НЕТОЛОГИЯ

Юстина Иванова

Программист, data scientist

Основы описательной статистики,
Основные понятия. Корреляция.
Коэффициент корреляции Пирсона.
Виды распределений.
Нормальное распределение.
Равномерное распределение.

НЕТОЛОГИЯ

Спикер

Юстина Иванова,

•PhD в университете Больцано
•Data scientist по компьютерному зрению в компании ОЦРВ,
•Выпускница МГТУ им. Баумана
•Магистр по Artificial Intelligence В University of Southampton

Где применяется статистический анализ

Компьютерное зрение;
Перевод языков;
Генетический анализ данных (молекулярная биология);
Финансовый анализ данных;
Рекомендательные системы;
Моделирование физиологических сигналов;
в любых табличных данных.

Основные понятия статистики

Среднее значение;
Медиана;
Мода;
Минимум;
Максимум;
Стандартное отклонение;
Корелляция;
Выбросы.

Математическое ожидание

Среднее значение случайной величины.
Оно же μ

https://tproger.ru/translations/basic-statistics-in-python-descriptive-statistics/

Медиана

Возьмите ваши наблюдения:	80, 87, 95, 83, 92
Расположите их в возрастающем порядке:	80, 83, 87, 92, 95
Среднее значение и есть медиана	80, 83, **87**, 92, 95
Если значений чётное кол-во, то медианой будет среднее арифметическое двух средних значений	**89.5** 80, 83, **87**, **92**, 95, 98

https://tproger.ru/translations/basic-statistics-in-python-descriptive-statistics/

Мода

Мода определяется как значение, которое наиболее часто встречается в наборе данных.

https://tproger.ru/translations/basic-statistics-in-python-descriptive-statistics/

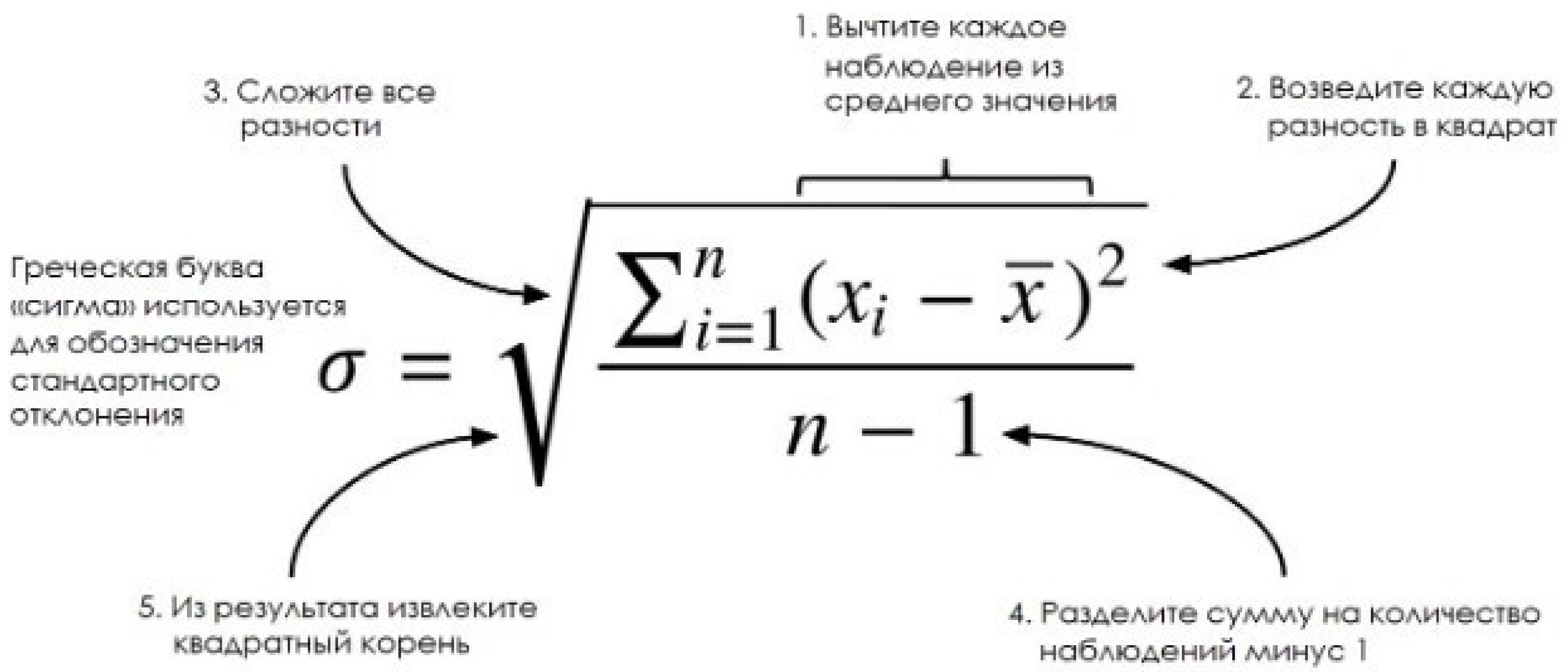
Выбросы

Если в данных есть выбросы — значения, которые имеют слишком большое отклонение от среднего значения, — это может негативно повлиять на анализ.

https://tproger.ru/translations/basic-statistics-in-python-descriptive-statistics/

Стандартное отклонение

Мера разброса данных (насколько данные варьируются от среднего значения).



https://tproger.ru/translations/basic-statistics-in-python-descriptive-statistics/

Дисперсия

НЕТОЛОГИЯ

Квадрат стандартного отклонения. Дисперсия показывает, насколько в среднем значения сосредоточены, сгруппированы около среднего: если дисперсия маленькая - значения сравнительно близки друг к другу, если большая - далеки друг от друга (см. примеры нахождения дисперсии ниже).

https://tproger.ru/translations/basic-statistics-in-python-descriptive-statistics/

Корреляция

Корреля́ция (от лат. correlatio «соотношение, взаимосвязь»), корреляционная зависимость, — статистическая взаимосвязь двух или более случайных величин

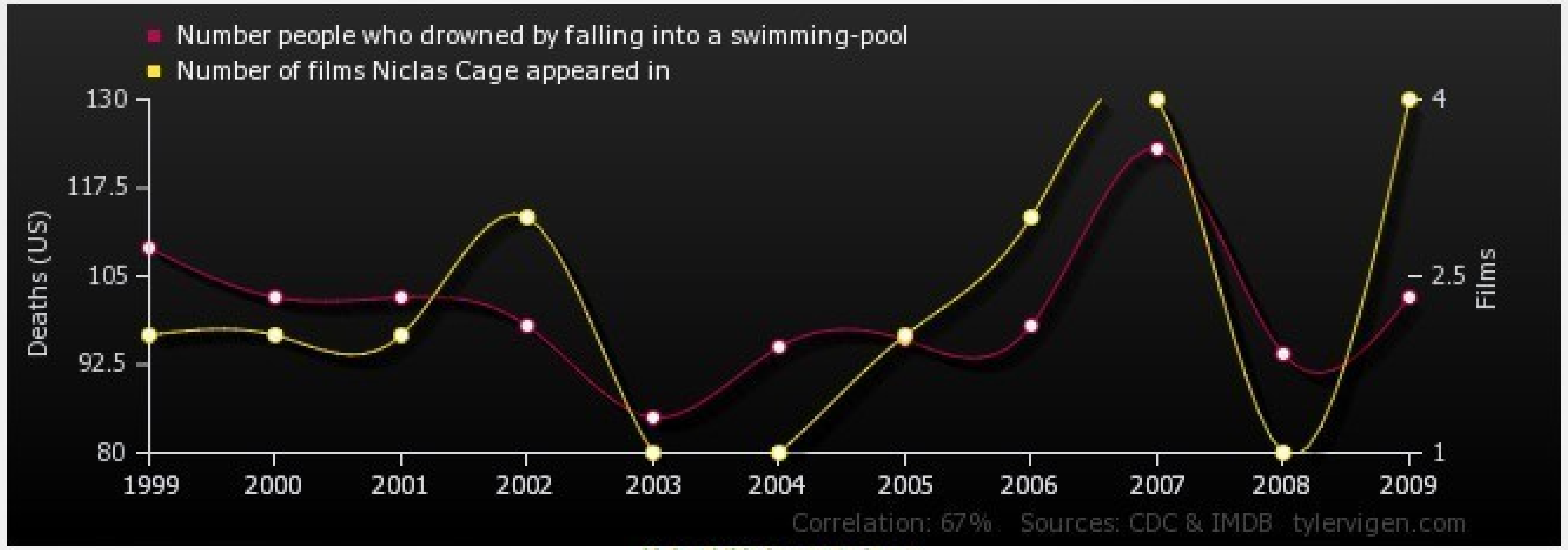
https://tproger.ru/translations/basic-statistics-in-python-descriptive-statistics/

