

Esempio reale: Decidere se portare l'ombrello

Immagina che ogni mattina tu debba decidere **se portare l'ombrello** guardando alcune “caratteristiche” della giornata:

- Il cielo è nuvoloso?
- La temperatura è bassa?
- Il meteo dice “pioggia”?

Supponiamo tu abbia annotato per 100 giorni questi dettagli e se ha piovuto o no.

Come ragiona Naive Bayes (in modo “ingenuo”):

1. Raccoglie le statistiche:

- In quanti giorni nuvolosi ha piovuto?
- Quante volte, quando fa freddo, ha piovuto?
- Quante volte, se il meteo dice pioggia, piove davvero?
- Quante volte, in totale, piove?
- Quante volte, in totale, NON piove?

2. Nuova situazione:

- Oggi il cielo è nuvoloso, fa freddo, il meteo dice pioggia.

3. Calcola la probabilità di “PIOGGIA” combinando (moltiplicando) tutte queste probabilità, ipotizzando che siano indipendenti:

- Probabilità che piova *dato che è nuvoloso*
- × Probabilità che piova *dato che fa freddo*
- × Probabilità che piova *dato che il meteo dice pioggia*
- × Probabilità che piova *in generale*

4. Fa lo stesso per la probabilità che **NON** piova.

5. Confronta i risultati:

- Se la probabilità che piova è più alta, Naive Bayes “consiglia” di portare l'ombrello

Nota

Nella realtà, le caratteristiche **non sono del tutto indipendenti** (es: nuvoloso e meteo dice pioggia sono spesso collegati), ma Naive Bayes finge che lo siano (“naive” = ingenuo) per semplicità e rapidità di calcolo.

Sorprendentemente, funziona comunque **abbastanza bene** in molti casi pratici.

Ecco **come calcoleresti la probabilità che piova** in base alle osservazioni della tabellina, seguendo il principio di **Naive Bayes**.

Passi fondamentali

Supponiamo che tu voglia calcolare la probabilità che **oggi piova**, sapendo che:

- Oggi è **nuvoloso** = Sì
 - Oggi è **freddo** = Sì
 - **Meteo pioggia** = No
-

Step 1: Calcola le probabilità di base

A. Probabilità di pioggia (P(Piove))

$$P(\text{Piove}) = \frac{\text{N° giorni in cui piove}}{\text{N° totale di giorni}}$$

B. Probabilità di non pioggia (P(Non Piove))

$$P(\text{Non Piove}) = \frac{\text{N° giorni in cui NON piove}}{\text{N° totale di giorni}}$$

Step 2: Calcola le probabilità condizionate

Per ogni caratteristica, calcola:

- $P(\text{Nuvoloso}=\text{Sì} \mid \text{Piove})$ = Quante volte è stato nuvoloso tra i giorni in cui ha piovuto / Quanti giorni ha piovuto
 - $P(\{\text{Freddo} = \text{Sì} \mid \text{Piove}\})$ = Quante volte è stato freddo tra i giorni in cui ha piovuto / Quanti giorni ha piovuto
 - $P(\text{Meteo}=\text{No} \mid \text{Piove})$ = Quante volte il meteo NON diceva pioggia tra i giorni in cui ha piovuto / Quanti giorni ha piovuto
-

Step 3: Moltiplica tutte le probabilità

La **probabilità che oggi piova**, dato che oggi è nuvoloso, freddo e il meteo non dice pioggia:

$$P(\text{Piove} \mid \text{Oggi}) \\ \propto P(\text{Piove}) \times P(\text{Nuvoloso}=\text{Sì} \mid \text{Piove}) \times P(\text{Freddo}=\text{Sì} \mid \text{Piove}) \\ \times P(\text{Meteo}=\text{No} \mid \text{Piove})$$

(Stessa cosa si fa per "Non Piove")

Esempio concreto con la tabellina sopra:

Supponiamo tu abbia 8 giorni:

Giorno	Nuvoloso	Freddo	Meteo pioggia	Piove?
1	Sì	Sì	Sì	Sì
2	No	Sì	No	No
3	Sì	No	Sì	Sì
4	Sì	Sì	No	No
5	No	No	No	No
6	Sì	No	No	Sì
7	No	Sì	Sì	Sì
8	Sì	Sì	Sì	Sì

- **Ha piovuto** in 5 giorni (1,3,6,7,8)
- **Non ha piovuto** in 3 giorni (2,4,5)

Oggi: **Nuvoloso = Sì, Freddo = Sì, Meteo = No**

Calcoli:

- $P(\text{Piove}) = 5/8$
- $P(\text{Non Piove}) = 3/8$
- $P(\text{Nuvoloso}=\text{Sì} \mid \text{Piove}) =$
Nei 5 giorni in cui pioveva, quante volte era nuvoloso?
Giorni 1,3,6,8 (sì), giorno 7 (no) → **4/5**
- $P(\text{Freddo}=\text{Sì} \mid \text{Piove}) =$ Giorni 1,8 (sì), giorni 3,6,7 (no) → **2/5**
- $P(\text{Meteo}=\text{No} \mid \text{Piove}) =$ in quali giorni in cui pioveva il meteo **NON** diceva pioggia?
Giorno 6 → **1/5**
- Adesso **moltiplichiamo**:

$$P(\text{Piove} \mid \text{Oggi}) \propto \frac{5}{8} \times \frac{4}{5} \times \frac{2}{5} \times \frac{1}{5}$$

Lo stesso lo fai per "Non Piove" e confronti i risultati:

- Se la probabilità di pioggia è più alta, **prendi l'ombrello!**

In sintesi:

Naive Bayes combina le probabilità di ogni indizio osservato e decide quale evento è più probabile.

Se vuoi i calcoli passo-passo con tutti i numeri, te li mostro!