

# 数学计算

---

## 0.公式

### 行程

(1) 基本公式:  $S = vt$

等距离平均速度:  $\frac{2v_1v_2}{v_1+v_2}$

(2) 流水行船

$$v_{\text{静水}} = v_{\text{船速}}$$

$$v_{\text{顺水船速}} = v_{\text{船速}} + v_{\text{水速}}$$

$$v_{\text{逆水船速}} = v_{\text{船速}} - v_{\text{水速}}$$

(3) 火车过桥: 火车从开始上桥到完全下桥的时间 =  $\frac{\text{车长} + \text{桥长}}{\text{火车速度}}$

(4) 相遇、追击

$$\text{相遇: } S = (v_1 + v_2)t$$

$$\text{追及: } S = (v_1 - v_2)t$$

线性两端第n次相遇:  $S_{\text{总}} = (v_1 + v_2)t = (2n - 1)S = (S, 3S, 5S, 7S \dots)$

### 工程

$$\text{基本公式: } W = PT$$

### 经济利润

$$\text{利润} = \text{售价} - \text{成本}$$

$$\text{利润率} = \frac{\text{利润}}{\text{成本}} = \frac{\text{售价} - \text{成本}}{\text{成本}}$$

## 几何

弧长公式  $l = r\theta$

菱形面积  $= \frac{1}{2}$  对角线乘积

扇形面积  $= \frac{n}{360} \pi r^2 = \frac{\theta}{2\pi} \pi r^2 = \frac{1}{2} lr = \frac{1}{2} r^2 \theta$

圆锥表面积  $= \pi r^2 + \frac{1}{2} lr$

球表面积  $= 4\pi r^2$

球体积  $= \frac{4}{3} \pi r^3$

圆锥体积  $= \frac{1}{3} Sh = \frac{1}{3} \pi r^2 h$

圆柱体积  $= Sh = \pi r^2 h$

余弦定理:  $\cos \alpha = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$

$a^2 = b^2 + c^2 - 2bccos\alpha$

## 集合

## 数列

### 等差数列

通项公式:  $a_n = a_1 + (n - 1)d = a_k + (n - k)d$

求和公式:  $S_n = a_1 + a_2 + \dots + a_n = \frac{n(a_1 + a_n)}{2} = na_1 + \frac{n(n-1)}{2}d$

### 等比数列

通项公式:  $a_n = a_1 q^{n-1} = a_k q^{n-k}$

求和公式:  $S_n = \frac{a_1(1-q^n)}{1-q}$

## 混合

基本公式：浓度 =  $\frac{\text{溶质}}{\text{溶液}}$

溶液混合：

$$Aa + Bb = (A + B)c$$

$$A(c - a) = B(b - c)$$

$$\frac{A}{b-c} = \frac{B}{c-a}$$

## 植树

$$\text{段数} = \frac{\text{总长}}{\text{间隔}}$$

## 空瓶换酒

N个空瓶换一瓶酒，问A个空瓶可以换多少瓶酒： $\frac{A}{N-1}$

N个空瓶换一瓶酒，问如果想换M瓶酒，至少需要空瓶数： $M(N - 1)$

## 1.整数特性问题

整数特性法核心公式：

- (1) 若A:B=m:n，则A是m的倍数，B是n的倍数，A+B是m+n的倍数；
- (2) 若A:B:C=m:n:p，则A是m的倍数，B是n的倍数，C是p的倍数，

