

# Diplomado : Herramientas de Programación para Ciencias e Ingeniería

**Módulo: MATLAB (Clase 8)**

Docente: Juan Sebastián Salcedo Gallo

Universidad Nacional de Colombia Sede Manizales

# Contenido

- Cálculo simbólico con MATLAB
- Cálculo de Límites
- Cálculo de Derivadas e Integrales Básicas

# Cálculo Simbólico con MATLAB

Como hemos visto en clases anteriores, MATLAB dispone de una herramienta que permite definir variables como símbolos y de esta forma operarlos.

Para eso usamos el comando ***syms*** seguido de las variables a declarar, tal y como lo hicimos para definir el sistema de ecuaciones lineales. Después de definir de forma simbólica las variables, procedemos a asignar las ecuaciones, usando la variable simbólica antecedita por el símbolo **@**, y listo! Podemos empezar a efectuar análisis numérico a las ecuaciones.

# Ejemplo

Vamos a definir la función seno como función de  $x$ .

```
Command Window
>> syms x
>> f = @(x) sin(x);
>> f
f =

@(x) sin (x)

>> |
```

Declaramos la variable simbólica de nuestra función

Asignamos a la variable  $f$ , nuestra función, escrita explícitamente en términos de la variable simbólica definida con `syms`

Mostramos en la consola nuestra función

De esta forma puedes definir cualquier función con cualquier número de variables

# Ejercicio

Asigne a la variable `g`, la siguiente expresión usando el *Tool/Box* simbólico de MATLAB

$$g(x) = 4 \sin(2x^2) + 10 \tan(x^3)$$

# Solución

Command Window

```
>> syms x  
>> g = @(x) 4*sin(2*x^2) + 10*tan(x^3);  
>> g  
g =  
  
@(x) 4 * sin (2 * x ^ 2) + 10 * tan (x ^ 3)
```

# Cálculo Simbólico con MATLAB

También pueden declararse funciones de múltiples variables y obtener cantidades de interés. Por ejemplo, su derivada parcial con respecto a una de las variables

Para esto, declaramos las variables de forma análoga a como lo hicimos con una sola variable, y asignamos la ecuación a otra variable. Tal y como lo hicimos para una función de una sola variable.

## Ejemplo

```
>> syms x y z
>> f = @(x,y,z) cos(x)*cos(y)*cos(z);
>> f
f =

@(x, y, z) cos (x) * cos (y) * cos (z)

>> |
```



# Cálculo de Límites con MATLAB

En MATLAB el cálculo de límites es muy sencillo. En este procedimiento también se usa el ***ToolBox*** simbólico de MATLAB.

La idea fundamental del concepto de límite es observar el comportamiento de una función a medida que la variable de la función se acerca a cierto valor. Esto es importante para analizar puntos críticos de las funciones. Este concepto de *límite* tiene muchas aplicaciones, entre ellas, la derivada de una función.

# Cálculo de Límites con MATLAB

Para calcular el siguiente límite:

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x^6 + 3x^3 + 2}{7x^6 + x - 1}$$

Usamos el comando ***limit(f, h, value)***. Donde ***f*** es la expresión simbólica de la función, ***h***, es el elemento que vamos a evaluar en ***value***

# Cálculo de Límites con MATLAB

```
>> syms x
>> f = @(x) (3*x^6 + 3*x^3 + 2) / (7*x^6 + x - 1);
>> limite = limit(f, x, Inf);
>> limite
limite = (sym) 3/7
>> |
```

# Ejercicio

Calcule el siguiente límite usando MATLAB

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 - 9}{x(x^2 + 1)}$$

R/. 0

## Solución

```
>> syms x
>> f = (x^2 - 9)/(x*(x^2 + 1));
>> limit_ = limit(f, x, Inf);
>> limit_
limit_ = (sym) 0
>> |
```

# Cálculo de Límites con MATLAB

| Mathematical Operation         | MATLAB Command   |
|--------------------------------|--|
| $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$  | <code>limit(f)</code>                                      |
| $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$  | <code>limit(f, x, a)</code> or<br><code>limit(f, a)</code> |
| $\lim_{x \rightarrow a-} f(x)$ | <code>limit(f, x, a, 'left')</code>                        |
| $\lim_{x \rightarrow a+} f(x)$ | <code>limit(f, x, a, 'right')</code>                       |

