

# KRT Praktikum: Protokoll 3 - L3 und H3

Kimón Beyer, Yves Gaßmann, Justin Buhl

**Abstract:** Im folgenden Protokoll werden die Ergebnisse des dritten Labortages sowie der dritten Hausaufgabe im Rahmen des Praktikums Konzepte der Regelungstechnik des IST behandelt. Dabei behandelt das Protokoll die Ausarbeitung und Validierung eines Reglerentwurfs für das aus Protokoll 2 extrahierte Helikoptermodell sowie dessen simulative und erste praktische Validierung.

## 1. DRITTER LABORTAG (L3)

Für den folgenden Reglerentwurf wird das aus Protokoll 2 gewonnene lineare Helikoptermodell genutzt. Wichtig ist hierbei zu beachten, dass der Reglerentwurf auf dem linearen Modell basiert und somit bei der Implementierung auf das nichtlineare Modell noch der Arbeitspunkt bzw. Linearisierungspunkt entsprechend verrechnet werden muss. Die Zustände sind zur Erinnerung wie folgt definiert:

$$x = [\alpha \ \beta \ \gamma \ \dot{\alpha} \ \dot{\beta} \ \dot{\gamma}]^T \quad (1)$$

$$u = [U_{\text{vorne}} \ U_{\text{hinten}}]^T \quad (2)$$

$$y = [\alpha \ \beta \ \gamma]^T \quad (3)$$

Der geschlossene Regelkreis mit Zustandsrückführung ergibt sich unter Berücksichtigung der Linearisierung um den Arbeitspunkt  $(x_0, u_0)$  zu:

$$\Delta u = -K \Delta x, \quad \Delta x = x - x_0, \quad \Delta u = u - u_0. \quad (4)$$

Hierbei bezeichnet  $K$  die Reglermatrix, während  $x_0$  und  $u_0$  den stationären Arbeitspunkt des Systems charakterisieren. Die sich daraus ergebenden Eigenschaften des geschlossenen Regelkreises werden in den folgenden Abschnitten detailliert dargestellt.

Zur Implementierung und Erprobung unseres Regelungsentwurfs wurde nun das CAD-Modell, das bereits zur Modellierung verwendet wurde, in Matlab Simulink als ein Simscape Modell exportiert (vgl. Abbildung 1). Dies hat den Vorteil, dass das Modell möglichst nah an den realen Versuchsstand angenähert wird, wodurch eine realistischere Simulation des Systemverhaltens ermöglicht wird. Des Weiteren ist es möglich, innerhalb desselben Simulink-Modells zwischen dem Modell und der realen Anlage umzuschalten, wodurch eine schnelle Validierung des Reglerentwurfs an der realen Anlage ermöglicht wird.

### 1.1 Reglerentwurf

Im Wesentlichen sind zwei mögliche Reglerentwurfverfahren möglich: Der Reglerentwurf im Frequenzbereich sowie der Reglerentwurf im Zustandsraum. Da es sich um ein MIMO-System handelt, ist ein Reglerentwurf mittels Loopshaping im Frequenzbereich aufwändig und mit schwierigen Stabilitäts- und Gütenachweisen verbunden. Zudem ist ein System bereits entwickelt worden, weshalb

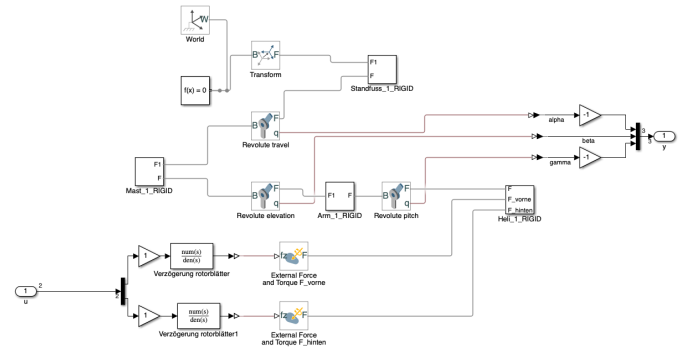


Fig. 1. Nichtlineares CAD Modell zur Simulation in Simulink (Simscape).

sich ein Reglerentwurf im Zustandsraum als die bessere Alternative anbietet. Hier besteht vor allem die Möglichkeit des LQ-Reglerentwurfs. Durch Matlab-Funktionen und das Lösen der Riccati-Gleichungen wird die optimale stabilisierende Zustandsrückführung berechnet.

