

Algorytmy optymalizacyjne.

19 grudnia 2016

0.1 Określenie maksymalnego zysku

Załóżmy, że mamy tablicę C o wymiarze n zawierającą ceny akcji w kolejnych dniach. W tablicy chemy odnaleźć parę dni (dzień-zakupu, dzień sprzedaży), które pozwolą uzyskać maksymalny zysk z transakcji. W tym celu możemy np. badać wszystkie możliwe pary dni. Jednak efektywniejsza metoda polega zastosowaniu podejścia opartego o programowanie dynamiczne.

Dla każdego kolejnego dnia algorytm sprawdza, czy zysk uzyskany ze sprzedaży akcji tego dnia jest wyższy od zysku, który można było uzyskać w dni poprzednie. W tym celu algorytm musi zapamiętywać najniższą dotychczasową cenę, oraz najwyższy dotychczasowy zysk. Przykładowy przebieg algorytmu:

1. Tablica $C = [5, 10, 4, 11, 7]$.
2. Obliczamy zysk- z , zysk to różnica pomiędzy ceną sprzedaż z danego dnia a najniższą możliwą ceną zakupu - c . Pierwszego dnia jest tylko jedna możliwość: kupujemy akcję za cenę dnia (5) i sprzedajemy po tej samej cenie. Najniższa cena zakupu to $c=5$, a zysk $z=5-c=0$.
3. W drugim dniu cena dnia to 10. Możliwy do uzyskania zysk to $zd=10-c=10-5=5$. Ponieważ zysk z dnia $zd=5$ 5 jest wyższy niż dotychczasowy ($z=0$), ustawiamy wartość $z=5$. Ponieważ cena dnia $cd=10$, $c=5$, wartość zmiennej c nie zmienia się.
4. W trzecim dniu $zd=4-c=4-5=-1$. Ponieważ $zd < z$, wartość z nie ulega zmianie. Ponieważ $cd=4$, $c=5$, ustalamy $c=5$.
5. W czwartym dniu $zd=11-c=11-4=7$. Ponieważ $zd = 7 > z = 5$ to $z = 7$, natomiast $cd = 11 > c = 4$, więc c nie zmienia się.
6. W piątym dniu zysk $zd=7-c=7-4 = 3$. Ponieważ $zd = 3 < z = 7$, to z nie zmienia się. Ponieważ $cd = 7 > c = 4$, również c nie zmienia się.

W wyniku algorytmu otrzymujemy, że najlepszy zysk otrzymamy kupując akcję 3 dnia po cenie 4 a sprzedając 4 dnia po cenie 11. Złożoność obliczeniowa tego algorytmu to $O(n)$

0.2 Znalezienie plików do zapisu

Załóżmy, że posiadamy dwu-wymiarową tabelę t zawierającą opis n plików: $t[i][1]$ - rozmiar pliku na dysku, $t[i][0]$ - ilość czasu potrzebną do ponownego obliczenia pliku. Do zapisu posiadamy jedynie miejsce o rozmiarze W . Chcielibyśmy zapisać pliki o rozmiarze W , których obliczenie zajmuje najwięcej czasu. Które pliki należy wybrać?

W celu rozwiązania problemu należy stworzyć tablicę V . Numer wiersza tej tablicy mówi o tym, ile plików jest branych pod uwagę. Np wiersz $i=3$ oznacza, że bierzemy pod uwagę pliki 1,2,3. Numer kolumny tablicy informuje o łącznym dopuszczalnym rozmiarze plików np $j=8$ oznacza, że pliki mogą mieć maksymalnie rozmiar 8. Wartość komórki tablicy $V[i][j]$ zawiera największy czas, który można uzyskać zapisując pliki ze zbioru $1, \dots, i$ przy ograniczeniu przestrzennym j . Dla komórki tablicy $i=0$ wszystkie wartości $V[0][j]=0$.

W tej części zadania należy stworzyć algorytm który dla podanej tablicy wejściowej t oraz maksymalnego określonego rozmiaru W , będzie obliczał poszczególne komórki tablicy $V[i][j]$. Maksymalna akceptowalna złożoność obliczeniowa rozwiązania to $O(nW)$. Do rozwiązania można wykorzystać algorytm z poprzedniego punktu.

Przykład: Mamy 4 pliki, $W=10$ $t = [[10,5],[5,2],[20,6],[50,3]]$ Tablica V jest dla tego przykładu następująca:

i,j	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	0	0	0	10	10	10	10	10	10
2	0	0	5	5	5	10	10	15	15	15	15
3	0	0	5	5	5	10	20	20	25	25	25
4	0	0	5	50	50	55	55	55	60	70	70

Tak więc przy ograniczeniu na rozmiar zapisu $W=10$ można zapisać 70 jednostek czasu obliczeniowego ($W[4][10]$ zawiera maksymalny czas obliczeniowy dla wszystkich 4 plików). Algorytm nie informuje, które pliki należy wybrać by uzyskać ten wynik (są to: plik 3 i 4).

Punktacja

1. Zakodowanie algorytmu określającego maksymalny zysk dla podanej tablicy cen - 3 punktu
2. Zmodyfikowanie algorytmu określającego maksymalny zysk tak by podawał informację o dniu w którym należy dokonać zakupu i sprzedaży akcji - 1 pkt
3. Zakodowanie algorytmu określającego maksymalny czas obliczeniowy plików dla zadanego rozmiaru W (w oparciu o algorytm określający maksymalny zysk) dla podanej tablicy charakteryzującej pliki - 4 pkt
4. Zmodyfikowanie wybierającego pliki tak by podawał pliki, które należy zapisać - 2 pkt.