第 1 章：密码学简介

1.5 古典密码

赵俊舟

junzhou.zhao@xjtu.edu.cn

2025 年 2 月 20 日

目录

1 代换密码

2 置换密码

3 转轮密码机

目录

1 代换密码

2 置换密码

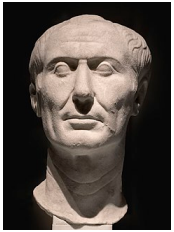
3 转轮密码机

代换密码（Substitution Cipher）

- 代换密码（也叫替换密码），是最简单的密码，它将一个明文字母替换成其他字母、数字或符号，实现加密，通过逆替换实现解密。
- 代换密码只改变明文内容，不改变明文内容之间的相对位置。
- 常见的代换密码包括：
  - 凯撒密码或移位密码
  - Playfair 密码
  - Hill 密码
  - Vigenère 密码
  - 一次一密（One-Time Pad）
- 分为单表代换、多表代换等。

恺撒密码（Caesar Cipher）

- 已知最早的代换密码是由古罗马时期的 Julius Caesar 发明的恺撒密码 (Caesar Cipher)，用于加密作战命令。



(公元前 100 年 – 公元前 44 年)

There are also letters of his to Cicero, as well as to his intimates on private affairs, and in the latter, if he had anything confidential to say, he wrote it in cipher, that is, by so changing the order of the letters of the alphabet, that not a word could be made out...

The Lives of the Caesars, the Deified Julius (110CE)

恺撒密码

$\mathcal{M}$	a	b	c	d	e	f	g	h	i	j	k	l	m	n	o	p	q	r	s	t	u	v	w	x	y	z	
$k = 3$																											
$\mathcal{C}$	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C

- 将每个明文字母向前循环移 3 位，得到密文字母；对密文进行相反操作得到明文。
- 加密： $c = (m + 3) \bmod 26$
- 解密： $m = (c - 3) \bmod 26$

例 (凯撒密码加密)

利用凯撒密码加密 “begin the attack now”，忽略空格，得到密文

EHJLQWKHDWWDFNQRZ

移位密码

- 凯撒密码其实不存在密钥，任何知道凯撒密码算法的人都可以轻易破解密码。
- 移位密码对凯撒密码进行改进，引入密钥 $k \in \{0, \ldots, 25\}$，表示循环移位的位数。

$$\text{加密：}\ c = E(k, m) \triangleq (m + k) \bmod 26$$

$$\text{解密：}\ m = D(k, c) \triangleq (c - k) \bmod 26$$

- 移位密码的安全性如何？

例（破解移位密码）

尝试破解密文 EHJLQWKHDWWDFNQRZ

移位密码的安全性

k	尝试解密后
0	ehjlqwkhdwwdfnqrz
1	dgikpvjgcvvcempqy
2	cfhjouifbuubdlopx
3	begintheattacknow
4	adfhmsgdzsszbjmnv
5	zceglrfcyrryailmu
6	ybdfkqebxqqxzhklt
7	xacejpdawppwygjks
8	wzbdioczvoovxfijr
	...

- 移位密码的密钥空间大小为 26
- 容易对密钥空间进行穷举攻击 (brute-force attack)

密码安全原则一：密钥空间应足够大

任何安全的密码体制都应该具有足够大的密钥空间，使穷举攻击不可行。

- 多大的密钥空间才算足够大？

对不同密钥空间进行穷举攻击的开销

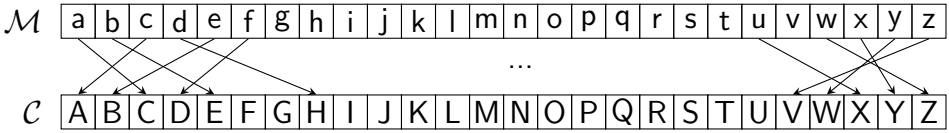
Key Size (bits)	Number of Alternative Keys	Time Required at 1 Decryption/μs	Time Required at 10^6 Decryptions/μs
32	$2^{32} = 4.3 \times 10^9$	$2^{31}\mu s = 35.8$ minutes	2.15 milliseconds
56	$2^{56} = 7.2 \times 10^{16}$	$2^{55}\mu s = 1142$ years	10.01 hours
128	$2^{128} = 3.4 \times 10^{38}$	$2^{127}\mu s = 5.4 \times 10^{24}$ years	5.4×10^{18} years
168	$2^{168} = 3.7 \times 10^{50}$	$2^{167}\mu s = 5.9 \times 10^{36}$ years	5.9×10^{30} years
26 characters (permutation)	$26! = 4 \times 10^{26}$	$2 \times 10^{26}\mu s = 6.4 \times 10^{12}$ years	6.4×10^6 years

Amazon EC2 集群执行不同数量 CPU 时钟需要的花费（根据 2018 年定价）。

clock cycles	*approx cost*	*reference*
2^{50}	*$3.50*	*cup of coffee*
2^{55}	*$100*	*decent tickets to a Portland Trailblazers game*
2^{65}	*$130,000*	*median home price in Oshkosh, WI*
2^{75}	*$130 million*	*budget of one of the Harry Potter movies*
2^{85}	*$140 billion*	*GDP of Hungary*
2^{92}	*$20 trillion*	*GDP of the United States*
2^{99}	*$2 quadrillion*	*all of human economic activity since 300,000 BC*[4]
2^{128}	*really a lot*	*a billion human civilizations' worth of effort*