## Ejemplo


Sea  $f(x) = \cos(x)$ ,

Evalúe:

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

# Cálculo de Límites con MATLAB

```
>> syms x h
>> f = (cos(x + h) - cos(x))/h;
>> derivative = limit(f, h, 0);
>> derivative
derivative = (sym) -sin(x)
>> |
```

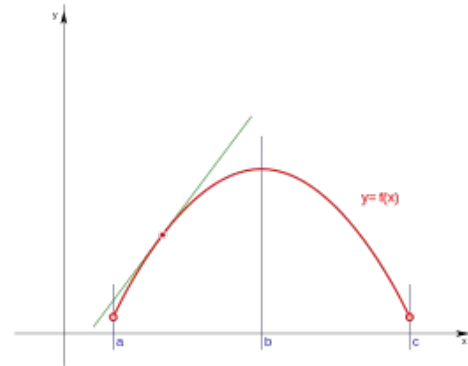




# Cálculo de derivadas con MATLAB

Para calcular derivadas, se usa el comando ***diff(F,var,n)***. Este comando calcula la derivada ***n-ésima*** de la función ***F***, respecto a la variable ***var***. La variable ***var*** se declara usando el *ToolBox* simbólico de MATLAB. El valor por defecto de ***n*** corresponde a la unidad.

El concepto de derivada puede entenderse como la razón de cambio o la rapidez con la que cambia una función según cambie el valor de su variable independiente



# Ejemplo

Considere la función  $f(x) = 10x^5 + 4x^3$

Calcule su derivada usando MATLAB.

```
>> syms x
>> f = 10*x^5 + 4*x^3;
>> derivate = diff(f,x,1);
>> derivate_ = diff(f, x);
>> derivate
derivate = (sym)

      4      2
50*x  + 12*x

>> derivate_
derivate_ = (sym)

      4      2
50*x  + 12*x
```

Ahora usando la definición de límite...

```
>> derivate = limit((10*(x+h)^5 + 4*(x+h)^3 - 10*x^5 - 4*x^3)/h, h, 0)
derivate = (sym)
```

$$50*x^4 + 12*x^2$$

# Ejercicio

Calcule la quinta derivada de la función planteada en el ejemplo anterior.

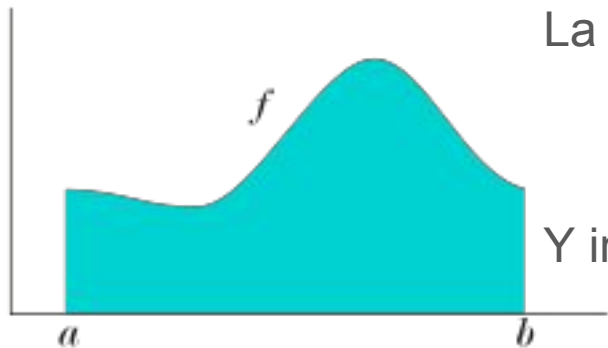
# Solución

```
>> syms x
>> f = 10*x^5 + 4*x^3;
>> derivate_5 = diff(f, x, 5)
derivate_5 = (sym) 1200
>> |
```

# Cálculo de integrales

La integración es un concepto fundamental del cálculo y del análisis matemático. Básicamente, una integral es una generalización de la suma de infinitos sumandos, infinitamente pequeños.

El cálculo integral, encuadrado en el cálculo infinitesimal, es una rama de las matemáticas en el proceso de integración o **antiderivación**.

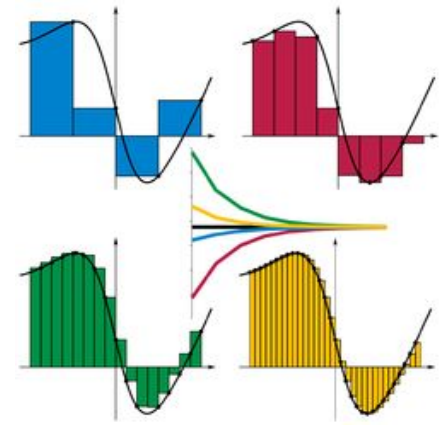


La región azul se representa como  $\int_a^b f(x)dx$

Y interpreta como el área bajo la curva  $f$  entre  $a$  y  $b$

# Cálculo de integrales con MATLAB

Para calcular integrales con MATLAB usamos el ToolBox simbólico para definir las variables independientes de la función, asignamos la función a alguna variables, y luego, usamos el comando ***int(f,x)***, donde *f* es la función, y *x* es la variable independiente, con este comando calculamos la integral indefinida. Podemos usar también el intervalo en el que queremos encontrar el área bajo la curva (integral definida), usando el comando ***int(f,x = a..b)***, donde *a* y *b* son los límites inferior y superior, respectivamente.