A+B+C是m+n+p的倍数。

整数特性法四大应用(出现下面条件，优先考虑整数特性问题)：

- (1)当条件中出现比例：m:n 或m:n:p
- (2)当条件中出现分数：m/n
- (3)当条件中出现百分数：%
- (4)当条件中出现倍数：n倍

列方程时，能用加法不用减法，能用乘法不用除法

判断一个数是否为3的倍数：消3法

判断一个数是否为9的倍数，消9法：

123456789可被9整除（1+8、2+7、3+6、4+5、9 消9等于0，故可被9整除）

整数特性问题注意点：

- （1）整数特性不判定2、4、5、8的倍数，除非明确告知能够被精准整除
- （2）整数特性不用考虑小数点（1.5为3的倍数，因为1.5=0.5\*3）

判断一个数是否为4的倍数，及判断除以4后的余数，需要用末尾两位。（12345678不是4的倍数，因为78不能整数4）

## 2.十字交叉法

三大应用：

- （1）在增长率（=增长量/去年量）问题中，今年率的变化反应去年量的变化；

1

2019

2020

2

A

a%

3

B

b%

4

A + B

c%

a < c < b

5

6

A

a

b - c

7

\

/

8

c

9

/

\

10

B

b

c - a

11

12

A的增长量+B的增长量 = （A+B）的增长量

13

$XA + XB = X(A + B)$

14

$A*a\% + B*b\% = (A + B)*c\%$

15

$B(b-c) = A(c-a)$

16

$A/B = (b-c)/(c-a)$

17

- （2）在浓度（=溶质/溶液）问题中，浓度的变化反应的是溶液的变化；

1							
2	A	20%		B	5%		混合成C 300g 17%
3							
4	A:	20			12	4	
5			\		/		
6				17			
7	B:	5	/		\	3	1
8							
9	故需要A溶液 $4/(4+1) * 300g = 240g$						
10	B溶液 $1/(4+1) * 300g = 60g$						

(3) 在平均分 (=分数/人数) 问题中，平均分的变化反应的是人数的变化。

十字交叉法核心总结：

在十字交叉法中， $\frac{A}{B}$  的变化反映的是B的变化

### 3.不定方程问题

不定方程问题的两类题型：

(1) 一个方程：用奇偶加减特性或整除特性，并结合尾数法求解。首先找到已知数字的奇偶性，进一步推得未知数字的奇偶性。

(2) 两个方程：用消元法求解（转为一个方程的问题），问什么就保留什么，不问什么就消掉什么。

特值法使用场景：（已知两个方程，求第三个方程时，用特值法消元，一般赋值为0）

已知  $a_1 * x + b_1 * y + c_1 * z = w_1$ 、 $a_2 * x + b_2 * y + c_2 * z = w_2$ ，求  $a_3 * x + b_3 * y + c_3 * z = ?$

==

### 4.最值问题

最值问题的两个考点：

(1) 各组元素是否相同，若没有明确告知互不相同，必须理解为可以相同（1.各组元素可以相同；2.最值可以相同）；

(2) 用平均数思想解题。

最值问题的两种问法：（不会问最大中的最大值、最小中的最小值）

- （1）问最大中的最小值；
- （2）问最小中的最大值。

最值问题中，总量需减掉一切已知数据。

5.浓度问题

浓度问题核心公式： 浓度=溶质/溶液

浓度问题核心考点： 根据不变量列等式

1					
2	A	+	B	=	C
3	300g		500g		800g
4	Pa		Pb		Pc
5					
6	300Pa + 500Pb = 800Pc				
7	3Pa + 5Pb = 8Pc				

6.集合问题

集合问题的三类题型：

- （1）双集合问题

$Q1 + Q2 - C = A - B$

- （2）三集合问题

$Q1 + Q2 + Q3 - (D + 2 * E) = A - B$

- （3）类集合问题

若有n个子集合，则问n个子集合同时至少...

$Q1 + Q2 + ... + Qn - (n-1)Q$

其中，Q1、Q2、...、Qn为子集合，Q为总集合

## 7.周期问题

关键找到周期

注意：时间问题，不计算起始天，计算结束天

## 8.经济利润问题

概念：

进价、成本价、收购价

原价、定价、标价

售价

降价、打折

提价、加价

计算关系

总成本=进价\*购买量

总收入=售价\*销量

总利润=总收入-总成本=单个商品的利润\*销量（有限制，还有库存）

利润率类似增长率思想

$$\text{利润率} = \frac{\text{总利润}}{\text{总成本}} = \frac{\text{总收入}}{\text{总成本}} - 1$$

（注意：数量为成本利润率，一般内部使用；资料中为收入利润率，因为年报公开，一般不透露成本）

利润问题的两个公式：

（1）利润=售价-进价

（2）利润率=利润/进价

利润问题的两个考点：

（1）从售价的角度讲：多卖的钱就是多赚的钱，少卖的钱就是少赚的钱

（2）从进价的角度讲：多花的钱就是少赚的钱，少花的钱就是多赚的钱

设未知数原则：当条件中无具体量时设出具体量，有具体量时设x

注意:

资料分析中, 销售利润率=利润/销售收入; 数量关系中, 成本利润率=利润/成本。

## 9.工程问题

概念:

工程量

效率

时间

工程问题核心公式:

总工作量 = 工作效率 \* 工作时间 ( $W = P * T$ )

工程问题两类题型:

- (1)若给出工作时间: 则总工作量设为各工作时间的最小公倍数, 并进一步求出其(给谁的时间, 求谁的效率)对应的工作效率;
- (2)若给出工作效率: 则总工作量设为工作效率乘以工作时间。

## 10.行程问题

行程问题的五类题型:

(1) $S = v * t$

(2)平均速度

等路程平均速度公式:  $v = \frac{2*v1*v2}{v1+v2}$

A->B  $v_1$

B->A  $v_2$

A->B->A的平均速度  $v = 2s/t = 2s/(s/v_1 + s/v_2) = 2/(1/v_1 + 1/v_2) = 2v_1*v_2/(v_1 + v_2)$

遇到等路程问题, 先用等路程平均速度解题。

(3)相对速度

相对速度公式:

$$v_{\text{相对}} = v_1 + / - v_2$$

+: 相遇、顺水      -: 追及、逆水



追及问题中， $v_{\text{相对}}$  是单位时间内甲比乙多跑的路程， $S_{\text{相对}}$  是甲比乙一共多跑的路程。

相遇问题中， $v_{\text{相对}}$  是单位时间内甲乙共跑的路程， $S_{\text{相对}}$  是甲乙共跑的路程。

$$S_{\text{相对}} = v_{\text{相对}} * t$$

(4)漂流问题公式：

A->B  $S$   $V_{\text{船}}$   $V_{\text{水}}$   $T_1$  (顺水)  $T_2$  (逆水)  $T_2 > T_1$

$$\text{顺水} \quad (V_{\text{船}} + V_{\text{水}}) * T_1 = S \quad (1)$$

$$\text{逆水} \quad (V_{\text{船}} - V_{\text{水}}) * T_2 = S \quad (2)$$

$$2 * T_1 * T_2 * V_{\text{水}} = S * (T_2 - T_1)$$

$$\frac{S}{V_{\text{水}}} = \frac{2 * T_1 * T_2}{T_2 - T_1}$$

公式一：漂流时间

$$T = \frac{S}{V_{\text{水}}} = \frac{2 * T_1 * T_2}{T_2 - T_1} \quad (T_2 > T_1)$$

公式二：船在静水中的航行时间

$$T = \frac{S}{V_{\text{船}}} = \frac{2 * T_1 * T_2}{T_1 + T_2}$$

公式三：

因为  $V_{\text{顺}} = V_{\text{船}} + V_{\text{水}}$ ， $V_{\text{逆}} = V_{\text{船}} - V_{\text{水}}$

所以，

$$v_{\text{船}} = \frac{v_{\text{顺}} + v_{\text{逆}}}{2} \quad v_{\text{水}} = \frac{v_{\text{顺}} - v_{\text{逆}}}{2}$$