Неожиданные случаи корреляции

Number people who drowned by falling into a swimming-pool

correlates with

Number of films Nicolas Cage appeared in



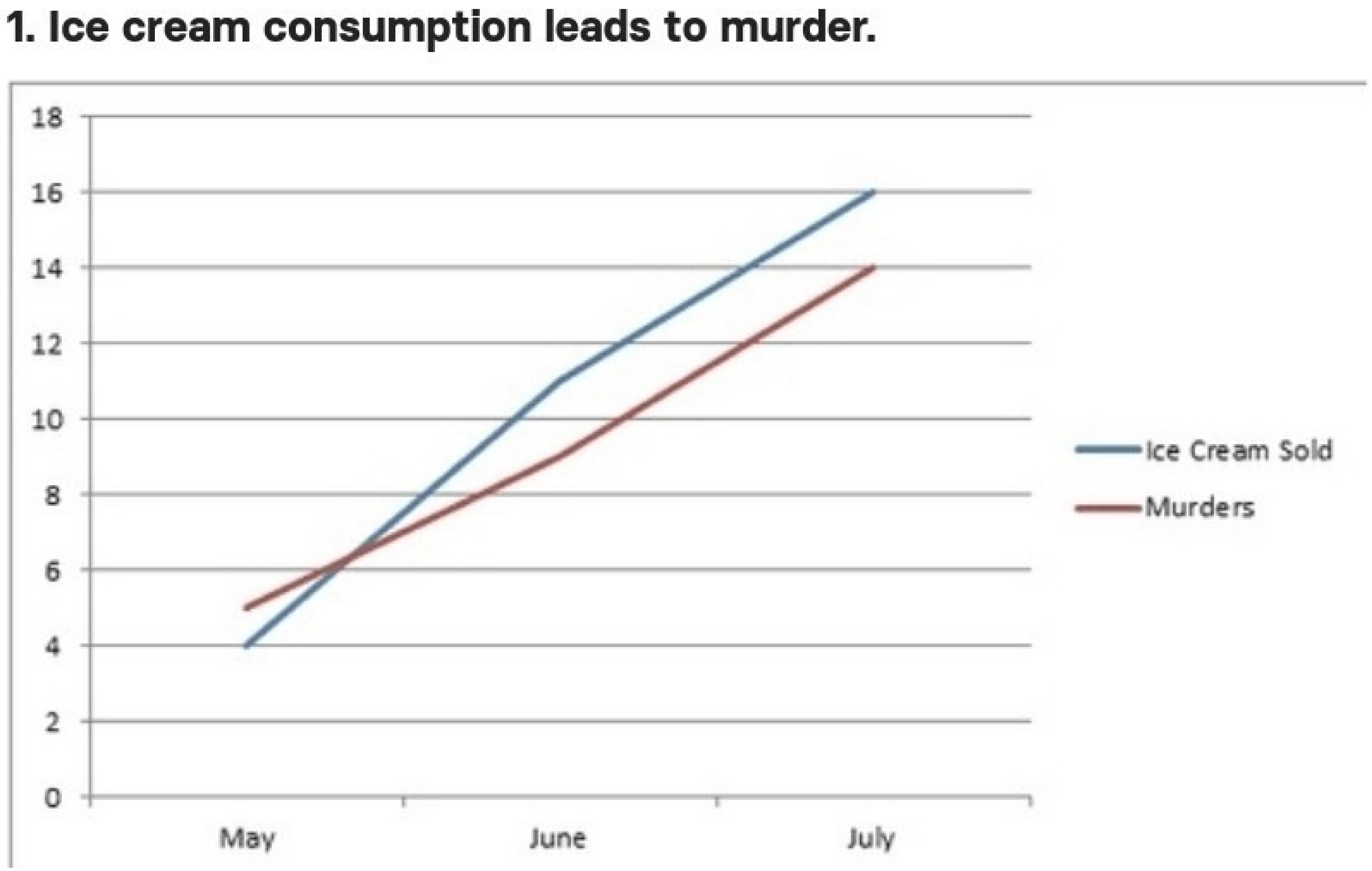
Upload this image to imgur

	1999	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009
Number people who drowned by falling into a swimming-pool Deaths (US) (CDC)	109	102	102	98	85	95	96	98	123	94	102
Number of films Nicolas Cage appeared in Films (IMDB)	2	2	2	3	1	1	2	3	4	1	4

Correlation: 0.666004

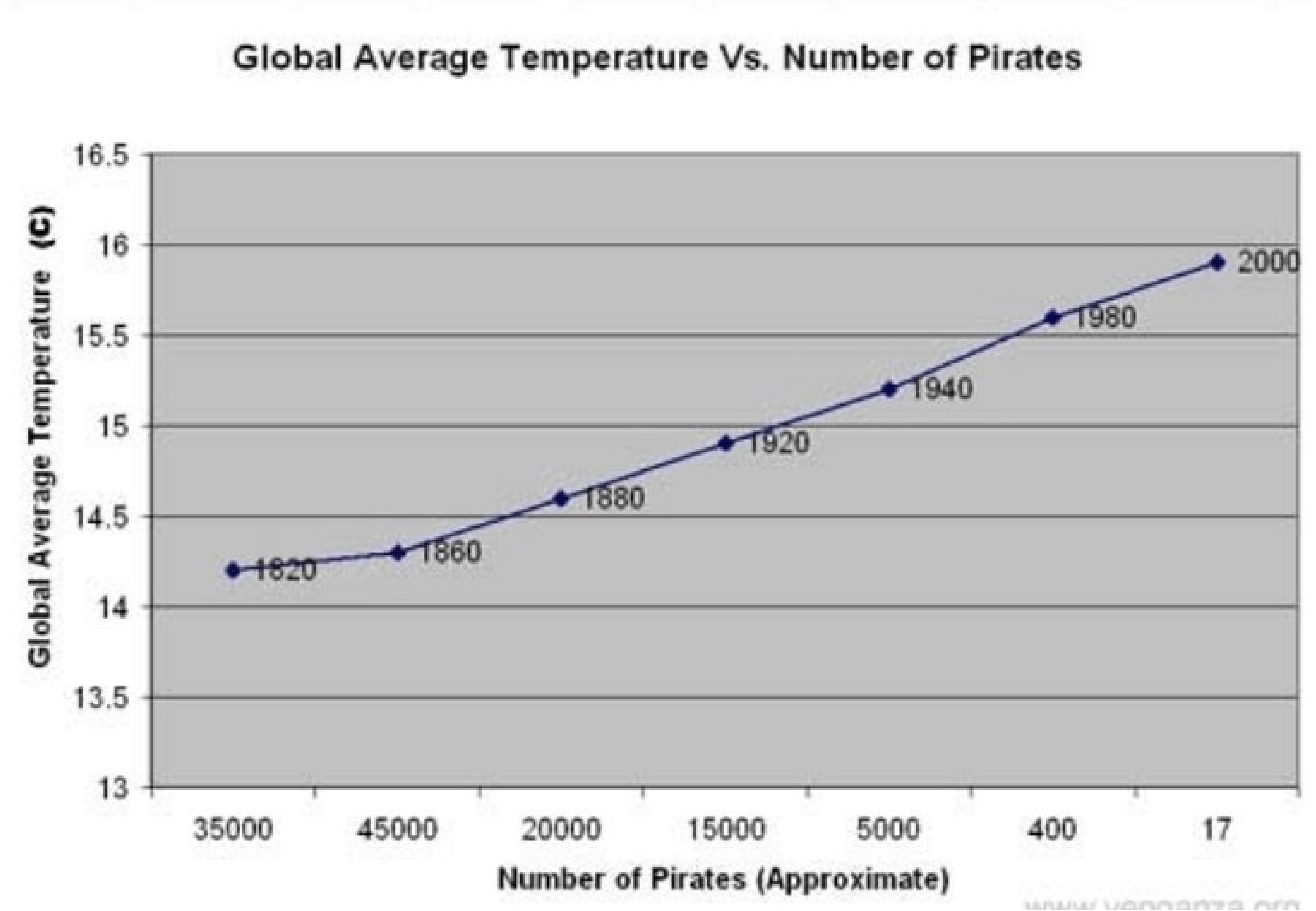
http://www.tylervigen.com/spurious-correlations

