



[75.12/95.04/95.13] ANÁLISIS NUMÉRICO 1

TRABAJO PRÁCTICO 1

1^{ER} CUATRIMESTRE 2022

Búsqueda de raíces e interpolación

Curso 5 - Cátedra Sassano.

26 de junio de 2022

Resumen: Se proponen 2 ejercicios; 1) la búsqueda de raíz de una ecuación proveniente de un problema de optimización industrial; y 2) la interpolación de puntos obtenidos a partir de una figura geométrica conocida.

Instrucciones de entrega: las entregas se realizan por el campus del curso. La entrega debe ser completa (no se permiten items incompletos). Las entregas debe realizarla solo 1 integrante del grupo. Respecto al informe, tienen dos alternativas:

- entregar en un solo archivo ZIP un reporte en formato PDF y los archivos fuentes en formato PY. Además, deberá adjuntar un instructivo para reproducir los mismos resultados que muestran en el informe.
- entregar un solo archivo en formato IPYNB (por ejemplo descargado desde Google Colaboratory). Asegurarse que el mismo pueda ser ejecutado correctamente antes de subirlo al campus (por ejemplo cargándolo ustedes en Google Colaboratory), ya que si el docente no puede hacerlo, no podrá corregir su TP.

Nota: cualquier forma de plagio anulará el TP, y por lo tanto la cursada de los involucrados.

Fecha de entrega: hasta el miércoles 29 de junio a las 16:00 horas, sin posibilidad de prórroga.

1. Plan de Producción

La empresa **Numeric SA** está realizando el "Budget" para el próximo ejercicio.

Se le solicita el área "Supply Chain" que indique qué mix de productos es más conveniente fabricar mensualmente dada una serie de restricciones que tiene la planta y la contribución marginal que ofrece cada producto. Como nuevo pasante del área le asignan el cálculo para el producto estrella de la empresa, acero de calidad "E41" utilizado para fabricar perfiles de "Steel Frame".

Consulta con el área de Rentabilidad la utilidad unitaria del producto, y le informan que la misma responde a la siguiente función: $0,001 \cdot x \cdot (x - 1000)^2$, donde x es la cantidad de producto a producir (medida en kilogramos), y que para producirse debe alcanzarse los \$25000 de contribución mensual.

Luego, llama al área de Producción y le consulta por las restricciones que tiene la línea donde se fabrica este producto. Le informan que para que se justifique hacer el set up para prender la máquina correspondiente, se deberán fabricar al menos 827 kilogramos del mismo.

- a) Formule el problema y grafíquelo.
- b) Hallar las cantidades a fabricar del producto "E41" utilizando los métodos vistos en clase:
Bisección, Punto Fijo, Newton-Raphson, Newton-Raphson modificado y Secante.
Use para todos los métodos como criterio de parada las siguientes cotas:
 $1 \cdot 10^{-5}$ y $1 \cdot 10^{-13}$, use como semilla un valor tomado con el criterio que considere correcto, justificar.
- c) Realizar una tabla con los resultados de las iteraciones, convergencia P y la constante asintótica λ . En caso de que se encuentren más de 12 iteraciones, solamente incluir en la tabla las primeras 5 iteraciones y luego las últimas 5.
- d) Compare los resultados obtenidos para los distintos métodos y cotas, grafique el orden de convergencia P y la constante asintótica λ para todos los casos. Realice un gráfico $\log_{10}(\Delta x)$ vs iteraciones, para visualizar el comportamiento de la constante asintótica y el orden de convergencia. Discuta ventajas y desventajas. ¿Son las que esperaba en base a la teoría?

