

**КАЗАНСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ  
НАБЕРЕЖНОЧЕЛНИНСКИЙ ИНСТИТУТ**

**СБОРНИК ЗАДАЧ  
ПО НАЧЕРТАТЕЛЬНОЙ ГЕОМЕТРИИ**

**Учебно-методическое пособие**



**НАБЕРЕЖНЫЕ ЧЕЛНЫ**

**2024**

**УДК 514.18(076.5)**  
**ББК 22.151.34я73-5**  
**С23**

*Печатается по рекомендации Учебно-методической комиссии  
Автомобильного отделения Набережночелнинского института (филиала)  
Казанского (Приволжского) федерального университета  
(протокол № 5 от 30 июня 2023 г.)*

**Рецензенты:**

доктор техн. наук, профессор, зав. кафедрой «Машиностроение» НЧИ КФУ **Д.Л. Панкратов;**  
канд. техн. наук, доцент кафедры автомобилей,  
автомобильных двигателей и дизайна НЧИ КФУ **А.П. Павленко**

**Сборник задач по начертательной геометрии:** учебно-методическое пособие /  
**С23** Н.Д. Ахметов, Л.А. Феоктистова, Т.В. Рзаева, М.М. Гимадеев, В.А. Кривошеев –  
Набережные Челны : Изд.-полигр. центр Набережночелнинского института КФУ,  
2024. – 69 с.

Учебное пособие представляет собой сборник графических заданий по основным темам курса начертательной геометрии. Каждая тема содержит задачи, как для аудиторных занятий, так и для самостоятельной работы студента и подготовки к рубежному контролю и экзамену.

Включённые в сборник задачи помогают развивать визуальное мышление и пространственное воображение студентов, способствуют формированию у них необходимых общепрофессиональных компетенций.

Предназначено для студентов технических специальностей и направлений подготовки.

**УДК 514.18(076.5)**  
**ББК 22.151.34я73-5**

© Коллектив авторов, 2024  
© Набережночелнинский институт КФУ, 2024

## ВВЕДЕНИЕ

Задачи, приведённые в сборнике, предназначены для выполнения в аудитории на практических занятиях. Часть заданий может быть использована и для самостоятельной работы студентов вне аудитории. Каждой теме предшествуют лекции, решение типовых примеров на практических занятиях. Задачи по каждой теме имеют различную степень сложности, что позволяет учитывать индивидуальный уровень подготовки каждого студента.

Каждая задача решается сначала «в пространстве»: по эпюру (комплексному чертежу) студент должен представить себе форму и расположение заданных геометрических элементов и установить последовательный порядок (алгоритм) построений в пространстве, при помощи которых находятся искомые элементы. Только после этого можно переходить к графическому решению задачи в проекциях.

Что касается графического оформления задач, то они могут быть выполнены в карандаше с использованием чертёжных инструментов, в заданном масштабе чертежа. Решение задач может проводиться непосредственно и в пособии на выделенном месте после распечатки сборника.

При решении задач должны быть использованы следующие типы линий:

- сплошная толстая (толщина  $S = 0,8 - 1,0$  мм) – для заданных и искомых линий, видимых контуров фигур и видимых линий пересечения;
- штриховая (толщина  $S/2$ ) – для линий невидимого контура и невидимых линий пересечения;
- сплошная тонкая (толщина от  $S/3$  до  $S/2$ ) – для осей проекций, линий проекционной связи;
- штрихпунктирная (толщина от  $S/3$  до  $S/2$ ) – для осей симметрии.

На эпюре должны быть сохранены все вспомогательные построения, выполнены все необходимые обозначения в соответствии с принятыми требованиями. Геометрический элемент, который требуется найти, построить или определить по условиям задачи, рекомендуется выделить цветным карандашом (или пастой) красного цвета. Решая задачи по начертательной геометрии, следует помнить, что графическая точность и аккуратность построения определяют правильность решения задач.

Для решения задач необходимо уметь пользоваться следующими основными построениями, которые должны быть известны из курса начертательной геометрии:

1. Построить проекции точки по заданным координатам.

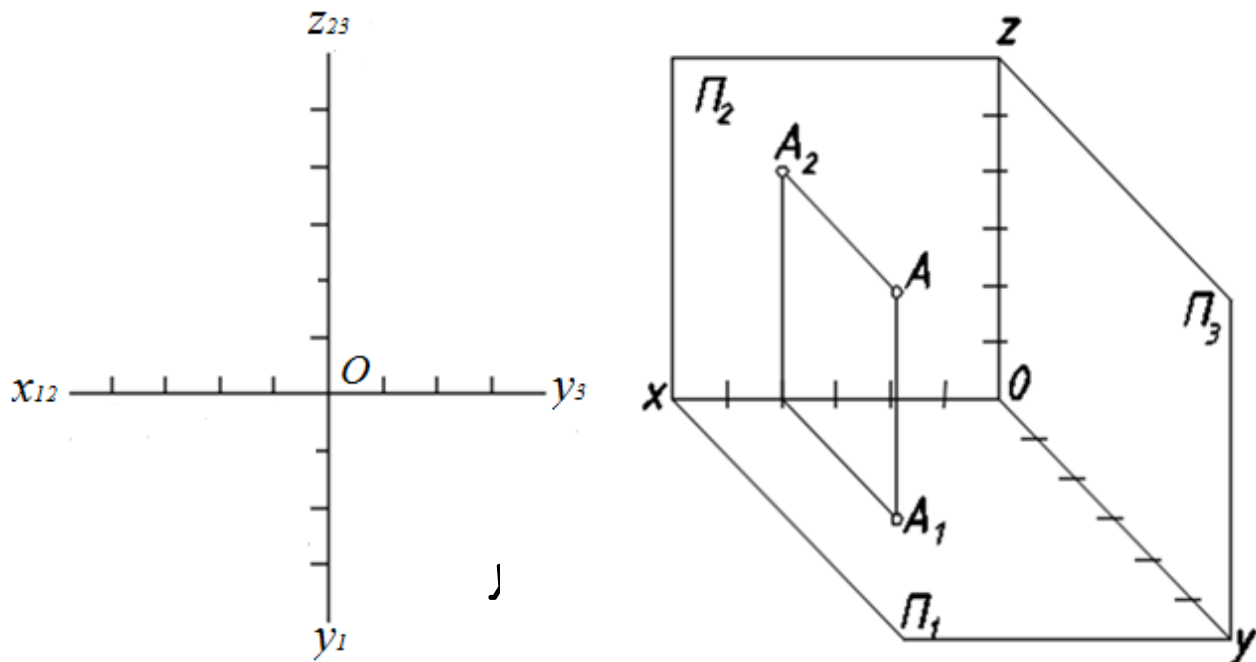
2. Построить следы прямой.
3. Построить точку, прямую, горизонталь и фронталь в плоскости.
4. Построить следы плоскости.
5. Провести плоскость, параллельную заданной плоскости.
6. Построить линию пересечения двух плоскостей.
7. Провести прямую, параллельную заданной плоскости.
8. Провести плоскость, параллельную заданной прямой.
9. Построить точку пересечения прямой с плоскостью.
10. Провести прямую, перпендикулярную к заданной плоскости.
11. Провести плоскость, перпендикулярную к заданной прямой.
12. Определить натуральную величину отрезка способом прямоугольного треугольника.
13. Определить натуральную величину отрезка способом замены плоскостей проекций.
14. Определить натуральную величину отрезка способом вращения вокруг проецирующей оси.
15. Определить натуральную величину отрезка способом плоскопараллельного переноса.
16. Определить натуральную величину плоской фигуры способом вращения вокруг линии уровня.
17. Построить точку на поверхности.

\* Номера задач, которые рекомендуются для подготовки к рубежному контролю и экзамену, отмечены звёздочками.

# 1 ТОЧКА

1. Дано наглядное изображение точки  $A$ . Требуется:

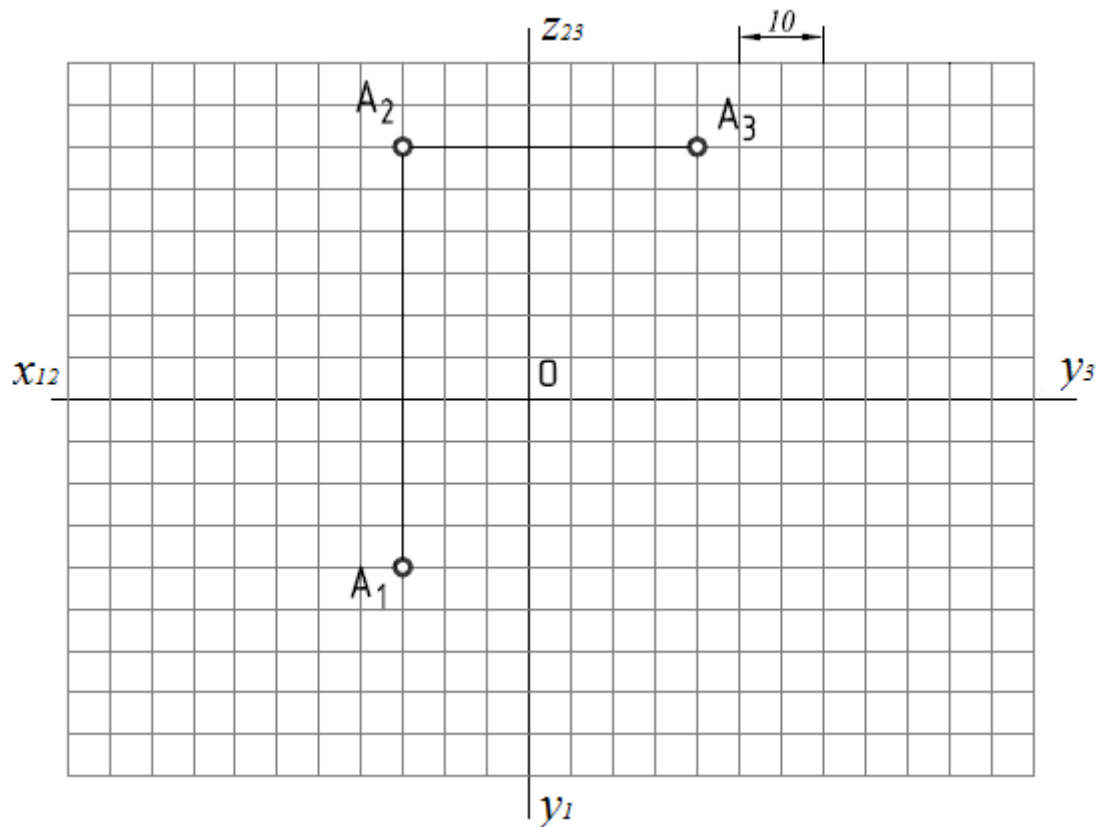
- построить эпюр (трёхкартинный комплексный чертёж) точки  $A$ ;
- записать названия элементов чертежа в таблицу.



**Таблица ответов**

|                            | Наименования элементов |
|----------------------------|------------------------|
| $\Pi_1$                    |                        |
| $\Pi_2$                    |                        |
| $\Pi_3$                    |                        |
| $x, y, z$                  |                        |
| $A_1$                      |                        |
| $A_2$                      |                        |
| $A_3$                      |                        |
| $ A A_1 $                  |                        |
| $ A A_2 $                  |                        |
| $ A_1 A_2 $<br>$ A_2 A_3 $ |                        |

2\*. Построить три проекции указанных точек по их заданным координатам. Определить положение точек относительно плоскостей проекций.



**Таблица ответов**

|          | $X$ | $Y$ | $Z$ | Положение точек относительно плоскостей проекций $\Pi_1, \Pi_2, \Pi_3$ . |
|----------|-----|-----|-----|--|
| <b>A</b> | 15  | 20  | 30  | Общего положения   |
| <b>B</b> | 25  | 0   | 25  |  |
| <b>C</b> | 40  | 30  | 0   |  |
| <b>D</b> | 0   | 35  | 40  |  |
| <b>E</b> | 50  | 0   | 0   |  |
| <b>F</b> | -30 | 30  | -30 |  |

3. Построить проекции следующих точек:

- $D$ , расположенной под точкой  $A$  на расстоянии  $20\text{ мм}$ ;
- $E$ , расположенной над точкой  $A$  на расстоянии  $30\text{ мм}$ ;
- $F$ , расположенной за точкой  $B$  на расстоянии  $10\text{ мм}$ ;
- $K$ , расположенной перед точкой  $B$  на расстоянии  $20\text{ мм}$ ;
- $L$ , расположенной левее точки  $C$  на расстоянии  $10\text{ мм}$ ;
- $M$ , расположенной правее точки  $C$  на расстоянии  $40\text{ мм}$ .

Определить видимость конкурирующих точек, записать их координаты.