Неожиданные случаи корреляции



https://www.buzzfeednews.com/article/kjh2110/the-10-most-bizarre-correlations

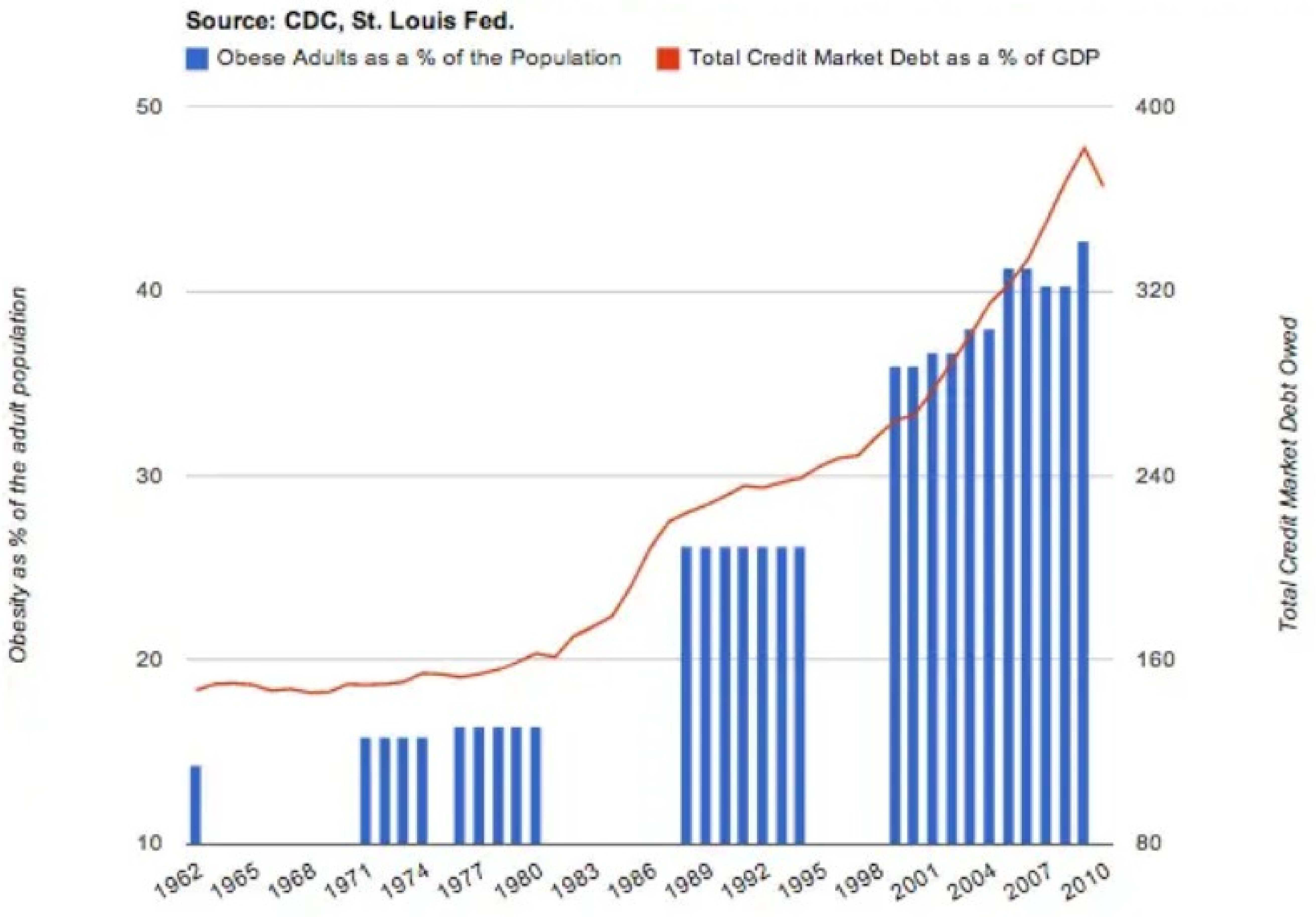
Неожиданные случаи корреляции



https://www.buzzfeednews.com/article/kjh2110/the-10-most-bizarre-correlations

Неожиданные случаи корреляции

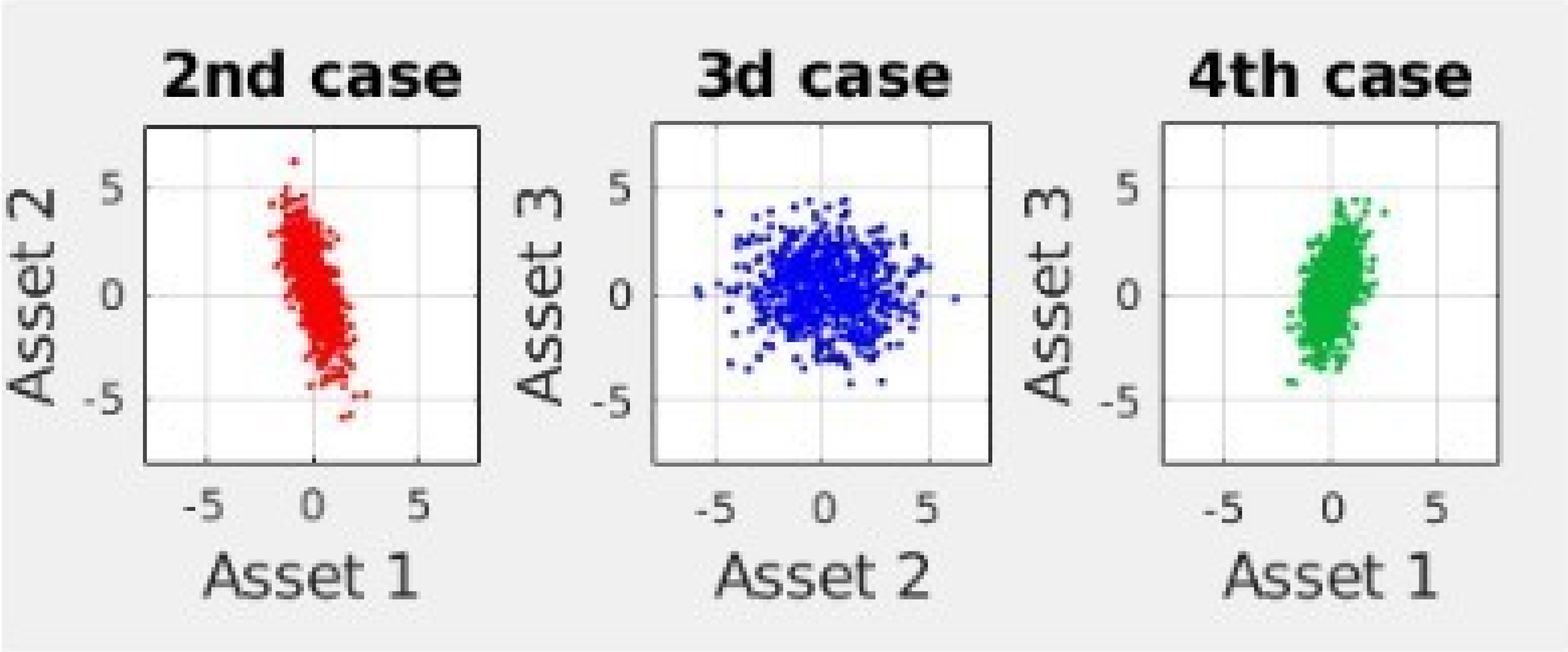
8. Obesity caused the debt bubble.



https://www.buzzfeednews.com/article/kjh2110/the-10-most-bizarre-correlations

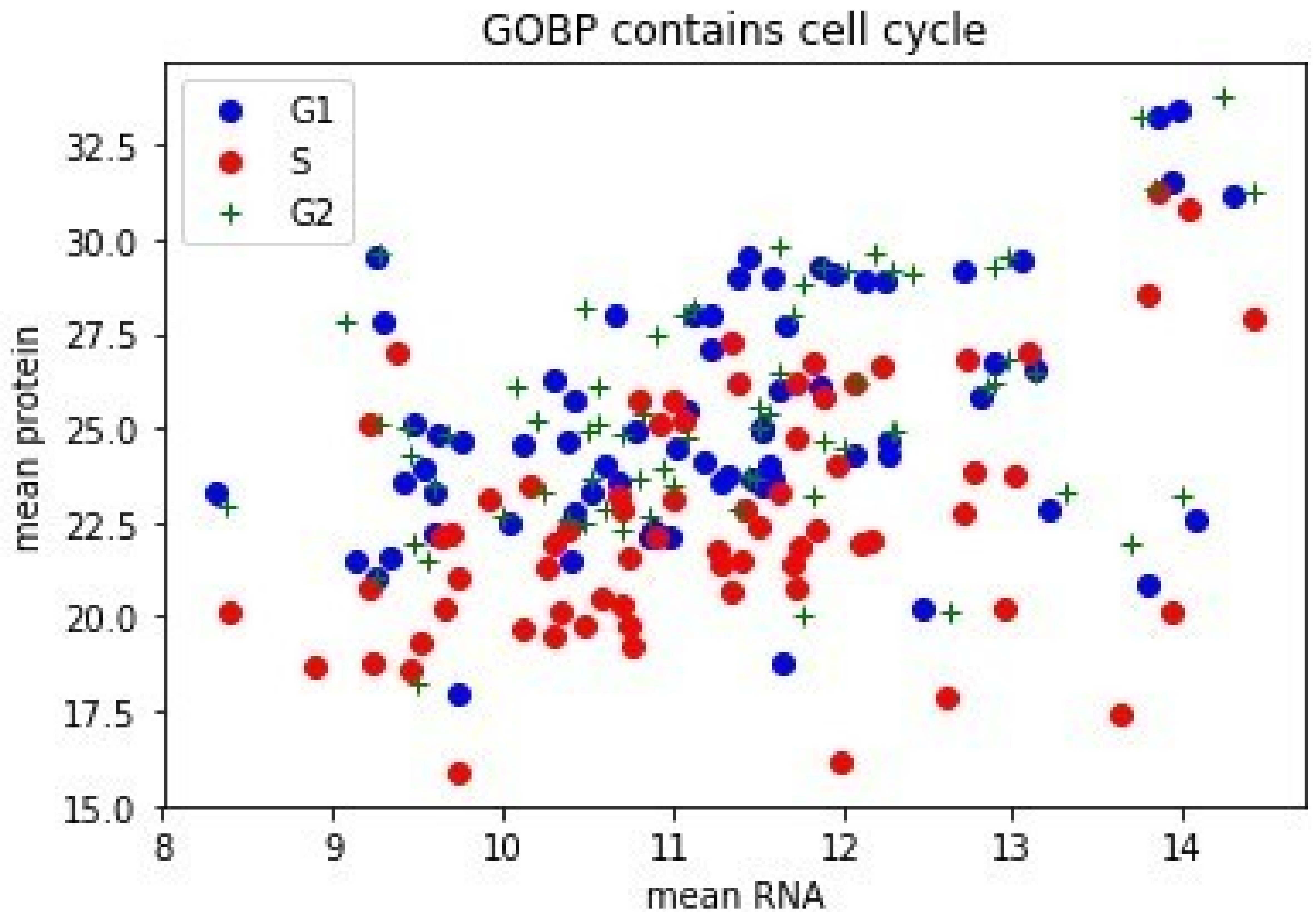
Финансовый анализ данных

Предсказание колебания цены на акции фирмы.
Анализ корелляции необходим для анализа соотношения двух компаний.



Анализ молекулярной биологии

Насколько соотносится протеины и РНК



Нормальное распределение Гаусса.

Функция плотности распределения: $f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$,