Da es sich bei einem LQ-Regler um einen Zustandsregler handelt wird für die Regelung sowohl die Winkelgeschwindigkeiten  $\dot{\alpha}$ ,  $\dot{\beta}$  und  $\dot{\gamma}$  als auch die Winkel  $\alpha$ ,  $\beta$  und  $\gamma$  benötigt. Da die Encoder nur die Winkel messen, müssen die Geschwindigkeiten geschätzt werden. Dies realisieren wir durch einen Luenberger-Beobachter:

$$\Delta \dot{\hat{x}} = A \Delta \hat{x} + B \Delta \hat{u} + L(\Delta y - \Delta \hat{y}), \quad (5)$$

mit

$$\Delta \hat{y} = C \Delta \hat{x}, \quad (6)$$

und der Schätzfehler  $\hat{e} = \Delta x - \Delta \hat{x}$  erfüllt

$$\dot{\hat{e}} = (A - LC) \hat{e}. \quad (7)$$

Zur Stabilität und schnellen Konvergenz wählt man die Beobachterpole (Eigenwerte von  $A - LC$ ) deutlich schneller als die Reglerpole (z. B. Faktor 5–10). Die Beobachtermatrix  $L$  wird in MATLAB durch Polvorgabe bestimmt.

Zu beachten ist jedoch, dass durch die Nutzung eines Beobachters die garantierten Robustheitseigenschaften des LQR nicht mehr gegeben sind.

*Anforderungen an den geschlossenen Kreis bzw. Regler*  
Gesucht wird selbstverständlich ein stabilisierender Regler, der die gegebenen Modellunsicherheiten möglichst gut kompensiert. Die Performance muss dabei ausreichend gut sein, um die vorgegebene Zeit einzuhalten. Dennoch

\* Institute for Systems Theory and Automatic Control, University of Stuttgart, Germany. <http://www.ist.uni-stuttgart.de>

überwiegt die Anforderung an die Robustheit des Reglers. Denn durch die relativ stark vereinfachte Modellbildung und die gegebenen Beschränkungen für den finalen Flug müssen unter den bestehenden Unsicherheiten die Beschränkungen in jedem Fall eingehalten werden. Damit die gegebenen Beschränkungen auch eingehalten werden, ist neben der robusten Stabilität die Vermeidung einer bleibenden Regelabweichung als wichtigstes Entwurfsziel anzusehen. Denn eine bleibende Regelabweichung könnte schnell zum Verletzen der Beschränkungen führen, z. B. bei der Einhaltung der Mindesthöhe. Die Stabilität ist im Zustandsraum einfach nachzuweisen durch Berechnung der Systempole des geschlossenen Regelkreises. Die Eliminierung einer bleibenden Regelabweichung kann durch Hinzufügen eines bzw. mehrerer Integratorzustände erreicht werden. Die Bewertung von Performance und Robustheit stellt jedoch eine Herausforderung dar. Formale analytische Nachweise, etwa durch die Herleitung einer  $M$ - $\Delta$ -Struktur und die Überprüfung der Systemnorm gegenüber unstrukturierten Unsicherheiten sind mit hohem Aufwand und Fehleranfälligkeit verbunden. Aus diesem Grund beschränkt sich die Validierung auf simulative Untersuchungen sowie Experimente am realen System.

**LQR-Entwurf** Im Verlauf des Protokolls wurde bereits vorweggenommen, dass sich für einen LQ-Reglerentwurf entschieden worden ist. Der Vorteil besteht in der vergleichsweise einfachen Implementierung sowie den guten Regelungseigenschaften. Die garantierten Robustheitseigenschaften sind, wie bereits erwähnt, durch die Nutzung eines Beobachters nicht mehr gegeben.