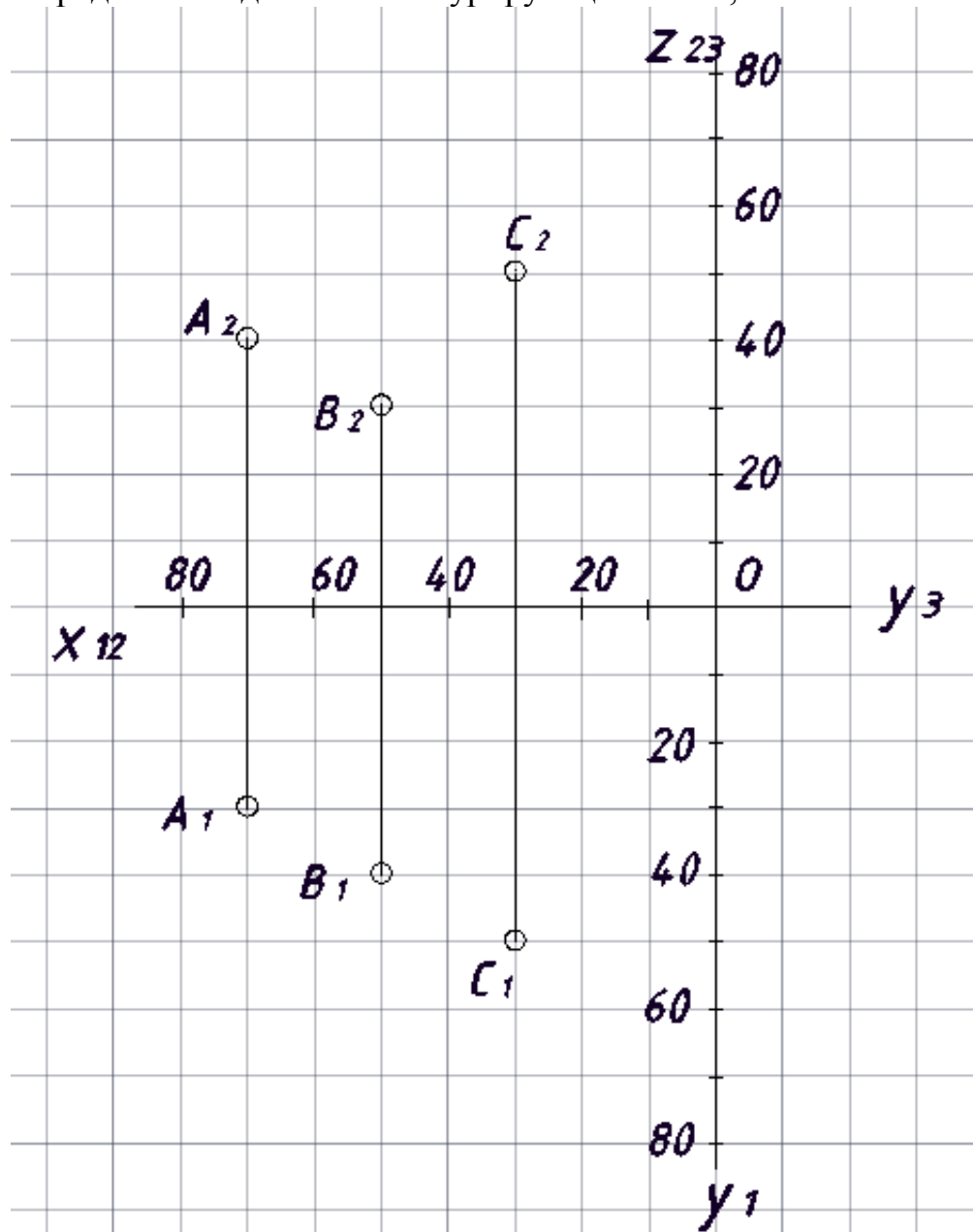


Таблица ответов

|     | $A$ | $B$ | $C$ | $D$ | $E$ | $F$ | $K$ | $L$ | $M$ |
|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| $X$ |     |     |     |     |     |     |     |     |     |
| $Y$ |     |     |     |     |     |     |     |     |     |
| $Z$ |     |     |     |     |     |     |     |     |     |

4. По двум заданным проекциям точек построить их третьи проекции. Записать координаты точек в таблицу. Определить, в каком октанте пространства расположена точка.

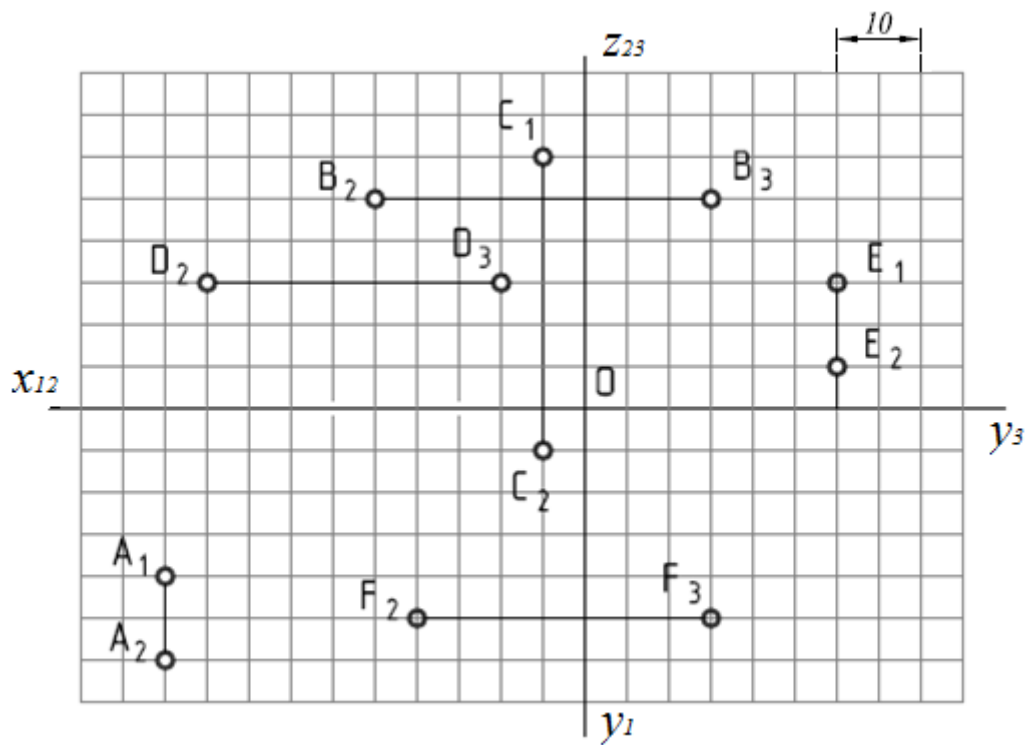


Таблица ответов

|               | <i>A</i> | <i>B</i> | <i>C</i> | <i>D</i> | <i>E</i> | <i>F</i> |
|---------------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| <i>X</i>      |          |          |          |          |          |          |
| <i>Y</i>      |          |          |          |          |          |          |
| <i>Z</i>      |          |          |          |          |          |          |
| <i>Октант</i> |          |          |          |          |          |          |



5. Построить недостающие третьи проекции точек, заданных на эюре Монжа. Записать их координаты.

Дать ответы на следующие вопросы:

1. Которая из точек лежит в горизонтальной плоскости проекций  $\Pi_1$  ?
2. Которая из точек наиболее удалена от профильной плоскости проекций  $\Pi_3$  ?
3. Какая точка принадлежит фронтальной плоскости проекций  $\Pi_2$  ?
4. Какая точка принадлежит профильной плоскости проекций  $\Pi_3$  ?
5. Какая из точек лежит на оси  $y$  ?
6. Которая из точек расположена ближе всех?
7. Которая из точек расположена выше всех?
8. Которая из точек расположена правее всех?

|     | $X$ | $Y$ | $Z$ |
|-----|-----|-----|-----|
| $A$ |     |     |     |
| $B$ |     |     |     |
| $C$ |     |     |     |
| $D$ |     |     |     |
| $K$ |     |     |     |

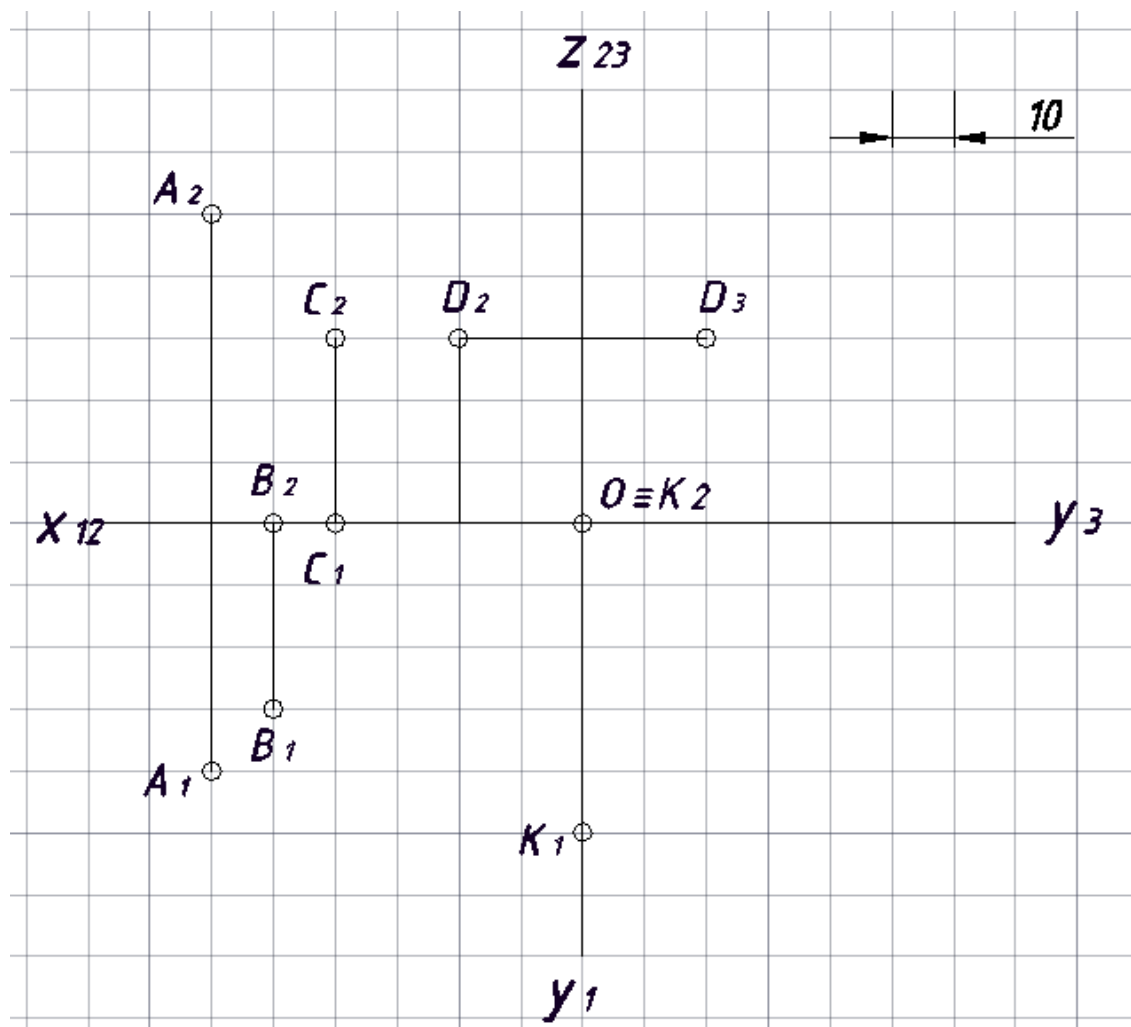
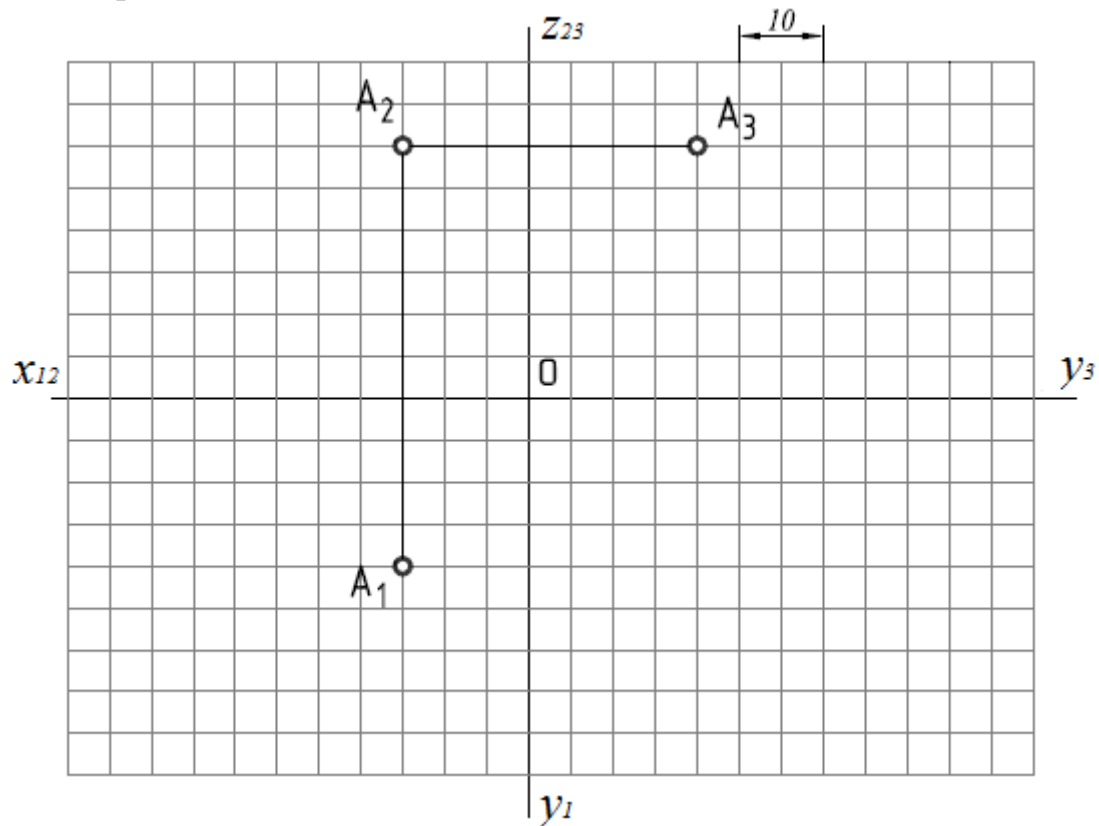


Таблица ответов на вопросы:

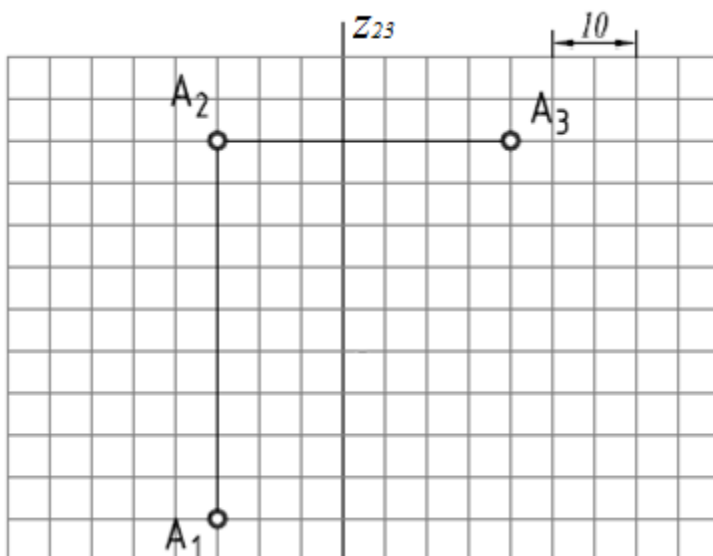
| Вопрос | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
|--------|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Ответ  |   |   |   |   |   |   |   |   |

