

Informatyka, studia dzienne, I st.

semestr VII

**Technologie symulacji komputerowych**

**2019/2020**

Prowadzący: dr. inż. Jan Rogowski

wtorek, 16:00

Krzysztof Wierzbicki 210347 210347@edu.p.lodz.pl

Bartosz Jurczewski 210209 210209@edu.p.lodz.pl

Zadanie: Symulacja płytki Chłodniego

## 1. Wstęp

Zadaniem tworzonej przez nas aplikacji i modelu jest badanie drgań stalowej płytki wykonanej ze sprężystego materiału. W symulacji zmianie będą mogły podlegać takie parametry jak: częstotliwość drgań i ilość ziaren(cząstek) substancji sypkiej.

## 2. Opis układu

Symulacja układu będzie odbywać się w przestrzeni dwuwymiarowej, gdzie będziemy badać naprężenia występujące w stalowej płytce.

## 3. Opis obiektów biorących udział w symulacji

W naszej symulacji możemy wyróżnić jeden główny obiekt będący fundamentem zagadnienia które chcemy symulować. Jest to wprawiona w drgania stalowa płyta. Zakładamy, że jest ona wykonana z materiału o kształcie płaskiego kwadratu, długość boku którego jest parametrem wejściowym symulacji.

Drgania własne dwuwymiarowej membrany można opisać równaniem falowym Bernoulliego

$$\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \Psi}{\partial t^2} - \nabla^2 \Psi = 0, \quad \Psi \in \Omega \prod, \quad \Omega \subset, \quad (1)$$

gdzie  $c$  jest prędkością rozchodzenia a  $\Omega$  ograniczoną przestrzenią rozważań w  $\mathbb{R}^2$ . Założenie, że  $\Psi(t, x, y) = v(t) \times u(x, y)$  daje nam dwa równania różniczkowe

$$\partial_t^2 v + \lambda c^2 v = 0 \quad \text{and} \quad \nabla^2 u + \lambda u = 0 \quad (2)$$

z dodatnią stałą  $\lambda$ . Rozwiązanie równania dla  $v(t)$  ma postać  $v(t) = a \cos \omega t + b \sin \omega t$ , gdzie  $\omega = c\sqrt{\lambda}$ . Częstkowe równanie różniczkowe dla  $u(x, y)$  w (2) doprowadza nas do problemu wartości własnej Laplasjanu, który próbujemy rozwiązać. Po rozbiciu rozważanej powierzchni na siatkę kwadratów, możemy skorzystać z metody elementów skończonych aby rozwiązać równanie

$$\mathcal{S} = \frac{1}{2} \iint_{\Omega} [(\partial_x u)^2 + (\partial_y u)^2 - \lambda u^2] dx dy + \frac{1}{2} \int_{\partial\Omega} u^2 ds \quad (3)$$

dla układu wartości własnych, który pozwala powiązać z macierz sztywności z macierzą masy, jednocześnie wyznaczając amplitudę węzła siatki.

## 4. Uproszczenia

W naszym modelu i symulacji przyjęliśmy kilka następujących uproszczeń:

— Brak oporów ruchu.

- W rozpatrywanym przez nas przypadku materiał z którego wykonana jest rozpatrywana płyta jest jednorodny oraz izotropowy – jego gęstość jest taka sama w każdym punkcie, a moduł Younga jest niezależny od kierunku.
- Parametry wejściowe symulacji można zmieniać podawać w zakresach przyjętych przez nas i zamieszczonych w tym sprawozdaniu.

## 5. Środowisko i biblioteka graficzna

Program zostanie zrealizowany w środowisku graficznym Unity ([www.unity.com](http://www.unity.com)) za pomocą języka do niego przeznaczonego - C#.

## Literatura

- [1] T. Oetiker, H. Partl, I. Hyna, E. Schlegl. *Nie za krótkie wprowadzenie do systemu  $\text{\LaTeX}2\epsilon$* , 2007, dostępny online.
- [2] T. Müller *Numerical Chladni figures*, 2013, <https://arxiv.org/pdf/1308.5523.pdf>