# Cálculo de Integrales con MATLAB

Considere la función  $f(x) = 2$

Y sabiendo que el área bajo la curva de la función en el intervalo  $[0, 2]$  es:

$$\int_0^2 f(x)dx = 2x = 2(2 - 0) = 4$$

Calcule el área bajo la curva de la función usando el comando ***int(f,x=a..b)*** de MATLAB.



# Cálculo de Integrales con MATLAB

```
>> syms x  
>> f = 2;  
>> integral = int(f, x)  
integral = (sym) 2*x  
>> |
```

# Ejemplo

Considere la función  $f(x) = x$

Calcule el área bajo la curva a mano y usando el comando ***int(f, x)*** de MATLAB.  
Además calcule la integral definida en el intervalo  $[0, 2]$ .

# Ejemplo

```
>> syms x
>> f = @(x) x;
>> integral = int(f, x)
integral = (sym)
```

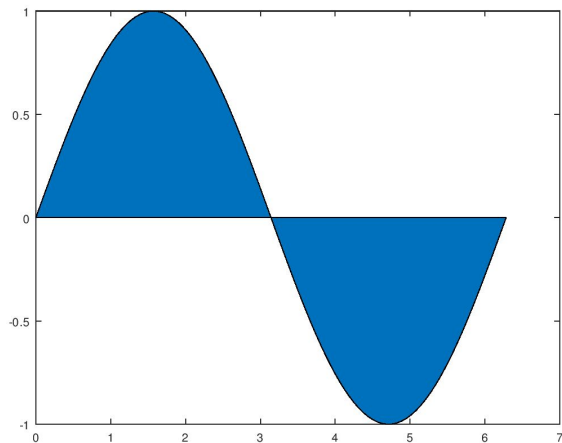
$$\frac{x^2}{2}$$

```
>> |
```

# Ejercicio

Usando el comando `int(f, x)` de MATLAB, calcule la integral de la siguiente función en el intervalo  $[0, 2\pi]$ .

$$f(x) = \sin(x)$$



**R./ 0**

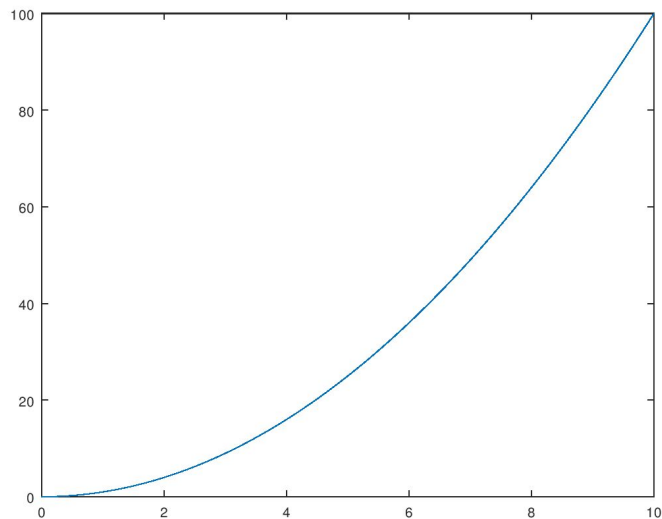
# Solución

```
>> syms x
>> f = sin(x);
>> int(f, 0, 2*pi)

ans = (sym) 0
```

# Ejercicio

Calcule la integral de la función  $f(x) = x^2$



$$\text{R. } \int f(x)dx = \frac{x^3}{3}$$

# Solución

```
>> syms x
>> f = @(x) x^2;
>> integral = int(f, x);
>> integral
integral = (sym)
```

$$\frac{x^3}{3}$$