Für den Entwurf eines LQ-Reglers müssen lediglich die Gewichtungsmatrizen  $Q$  und  $R$  festgelegt werden. Diese Matrizen bestimmen das Verhalten des Reglers und müssen sorgfältig ausgewählt werden, um die gewünschten Regelungsziele zu erreichen. Die Matrizen müssen simulativ bzw. experimentell abgestimmt werden. Bei Erprobungsversuchen am realen Teststand hat sich jedoch eine signifikante Regelabweichung gezeigt. Dadurch ist schnell ersichtlich geworden, dass eine Erweiterung zu einem LQI-Regler notwendig ist, um die erforderlichen Regelungsziele zu erreichen. Daher wird im Folgenden der LQI-Regler betrachtet, welcher eine Erweiterung des LQ-Reglers darstellt.

**LQI-Entwurf** Wie bereits erwähnt, stellt der LQI-Regler eine Erweiterung des LQR-Reglers dar. Die Erweiterung geschieht hierbei durch Hinzunahme von sogenannten Integratorzuständen für diejenigen Größen, für die die bleibende Regelabweichung eliminiert werden soll. Zu beachten ist jedoch, dass durch die Nutzung von Integratoren auf jeden Fall darauf geachtet werden muss, ein Aufschwingen des Integrators zu vermeiden und gegebenenfalls einen Anti-Windup zu implementieren. Dadurch ergibt sich ein erweiterter Zustandsraum, der wie folgt aussieht:

$$x = [\alpha \ \beta \ \gamma \ \dot{\alpha} \ \dot{\beta} \ \dot{\gamma} \ \xi_1 \ \xi_2]^T \quad (8)$$

wobei  $\xi_1$  und  $\xi_2$  die Integratorzustände für die Winkel  $\alpha$  und  $\beta$  darstellen und folgendermaßen im Zustandsraum gebildet werden:

$$\xi_1 = \xi_{1,\text{ref}} - \int (\alpha_{\text{ref}} - \alpha) dt \quad (9)$$

$$\xi_2 = \xi_{2,\text{ref}} - \int (\beta_{\text{ref}} - \beta) dt \quad (10)$$

wobei  $\xi_{1,\text{ref}} = 0$  und  $\xi_{2,\text{ref}} = 0$ .

Für den Winkel  $\gamma$  wird kein Integratorzustand hinzugefügt, da dieser Winkel lediglich zum Verändern des  $\beta$ -Winkels genutzt wird und keine genaue Regelung des  $\gamma$ -Winkels erforderlich ist.

Für die Wahl der Gewichtungsmatrizen  $Q$  und  $R$  hat sich zunächst folgende Wahl, durch experimentelle Abstimmung am realen Versuchsstand ergeben:

$$Q = \text{diag}(50, 5, 0, 001, 0, 001, 0, 001, 0, 001, 10, 10) \quad (11)$$

$$R = \text{diag}(10, 10) \quad (12)$$

Hierbei wurden die Gewichtungen für die Winkel  $\alpha$  und  $\beta$  sowie für die Integratorzustände  $\xi_1$  und  $\xi_2$  deutlich höher gewählt als für die Winkelgeschwindigkeiten und den Winkel  $\gamma$ . Dies hat den Hintergrund, dass eine genaue Regelung der Winkel  $\alpha$  und  $\beta$  sowie die Eliminierung der bleibenden Regelabweichung für diese Winkel von hoher Wichtigkeit sind. Die Winkelgeschwindigkeiten und der Winkel  $\gamma$  sind weniger wichtig für die Regelungsaufgabe, weshalb diese mit geringeren Gewichtungen versehen wurden. Zusätzlich sorgt eine gute Regelung von  $\alpha$  und  $\beta$  auch für eine gute Regelung von  $\gamma$ , da dieser Winkel nur zur Unterstützung der Regelung von  $\beta$  dient. Mit der Wahl dieser Gewichtungsmatrizen ergeben sich folgende Regler und Beobachtungspole:

$$\text{Reglerpole} = \begin{bmatrix} -0.4472 + 0.0000i \\ -0.5246 + 0.8358i \\ -0.5246 - 0.8358i \\ -0.5625 + 1.3857i \\ -0.5625 - 1.3857i \\ -0.8454 + 0.0000i \\ -1.3553 + 0.5754i \\ -1.3553 - 0.5754i \end{bmatrix} \quad (13)$$

$$\text{Beobachterpole} = \begin{bmatrix} -60 + 0.0000i \\ -61 + 0.0000i \\ -62 + 0.0000i \\ -63 + 0.0000i \\ -64 + 0.0000i \\ -65 + 0.0000i \end{bmatrix} \quad (14)$$

Die Wahl der Pole kann sich jedoch noch ändern. Es ist bekannt, dass zu schnelle Beobachterpole ebenfalls zu Problemen führen können.

**Reglerimplementierung** Im Folgenden wird nun die Implementierung des LQI-Reglers im Simulink-Modell beschrieben. In Abbildung 2 ist das Gesamtsystem dargestellt. In Abbildung 3 ist der Reglerblock dargestellt. Hier ist ebenfalls die Implementierung des Anti-Windups zu sehen. Beide Stellgrößen werden hierbei gleichermaßen berücksichtigt, was durch eine 2x2 Einheitsmatrix realisiert wurde. Das Back-Calculation Gain wurde empirisch auf 2 optimiert. Höhere Werte führen zu einem

starken hochfrequentem Schwingen der Stellgröße. In Abbildung 4 ist der Beobachterblock dargestellt. Dieser beinhaltet die Implementierung des Luenberger-Beobachters zur Schätzung der Winkelgeschwindigkeiten. Hierbei wurde auf den bereits in Simulink vorhandenen Luenberger-Beobachter Block zurückgegriffen.

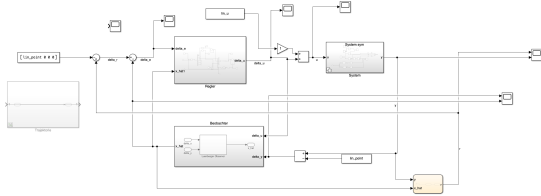


Fig. 2. Übersicht: Simulink-Implementierung des Gesamtsystems.

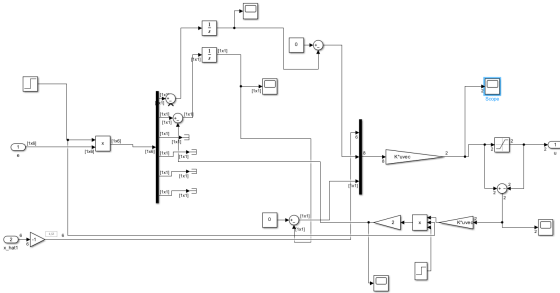


Fig. 3. Übersicht: Simulink-Implementierung des Reglers.

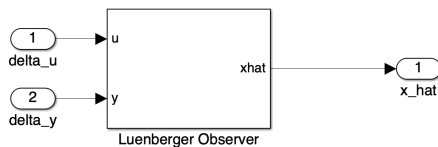


Fig. 4. Übersicht: Simulink-Implementierung des Beobachters.

### 1.2 Simulationsergebnisse

Zunächst wurde der LQR-Regler simulativ validiert. Die Simulation zeigte, dass der Regler das gewünschte Regelverhalten aufweist und die geforderten Spezifikationen erfüllt. Hierzu wurde der Helikopter zunächst auf eine Flughöhe von  $-2^\circ$  gebracht und anschließend eine  $90^\circ$ -Drehung um die Hochachse durchgeführt. Das Simulationsergebnis ist in Abbildung 5 dargestellt.

