

Programación y Métodos Numéricos

Prueba n° 2*

22 de julio de 2022

Profesor: Benjamín Toledo
Ayudante: Mauricio Martínez

Nombre: _____

Importante: Cada uno de los problemas propuestos, debe compilar con `make` y ser ejecutado con `make run`. La penalización por la falta de esta funcionalidad es de 1.0 punto por problema en falta.

1. (2 ptos.) Considere las siguientes funciones:

$$F(x, y) = 2 \int_0^{\pi/2} \cos^{2x-1}(\theta) \sin^{2y-1}(\theta) d\theta,$$
$$G(x, y) = \int_0^1 t^{x-1} (1-t)^{y-1} dt,$$

calcule el valor de ambas funciones sobre la siguiente parametrización en el plano x - y :

$$x(s) = 3/2 + \cos(s), \quad y(s) = 3/2 + \sin(s),$$

compárelas gráficamente en 3D.

2. (2 ptos.) Use el método de Crank-Nicolson para aproximar la solución de la siguiente ecuación de difusión:

$$u_t = D u_{xx} + \sin(t) \cos(x)$$
$$u(x, 0) = 2(1 - x) + \sin(2\pi x)$$
$$u(0, t) = 2$$
$$u(1, t) = 0$$

en $x \in [0, 1]$ y $t \in [0, 100]$, donde $D = 0.005$; para la partición espacial use $N = 100$ y Δt máximo. Compare en un gráfico las curvas $u(x, 0)$ y $u(x, 100)$.

3. (2 ptos.) Encuentre la solución para el siguiente problema de condiciones de borde,

$$y''(x) + (7 - x^2) y(x) = 0, \quad y(-7) = 0, \quad y(-1/2) = -1, \quad x \in [-7, 7],$$

usando el método de *shooting* no-lineal. Grafique su solución en el intervalo $x \in [-7, 7]$.

*Duración: 4 horas.