Математическое ожидание (среднее значение): μ , $\bar{x}$

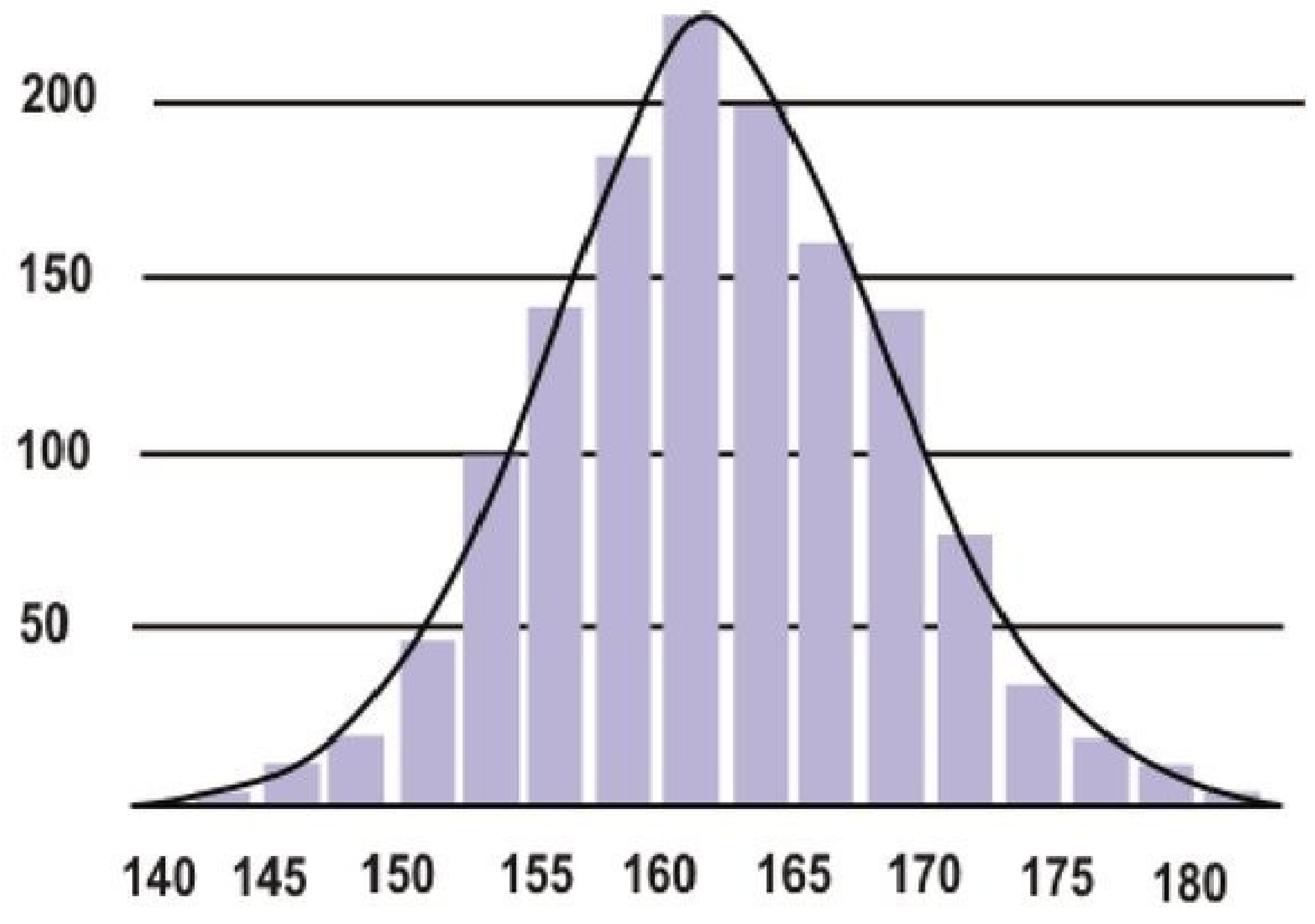
Дисперсия: σ^2

Среднеквадратичное отклонение:

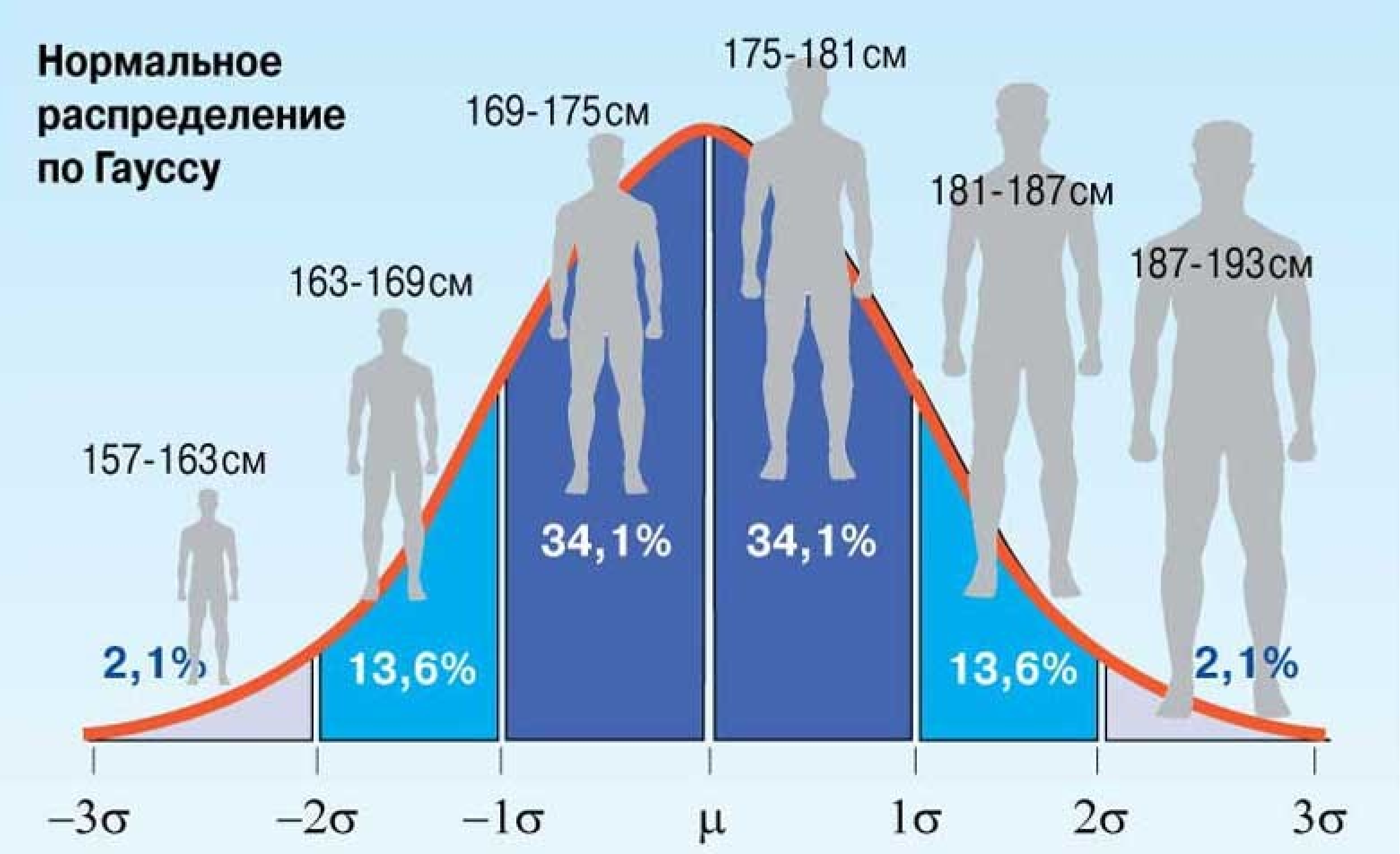
$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}{n-1}}$$

1. Вычтите каждое наблюдение из среднего значения
2. Возведите каждую разность в квадрат
3. Сложите все разности
4. Разделите сумму на количество наблюдений минус 1
5. Из результата извлеките квадратный корень

Греческая буква «сигма» используется для обозначения стандартного отклонения



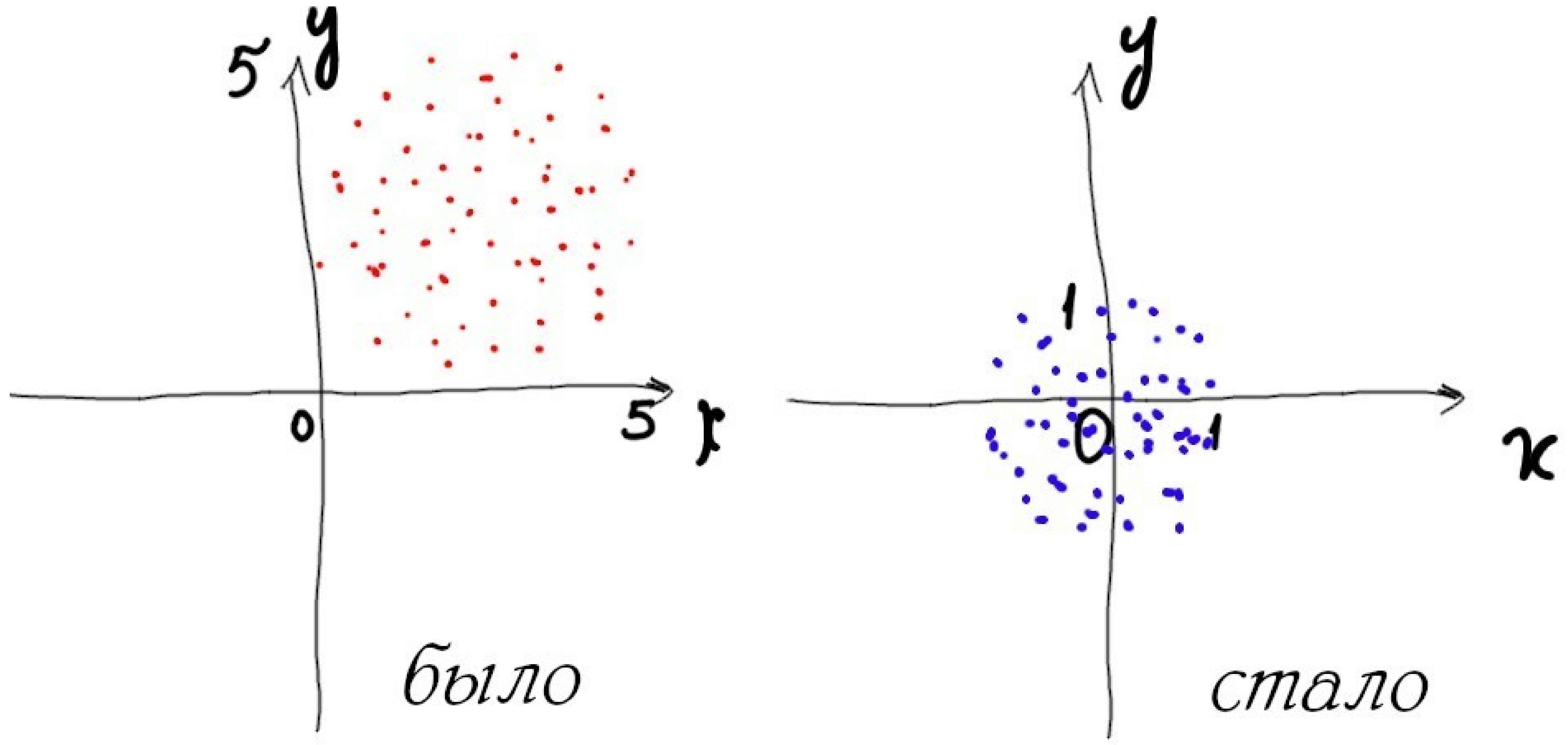
Распределение роста



https://allasamsonova.ru/statistika/zakon-normalnogo-raspredelenija/

Нормализация данных.

