱密度
- 相关函数的性质
- 各态历经性

考核方式

- 平时成绩 + 闭卷考试
- 成绩比例：
 - 平时成绩占 10% (出勤、作业等)
 - 期中考试成绩占 30%
 - 期末考试成绩占 60%
- 课程主页: <https://junzhouzhao.github.io/courses/stat>



教材



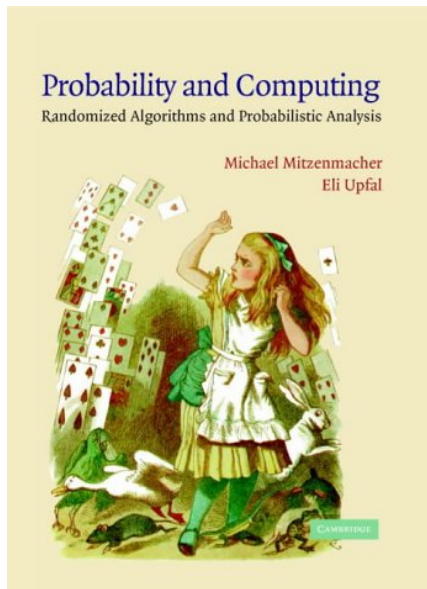
《概率论与数理统计》，施雨等编，高等教育出版社，2021 版。

参考书



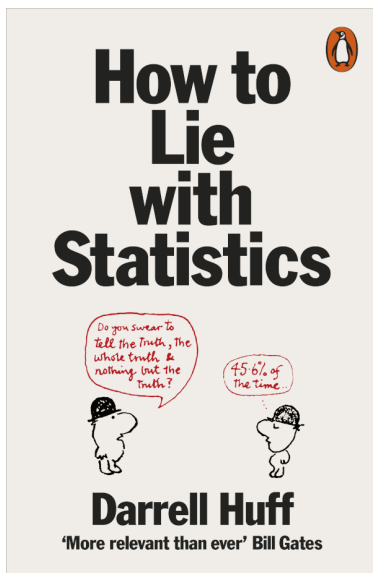
《概率论与数理统计》，茆诗松等编，中国统计出版社。

参考书



Probability and Computing:
Randomized Algorithms and
Probabilistic Analysis. Michael
Mitzenmacher, Eli Upfal.
Cambridge University Press.

参考书



How to Lie with Statistics.
Darrell Huff. Penguin Press.

本章内容

1 概率论简介

2 概率论历史

必然现象和随机现象

必然现象

在一定条件下，只会出现一个结果的现象。

例 (必然现象)

- 向空中抛一物体必然落回地面；
- 在自然状态下，水从高处流向低处；
- 太阳必然不会从西边出来；
- 水在标准大气压下加热到 100°C 就沸腾；
-

必然现象和随机现象

随机现象

在一定条件下，并不总是出现相同结果的现象。

例 (随机现象)

- 掷一颗骰子，刚好出现 6 点；
- 抽检 100 件电子元件，刚好有 3 件次品；
- 下一届世界杯赛的冠军是法国队；
- 一天内进入某超市的顾客数；
-

统计规律性

- 概率论关注在相同条件下可重复的随机现象，又称**随机试验**。
- 单一随机试验的结果具有不确定性，但大量重复随机试验又呈现出**统计规律**。

例 (18-19 世纪几个有名的“抛硬币”试验)

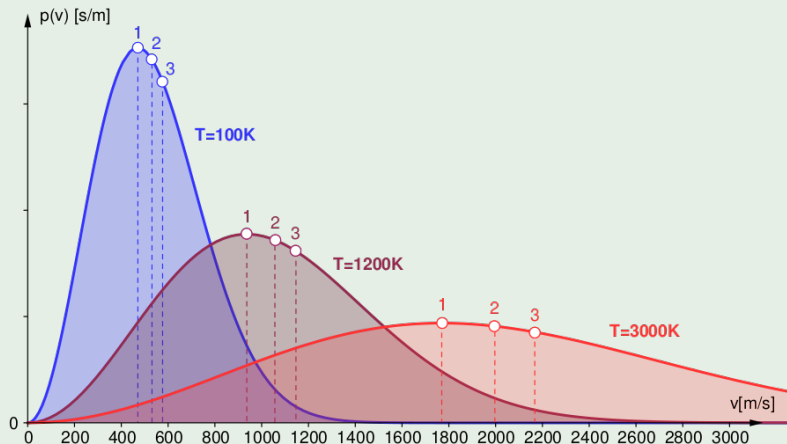
多次重复掷硬币实验，发现正面出现的次数约占 $1/2$ 。

| 实验者 | 抛硬币次数 | 正面朝上次数 | 正面出现频率 |
|--------|--------|--------|--------|
| 蒲丰 | 4,048 | 2,048 | 0.5069 |
| 德·摩根 | 2,048 | 1,061 | 0.5181 |
| 皮尔逊 | 12,000 | 6,019 | 0.5016 |
| 皮尔逊 | 24,000 | 12,012 | 0.5005 |
| 罗曼诺夫斯基 | 80,640 | 39,699 | 0.4923 |

统计规律性

例 (麦克斯韦速率分布函数)

通过实验可以发现，分子热运动中，分子速度呈现某种分布。



概率论与数理统计

- **概率论** (Probability) 是一门揭示随机现象统计规律性的数学学科。
- **统计学** (Statistics) 是一门通过收集、整理、分析数据等手段以达到推断或预测考察对象本质或未来的学科。
- 统计学为概率论面向实际问题提供联系桥梁。
- 概率论为统计学方法的合理性提供理论保证。

model the world, predict likelihood of events.