单表代换密码

- 为增强移位密码的安全性，设计代换表时可以不仅仅是依次替换，而是允许任意替换，称为**单表代换密码**。
- 单表代换中每个明文字母可以映射到任意一个密文字母，密钥是 26 个字母的任意置换，共有 $26! > 4 \times 10^{26}$ 种可能密钥。



单表代换密码举例

例

使用代换表：

```
Plain:  abcdefghijklmnopqrstuvwxyz
Cipher: DKVQFIBJWPESCXHTMYAUOLRGZN
```

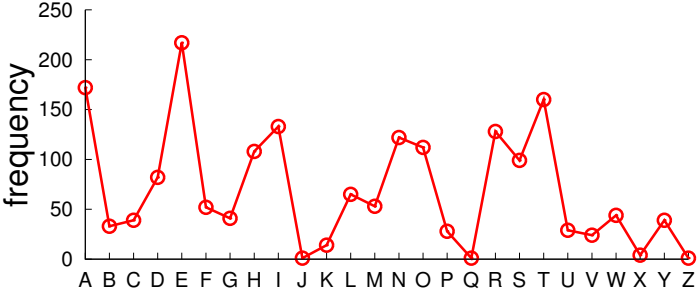
对消息“if we wish to replace letters”进行加密：

```
Plaintext:  ifwewishtoreplaceletters
Ciphertext: WIRFRWAJUHYFTSDVFSFUUFYA
```

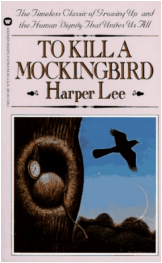
- 单表代换密码有 $26! > 4 \times 10^{26}$ 种可能密钥，似乎已经足够大了，单表代换密码是否真的安全？

《远大前程》：查尔斯 · 狄更斯著长篇小说

My father's family name being Pirrip, and my Christian name Philip, my infant tongue could make of both names nothing longer or more explicit than Pip. So, I called myself Pip, and came to be called Pip.
I give Pirrip as my father's family name, on the authority of his tombstone and my sister,—Mrs. Joe Gargery, who married the blacksmith. As I never saw my father or my mother, and never saw any likeness of either of them (for their days were long before the days of photographs), my first fancies regarding what they were like were unreasonably derived from their tombstones. The shape of the letters on my father's, gave me an odd idea that he was a square, stout, dark man, with curly black hair. From the character and turn of the inscription, "Also Georgiana Wife of the Above," I drew a childish conclusion that my mother was freckled and sickly. To five little stone lozenges, each about a foot and a half long, which were arranged in a neat row beside their grave, and were sacred to the memory of five little brothers of mine,—who gave up trying to get a living, exceedingly early in that universal struggle,—I am indebted for a belief I religiously entertained that they had all been born on their backs with their hands in their trousers-pockets, and had never taken them out in this state of existence.
Ours was the marsh country, down by the river, within, as the river wound, twenty miles of the sea. wilderness beyond the churchyard, intersected with dikes and mounds and gates, with scattered cattle feeding on it, was the marshes; and that the low leaden line beyond was the river; and that the distant savage lair from which the wind was rushing was the sea; and that the small bundle of shivers growing afraid of it all and beginning to cry, was Pip.



《杀死一只知更鸟》：哈珀 · 李著长篇小说

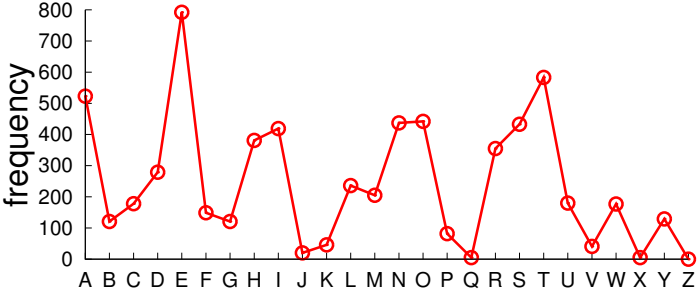


When he was nearly thirteen, my brother Jem got his arm badly broken at the elbow. When it healed, and Jem's fears of never being able to play football were assuaged, he was seldom self-conscious about his injury. His left arm was somewhat shorter than his right; when he stood or walked, the back of his hand was at right angles to his body, his thumb parallel to his thigh. He couldn't have cared less, so long as he could pass and punt.