Часто данные перед анализом необходимо нормализовать.



Задачи на упражнения.

НЕТОЛОГИЯ

Чему равно математическое ожидание и дисперсия случайной величины?

X	2	3	5	6	5	1

Задачи на упражнения.

Чему равно математическое ожидание и дисперсия случайной величины?

X	2	3	5	6	5	1

Математическое ожидание = среднее значение = (2+3+5+6+5+1)/6 = 3.6

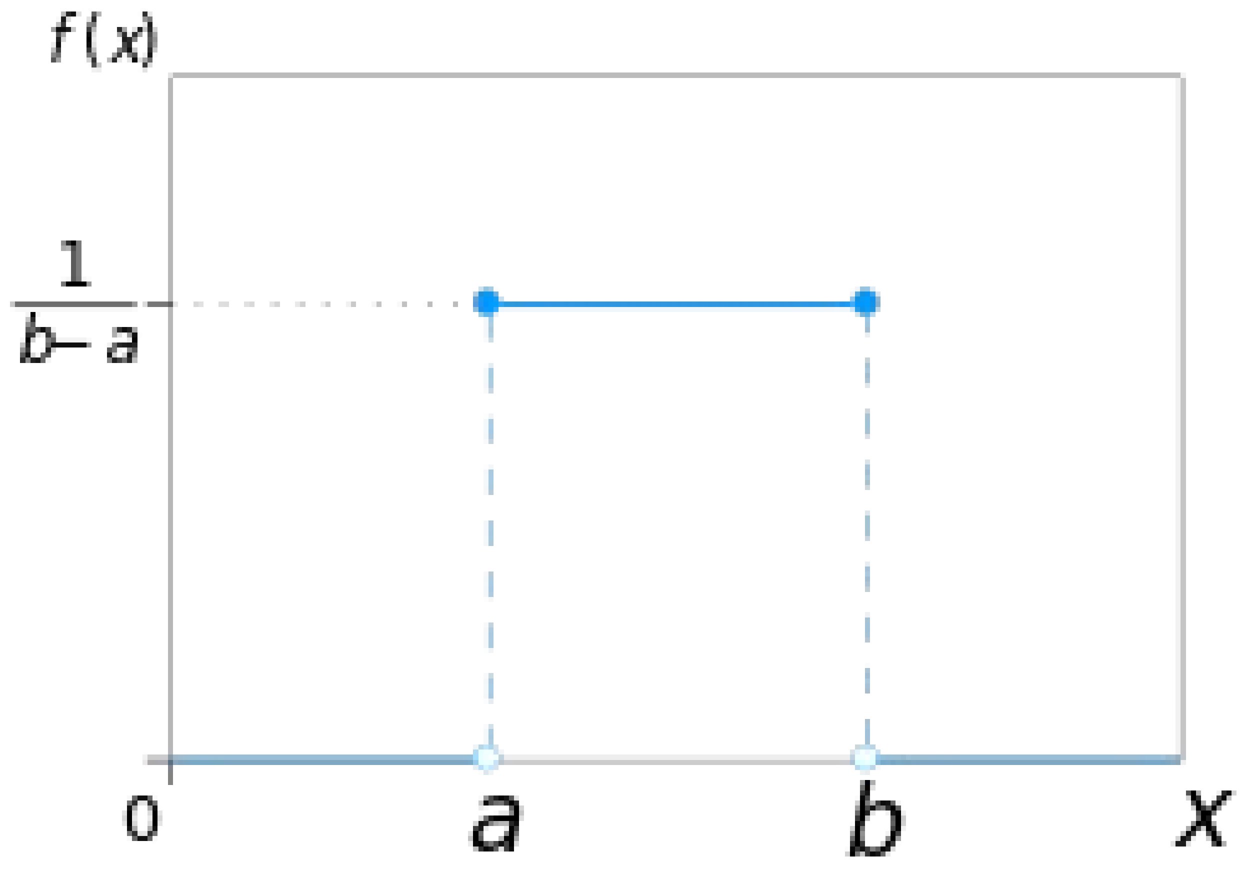
Дисперсия = 1/5 ((2-3.6)^2 + (3-3.6)^2 + (5-3.6)^2 + (6-3.6)^2 + (5-3.6)^2 + (1-3.6)^2) = 4,632

Равномерное распределение.

Отличается тем, что данные распределены равномерно.

Пример: вектор от 0 до 10.

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10



https://en.wikipedia.org/wiki/Uniform_distribution_(continuous)

Python: генератор случайных чисел — пример нормального распределения.

Random модуль — пример для генерации случайных чисел.

random.random — число от 0 до 1
random.seed — настройка генератора

Модуль numpy также имеет random метод.

numpy.random.normal - https://docs.scipy.org/doc/numpy/reference/generated/numpy.random.normal.html

Модуль (scipy.stats).

https://docs.scipy.org/doc/scipy/reference/generated/scipy.stats.norm.html#scipy.stats.norm

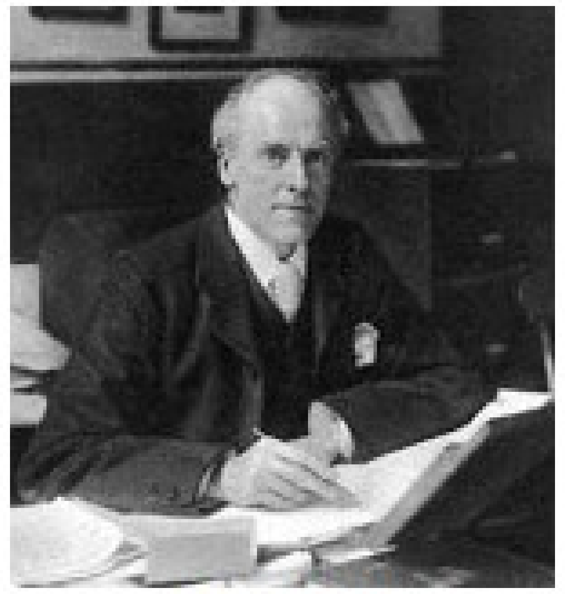
Основные функции для генерации случайных чисел:

stats.norm — создание нормального распределения

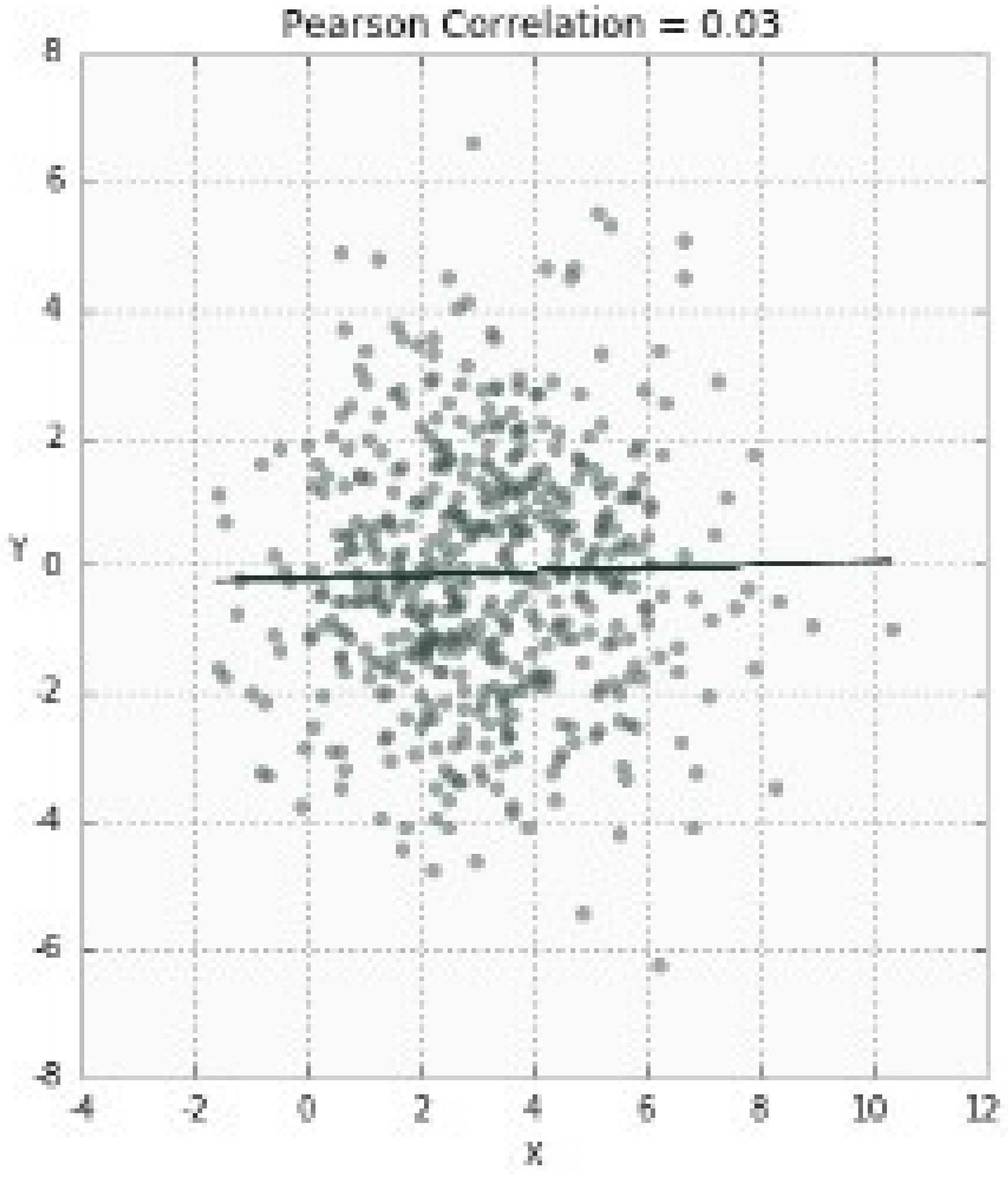
stats.norm.rvs(size=1000) — генерация случайного числа, можно задать дисперсию и математическое ожидание