6. Задана точка  $A$ . Построить проекции точек, симметричных точке  $A$ :  
 $B$  – относительно плоскости  $\Pi_1$ ;  $C$  – относительно плоскости  $\Pi_2$ ;  
 $D$  – относительно оси  $Ox$ ;  $E$  – относительно начала координат  $O$ .  
 Записать координаты точек.



|     | $A$ | $B$ | $C$ | $D$ | $E$ |
|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| $X$ |     |     |     |     |     |
| $Y$ |     |     |     |     |     |
| $Z$ |     |     |     |     |     |

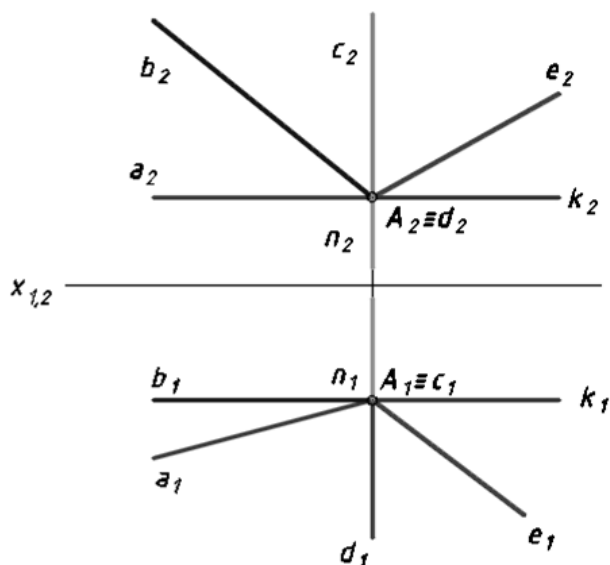
7\*. Найти положение горизонтальной оси проекций  $x_{1,2}$ . Записать координаты точки  $A$ .



$A$  ( \_ ; \_ ; \_ )

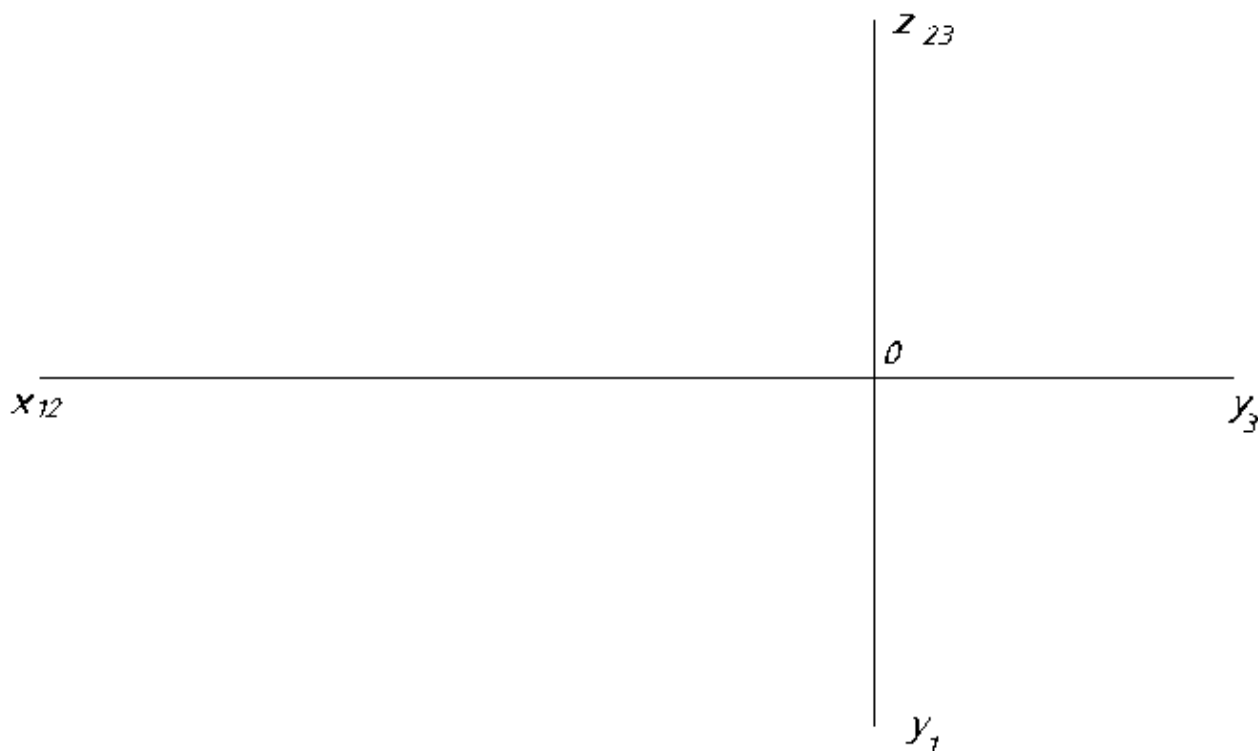
## 2 ПРЯМАЯ ЛИНИЯ. ТОЧКА НА ПРЯМОЙ. СЛЕДЫ ПРЯМОЙ

8. Из точки  $A$  выходят семь лучей:  $a, b, c, d, e, n, k$ . Указать, какое положение относительно плоскостей проекций занимает каждый из них.



| Лучи | Положение |
|------|-----------|
| $a$  |           |
| $b$  |           |
| $c$  |           |
| $d$  |           |
| $e$  |           |
| $n$  |           |
| $k$  |           |

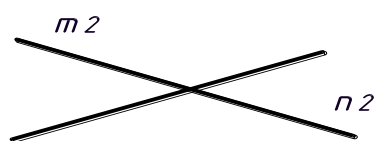
9. По координатам точек построить проекции отрезков прямых  $AB, CD, EF, KL$ . Определить их положение относительно плоскостей проекций.



|                    | $A$          | $B$ | $C$          | $D$ | $E$          | $F$ | $K$          | $L$ | $M$          | $N$ |
|--------------------|--------------|-----|--------------|-----|--------------|-----|--------------|-----|--------------|-----|
| $X$                | 90           | 70  | 100          | 100 | 60           | 35  | 25           | 5   | 60           | 60  |
| $Y$                | 40           | 15  | 20           | 20  | 35           | 35  | 20           | 20  | 15           | 40  |
| $Z$                | 30           | 30  | 40           | 10  | 15           | 15  | 20           | 40  | 10           | 35  |
| Положение отрезков | $[AB]$ $\Pi$ |     | $[CD]$ $\Pi$ |     | $[EF]$ $\Pi$ |     | $[KL]$ $\Pi$ |     | $[MN]$ $\Pi$ |     |

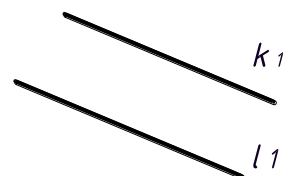
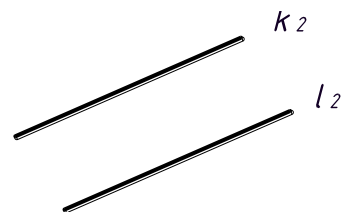
10. Определить взаимное положение прямых линий. Записать ответ.

а)



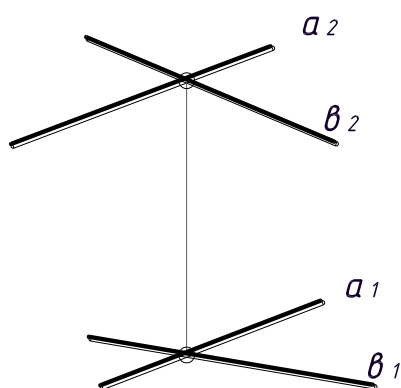
m n

б)



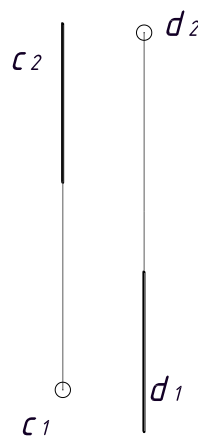
k l

в)



a b

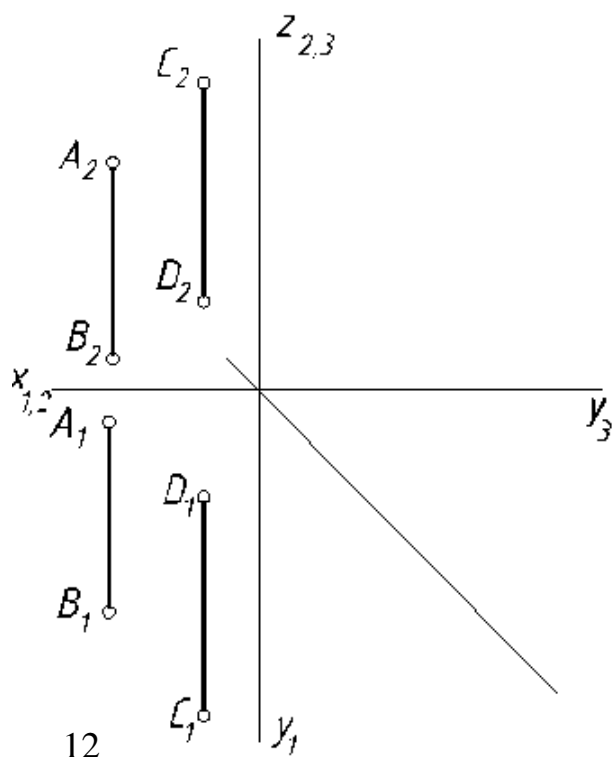
г)



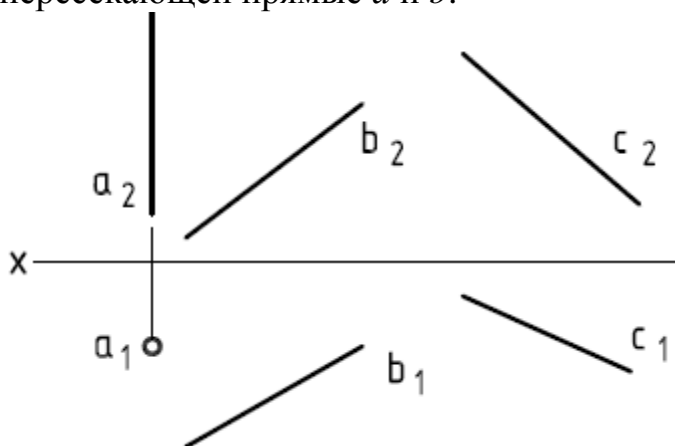
c d

11. Определить взаимное положение профильных прямых AB и CD.

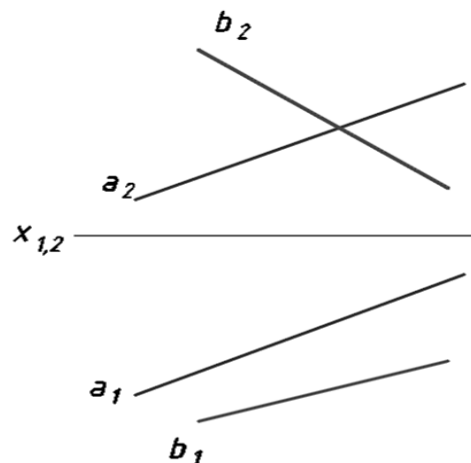
(AB) (CD)



**12.** Построить проекции прямой  $m$ , параллельной прямой  $c$  и пересекающей прямые  $a$  и  $b$ .

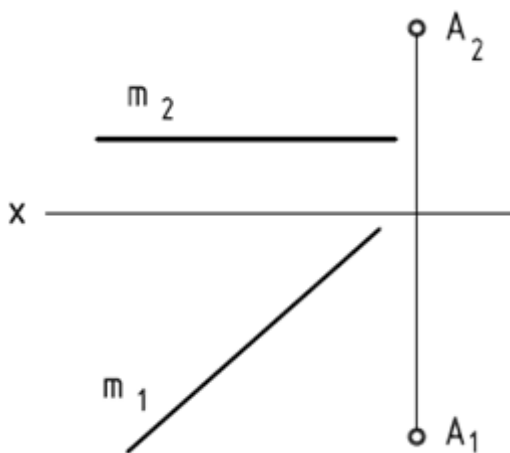


**13.** Построить проекции фронтально-проецирующей прямой  $k$ , пересекающей прямые  $a$  и  $b$ .

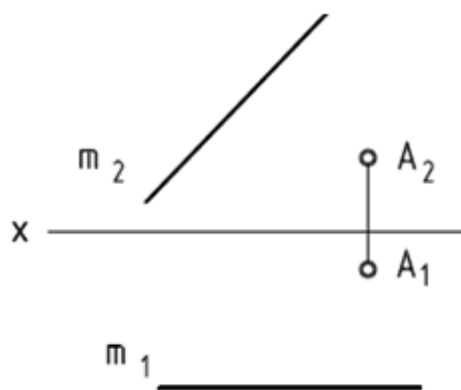


**14.** Опустить перпендикуляр из точки  $A$  на прямую  $m$ .

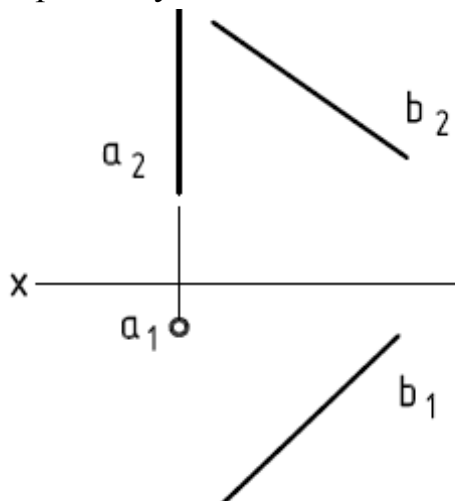
а)