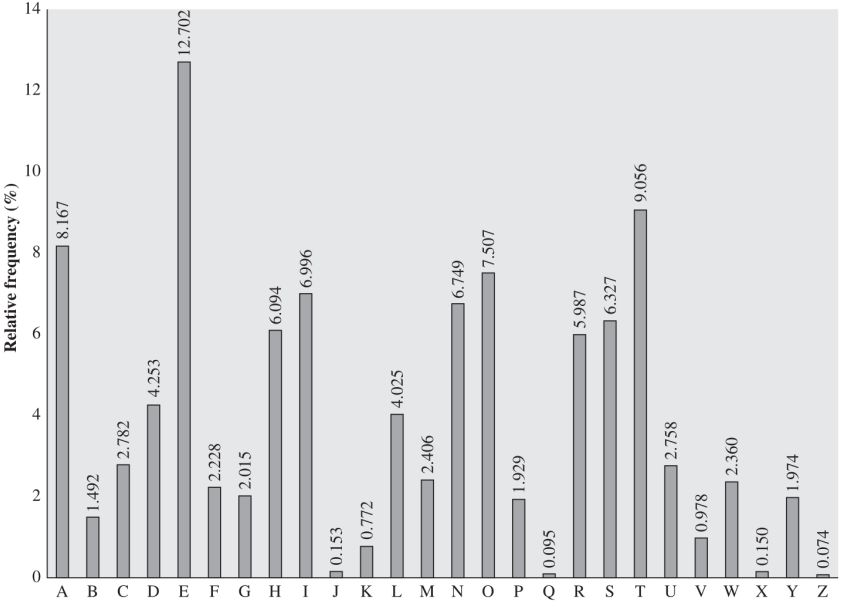
When enough years had gone by to enable us to look back on them, we sometimes discussed the events leading to his accident. I maintain that the Ewells started it all, but Jem, who was four years my senior, said it started long before that. He said it began the summer Dill came to us, when Dill first gave us the idea of making Boo Radley come out.

I said if he wanted to take a broad view of the thing, it really began with Andrew Jackson. If General Jackson hadn't run the Creeks up the creek, Simon Finch would never have paddled up the Alabama, and where would we be if he hadn't? We were far too old to settle an argument with a fist-fight, so we consulted Atticus. Our father said we were both right.

Maycomb was an old town, but it was a tired old town when I first knew it. In rainy weather the streets turned to red slop; grass grew on the sidewalks, the courthouse sagged in the square. Somehow, it was hotter then: a black dog suffered on a summer's day; bony mules hitched to Hoover carts flicked flies in the sweltering shade of the live oaks on the square. Men's stiff collars wilted by nine in the morning. Ladies bathed before noon, after their three-o'clock naps, and by nightfall were like soft teacakes with frostings of sweat and sweet talcum.



英文字母的相对使用频率



利用语言的统计特性进行密码分析

- 单表代换密码的密钥空间看似足够大，可以抵御穷举攻击，其实不然，这是因为语言往往具有统计特性。
- 人类的语言是有冗余性的，字母使用的频率并不一样：英文字母 E 是使用最频繁，然后是 T, R, N, I, O, A, S 等；有些字母使用得很少，如 Z, J, K, Q, X；双字母也有统计特性，例如 TH 等。
- 这样可以得到英文字母使用频率分布表。
- 最早由阿拉伯科学家在公元九世纪发现。
- 单表代换不能掩盖字母出现的频率，只要统计密文中字母出现的频率，与已知的统计值做比较就可以分析出明密文字母的对应关系。

单表代换密码攻击举例

例

- 给定密文：

  UZQSOVUOHXMOPVGPOZPEVSGZWSZOPFPESXUDBMETSX
  AIZVUEPHZHMDZSHZOWSFPAPPDTSVPQUZWYMXUZUHSX
  EPYEPOPDZSZUFPOMBZWPFUPZHMDJUDTMOHMQ

- 统计相关字母出现的次数，可以猜测 P 和 Z 是 e 和 t，ZW 是 th，这样 ZWP 就是 the。
- 这样反复试验并不断修正错误，最后可得：

  it was disclosed yesterday that several informal but direct contacts have been made with political representatives of the viet cong in moscow

Playfair 密码

- 两种常用方法用于减少明文结构在密文中的残留度：
  - 多字母代换密码：对明文中的多个字母一起加密；
  - 多表代换密码
- Playfair 密码是最著名的多字母代换密码，它把明文中的双字母作为一个单元转换成密文的双字母。
- Playfair 密码是由英国科学家 Charles Wheatstone 在 1854 年发明的，以 Lyon Playfair 的名字命名。
- 首次应用于克里米亚战争（1854），最后一次应用是在一战。
- 于 1915 年被德国破解，其变种被德国和英国应用于二战。

Playfair 密码

- Playfair 密码的特点：
  - 每次同时替换两个字母；
  - 由于只使用一个代换表，因此属于单表代换密码。
- Playfair 算法基于一个由密钥词构成的 5×5 密钥矩阵。
- 先在 5×5 密钥矩阵中填上密钥词，去掉重复字母。
- 再将剩余的字母按字母表的顺序从左至右、从上至下填在矩阵剩下的格子中，I 和 J 当作一个字母。

M	O	N	A	R
C	H	Y	B	D
E	F	G	I/J	K
L	P	Q	S	T
U	V	W	X	Z

使用密钥词 MONARCHY

Playfair 密码的代换规则

- 将明文拆为字母对，如果字母对的两个字母是相同的，则在其中插入一个填充字母，如‘x’，“balloon”变成“ba lx lo on”。
- 对明文的每个字母对，利用密钥矩阵进行代换。
- 代换规则 1：落在同一行的明文字母对中的字母由其右边的字母来代换，每行中最右的字母用该行最左边的第一个字母来代换，如“ar”加密成“RM”。

