Programación y Métodos Numéricos

Prueba n° 4*

15 de junio de 2023

Profesor: Benjamín Toledo
Ayudantes: Tomás Yañez
Camilo Lagos

Nombre: ______________________________

Importante: Cada uno de los problemas propuestos, debe compilar con `make` y ser ejecutado con `make run`. La penalización por la falta de esta funcionalidad es de 1.0 punto por problema en falta.

1. (2 ptos.) Las variaciones de altura de marea en cierta bahía, tienen la siguiente regularidad,

$$f(t) = c_1 \sin(\omega_1 t) + c_2 \cos(\omega_2 t) + c_3 \sin(\omega_3 t) + c_4 \cos(\omega_4 t) + \chi,$$

donde c_k son las amplitudes de cada componente observada. Las frecuencias características son, $\omega_1 = 1.4$, $\omega_2 = 3.7$, $\omega_3 = 5.3$ y $\omega_4 = 7.2$. Además, la interacción con la atmósfera introduce una variable aleatoria χ. Por razones estacionales, no siempre están presentes todas la frecuencias observadas. Determine las componentes activas según los datos que se le entregan.

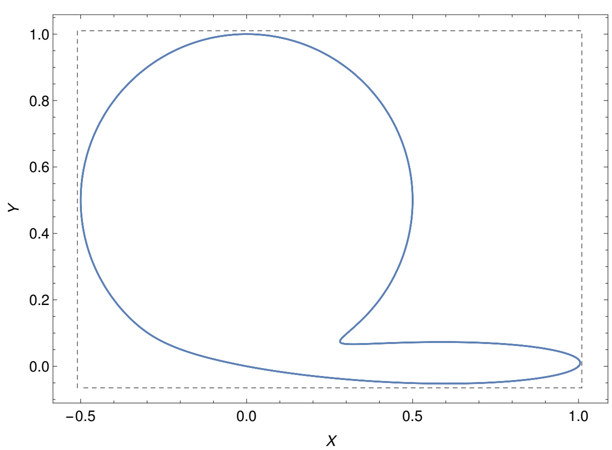
2. (2 ptos.) Encuentre al menos 2 ceros ($\vec{x}^*$) de la función,

$$\vec{F}(x, y, z) = (x + \cos(x) - 2zy, 4\sin(y) - xz, \cos(2x)\,\sin(4y) + z),$$

tales que $x^* = -0.7390851332151607$.

3. (2 ptos.)

   (a) Mediante el método de Montecarlo, estime el área de la siguiente figura,



cuyo perímetro es definido por,

$$r(\theta) = \sin^a(\theta) + \cos^b(\theta),$$

*Duración: 1.5 horas.

donde $a = 1$ y $b = 99$ y $\theta \in [0, 2\pi)$. Los vértices (x, y) de la caja que contiene la figura son, $(-0.51, -0.065)$, $(-0.51, 1.01)$, $(1.01, 1.01)$, $(1.01, -0.065)$. El ángulo θ se obtiene de, $\theta = \texttt{atan2}(y, x)$. Use 10^7 puntos.

(b) Grafique para $x \in [0, 10]$, la siguiente función,

$$g(x) = \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi} \cos(x \, \cos(t)) \, dt.$$

Utilice la cuadratura de Romberg, y recorra el intervalo $[0, 10]$ con $\Delta x = 0.1$.