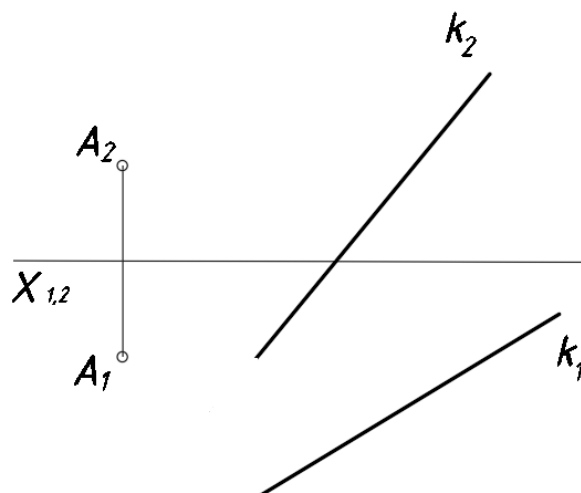
б)



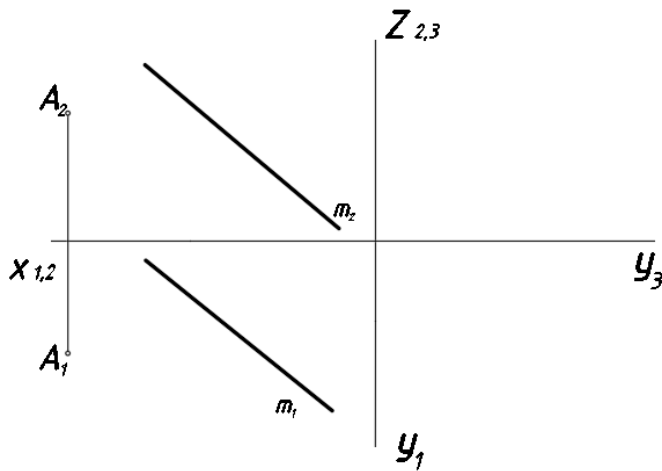
**15.** Построить проекции прямой  $m$ , пересекающей прямые  $a$  и  $b$  под прямым углом.



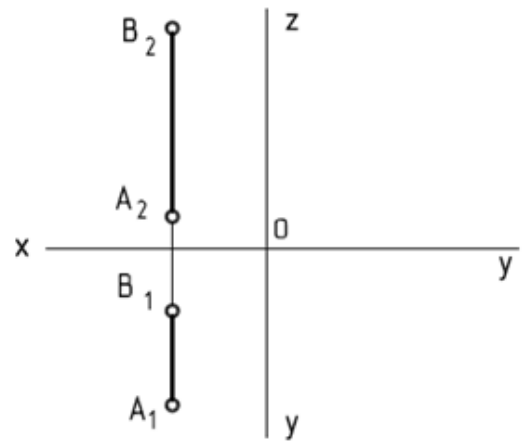
**16.** Через точку  $A$  провести прямую  $l$ , которая пересекла бы прямую  $k$  в точке  $B$ , удаленной от плоскости  $\Pi_2$  на 20 мм.



17. Через точку  $A$  провести прямую  $l$ , которая пересекла бы заданную прямую  $m$  и ось  $x$ .



18. Построить проекции точки  $C$ , принадлежащей отрезку  $AB$  и удалённой от плоскости  $\Pi_1$  на 15 мм.

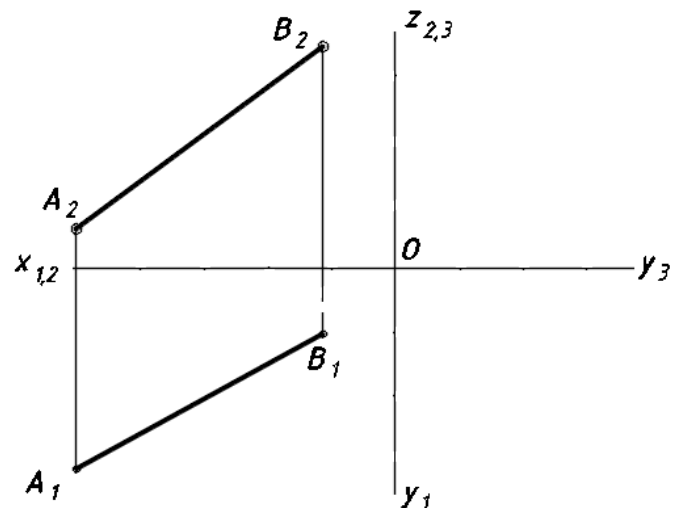


19. На прямой ( $AB$ ) найти точки:

$C$  - удалённую от плоскости  $\Pi_1$  на 25 мм;

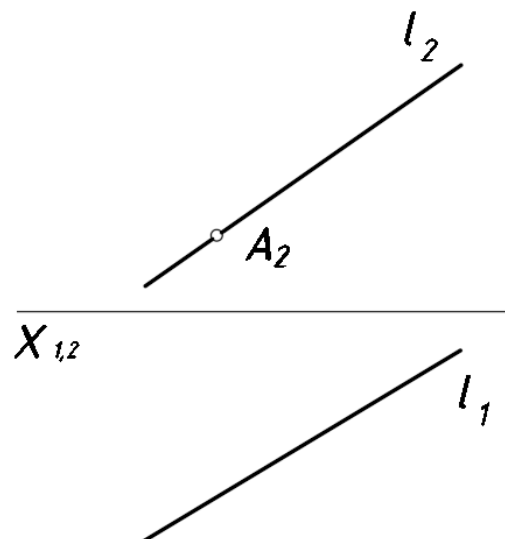
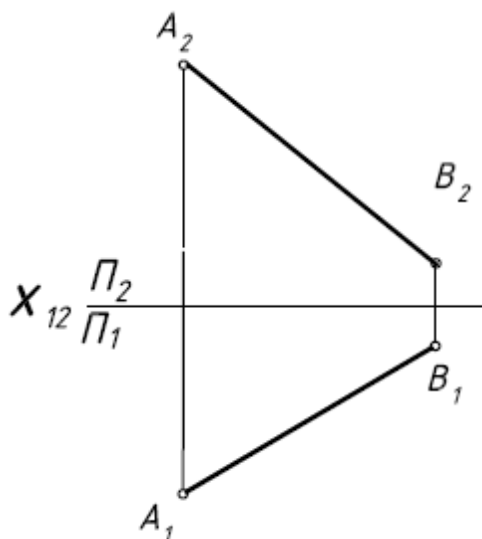
$D$  - удалённую от плоскости  $\Pi_2$  на 20 мм;

$K$  - равноудалённую от плоскостей  $\Pi_1$  и  $\Pi_2$ .



20. Определить натуральную величину отрезка  $AB$  и угол его наклона к плоскости проекций  $\Pi_1$ .

21\*. Отложить на прямой  $l$  отрезок  $AB$  длиной 35 мм. Определить угол наклона к плоскости проекций  $\Pi_2$ .

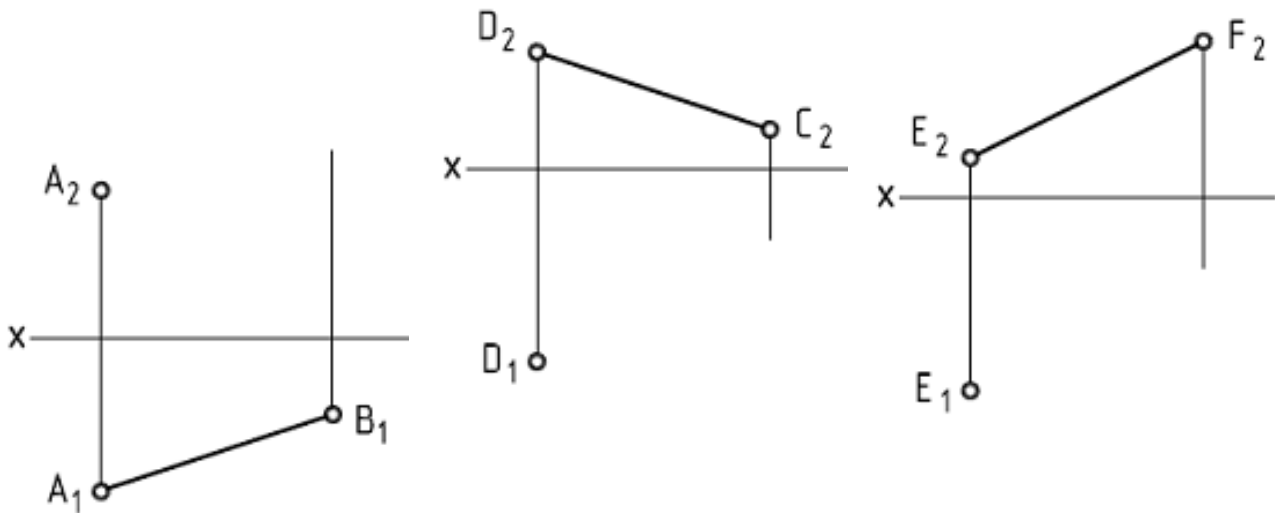


**22.** Достроить недостающие проекции отрезков:

$AB$  – наклонённого к пл.  
 $\Pi_1$  под углом  $45^\circ$

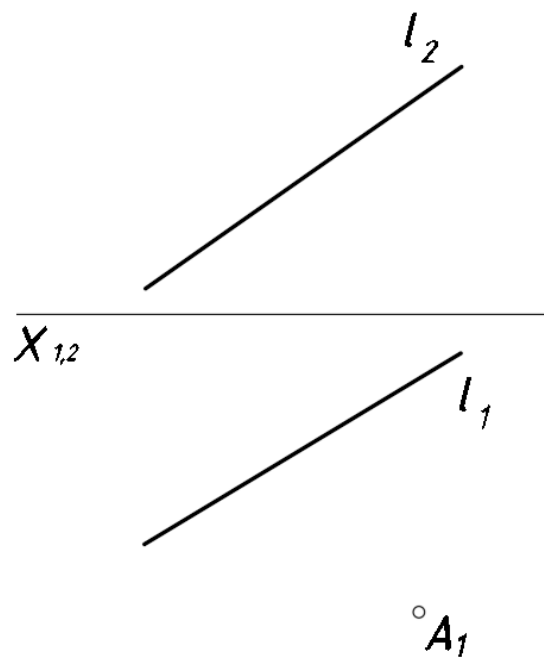
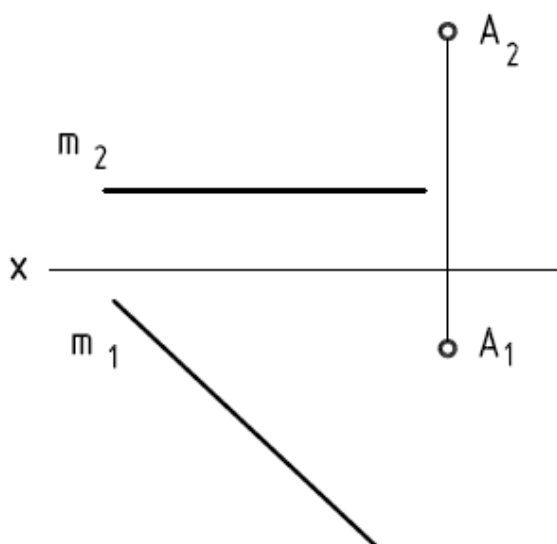
$CD$  – наклонённого к пл.  
 $\Pi_2$  под углом  $30^\circ$

$EF$ , длина которого  
равна 40 мм.

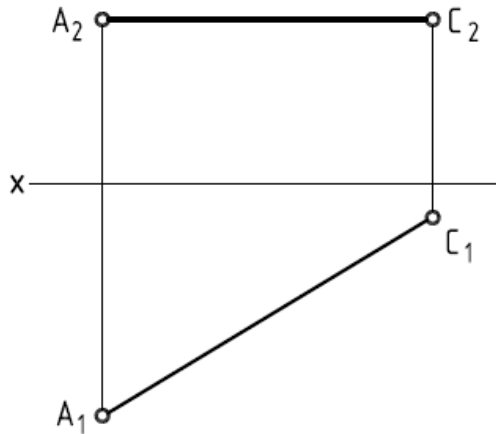


**23.** Определить расстояние от  
точки  $A$  до прямой  $m$ .

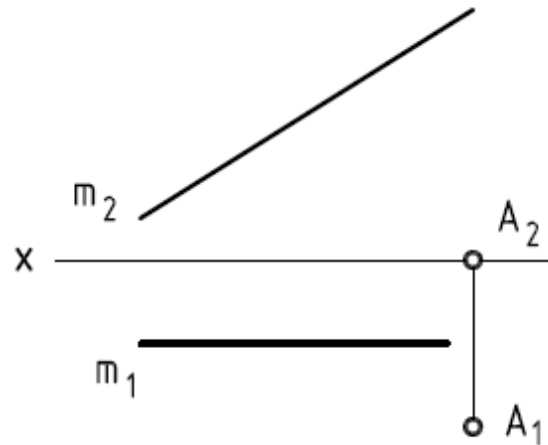
**24\*.** Построить проекции горизонтального  
отрезка  $AB$ , перпендикулярного к  
прямой  $l$ .  $B \in l$ . Определить длину отрезка  
 $AB$  и угол его наклона к плоскости  $\Pi_2$ .



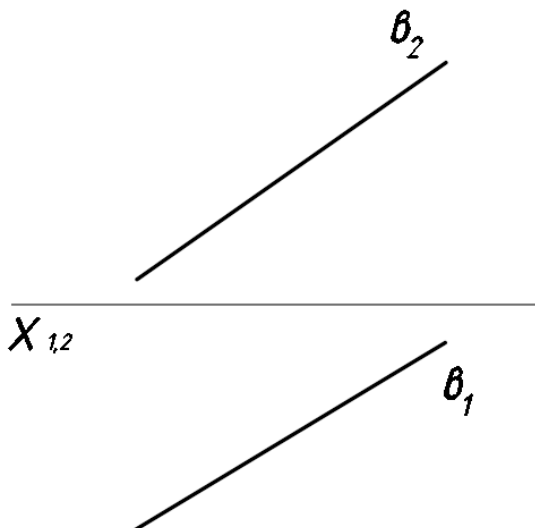
**24.** Построить проекции отрезка  $BD$ , перпендикулярного отрезку  $AC$ , если точка их пересечения делит отрезки пополам, точка  $B \in \Pi_2$ , а точка  $D$  равноудалена от плоскостей  $\Pi_1$  и  $\Pi_2$ .