M	O	N	A	R
C	H	Y	B	D
E	F	G	I/J	K
L	P	Q	S	T
U	V	W	X	Z

→ RM

Playfair 密码的代换规则

- 代换规则 2：落在同一列的明文字母对中的字母由其下面的字母来代换，每列中最下面的一个字母用该列最上面的第一个字母来代换，如“mu”加密成“CM”。

M	O	N	A	R
C	H	Y	B	D
E	F	G	I/J	K
L	P	Q	S	T
U	V	W	X	Z

Playfair 密码的代换规则

- 代换规则 2：落在同一列的明文字母对中的字母由其下面的字母来代换，每列中最下面的一个字母用该列最上面的第一个字母来代换，如“mu”加密成“CM”。
- 代换规则 3：其他的每组明文字母对中的字母按如下方式代换：该字母所在行为密文所在行，另一字母所在列为密文所在列，如“hs”变换成“BP”，“ea”代换为“IM”或“JM”。

M	O	N	A	R
C	H	Y	B	D
E	F	G	I/J	K
L	P	Q	S	T
U	V	W	X	Z

M	O	N	A	R
C	H	Y	B	D
E	F	G	I/J	K
L	P	Q	S	T
U	V	W	X	Z

Playfair 密码的代换规则

- 代换规则 2：落在同一列的明文字母对中的字母由其下面的字母来代换，每列中最下面的一个字母用该列最上面的第一个字母来代换，如“mu”加密成“CM”。
- 代换规则 3：其他的每组明文字母对中的字母按如下方式代换：该字母所在行为密文所在行，另一字母所在列为密文所在列，如“hs”变换成“BP”，“ea”代换为“IM”或“JM”。

M	O	N	A	R
C	H	Y	B	D
E	F	G	I/J	K
L	P	Q	S	T
U	V	W	X	Z

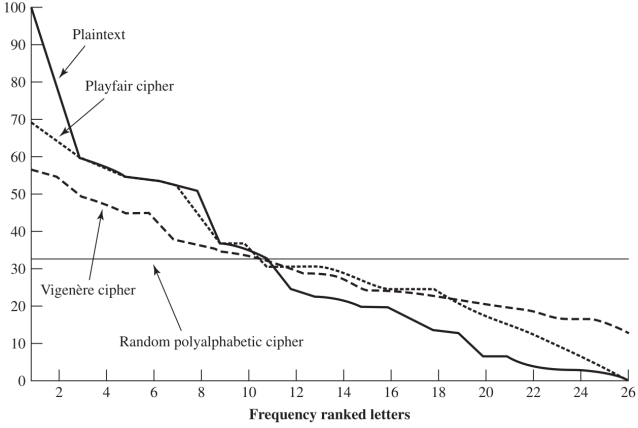
M	O	N	A	R
C	H	Y	B	D
E	F	G	I/J	K
L	P	Q	S	T
U	V	W	X	Z

Playfair 密码的安全性

- Playfair 密码安全性比单表代换大为提高。
- 因为有 26 个字母，所以共有 $26 \times 26 = 676$ 个字母对，对单个字母对进行判断要比对单个字母困难得多。
- 单字母的相对频率比字母对的相对频率有更好的统计规律，利用频率分析字母对就更困难，需要 676 维的频率表。
- 曾被广泛使用，包括一战和二战。英国军队使用了一个世纪，曾保证是安全的，但 1915 年被德军破译。1941 年起，德军使用双表 Playfair，1944 年秋季被英国的 Bletchey Park 破译。
- 因为它的密文仍然完好地保留了明文语言的大部分结构特征，它仍然是相对容易攻破的，几百个字母的密文就足够分析出规律了。

字母出现的相对频率

- “明文”曲线画出 7 万个字母的频率分布，对文中出现的每个字母计数，结果除以字母 e 的出现次数，按降序排序。
- 加密后的曲线体现了加密后字母频率分布被掩盖的程度，如果完全被掩盖，则应该是一条水平线。



Hill 密码

- 1929 年美国数学家 Lester Hill 发明 Hill 密码。
- 将 m 个连续明文替换成 m 个密文，由 m 个线性方程决定。
- 为每个字母指定一个数值（$a = 0, 1, \ldots$），设 $m = 3$

$$
\begin{aligned}
c_1 &= (k_{11}p_1 + k_{12}p_2 + k_{13}p_3) \bmod 26 \\
c_2 &= (k_{21}p_1 + k_{22}p_2 + k_{23}p_3) \bmod 26 \\
c_3 &= (k_{31}p_1 + k_{32}p_2 + k_{33}p_3) \bmod 26
\end{aligned}
$$

用矩阵表示为

$$
\begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \\ c_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} & k_{13} \\ k_{21} & k_{22} & k_{23} \\ k_{31} & k_{32} & k_{33} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} p_1 \\ p_2 \\ p_3 \end{bmatrix} \bmod 26
$$

