

# Programación y Métodos Numéricos

## Tarea 1

**Profesor:** Benjamín Toledo  
**Ayudante:** Santiago Amengual

20 de Marzo del 2025

---

### Indicaciones generales de entrega

- Guarde su tarea en un archivo comprimido llamado “nombre\_apellido\_tarea\_N.tar.bz2”. Dentro del archivo debe haber una carpeta llamada “tarea\_N”, dentro de la cual, por cada problema, debe haber una subcarpeta llamada “problema\_N”, donde debe estar el código que resuelva dicho problema.
  - La tarea debe enviarse mediante la plataforma Ucurso y dentro del plazo establecido en ella.
  - Los archivos principales del código deben incluir comentarios explicativos que describan su funcionalidad de manera general. Se debe comentar el propósito de los principales elementos de su código, justificando cualquier procedimiento no trivial.
  - No incluya código que no utilice y sea ordenado para facilitar la corrección.
- 

### Problema 1:

Los números de Kaprekar en una base  $b$  son aquellos enteros positivos  $X$  tales que su cuadrado puede descomponerse en dos partes  $A$  y  $B$  cumpliendo con las siguientes condiciones:

$$X^2 = A \cdot b^n + B$$

$$0 < B < b^n$$

$$X = A + B$$

Ejemplos:  $45^2 = 2025 \rightarrow 20 + 25 = 45$ ,  $297^2 = 88209 \rightarrow 88 + 209 = 297$ . Escriba un programa en C++ que encuentre todos los números de Kaprekar entre 1 y 1000 usando la base  $b = 10$ . Los números encontrados deben ser escritos en un archivo de salida llamado **kaprekar.txt**. (**Hint:** utilice el método de la clase string llamado **substr**)

### Problema 2:

La conjetura de Collatz establece que, para todo número entero positivo  $n$ , se define la secuencia recursiva  $a_k$  de la siguiente manera:

$$a_0 = n$$
$$a_k = \begin{cases} \frac{a_{k-1}}{2}, & \text{si } a_{k-1} \text{ es par} \\ 3a_{k-1} + 1, & \text{si } a_{k-1} \text{ es impar} \end{cases}$$

Este proceso se repite hasta que  $a_k = 1$ .

**Ejemplo:** Si  $n = 6$ , la secuencia es la siguiente:  $6 \rightarrow 3 \rightarrow 10 \rightarrow 5 \rightarrow 16 \rightarrow 8 \rightarrow 4 \rightarrow 2 \rightarrow 1$ . Escriba un programa en C++ que tome como entrada los números del 1 al 100, y para cada uno de ellos aplique la secuencia que define la conjetura de Collatz. Calcule y registre el número de iteraciones necesarias para llegar a  $a_k = 1$  para cada uno de los números. Por último, genere un archivo llamado **collatz.txt** en el que se registre en una columna los números y en la otra columna la cantidad de iteraciones.

### Problema 3:

Un objeto que cae desde una altura  $H$  con velocidad inicial cero. Si consideramos la resistencia del aire proporcional a la velocidad del objeto, su movimiento puede ser descrito por las siguientes ecuaciones:

$$v_{t+1} = v_t + (g - \eta v_t) \Delta t ,$$

$$h_{t+1} = h_t + v_t \Delta t ,$$

donde  $g = 9.81 \text{ m/s}^2$ ,  $\eta$  es el coeficiente de roce del objeto con el aire y considere  $\Delta t = 0.1$ . Escriba un programa en C++ que, en base a los datos de un archivo llamado **caida.txt** simule la evolución temporal de la caída del objeto hasta que se alcance que  $h_t \leq 0$ . Este archivo contiene distintos valores de  $H$  y  $\eta$  organizados en dos columnas. Para cada conjunto de parámetros, el programa debe calcular la trayectoria completa del objeto y registrar de manera ordenada en un archivo llamado **resultados.txt** los valores de tiempo, altura y velocidad, de manera que se mantenga la estructura del archivo de entrada.