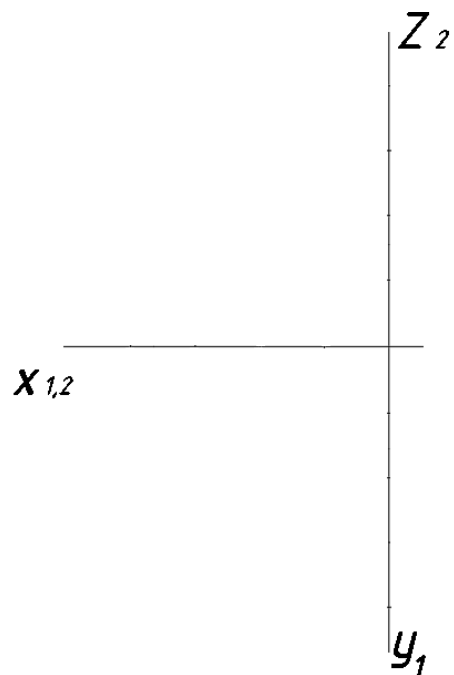
**25.** Построить равнобедренный прямоугольный треугольник  $ABC$  с катетом  $BC$  принадлежащим прямой  $m$ .



**26.** Построить следы прямой  $b$ . Определить квадранты (углы в пространстве), через которые проходит прямая.



**27.** Даны следы прямой  $b$ : горизонтальный  $H^b(40; 30; 0)$  и фронтальный  $F^b(10; 0; 35)$ . Построить проекции прямой  $b$ .

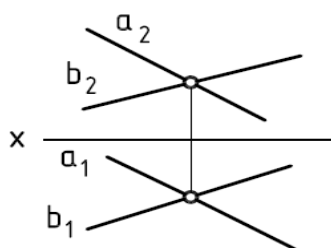




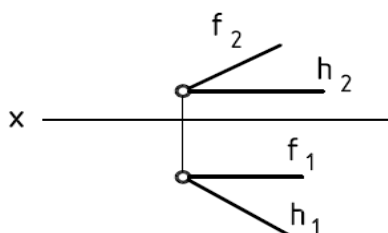
### 3 ПЛОСКОСТЬ. ПРЯМЫЕ И ТОЧКИ В ПЛОСКОСТИ.

#### ГОРИЗОНТАЛЬ И ФРОНТАЛЬ

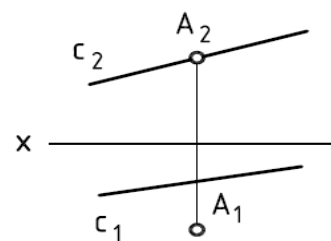
28. Определить положение заданных плоскостей относительно плоскостей проекций. Записать их определители.



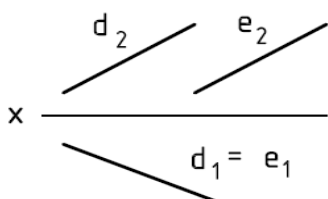
$\Sigma ( \quad ); \Sigma \_$



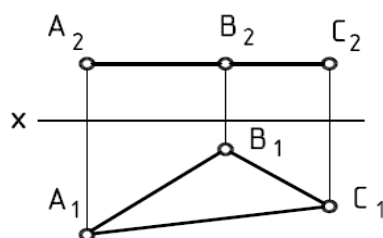
$A ( \quad ); A \_$



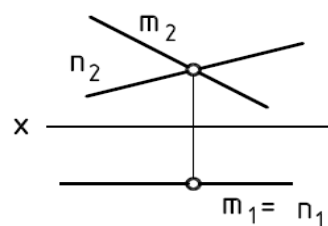
$\theta ( \quad ); \theta \_$



$\Delta ( \quad ); \Delta \_$



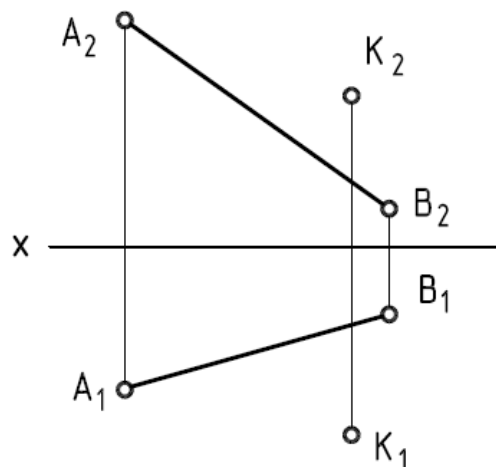
$\Gamma ( \quad ); \Gamma \_$



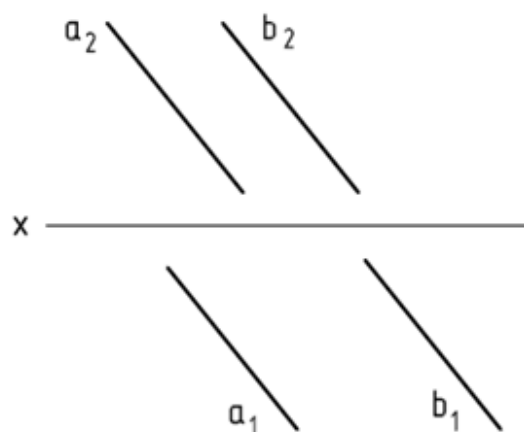
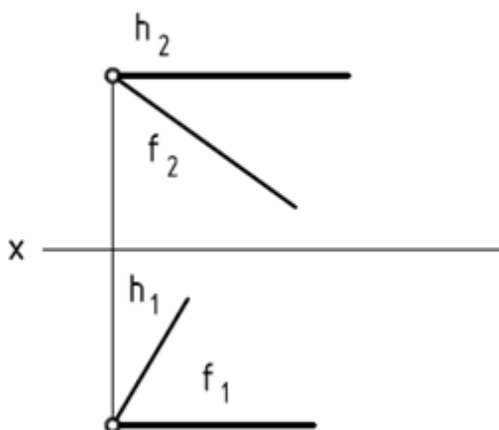
$\Phi ( \quad ); \Phi \_$

29. Через точку  $K$  провести прямую  $l$ , параллельную отрезку  $AB$  и прямую  $m$ , пересекающую отрезок  $AB$  в середине. Сколько различных плоскостей задано на чертеже? Записать определители.

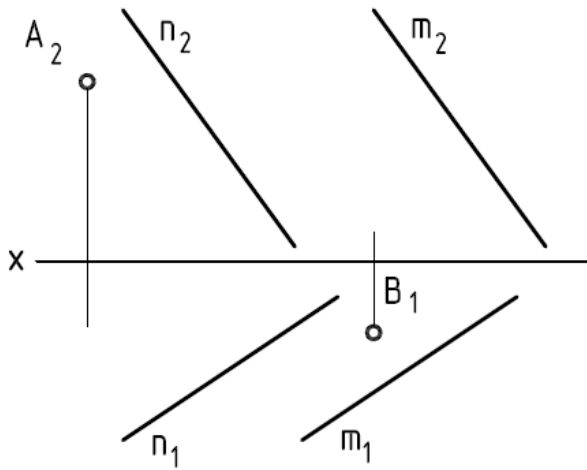
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_



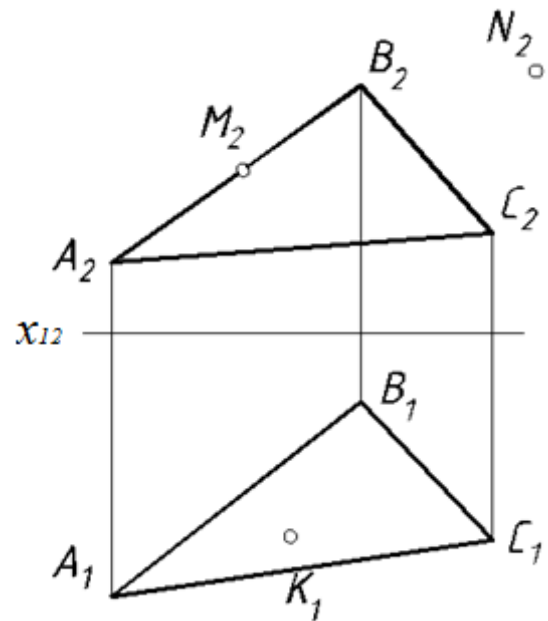
30. Построить следы плоскостей  $\Delta(h \cap f)$  и  $\Sigma(a // b)$ .



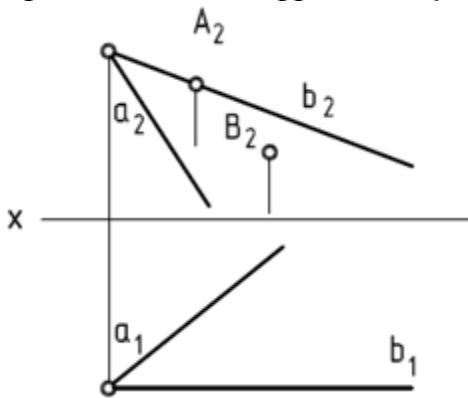
31. Построить отрезок  $AB$ , принадлежащий плоскости  $\Sigma$  ( $m // n$ ).



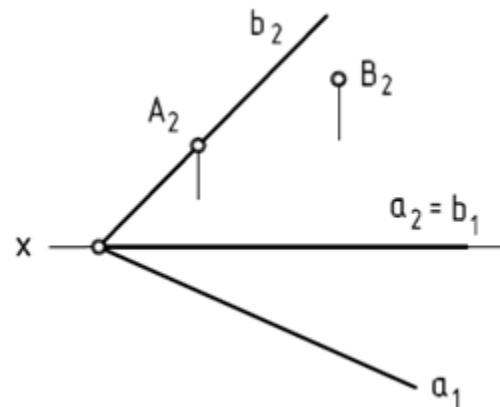
32. Построить недостающие проекции точек  $K, M, N$ , принадлежащих плоскости  $\Sigma$  ( $\Delta ABC$ ).



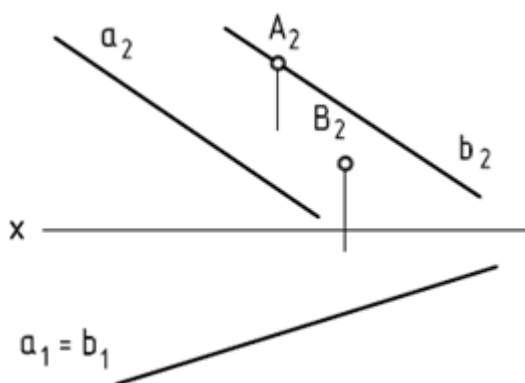
33. Определить положение плоскости  $\Sigma$ , заданной прямыми  $a$  и  $b$ , относительно плоскостей проекций. Найти недостающие проекции точек  $A$  и  $B$ , принадлежащих плоскости. Через точку  $B$  провести в плоскости  $\Sigma$  горизонталь  $h$  и фронталь  $f$ .



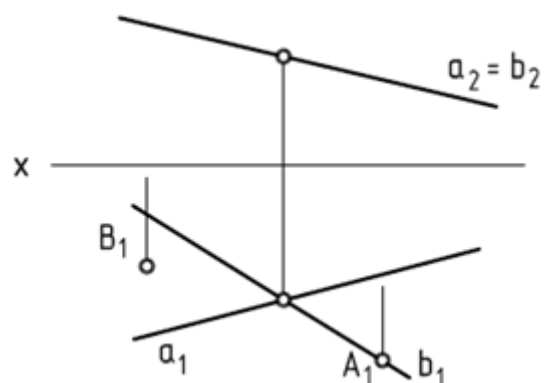
а) \_\_\_\_\_



б) \_\_\_\_\_

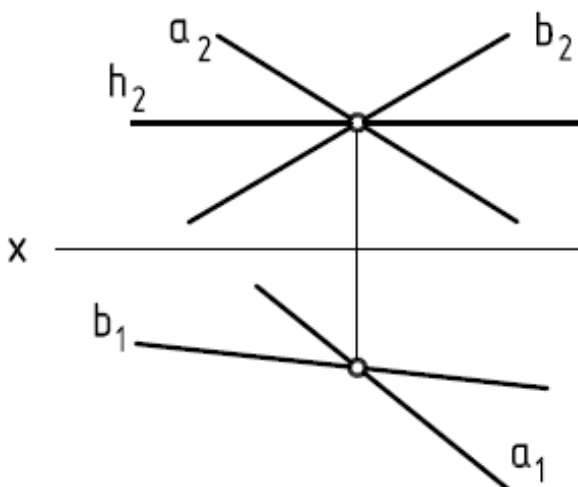


в) \_\_\_\_\_

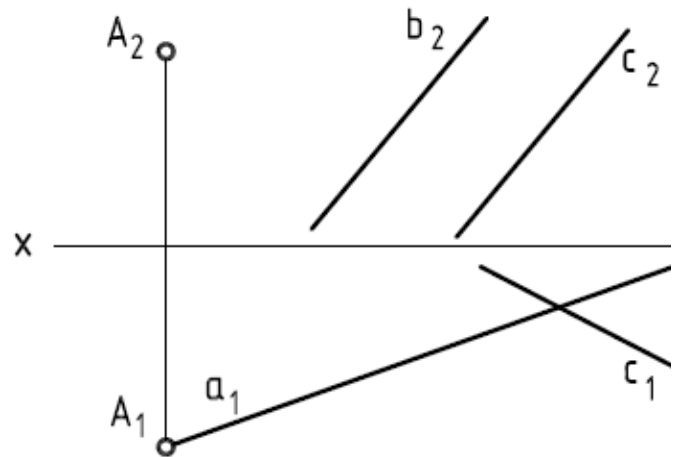


г) \_\_\_\_\_

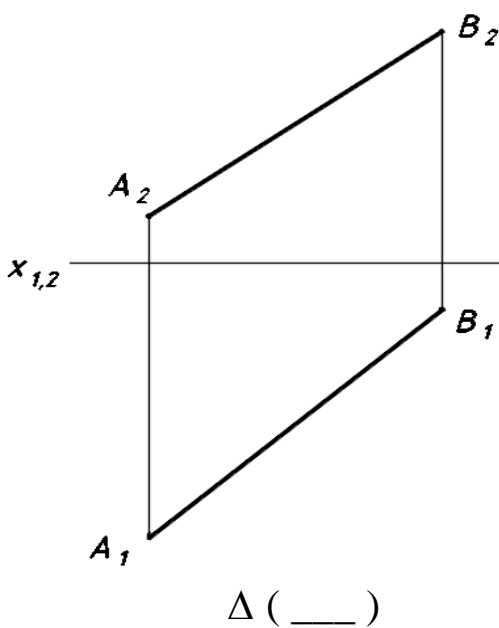
**34.** В плоскости  $\Sigma(a \cap b)$  построить недостающую проекцию горизонтали  $h$ .