(5)两次相遇问题

两次相遇公式：

单边型（两次相遇均都是距离某边A/B）：

$S$ 为两边之间的距离， $S_1$ 为第一次距离某边的距离， $S_2$ 为第二次距离某边的距离

$$S = \frac{3 * S_1 + S_2}{2}$$

第 $n$ 次相遇走了  $(2n-1) * S$

双边型（两次相遇距离不同边A和B）：

双边型（两次相遇距离不同边A和B）：

$$S = 3 * S1 - S2$$

理解：w=x\*y，w是x、y所有因子的整数倍（整除特性）

判断一个数是否是11的倍数：将一个数的各奇数位之和减去各偶数位之和，若差为11的倍数，则该数是11的倍数。

3位数特例，286是11的倍数（2+6-8=0，0是11的倍数）

## 11.比例问题

在工程问题中，有以下两种情况是比例问题

1）有效率的变化导致时间的变化，2）有效率差或时间差

在行程问题中，有以下两种情况是比例问题

1）有速度的变化导致时间的变化，2）有速度差或时间差

在比例问题中，给出什么差（给时间差），就求出什么比（时间比）。

L01：某厂进行零件加工，原计划要 18 小时完成，改进工作效率后只需 12 小时就能完成，已知后来每小时比原计划多加工 6 个零件，问这批零件一共有多少？

给出了效率差，需求效率比；已知时间比18：12，故效率比2：3=12：18，假设提效前完成，零件数位18\*12=216

## 12.时钟问题

时钟问题的三类题型：

（1）求角度：

公式法  $|30h - 5.5m|$

1. h指的是小时，m指的是分钟，h为12小时进制

2. 公式只能正向运用，不能逆向，除相交角度问题外，只能根据时间求角度，不能反求。

3. 求出角度a大于180°时，用360减角度a即可

(2) 求时间：用追及问题求解

分针速度  $360^\circ/60 = 6^\circ/\text{min}$

时针速度 因为 60分钟： $30^\circ$  故 $0.5^\circ/\text{min}$

相对速度： $6-0.5 = 5.5^\circ/\text{min}$

## 13.几何问题

周长公式：

面积公式：

体积公式：

球

圆锥

正四面体  $V = \frac{\sqrt{2}}{12} * a^3$   $a$ 为正四面体的棱长

常用结论：

(1) 等周长图形中，圆的面积最大；等面积的图形中，圆的周长最小。

等表面积的立体中，球的体积最大；等体积的立体中，球的表面积最小。

(2) 任意以圆的直径为边的内接三角形都是直角三角形；

(3) 依次连接任意一个四边形各边中点所得一定是平行四边形，且平行四边形的边与原四边形的对角线平行；

(4) 对任意平面图形，边长是原来的 $n$ 倍，面积是原来的 $n^2$ 倍；

几何问题的三类题型：

(1) 规则图形：公式法

(2) 不规则图形：间接法

(3) 立体几何的平面化

## 14. 年龄问题

年龄问题的两个考点：

- (1) 年龄差不变
- (2) 经过相同年份，增长年龄相同

年龄问题的两种解法：

- (1) 方程法
- (2) 列表法

## 15. 边端问题（加减1的问题）

- (1) 植树问题

线性植树：

$$\text{棵数} = \frac{\text{总长}}{\text{间距}} + 1 \quad (\text{算头算尾要加1})$$

环形植树：

$$\text{棵数} = \frac{\text{总长}}{\text{间距}}$$

楼间植树：

$$\text{棵数} = \frac{\text{总长}}{\text{间距}} - 1 \quad (\text{不算头不算尾需要减1})$$

- (2) 方阵问题

$$\text{每边人数} = \text{方阵总人数} / 4 + 1$$

外层比里层每边多2人

所有外层比里一层共多8人（只有一个例外，即为中间仅有1人的情况。）

注：方阵问题可以看作公差为8的等差数列

补充等差数列知识：

$$\text{求和公式 } Sn = \frac{a1+an}{2} * n$$

$$\text{第n项 } an = a1 + (n - 1) * d$$

$$\text{项数} n = \frac{an-a1}{d} + 1$$

## 16.排列组合（重要）

有序排列，无序组合

捆绑法——解相邻问题

插空法——解不相邻问题

分组法——解不同元素分组问题

挡板法——解相同元素分组问题

优限法——解含特殊条件问题

倍缩法——解方案有重问题

间接法——解正向求解不显然问题

定义：

将n个不同元素按照某些条件分配给k个不同的对象，称为分配问题，又分为定向分配和不定向分配两种问题。

将n个不同元素按照某些条件分成k组，称为分组问题。分组问题有不平均分組，平均分組，部分平均分組三情况。

### 16.1不同元素

分组问题

例.六本不同的书，分为三组，求在下列条件下各有多少种不同的分配方法？

（1）每组两本（均分三组）（2）一组一本，一组两本，一组三本（3）一组四本，另外两组各一本

（平均分組问题）（不平均分組问题）（部分平均分組问题）

平均分組(消内部排列数，即n!):  $\frac{C_6^2 * C_4^2 * C_2^2}{A_3^3}$