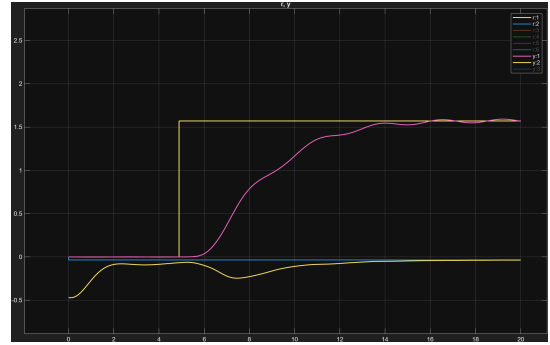


Fig. 5. Simulationsergebnis Helikopter auf Flughöhe mit anschließender  $90^\circ$ -Drehung. Vergleich Soll- und Ist-Werte von  $\alpha$  (gelb soll, pink ist) und  $\beta$  (blau soll, gelb ist)

Aufgrund der positiven Simulationsergebnisse wurde anschließend direkt zur Validierung an der realen Anlage übergegangen. Die Simulation zeigte, dass der Regler das gewünschte Regelverhalten aufweist und die geforderten Spezifikationen erfüllt. Aufgrund der positiven Simulationsergebnisse wurde anschließend direkt zur Validierung an der realen Anlage übergegangen. Dabei mussten die Gewichtungen in der Matrix  $R$  angepasst werden, um ein optimales Regelverhalten zu erzielen.

### 1.3 Praktische Validierung

Aufgrund unseres schnellen Vorankommens war es uns möglich, den Reglerentwurf direkt an der realen Anlage zu validieren. Nachdem, wie bereits beschrieben, der LQR-Ansatz simulativ validiert wurde, wurde der LQR auch an der realen Anlage implementiert und validiert. Im Anschluss folgte die Erweiterung auf den LQI-Regler, welcher ebenfalls direkt an der realen Anlage implementiert und validiert wurde. Der LQI-Regler zeichnete sich unmittelbar durch die Eliminierung der bleibenden Regelabweichung aus. Auch erste Referenzpunktwechsel wurden durchgeführt, welche der Regler ausgesprochen gut bewältigte. Die Referenzpunktwechsel wurden durch Sprünge in den Referenzwerten durchgeführt, was die denkbar schlechteste Vorgehensweise darstellt. Im weiteren Verlauf wird nun noch eine Referenzwertsteuerung mittels Trajektorienplanung oder ähnlicher Verfahren implementiert.

## 2. DRITTE HAUSAUFGABE (H3)

Aus dem vorangegangenen Protokoll wird ersichtlich, dass das entwickelte Reglerentwurfsverfahren bereits ausgiebig durchdacht und an der realen Anlage validiert worden ist. Daher ergab sich für die dritte Hausaufgabe kein weiterer Aufwand, da wir die Aufgaben bereits größtenteils erledigt hatten. Die Validierung an der realen Anlage zeigte, dass die definierten Regelungsziele zu unserer Zufriedenheit erfüllt worden sind. Das extrahierte Modell ist ausreichend genau und liefert mittels LQI-Regler eine zufriedenstellende Performance sowie zumindest experimentell nachgewiesene Robustheit.

### 3. KOMMENTARE UND AUSBLICK AUF L4

Es existiert bereits ein gut funktionierender Regler, der nun nur noch um eine Vorsteuerung und Trajektorien-generierung für die finale Flugaufgabe erweitert werden muss. Für den nächsten Labortag wurden bereits Konzepte entwickelt, wie die Trajektorienplanung und -verfolgung weiter verbessert werden können. Zunächst soll eine Trajektorie mithilfe von sprüngen in den Referenzwerten realisiert werden. Dazu sollen die Referenzwerte für die Winkel  $\alpha$  und  $\beta$  schrittweise verändert werden, um eine Bewegung des Helikopters zu simulieren. Anschließend soll eine sanftere Trajektorie durch lineare Interpolation zwischen den Referenzpunkten erstellt werden, um abrupte Bewegungen zu vermeiden. Diese sollen in L4 umgesetzt und getestet werden.