或写成矩阵形式 $C = KP \bmod 26$。

Hill 密码加密举例

- 明文为 paymoremoney，加密密钥为

$$K = \begin{bmatrix} 17 & 17 & 5 \\ 21 & 18 & 21 \\ 2 & 2 & 19 \end{bmatrix}$$

- 明文前三个字母用向量 $[15, 0, 24]^\top$ 表示，则

$$C = K \cdot \begin{bmatrix} 15 \\ 0 \\ 24 \end{bmatrix} \bmod 26 = \begin{bmatrix} 375 \\ 819 \\ 486 \end{bmatrix} \bmod 26 = \begin{bmatrix} 11 \\ 13 \\ 18 \end{bmatrix} = \text{LNS}$$

- 照此转换剩下字母，可得密文 LNSHDLEWMTRW。
- 解密需要用到矩阵 K 的逆 K^{-1}

Hill 密码解密举例

- 由 $K = \begin{bmatrix} 17 & 17 & 5 \\ 21 & 18 & 21 \\ 2 & 2 & 19 \end{bmatrix}$ 可以得到 $K^{-1} = \begin{bmatrix} 4 & 9 & 15 \\ 15 & 17 & 6 \\ 24 & 0 & 17 \end{bmatrix}$.
- $KK^{-1} = I$ 可以验证如下

$$\begin{bmatrix} 17 & 17 & 5 \\ 21 & 18 & 21 \\ 2 & 2 & 19 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 4 & 9 & 15 \\ 15 & 17 & 6 \\ 24 & 0 & 17 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 443 & 442 & 442 \\ 858 & 495 & 780 \\ 494 & 52 & 365 \end{bmatrix} \bmod 26 = I$$

Hill 密码解密举例

- 由 $K = \begin{bmatrix} 17 & 17 & 5 \\ 21 & 18 & 21 \\ 2 & 2 & 19 \end{bmatrix}$ 可以得到 $K^{-1} = \begin{bmatrix} 4 & 9 & 15 \\ 15 & 17 & 6 \\ 24 & 0 & 17 \end{bmatrix}$.
- $KK^{-1} = I$ 可以验证如下

$$\begin{bmatrix} 17 & 17 & 5 \\ 21 & 18 & 21 \\ 2 & 2 & 19 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 4 & 9 & 15 \\ 15 & 17 & 6 \\ 24 & 0 & 17 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 443 & 442 & 442 \\ 858 & 495 & 780 \\ 494 & 52 & 365 \end{bmatrix} \bmod 26 = I$$

Hill 密码系统

$C = E(K, P) = KP \bmod 26$

$P = D(K, C) = K^{-1}C \bmod 26 = K^{-1}KP = P$

多表代换密码

- 多表代换密码：使用多个代换表对明文消息进行多重单表代换加密。
- 因为需要猜测更多的字母表，并且频率分布特性也变得平坦了，所以使得密码破译更加困难。
- 多表代换的特点：
  - 采用相关的单表代换规则；
  - 密钥决定给定变换的具体规则。
- 最简单的多表代换密码为维吉尼亚密码（Vigenère Cipher）。

Vigenère 密码

- 最简单的多表代换密码是 Vigenère 密码，它的代换规则集由 26 个凯撒密码的代换表组成，每个代换表对明文字母移位 $0 \sim 25$ 次。
- 密钥词中的密钥字母用来代换明文字母 a，故移位 3 次的凯撒密码由密钥字母 d 代表。
- 加密一条消息需要与消息一样长的密钥，通过重复密钥实现。
- 加密：给定密钥字母 x 和明文字母 y，密文字母是位于 x 行和 y 列的那个字母。
- 解密：密钥字母决定行，行里密文字母所在列的顶部字母就是明文字母。

Vigenère 密码举例

例 (使用密钥词 deceptive)

```
key:        deceptivedeceptivedeceptive
plaintext:  wearediscoveredsaveyourself
ciphertext: ZICVTWQNGRZGVTWAVZHCQYGLMGJ
```

Key \ Plaintext	a	b	c	d	e	f	g	h	i	j	k	l	m	n	o	p	q	r	s	t	u	v	w	x	y	z
a	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z
b	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A
c	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B
d	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C
e	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D
f	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E
g	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F
h	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G
i	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H
j	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I
k	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
l	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
m	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
n	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
o	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N
p	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O
q	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P
r	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q
s	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R
t	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S
u	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T
v	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U
w	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V
x	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W
y	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X
z	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y

Vigenère 密码举例

例 (使用密钥词 deceptive)

```
key:        deceptivedeceptivedeceptive
plaintext:  wearediscoveredsaveyourself
ciphertext: ZICVTWQNGRZGVTWAVZHCQYGLMGJ
```

Plaintext

Key	a	b	c	d	e	f	g	h	i	j	k	l	m	n	o	p	q	r	s	t	u	v	w	x	y	z
a	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z
b	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A
c	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B
d	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C
e	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D
f	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E
g	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F
h	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G
i	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H
j	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I
k	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
l	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
m	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
n	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
o	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N
p	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O
q	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P
r	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q
s	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R
t	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S
u	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T
v	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U
w	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V
x	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W
y	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X
z	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y