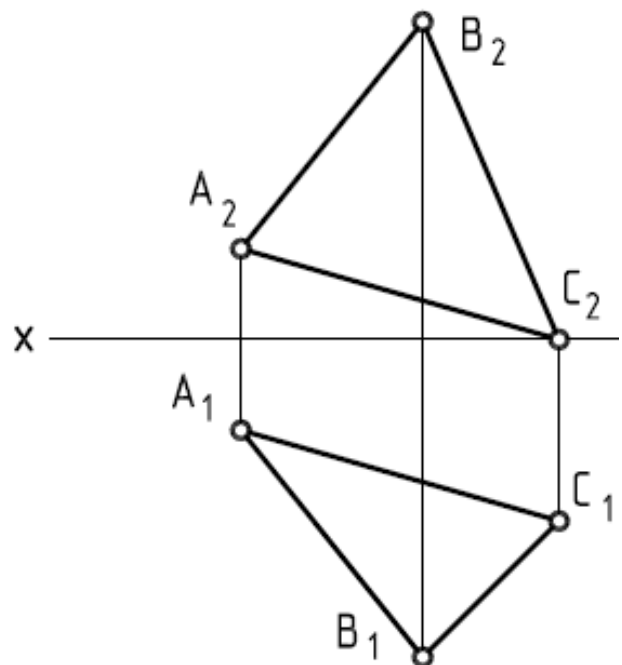
**35.** Построить недостающие проекции прямых  $a$  и  $b$ , если точка  $A$  и прямые  $a, b, c$  лежат в одной плоскости.



**36.** Провести горизонталь  $h$  плоскости  $\Delta$ , для которой прямая  $AB$  является линией ската. Записать определитель плоскости.



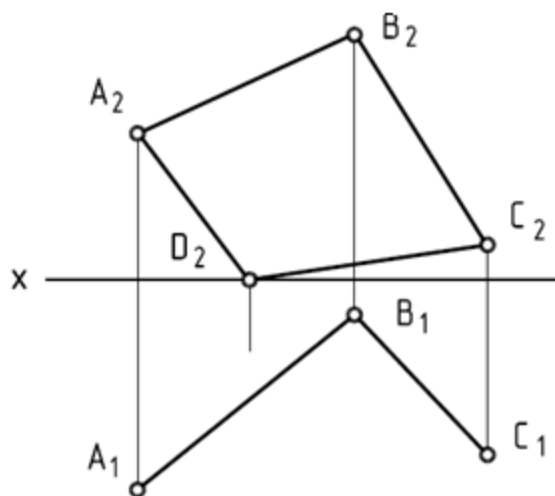
**37.** Определить угол наклона плоскости треугольника  $ABC$  к плоскости проекций  $\Pi_1$ .



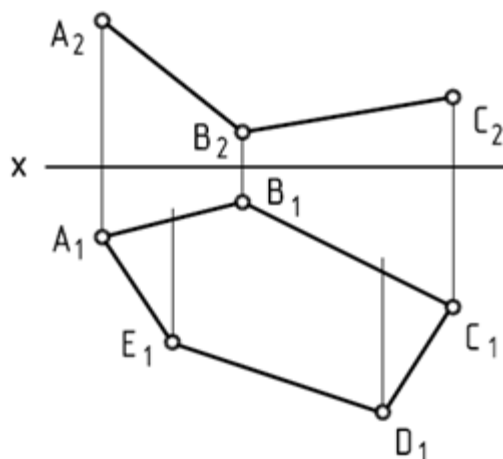
#### 4 ПОСТРОЕНИЕ ПРОЕКЦИЙ ПЛОСКИХ ФИГУР

**38.** Достроить недостающую проекцию плоского многоугольника.

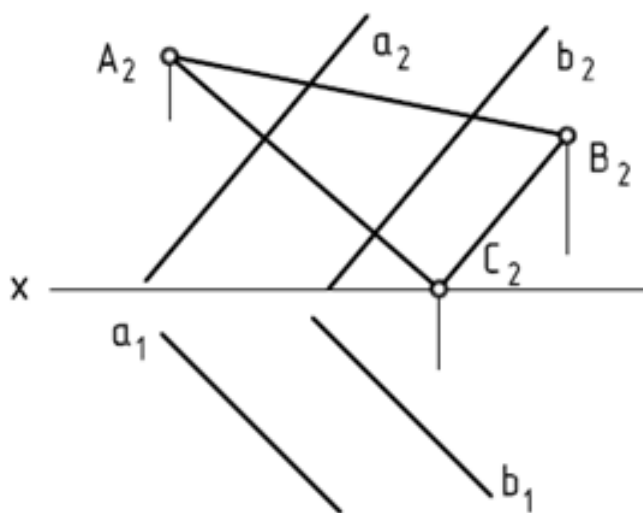
а)



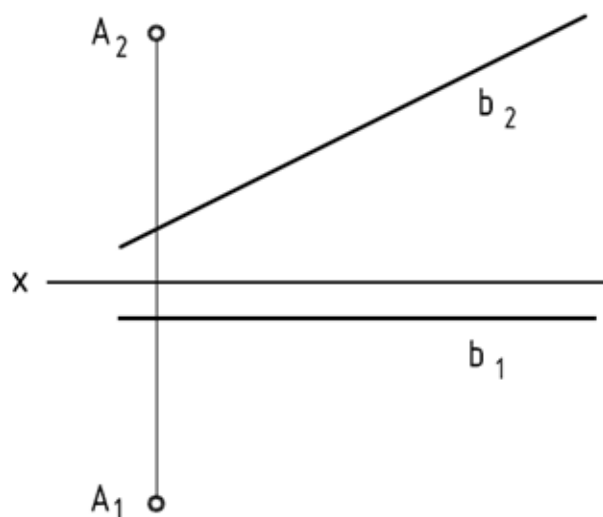
б)



**39.** Достроить недостающую проекцию треугольника  $ABC$ , принадлежащего плоскости  $\Sigma(a // b)$ .

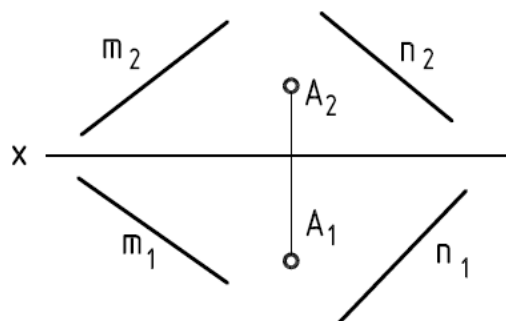


**40.** Построить проекции прямоугольного треугольника  $ABC$ , у которого катет  $BC$  принадлежит прямой  $b$ , угол  $B$  равен  $90^\circ$ , а гипотенуза  $AC$  равна  $60 \text{ мм}$ .



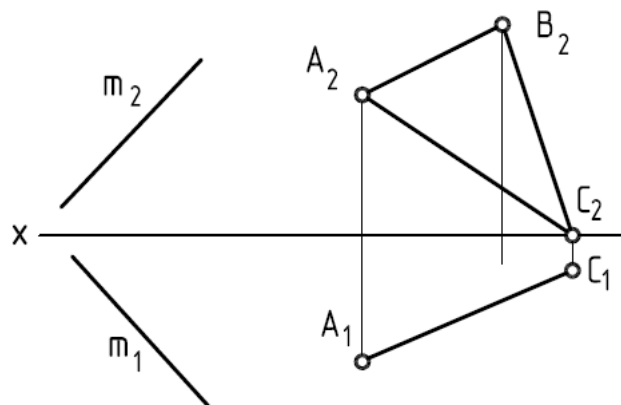
## 5 ВЗАИМНОЕ ПОЛОЖЕНИЕ ПРЯМОЙ И ПЛОСКОСТИ, ДВУХ ПЛОСКОСТЕЙ

**41.** Проверить параллельность прямой  $m$  и плоскости  $\Sigma$  ( $A, n$ ).



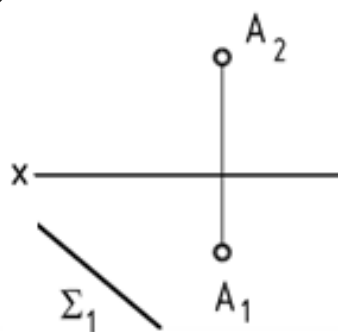
$m \parallel \Sigma$

**42.** Построить горизонтальную проекцию треугольника  $ABC$ , плоскость которого параллельна прямой  $m$ .

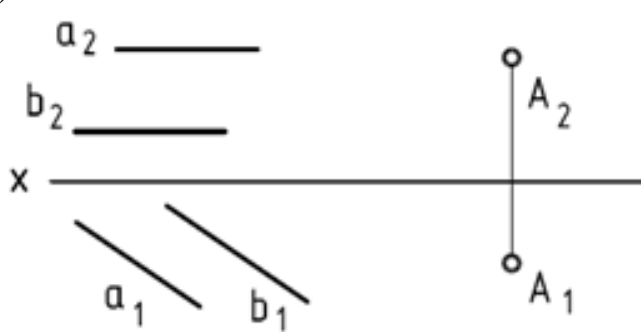


**43.** Через точку  $A$  провести плоскость  $\Delta$ , параллельную плоскости  $\Sigma$ .

а)

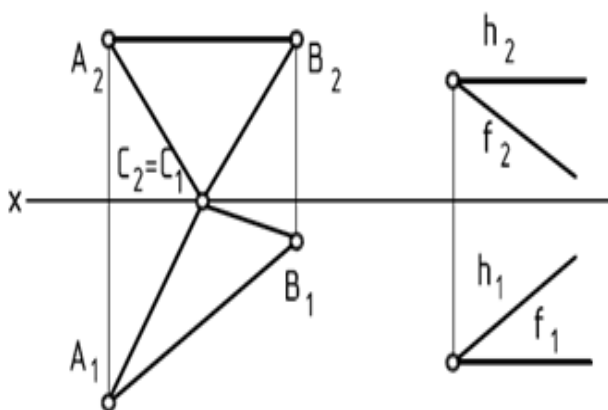


б)



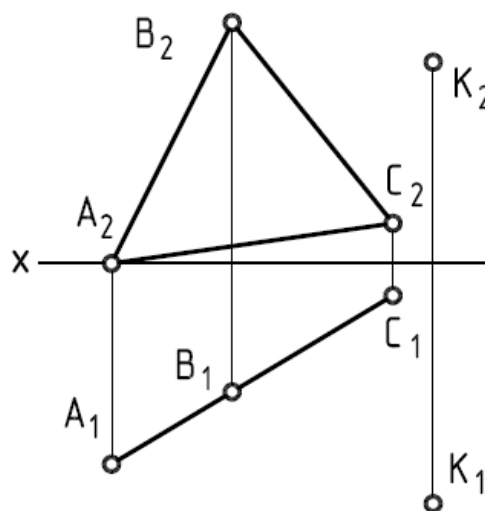
$\Delta ( \quad )$

**44.** Проверить параллельность плоскостей  $\Sigma$  ( $\Delta ABC$ ) и  $\Psi$  ( $h \cap f$ ).

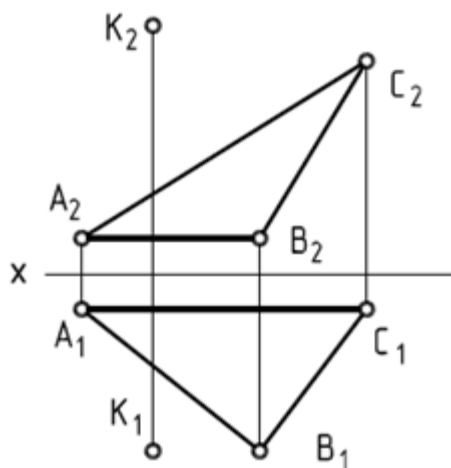


$\Sigma \parallel \Psi$

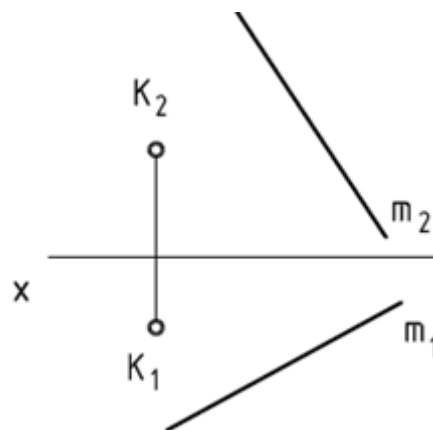
**45.** Определить расстояние от точки  $K$  до плоскости  $\Sigma(ABC)$ .



46. Через точку  $K$  провести прямую  $m$ , перпендикулярную к плоскости  $\Sigma (\triangle ABC)$ .