2. Interpolación por Spline

La tabla 1 contiene las muestras obtenidas de las 3 curvas mostrada en la figura 2.1. Se desea interpolar dichas muestras utilizando 3 splines con frontera ligada. Se deben desarrollar los siguientes puntos:

- a) plantear el problema de interpolación con Spline con frontera ligada. Asuma que los coeficientes de los términos independientes, lineales, cuadráticos y cúbicos son de la forma a_i, b_i, c_i, d_i , respectivamente.
- b) mostrar las ecuaciones que permiten obtener los coeficientes de las 3 splines. En particular, obtenga el sistema lineal de la forma $A \cdot x = b$, donde x es el vector de coeficientes correspondientes a los términos cuadráticos de dichas splines. Es decir, $x = [c_0, c_1, c_2, \dots]^t$.
- c) desarrollar el pseudocódigo del algoritmo de interpolación con Spline ligada en base a lo explicado en los dos puntos anteriores. Para resolver el sistema lineal del item (b), le sugerimos dos alternativas:
 - 1) utilice la función de la biblioteca Numpy para resolver sistemas lineales
 $x = \text{np.linalg.solve}(a, b)$
 (ver documentación: <https://numpy.org/doc/stable/reference/generated/numpy.linalg.solve.html>).
 - 2) utilice la descomposición LU. Si opta por este camino y lo resuelve de forma satisfactoria, sumará puntos a la hora de cerrar la cursada.
- d) interpolar los datos de la tabla 1 utilizando una Spline con frontera ligada. Mostrar los resultados en una tabla, donde las filas sean la i -ésima spline y las columnas los coeficientes a_i, b_i, c_i, d_i .
- e) reproduzca la figura 2.1 muestreando las splines encontradas en el punto anterior a un paso lo suficientemente pequeño para obtener una visualización suave de la misma.

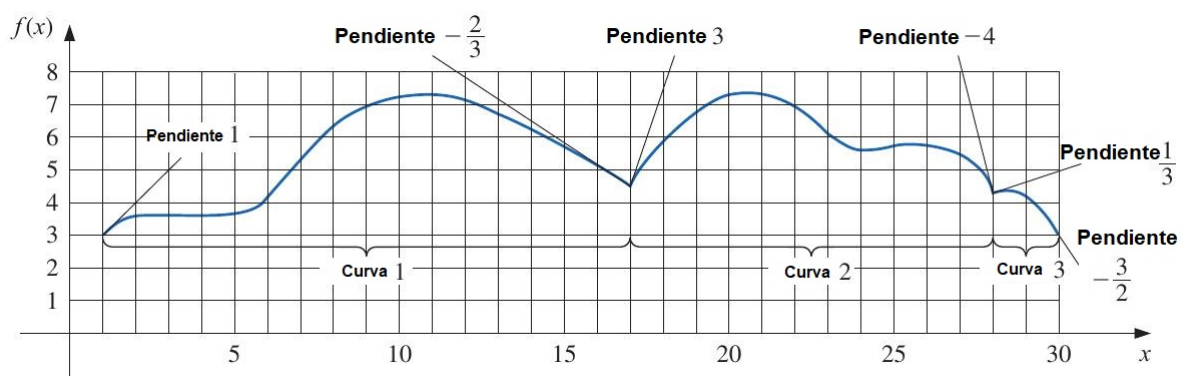


Figura 2.1: Curvas a interpolar.

	Curva 1		Curva 2		Curva 3	
i	x_i	f	x_i	f	x_i	f
0	1	3.0	17	4.5	27.7	4.1
1	2	3.7	20	7.0	28	4.3
2	5	3.9	23	6.1	29	4.1
3	6	4.2	24	5.6	30	3.0
4	7	5.7	25	5.8		
5	8	6.6	27	5.2		
6	10	7.1	27.7	4.1		
7	13	6.7				
8	17	4.5				

Tabla 1: Tabla con valores necesarios para realizar las splines.

3. Funciones de biblioteca permitidas

Para facilitar la implementación, se pueden utilizar las siguientes funciones que proveen las bibliotecas de Python.

- Para calcular normas: <https://numpy.org/doc/stable/reference/generated/numpy.linalg.norm.html>
- Para verificar que no se esté dividiendo por un número casi nulo: <https://docs.python.org/dev/library/math.html#math.isclose>
- Para multiplicación de matrices: <https://numpy.org/doc/stable/reference/generated/numpy.dot.html>