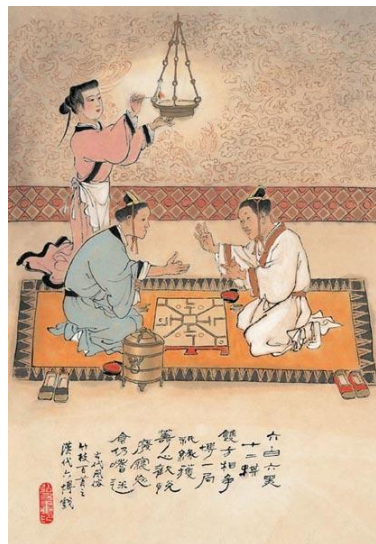
概率论历史

- 公元前 3500 年古埃及的骰子；



概率论历史

- 公元前 3500 年古埃及的骰子；
- 中国战国到晋朝流行的“六博”游戏；



概率论历史

- 公元前 3500 年古埃及的骰子；
- 中国战国到晋朝流行的“六博”游戏；
- Fermat 和 Pascal 关于“分赌注问题”的讨论标志概率论的诞生（1654）；



法国物理学家
布莱士·帕斯卡



法国律师和业余数学家
皮埃尔·德·费马

概率论历史

- 公元前 3500 年古埃及的骰子；
- 中国战国到晋朝流行的“六博”游戏；
- Fermat 和 Pascal 关于“分赌注问题”的讨论标志概率论的诞生（1654）；
- Bernoulli：伯努利试验、二项分布；



瑞士数学家
雅各布·伯努利

概率论历史

- 公元前 3500 年古埃及的骰子；
- 中国战国到晋朝流行的“六博”游戏；
- Fermat 和 Pascal 关于“分赌注问题”的讨论标志概率论的诞生（1654）；
- Bernoulli：伯努利试验、二项分布；
- De Moivre 和 Laplace：棣莫弗-拉普拉斯中心极限定理；



法裔英籍数学家
亚伯拉罕·棣莫弗



法国天文学家、数学家
皮埃尔·西蒙·拉普拉斯

概率论历史

- 公元前 3500 年古埃及的骰子；
- 中国战国到晋朝流行的“六博”游戏；
- Fermat 和 Pascal 关于“分赌注问题”的讨论标志概率论的诞生 (1654)；
- Bernoulli: 伯努利试验、二项分布；
- De Moivre 和 Laplace: 棣莫弗-拉普拉斯中心极限定理；
- C. F. Gauss: 高斯分布；



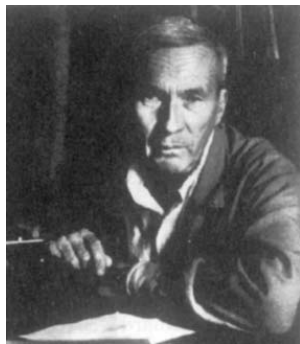
德国数学家 Gauss



德国马克 10 马克纸币

概率论历史

- 公元前 3500 年古埃及的骰子；
- 中国战国到晋朝流行的“六博”游戏；
- Fermat 和 Pascal 关于“分赌注问题”的讨论标志概率论的诞生（1654）；
- Bernoulli：伯努利试验、二项分布；
- De Moivre 和 Laplace：棣莫弗-拉普拉斯中心极限定理；
- C. F. Gauss：高斯分布；
- 柯尔莫哥洛夫：公理化概率论（1933）；



前苏联数学家
柯尔莫哥洛夫

概率论历史

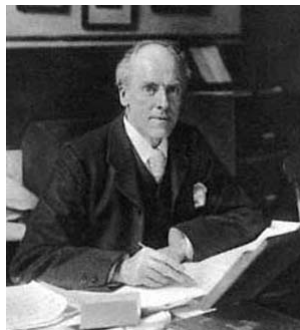
- 公元前 3500 年古埃及的骰子；
- 中国战国到晋朝流行的“六博”游戏；
- Fermat 和 Pascal 关于“分赌注问题”的讨论标志概率论的诞生（1654）；
- Bernoulli：伯努利试验、二项分布；
- De Moivre 和 Laplace：棣莫弗-拉普拉斯中心极限定理；
- C. F. Gauss：高斯分布；
- 柯尔莫哥洛夫：公理化概率论（1933）；
- R. A. Fisher：极大似然估计，F 分布；



英国统计与遗传学家
R. A. Fisher

概率论历史

- 公元前 3500 年古埃及的骰子；
- 中国战国到晋朝流行的“六博”游戏；
- Fermat 和 Pascal 关于“分赌注问题”的讨论标志概率论的诞生（1654）；
- Bernoulli：伯努利试验、二项分布；
- De Moivre 和 Laplace：棣莫弗-拉普拉斯中心极限定理；
- C. F. Gauss：高斯分布；
- 柯尔莫哥洛夫：公理化概率论（1933）；
- R. A. Fisher：极大似然估计，F 分布；
- K. Pearson：最优检验，拟合优度检验。



英国数学家、哲学家
K. Pearson

本章小结

- ① 概率论简介
- ② 概率论历史