不平均分組问题:  $C_6^1 * C_5^2 * C_3^3$

部分平均分組问题(消均分組数的内部排列数):  $\frac{C_6^4 * C_2^1 * C_1^1}{A_2^2}$

分配问题

先分組后分配

例.六本不同的书，分给甲乙丙三人，每人至少有一本，共有多少种分法？

分组：90

分配：6

共 $90 \times 6 = 540$ 种

## 16.2 同种元素

分组问题

例.六本相同的书，分给三组，每组至少有一本，共有多少种分法？

3种（1-2-3/2-2-2/1-1-4）

分配问题

M个相同元素分给N人，分法有 $C_{M-1}^{N-1}$ 种。

同种元素分配问题推荐插板法

例.六本相同的书，分给甲乙丙三人，每人至少有一本，共有多少种分法？

$$C_5^2$$

补充：20个相同元素，分给甲乙丙三人，每人至少0本，有几种分法？

解： $20 - (-1) = 23$

相当于23个相同元素，分给3人，每人至少1本， $C_{22}^2$

（1）分组问题

将元素分到组中有以下几种类型

元素不同，组不同：不需要进行排列

元素不同，组相同：平均分组要除以 $n!$

元素相同，组不同：插板法，将M个相同元素分为N组，则有 $C_{M-1}^{N-1}$ 种方法

（2）错位排序

$$D(n) = (n-1) * [D(n-1) + D(n-2)]$$

$$D(1) = 0$$

$$D(2) = 1$$

$$D(3) = 2$$

$$D(4) = 9$$

$$D(5) = 44$$

$$D(6) = 265$$

(3)

相邻问题：捆绑法

不临问题：插空法

## 17.概率问题

概率问题的两类题型：

(1)古典概型

(2)由条件中多个已知概率，求未知概率

## 18.鸡兔同笼问题

若将A看成B，则求出的是A

鸡、兔同笼，共有头 40 个，足 92 只，求兔子有多少只（ ）？

A.5 只 B.6 只 C.7 只 D.8 只

解：若将兔子看成鸡，则40只鸡有足 $40 \times 2 = 80$ ，多余的足 $90 - 80 = 12$ 为兔的足，兔子数为 $12 / 2 = 6$

## 19.抽屉原理

抽屉原理问题模型：“保证”和“至少”同时出现在问题中

抽屉原理解题原则：最有利原则，问什么就要尽量避免什么发生

## 20.比赛问题

比赛计数

N人

淘汰赛：每次比赛均淘汰败者，淘汰一个人需要打一场比赛

决出一、二名，需要N-1场比赛

决出一、二、三、四名，需要N场比赛

循环赛：积分赛

单循环：任意两人之间打一场，共 $C_N^2$ 场

双循环：任意两人之间打两场，共 $2 * C_N^2 = A_N^2$ 场

## 21.牛吃草问题

唯一推荐 列方程解决的问题

有一个固定的量，这个量匀速变化即为牛吃草问题。

$$1 \quad y = (N-x) * T$$

## 数字推理

---

### 1.等差数列

两两做差

### 2.等比数列

特征为相邻项之间有明显的倍数关系

### 3.每项都带小数点

- (1) 将每一项的整数部分、小数部分进行加减运算，得到下一项的整数或小数部分；
- (2) 整数、小数部分拆分成两个数列看，分别找规律。



## 4.带根号

每项平方去根号后，再找规律。

## 5.幂次数列+修正

典型特征为出现数值较大的幂次数，或者幂次数附近的数

## 6.分数数列

分数数列解题思维过程：分组或交叉  $\rightarrow$  约分或广义通分  $\rightarrow$  反约分。

分组是指分子分母分别成规律；交叉是指相邻项的分子分母之间具有一定的联系；

分子分母分开找规律

分子分母进行加减乘除运算

## 基础数列（原型数列）

==

### 1、等差数列

【例】5, 8, 11, 14, 17, 20, 23...

### 2、等比数列

【例】2, 6, 18, 54, 162...

### 3、质数数列

【例】2, 3, 5, 7, 11, 13, 17...

### 4、合数数列

【例】4, 6, 8, 9, 10, 12, 14, 15, 16...

### 5、简单递推数列

【和】1, 1, 2, 3, 5, 8, 13...

【差】20, 11, 9, 2, 7, -5, 12...

【积】4,  $\frac{1}{2}$ , 2, 1, 2, 2, 4...

【商】54, 18, 3, 6,  $\frac{1}{2}$ , 12...

## 6、周期数列

【例】4, 1, 6, 4, 1, 6...

## 7、对称数列

【例】1, 2, 3, 3, 2, 1...

## 8、-2—30的平方数列

4, 1, 0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144, 169, 196, 225, 256, 289, 324, 361, 400, 441, 484, 529, 576, 625, 676, 729, 784, 841, 900 ...

## 9、-4—10的立方数列

-64, -27, -8, -1, 0, 1, 8, 27, 64, 125, 216, 343, 512, 729, 1000 ...