Vigenère 密码举例

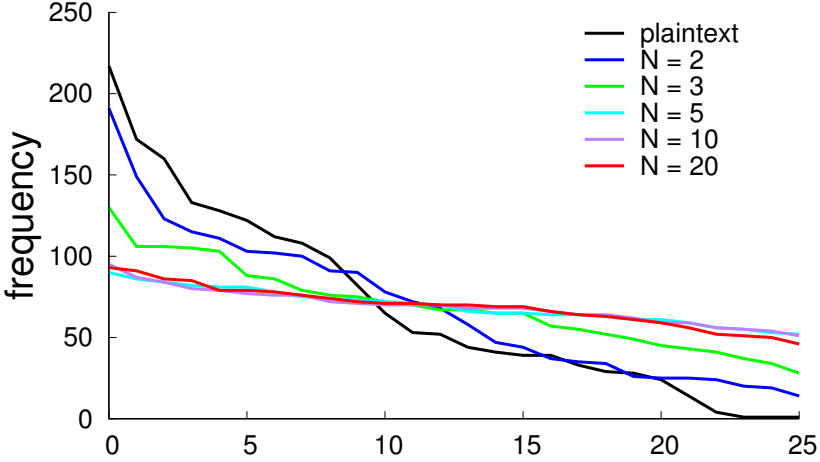
例 (使用密钥词 deceptive)

```
key:        deceptivedeceptivedeceptive
plaintext:  wearediscoveredsaveyourself
ciphertext: ZICVTWQNGRZGVTWAVZHCQYGLMGJ
```

Key \ Plaintext	a	b	c	d	e	f	g	h	i	j	k	l	m	n	o	p	q	r	s	t	u	v	w	x	y	z
a	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z
b	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A
c	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B
d	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C
e	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D
f	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E
g	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F
h	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G
i	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H
j	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I
k	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
l	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
m	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
n	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
o	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N
p	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O
q	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P
r	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q
s	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R
t	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S
u	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T
v	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U
w	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V
x	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W
y	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X
z	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y

Vigenère 密码的安全性

- 每一个明文字母可以有多个密文字母对应，这样字母使用的频率特性减弱了，但是没有完全消失。



横轴为 26 个字母，N 为密钥词长度

Vigenère 密码的安全性

- 破译的关键是判定密钥词的长度，可以通过发现重复序列来判断。

```
key:          deceptivedeceptivedeceptive
plaintext:    wearediscoveredsaveyourself
ciphertext:   ZICVTWQNGRZGVTWAVZHCQYGLMGJ
```

Vigenère 密码的安全性

- 破译的关键是判定密钥词的长度，可以通过发现重复序列来判断。
- 最终措施是选择与明文毫无统计关系且和它一样长的密钥。

```
key:          deceptivedeceptivedeceptive
plaintext:    wearediscoveredsaveyourself
ciphertext:   ZICVTWQNGRZGVTWAVZHCQYGLMGJ
```

相距整数个密钥词长度

一次一密（One-Time Pad）

- 一次一密（One-Time Pad，简称 OTP）：每个消息使用与之等长且随机的密钥来加密。
- 一个密钥只对一个消息加解密，之后弃之不用。
- 1882 年 Frank Miller 首次描述了 OTP，之后又被其他人再次发明。Gilbert Vernam 在 1919 年申请了基于异或运算的 OTP 的专利。
- OTP 是不可攻破的，即满足理论安全。
- 在 1900 年以前的密码学研究中，只有两个想法对现代密码学有用，其中之一为柯克霍夫准则，另外一个则为一次一密。

一次一密（One-Time Pad）

- OTP 运算基于二进制数据而非字母。
- 加密：

$$c = m \oplus k$$

其中 $\oplus$ 表示按位进行异或运算。

- 解密：

$$m = c \oplus k$$

x	y	$x \oplus y$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

一次一密的安全性

- 假设 Alice 和 Bob 使用 OTP 进行通信，从攻击者的视角观察到一个密文等同于得到下面算法的一个输出结果：

$$\boxed{\begin{array}{l}\mathsf{OTP}(m \in \{0,1\}^\lambda): \\ \hline k \leftarrow_R \{0,1\}^\lambda \\ c = k \oplus m \\ \text{return } c\end{array}}$$

- 一个好的加密算法不应由加密算法的输出得到关于输入的任何信息。
- 由于密钥 k 是每次随机产生的，因此 OTP 的输出是随机的。

一次一密的安全性

- 例如给定两个不同输入 $m_1 = 010$ 和 $m_2 = 111$，输出分布为

$m_1 = 010$

Pr	k	$output\ c = k \oplus 010$
$1/8$	000	010
$1/8$	001	011
$1/8$	010	000
$1/8$	011	001
$1/8$	100	110
$1/8$	101	111
$1/8$	110	100
$1/8$	111	101

$m_2 = 111$

Pr	k	$output\ c = k \oplus 111$
$1/8$	000	111
$1/8$	001	110
$1/8$	010	101
$1/8$	011	100
$1/8$	100	011
$1/8$	101	010
$1/8$	110	001
$1/8$	111	000

- OTP 得到 $\{0,1\}^3$ 中每种可能输出的概率都为 $1/8$。
- 密码分析者不能由密文区分 m_1 和 m_2，因此满足理论安全。

一次一密的局限性

- 产生大规模随机密钥有实际困难。
- 密钥的分配和保护无法保证。

目录

1 代换密码

2 置换密码

3 转轮密码机

置换密码（Transposition Ciphers）

- 置换，亦称 transposition 或者 permutation。
- 置换密码通过改变明文字母的相对位置实现加密，并不替换明文字母，即明文内容形式不变。
- 通过重新安排明文字母的位置来隐藏明文内容信息，而不是用其他字母来代换明文字母。
- 这种方法是很容易破译的，因为密文拥有与明文一样的字母频率统计特性。