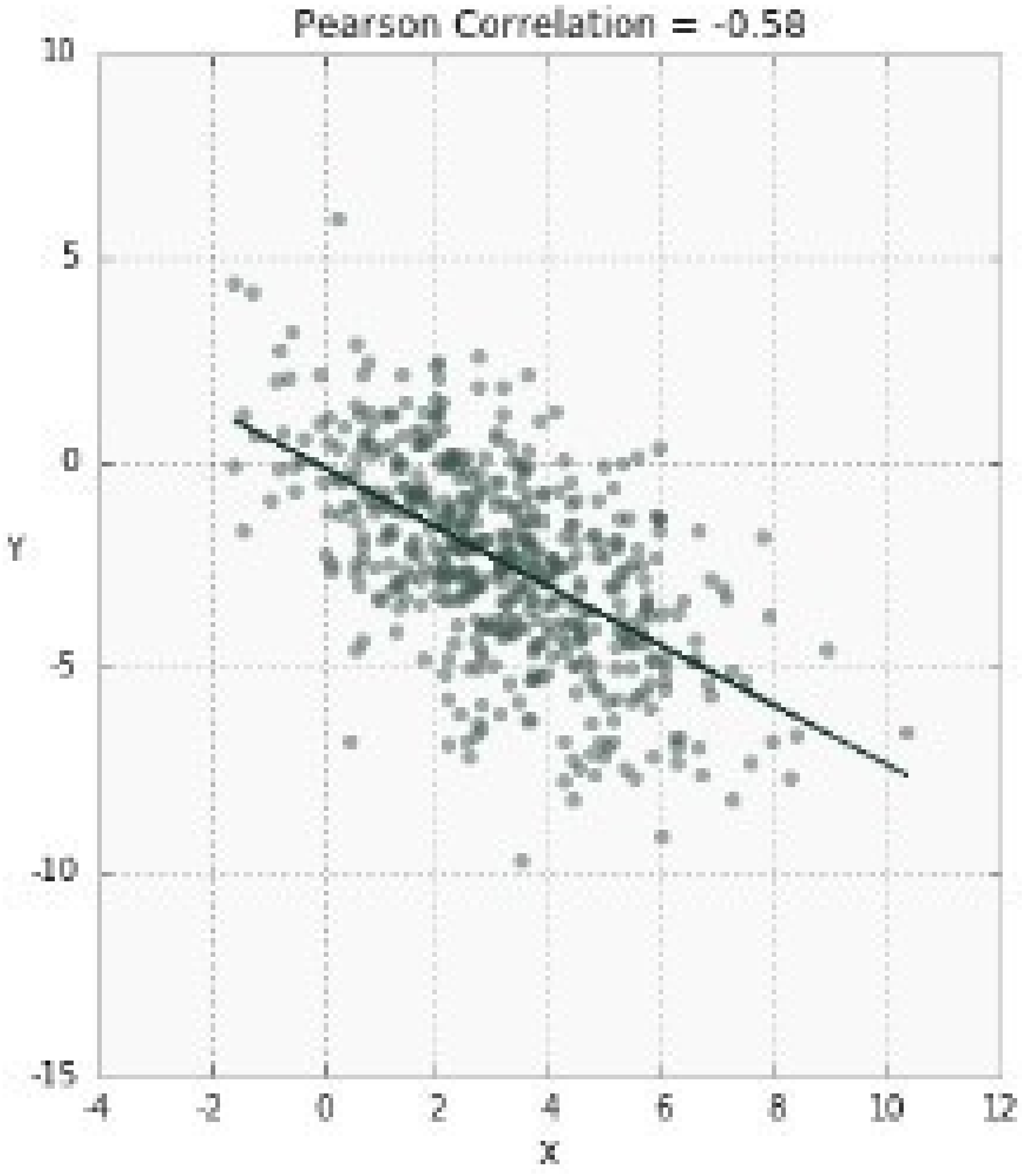
Корреляция Пирсона.

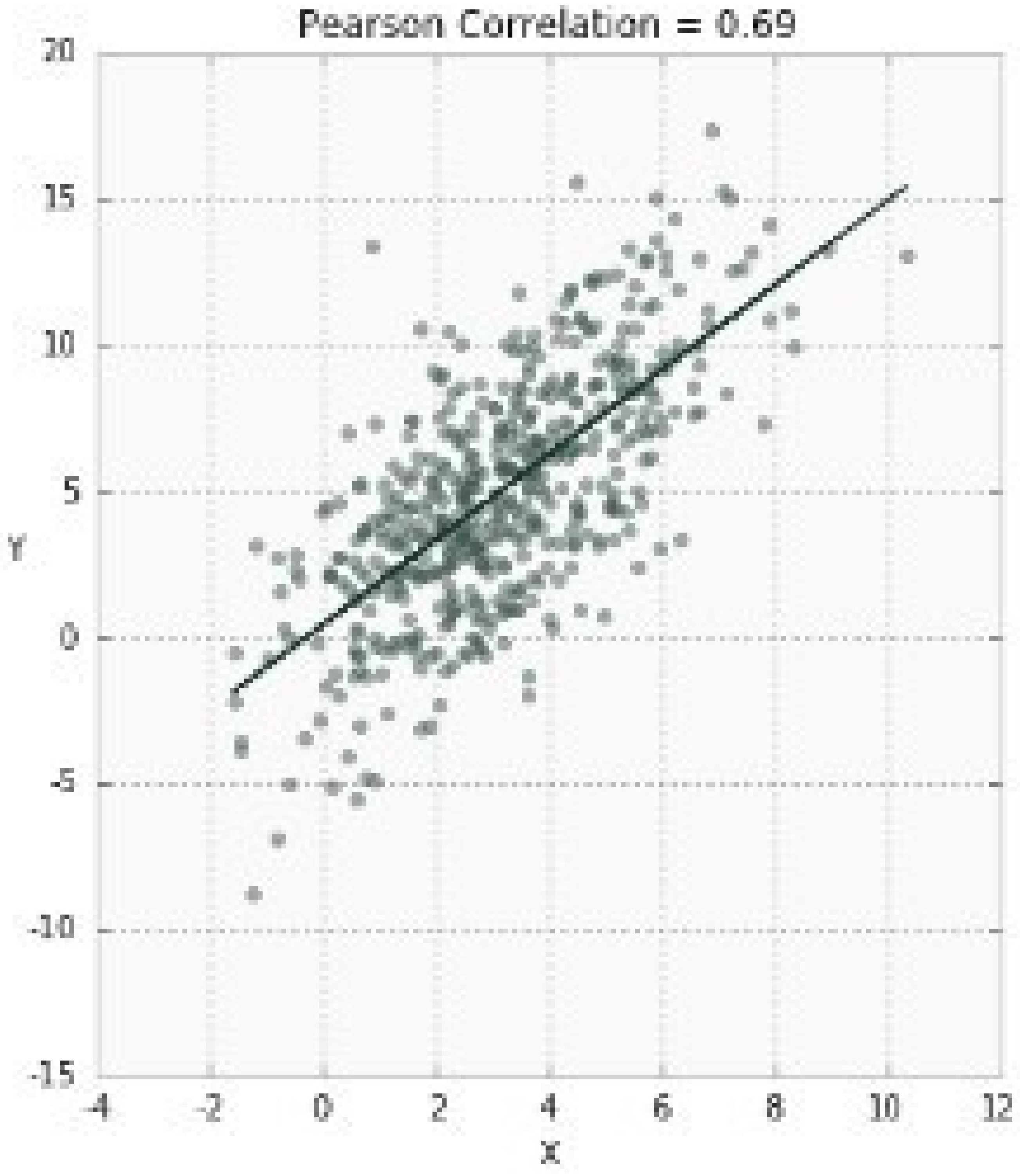
$$\rho_{X,\,Y} = \frac{\sum (X_i - \bar{X})(Y_i - \bar{Y})}{\sqrt{\sum (X_i - \bar{X})^2 \sum (Y_i - \bar{Y})^2}}$$



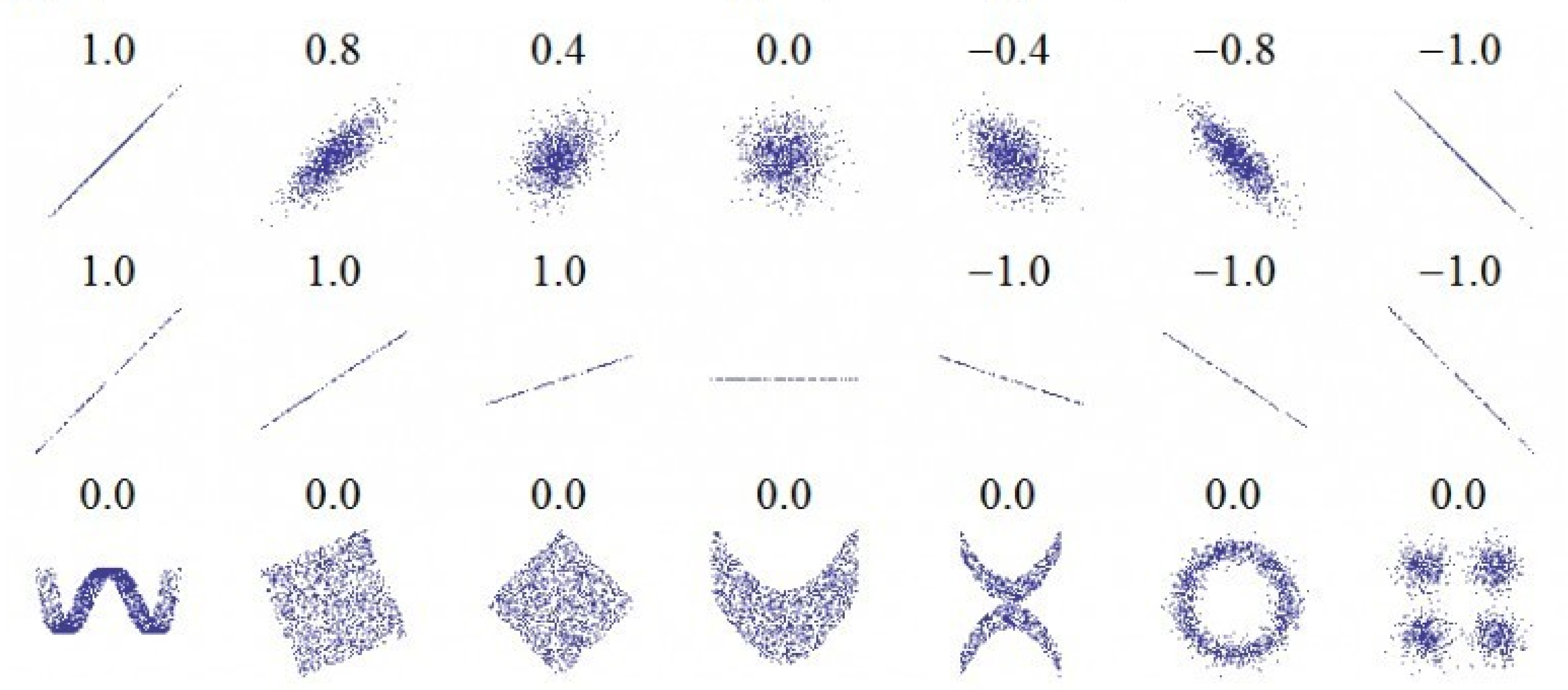
Карл Пирсон







Корелляция Пирсона.



https://en.wikipedia.org/wiki/Pearson_correlation_coefficient

Корреляция Спирмена.