## 10、2、3、4、5、6的多次方

2的1-10次幂： 2、4、8、16、32、64、128、256、512、1024

3的1--6次幂： 3、9、27、81、243、729

4的1--5次幂： 4、16、64、256、1024

5的1--5次幂： 5、25、125、625、3125

6的1--4次幂： 6、36、216、1296

## 多重数列

基本特征：多重数列包括交叉数列和分组数列。一般来讲，这部分的数列都比较大，或者有2个括号的。

一、交叉数列为奇数项、偶数项分别成规律。

二、分组数列基本上都是两两分组，因此项数(包括未知项)通常都是偶数。分组完后，统一在各组进行形式一致的简单加减乘除运算，得到一个非常简单的数列。

## 多级数列

多级数列主要是相邻两项两两做差的“做差多级数列”以及相邻两项两两做商的“做商多级数列”。

做差：两两做差至少两次

做商：当相邻项之间倍数关系相对比较明显的时候，优先两两做商。

做和：

## 递推数列

根据初步判断的趋势作合理的试探，得出相关修正项。

如果一个数列没有明显特征（分数、多重、幂次、倍数等），做差做和也不能得到答案，那接下来就考虑递推数列的规律。

递推数列具有 和、差、积、商、倍、方 六种基本形态。

## 有“心”数图

根据周围计算中心，观察中心数值与周围数值的大小关系。

# 数学计算

---

先：行程 工程 时钟 浓度 牛吃草 还原 容斥

后：排列组合 概率 日期

## 行程问题

等距离平均速度

\$

$$\dot{v}=\frac{2S}{\frac{S}{v1}+\frac{S}{v2}}$$

\$

# P神数学计算

---

## 集合容斥问题

### 二集合

总人数：参加讨论范围的人数总和

总人次：每个对象中存在人数的总和， $(A+B)$

$$(1) A \cup B = A + B - A \cap B$$

$$(2) A \cap B = A + B - A \cup B$$

$$A \cap B = all - \text{两不} = A + B - A \cup B$$

### 三集合

$$(1) A + B + C(\text{总人次}) = \text{一层}(\text{仅1} + \text{仅2} + \text{仅3}) + \text{二层}(\text{仅2} + \text{仅3}) + \text{三层}(\text{仅3})$$

$$(2) A + B + C(\text{总人次}) = \text{仅1} + 2 * \text{仅2} + 3 * \text{仅3}$$

一般给出总人次 $A+B+C$ ，求总人数：

$$(1) \text{总人数} = A + B + C - \text{二层} - \text{三层}$$

$$(2) \text{总人数} = A + B + C - \text{仅2层} - 2 * \text{仅3层}$$

$$\text{即为总人数} = A + B + C - \text{仅满足两个} - 2 * A \cap B \cap C$$

$$(3) \text{总人数} = A + B + C - (A \cap B + A \cap C + B \cap C) + A \cap B \cap C$$

容斥=满足1-满足2+满足3(-满足4+满足5，扩展情况：先减后加)

### 最小公倍数

1到100中，有多少个自然数可以被4或5整除？

$$\text{总个数} = \left[ \frac{100}{a} \right] + \left[ \frac{100}{b} \right] - \left[ \frac{100}{a \text{和} b \text{最小公倍数}} \right]$$

1到100中，有多少个自然数可以被4或5或6整除？

$$\text{总个数} = \left\lfloor \frac{100}{a} \right\rfloor + \left\lfloor \frac{100}{b} \right\rfloor + \left\lfloor \frac{100}{c} \right\rfloor - \left( \left\lfloor \frac{100}{a \text{ 和 } b \text{ 最小公倍数}} \right\rfloor + \left\lfloor \frac{100}{a \text{ 和 } c \text{ 最小公倍数}} \right\rfloor + \left\lfloor \frac{100}{b \text{ 和 } c \text{ 最小公倍数}} \right\rfloor \right) + \left\lfloor \frac{100}{a、b、c \text{ 最小公倍数}} \right\rfloor$$

## 最不利构造

抽屉原理：n个抽屉，当书数量 $\geq kn+1$ 时，则至少有一个抽屉的书 $\geq k+1$ 本。

书的最低数 $=k*n+1$

人数 $= (\text{个数}-1) / (\text{人均}-1)$

问最多，则向下取整；问最少，则向上取整。

最不利问题：问最少，则找最多的反面情况，再+1