置换密码

- 一维变换：矩阵转置

```
C A N Y
O U U N
D E R S
T A N D
```

明文：can you understand
密文：codtaueanurnynsd

- 二维变换：图形转置

```
      D
    T A N
  N D E R S
C A N Y O U U
```

明文：can you understand
密文：dnsuaruteodynnac

栅栏技术（Rail Fence cipher）

按照对角线的顺序写出明文，按行的顺序读出作为密文。

例（栅栏技术）

例如，加密 meet me after the toga party:

```
m e m a t r h t g p r y
 e t e f e t e o a a t
```

可以得到密文 MEMATRHTGPRYETEFETEOAAT

行置换密码（Row Transposition Ciphers）

- 一个更复杂的方案是把消息一行一行地写成矩形块，然后按列读出，但是把列的次序打乱，列的次序就是算法的密钥。
- 可以采用多步置换来得到相对较高的安全性。

例

```
Key:        4 3 1 2 5 6 7
Plaintext:  a t t a c k p
            o s t p o n e
            d u n t i l t
            w o a m x y z
Ciphertext: TTNAAPTMTSUOAODWCOIXKNLYPETZ
```

乘积密码（Product Ciphers）

- 单纯的代换密码或者置换密码是不安全的，因为语言具有统计特性。
- 可以考虑连续使用若干个这样的密码使其难以破解，但是
  - 两次代换只能生成更复杂的代换；
  - 两次置换只能生成更复杂的置换。
- 如果在一次代换之后进行一次置换，可以生成一种新的更难破解的密码，这就是乘积密码。
- 乘积密码是从古典密码通往现代密码的桥梁。

目录

1 代换密码

2 置换密码

3 转轮密码机

转轮密码机（Rotor Machines）

- 在现代密码系统出现之前，转轮密码机是最为广泛使用的多重加密器，尤其是在第二次世界大战中。
- 其中德国 Enigma 密码机是密码学界划时代的丰碑。
- 1918 年，德国发明家亚瑟 · 谢尔比乌斯（Arthur Scherbius）发明了一种能够自动编码的机器。谢尔比乌斯给自己所发明的电气编码机械取名“Enigma”，意为“哑谜”。
- Enigma 是一种用于加密与解密文件的密码机。确切地说，Enigma 是一系列相似的转子机械的统称，包括了一系列不同的型号。
- 不同型号的 Enigma 密码机大都包含四个共同部分：键盘、转子、显示器和接线板。

亚瑟 · 谢尔比乌斯与 Enigma 密码机

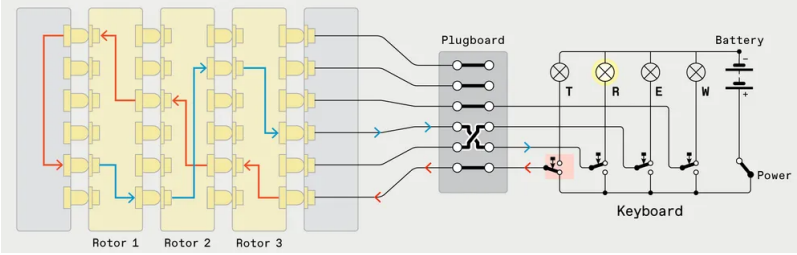
亚瑟 · 谢尔比乌斯

Enigma 密码机

Enigma 密码机其他型号（HX-63）

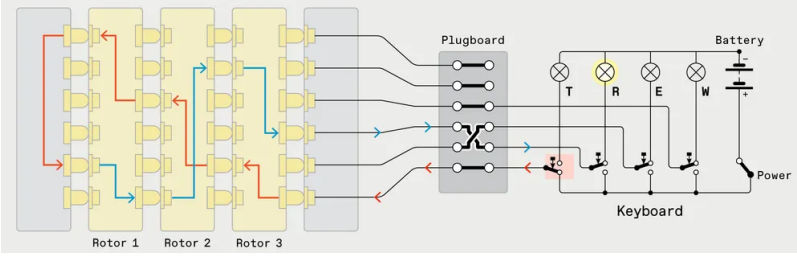
Enigma 密码机原理

- 转轮密码机实现了一个非常复杂、变化多端的多表代换密码。
- 每个转轮有 26 个输入和 26 个输出，每个输入仅与一个输出相连，一个转轮就定义了一个单表代换。
- 每按下一个键，转轮旋转一个位置，内部连线相应改变，改变下一次代替。
- 一个转轮转 26 个位置后回到初始状态，因此可以形成 26 种单表代换。