Предназначены для определения взаимосвязи между ранговыми Переменными (проверка на нормальность не требуется).

1. Сопоставить каждому из признаков их порядковый номер (ранг) по возрастанию или по убыванию.
2. Определить разности рангов каждой пары сопоставляемых значенмй (d)
3. Возвести в квадрат каждую разность и суммировать полученные результаты.
4. Вычислить коэффициент корряляции рангов по формуле:

$$\rho = 1 - \frac{6 \cdot \sum d^2}{n(n^2 - 1)}$$

Или использовать библиотеку statistics:
scipy.stats.spearmanr(x, y)

http://medstatistic.ru/theory/spirmen.html

Чарльз Эдвард Спирмен

Корреляция Кендалла.

Аналог корреляции Спирмена.

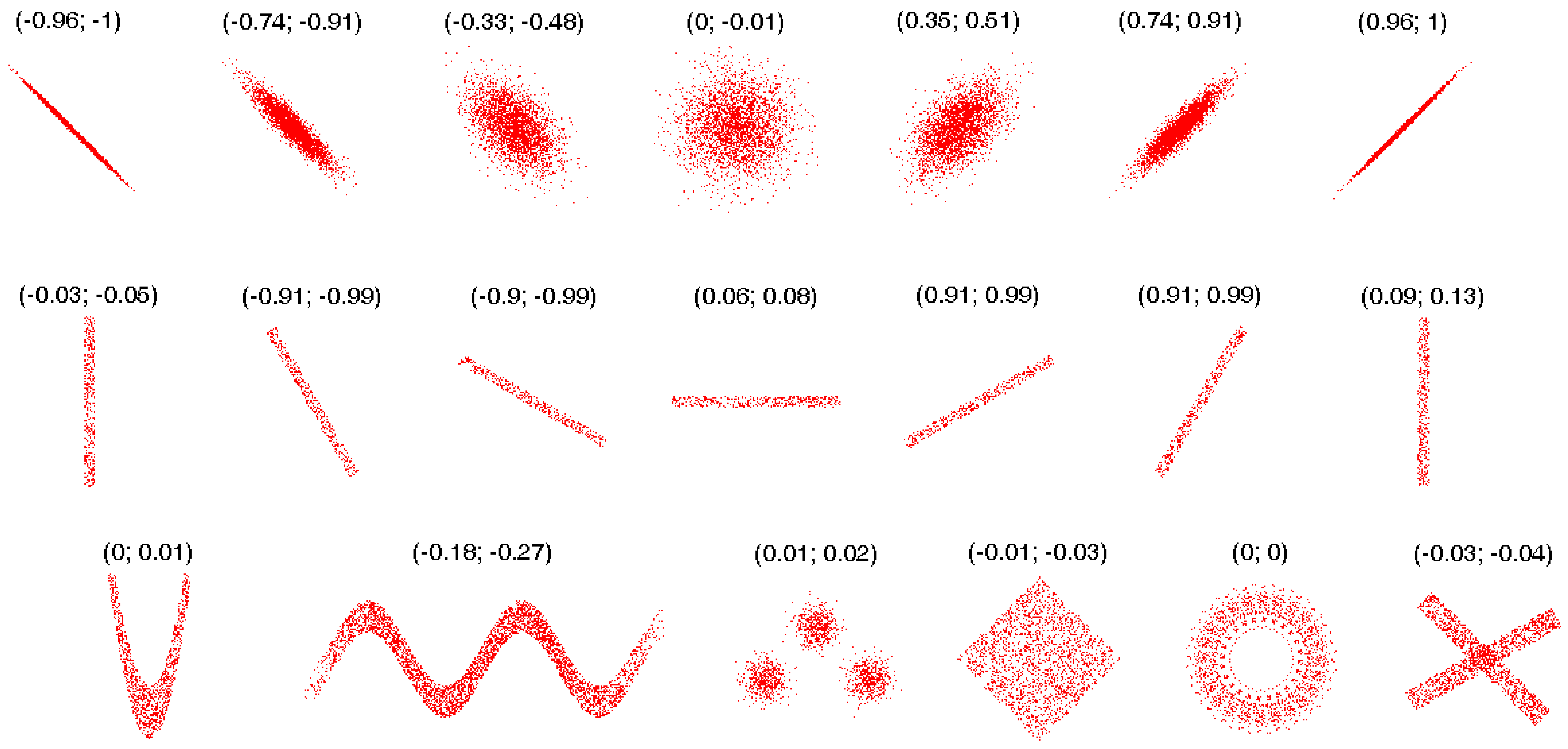
$$\tau = \frac{n_c - n_d}{\frac{1}{2}n(n-1)}$$

Nc – число совпадений
Nd – число инверсий.

```
scipy.stats.kendalltau(x, y)
```

http://www.machinelearning.ru/wiki/index.php?title=Коэффициент_корреляции_Кенделла

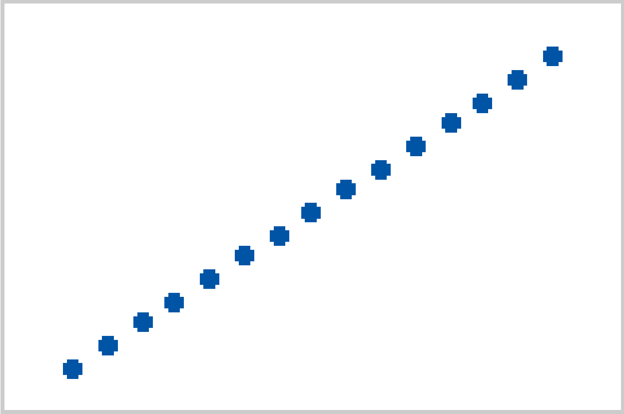
Сравнение коэффициентов Спирмена и Кендалла.



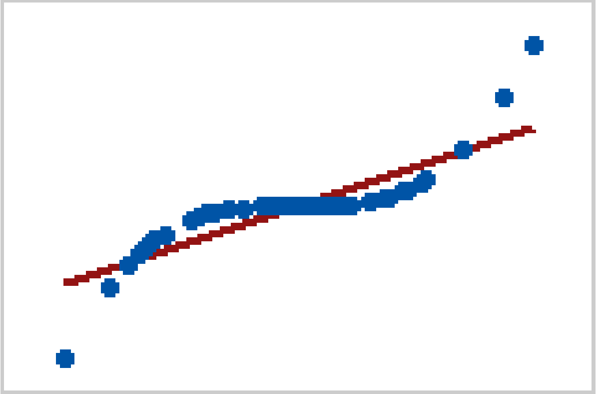
Слева - корреляция Кендалла, справа – корреляция Спирмена

http://www.machinelearning.ru/wiki/index.php?title=Коэффициент_корреляции_Кенделла

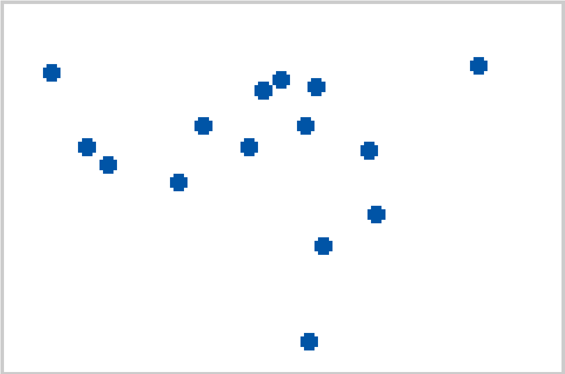
Сравнение коэффициентов Пирсона и Спирмена.



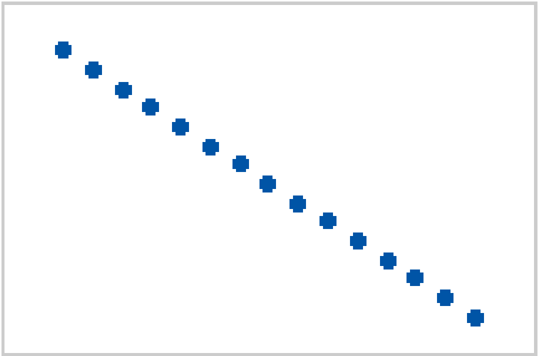
Pearson = +1, Spearman = +1



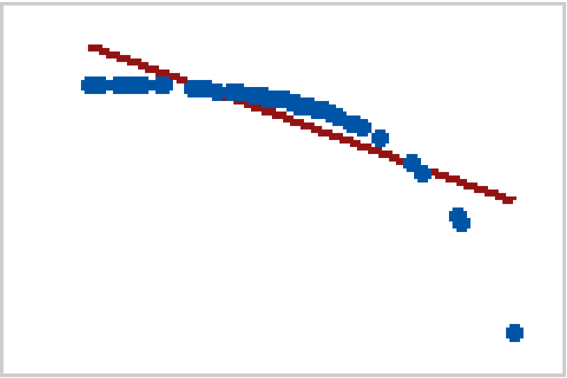
Pearson = +0.851, Spearman = +1



Pearson = −0.093, Spearman = −0.093



Pearson = −1, Spearman = −1



Pearson = −0.799, Spearman = −1

https://support.minitab.com/en-us/minitab-express/1/help-and-how-to/modeling-statistics/regression/supporting-topics/basics/a-comparison-of-the-pearson-and-spearman-correlation-methods/

Матрица корреляций.