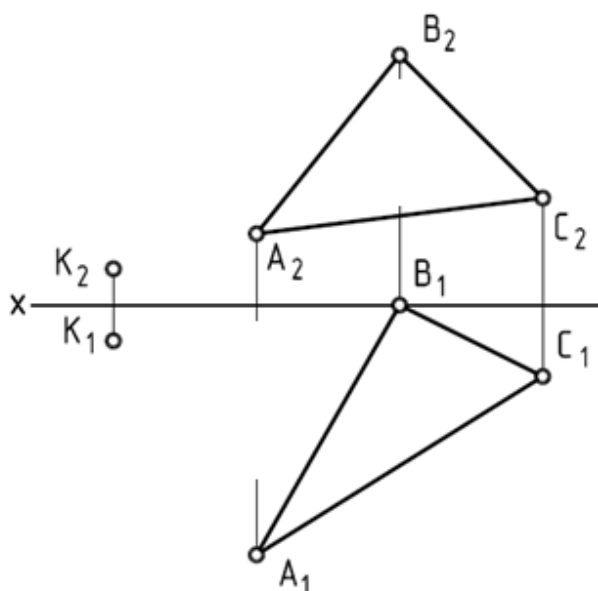


47. Через точку  $K$  провести плоскость  $\Sigma$ , перпендикулярную к прямой  $m$ . Записать определитель плоскости.



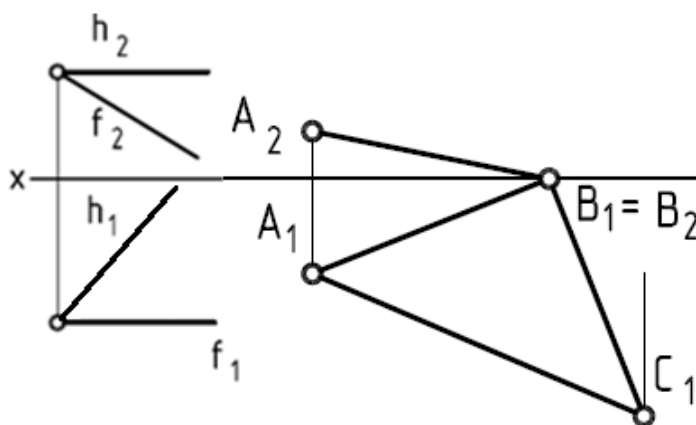
$\Sigma ( \quad )$

48. Через точку  $K$  провести плоскость  $\Psi$ , перпендикулярную к плоскости  $\Sigma (\triangle ABC)$ . Записать определитель плоскости.



$\Psi ( \quad )$

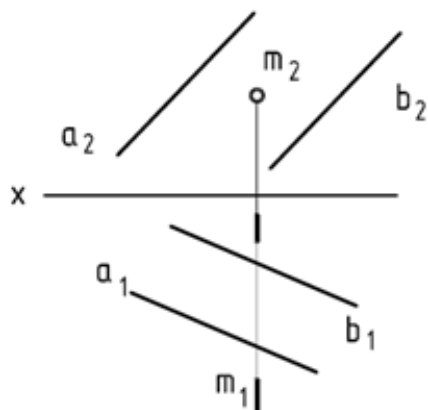
49. Достроить недостающую проекцию треугольника  $ABC$ , плоскость которого перпендикулярна к плоскости  $\Psi (h \cap f)$ .



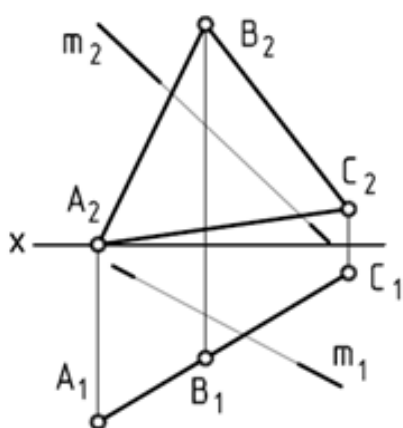
## 6 ПЕРЕСЕЧЕНИЕ ПРЯМОЙ И ПЛОСКОСТИ, ДВУХ ПЛОСКОСТЕЙ

50. Найти точку пересечения прямой  $m$  с плоскостью  $\Sigma$ . Определить видимость.

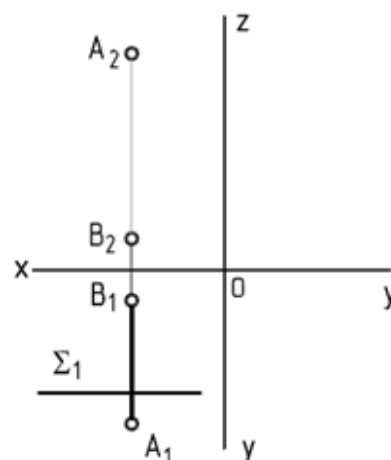
а)



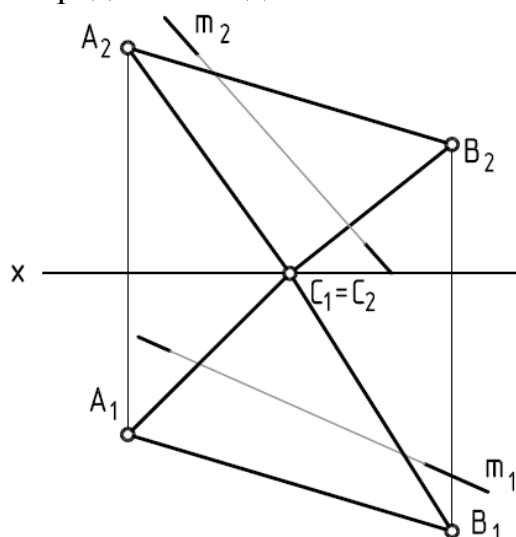
б)



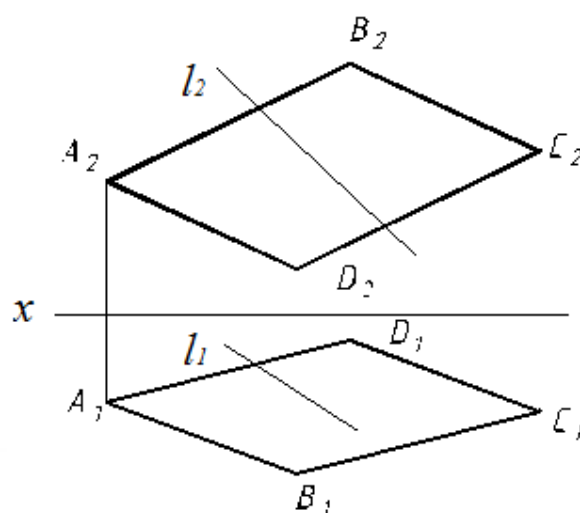
в)



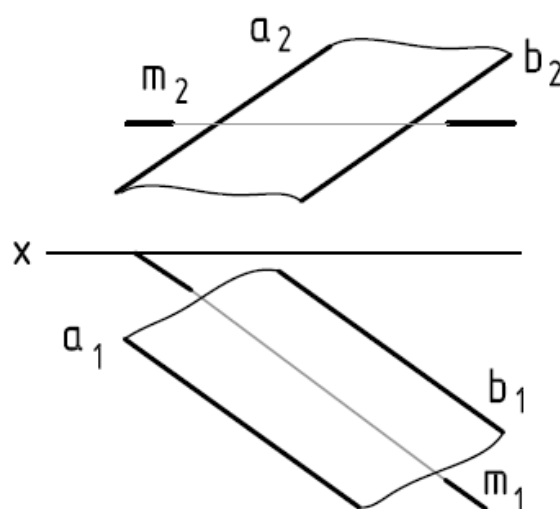
51\*. Построить точку пересечения прямой  $m$  с плоскостью  $\Sigma(ABC)$ . Определить видимость.



52. Построить точку пересечения прямой  $l$  с плоскостью  $\Psi(ABCD)$ . Определить видимость.

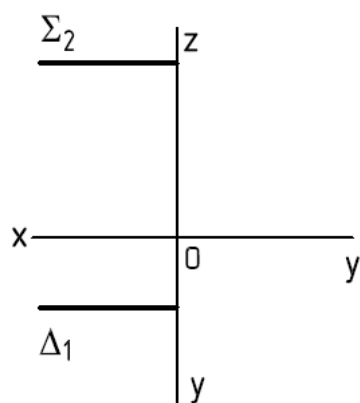


53. Найти точку пересечения прямой  $m$  с плоскостью  $\theta(a // b)$ . Определить видимость.

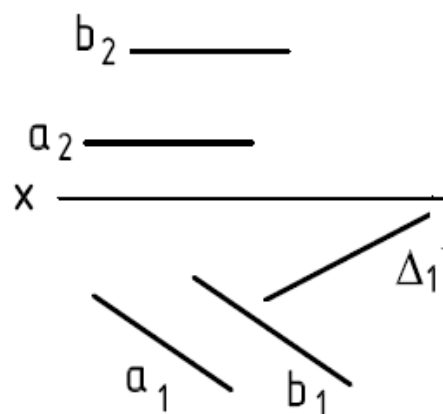


**54.** Построить линию пересечения плоскостей:

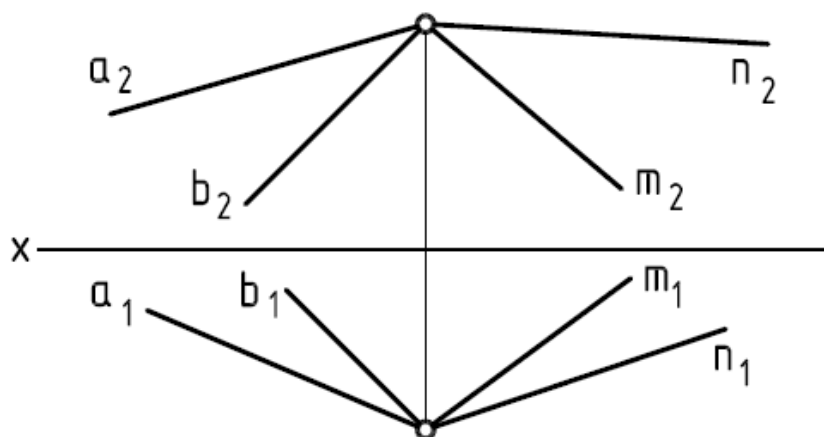
а)  $\Sigma$  и  $\Delta$



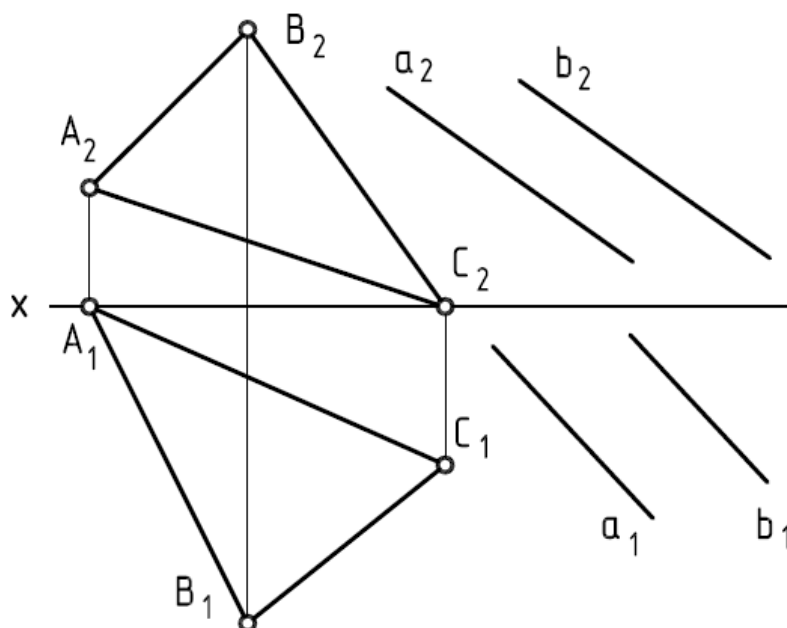
б)  $\theta(a // b)$  и  $\Delta$



**55.** Построить линию пересечения плоскостей  $\Delta(a \cap b)$  и  $\theta(m \cap n)$ .



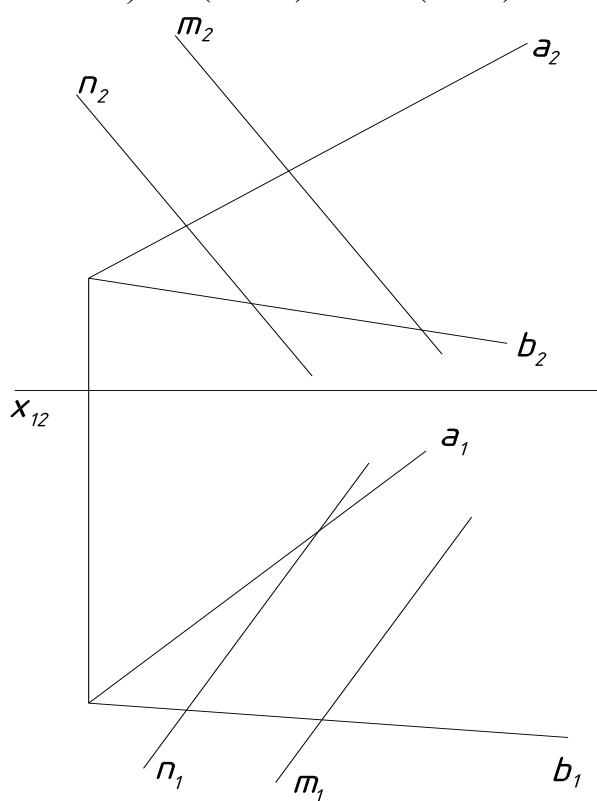
**56.** Построить линию пересечения плоскостей  $\Sigma(ABC)$  и  $\Psi(a // b)$ .