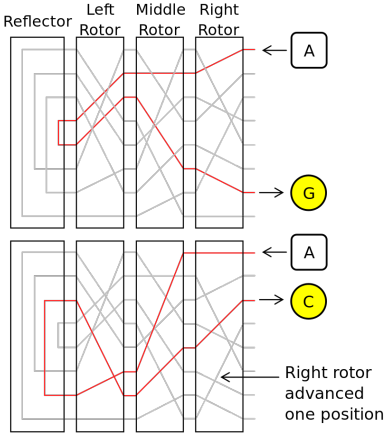
Enigma 密码机原理

- 为使代换更复杂，可以把多个转轮连接起来。Enigma 密码机有 3 个转轮，从提供的 5 个转轮中随机选择。
- 三个转轮以不同的速度移动，3 个转轮的机器的周期是 26^3。
- 为进一步阻止密码分析，有些转轮机在每个转轮上还有不同的起始位置号。
- 尾部有一块连接板，可以连接 $6 \sim 10$ 个插板，用来改变字母对之间的映射关系。



Enigma 密码机原理

- 最左边的转轮与反射板相接触，反射板使最左边转轮的不同端子随机相连，作用是使电路闭合。
- 由于反射板的存在，一个明文字母不会映射为它自己。

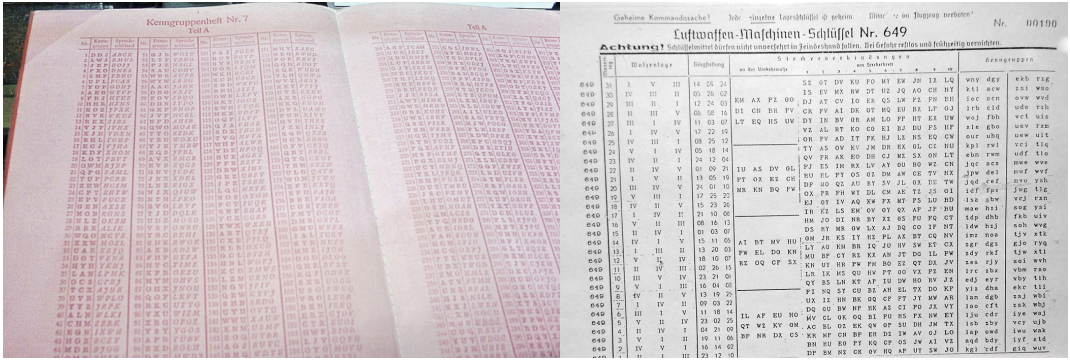


Enigma 密码机的使用

- 使用时，发信人首先调节三个转子的初始位置，转子的初始位置就是密钥，是收发双方预先约定好的。
- 然后键入明文，并把灯泡闪亮的字母依次记下来，最后把记录下的字母按顺序用电报发送出去。
- 收信方收到电文后，也使用一台 Enigma，按照原来的约定，把转子的位置调整到和发信方相同的初始位置上，然后依次键入收到的密文，灯泡闪亮的字母就是明文。
- 使用 Enigma 密码机解密和加密的过程完全一样，这就是反射板的作用，同时反射板的一个副作用就是一个字母永远也不会被加密成它自己，因为反射板中一个字母总是被连接到另一个不同的字母。

Enigma 密码机的设置

- Enigma 密码机每天都需要根据一份收发方共享的设置单进行设置，例如转轮选择与排列、转轮位置、连接板字母对等。



Enigma 密码机设置表

Enigma 密码机的设置

Luftwaffen-Maschinen-Schlüssel Nr. 649

Achtung! Schlüsselmittel dürfen nicht unversehrt in Feindeshand fallen. Bei Gefahr restlos und frühzeitig vernichten.

Monats-tag	Walzenlage			Ringstellung			Steckerverbindungen an der Umkehrwalze				am Steckerbrett 1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Kenngruppen			
31	I	V	III	14	09	24					SZ	GT	DV	KU	FO	MY	EW	JN	IX	LQ	wny	dgy	ezb	rzg
30	IV	III	II	05	26	02					IS	EV	MX	RW	DT	UZ	JQ	AO	CH	NY	ktl	acw	zsi	wao
29	III	II	I	12	24	03	KM	AX	PZ	GO	DJ	AT	CV	IO	ER	QS	LW	PZ	FN	BH	ioc	acn	ovw	wvd
28	II	III	V	06	08	16	DI	CN	BR	FV	CR	FV	AI	DK	OT	MQ	EU	BX	LP	GJ	lrb	cld	ude	rzh
27	III	I	IV	11	03	07	LT	EQ	HS	UW	DY	IN	BV	GR	AM	LO	PP	HT	EX	UW	woj	fbh	vct	uis
26	I	IV	V	17	22	19					VZ	AL	RT	KO	CG	EI	BJ	DU	FS	HP	xle	gbo	uev	rxm
25	IV	III	I	08	25	12					OR	PV	AD	IT	PK	HJ	LZ	NS	EQ	CW	ouc	uhq	uew	uit
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	kpl	rwl	ycj	tlq

- 三个转子的选择与排列组合：$5 \times 4 \times 3 = 60$
- 三个转子的初始位置：$26 \times 26 \times 26 = 17576$
- 连接板字母对设置（假如有 6 对）：

$$C_{26}^2 \cdot C_{24}^2 \cdot C_{22}^2 \cdot C_{20}^2 \cdot C_{18}^2 \cdot C_{16}^2 \cdot \frac{1}{6!} = 100391791500$$

- 一共约为 10^{16} 种可能配置，即一亿亿种可能！

本章小结

1. 代换密码
2. 置换密码
3. 转轮密码机