Для статистического анализа играет наиважнейшую роль.
Строим матрицу корреляций для того, чтобы определить, насколько 2 случайные величины зависят друг от друга.

Если две переменные **независимы**, матрица корреляций выглядит так:

$$S = \begin{pmatrix} s_x & 0 \\ 0 & s_y \end{pmatrix}$$

Sx — дисперсия переменной x (среднеквадратичное значение)
Sy — дисперсия переменной y

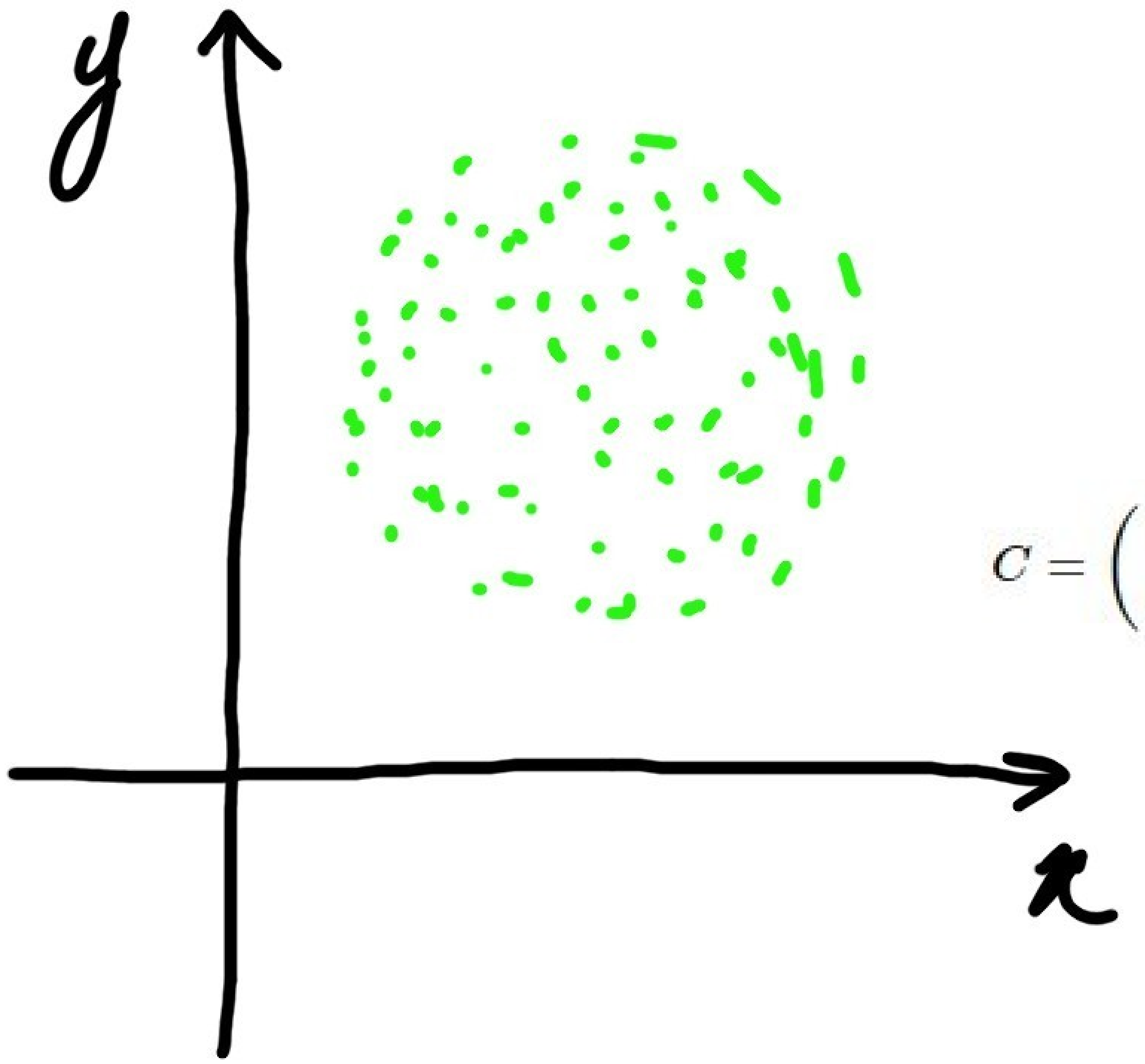
Матрица корреляций.

Если 2 случайные величины **зависимы** друг от друга, то матрица корреляций принимает вид:

$$C = \begin{pmatrix} \sigma(x,x) & \sigma(x,y) \\ \sigma(y,x) & \sigma(y,y) \end{pmatrix}$$

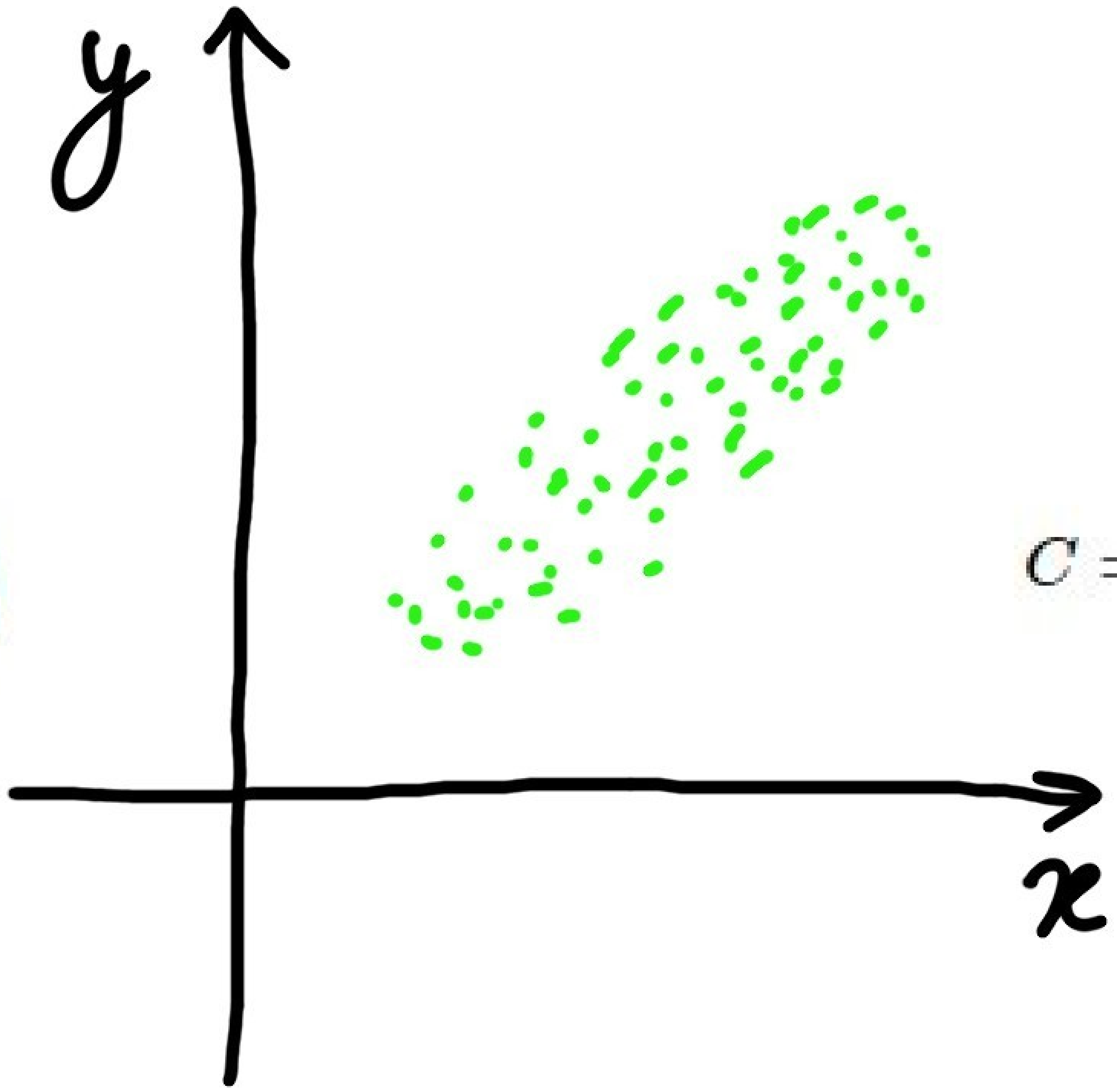
$$\rho_{X,\,Y} = \frac{\sum (X_i - \bar{X})(Y_i - \bar{Y})}{\sqrt{\sum (X_i - \bar{X})^2 \sum (Y_i - \bar{Y})^2}}$$

Матрица корреляций.



$$C = \begin{pmatrix} \sigma_x^2 & 0 \\ 0 & \sigma_y^2 \end{pmatrix}$$

Независимые переменные



$$C = \begin{pmatrix} \sigma(x,x) & \sigma(x,y) \\ \sigma(y,x) & \sigma(y,y) \end{pmatrix}$$

Зависимые переменные

Перемножение матриц!

Необходимо уметь перемножать матрицы для статистики. Почему? Матрица корелляций нужна для анализа, для определения, насколько переменные зависимы друг от друга. Это можно сделать с помощью линейной алгебры. Сложно, но можно разобраться.

Numpy.sum() - суммирует все элементы
Numpy.ndarray.dot() - умножает одну матрицу на другую
Numpy.ndarray.T — транспонирование матрицы
numpy.vstack((x, y)) — составляем матрицу из двух матриц, вставленных по вертикали

Спасибо за внимание! Вопросы?