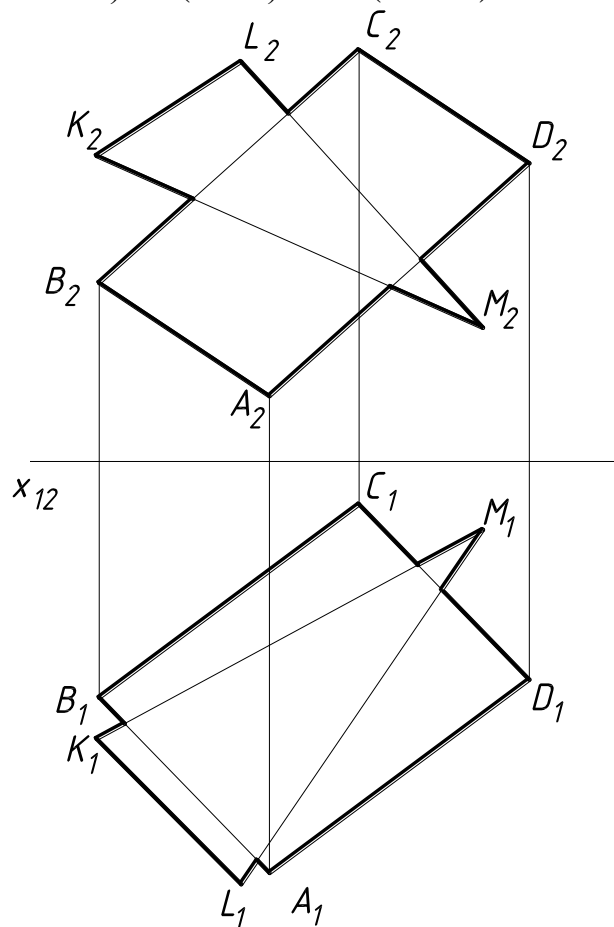


57. Построить линию пересечения плоскостей  $\Sigma(ABC)$  и  $\Psi(a//b)$ .

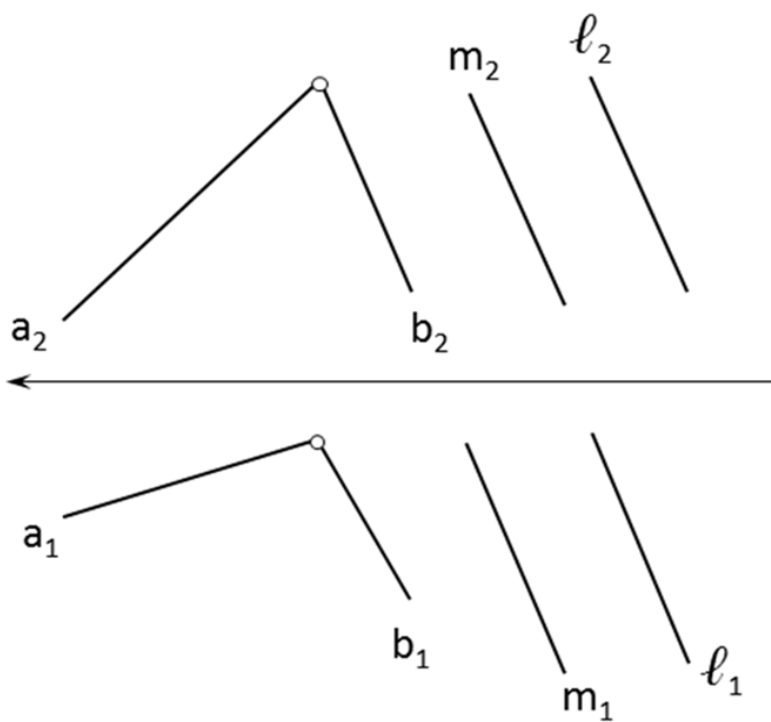
а)  $\Delta(a \cap b)$  и  $\Delta(m//n)$



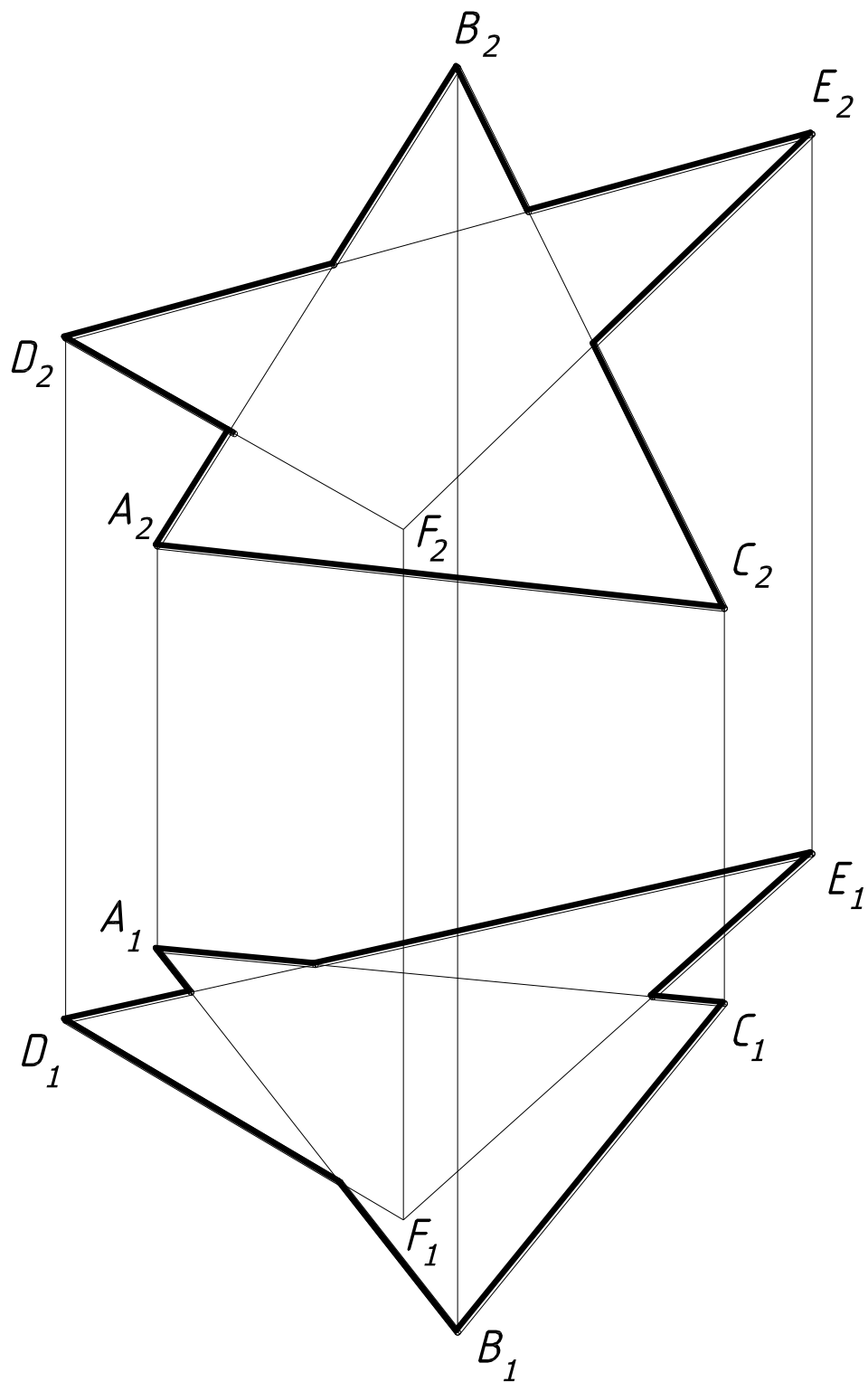
б)  $\theta(KLM)$  и  $\Sigma(ABCD)$



в)  $\Sigma(a \cap b)$  и  $\Psi(l//m)$



**58\*.** Построить линию пересечения плоскостей  $\Sigma(ABC)$  и  $\Psi(DEF)$ . Определить видимость.

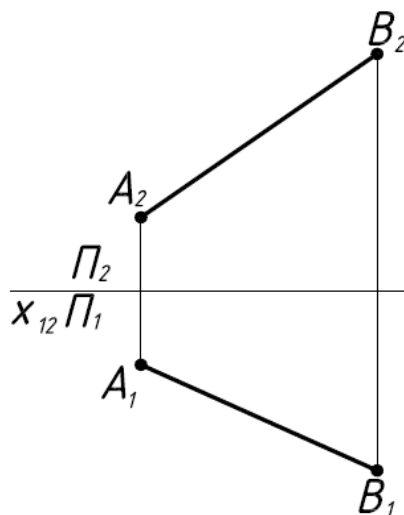
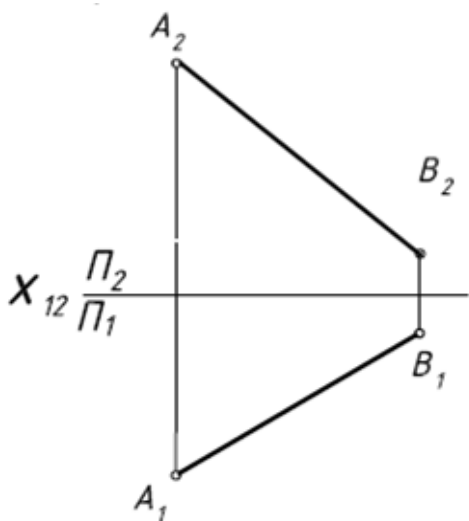


## 7 СПОСОБ ЗАМЕНЫ ПЛОСКОСТЕЙ ПРОЕКЦИЙ

**59.** Определить натуральную величину отрезка  $AB$  и углы его наклона к плоскостям проекций:

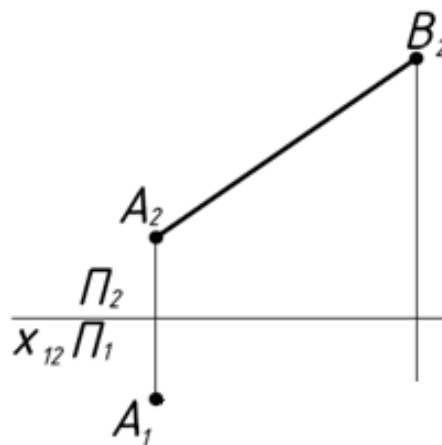
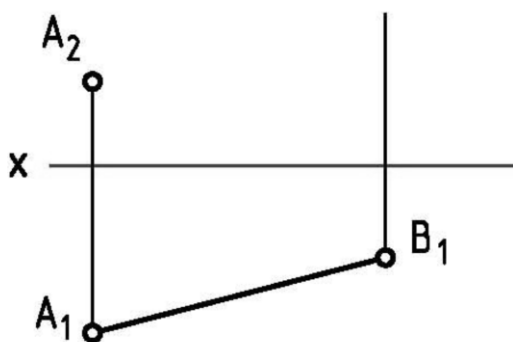
а) горизонтальной  $\Pi_1$

б) фронтальной  $\Pi_2$

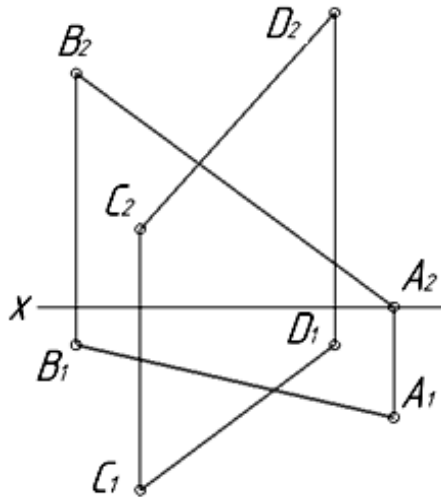


**60.** Достроить фронтальную проекцию отрезка  $AB$ , если угол его наклона к плоскости  $\Pi_1$  составляет  $30^\circ$ .

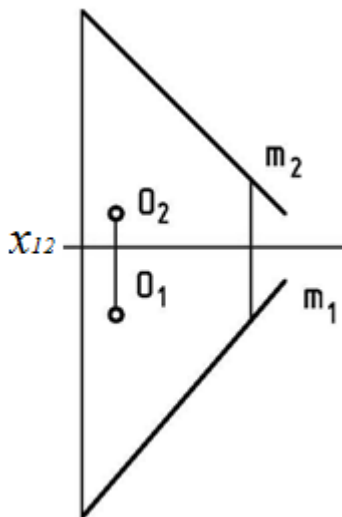
**61.** Построить горизонтальную проекцию отрезка  $AB$ , длина которого равна  $45\text{ мм}$ .



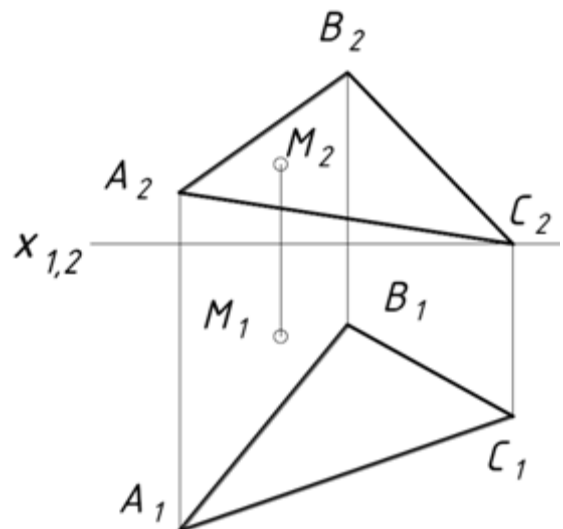
62. На прямой  $AB$  найти точки, отстоящие от прямой  $CD$  на расстоянии  $15\text{ мм}$ .



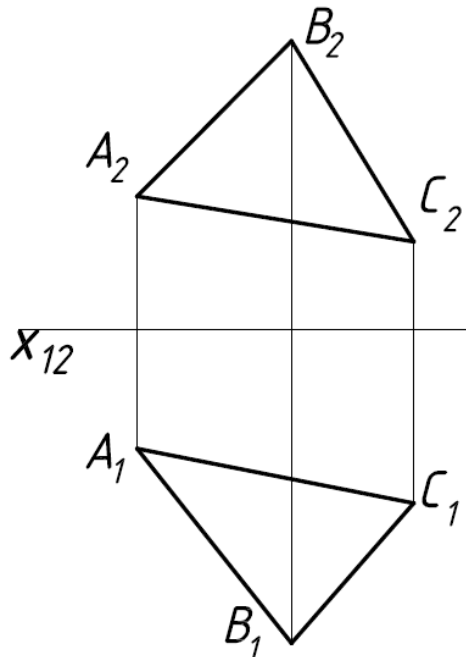
63. Определить радиус сферы, касательной к прямой  $m$ , с центром в точке  $O$ .



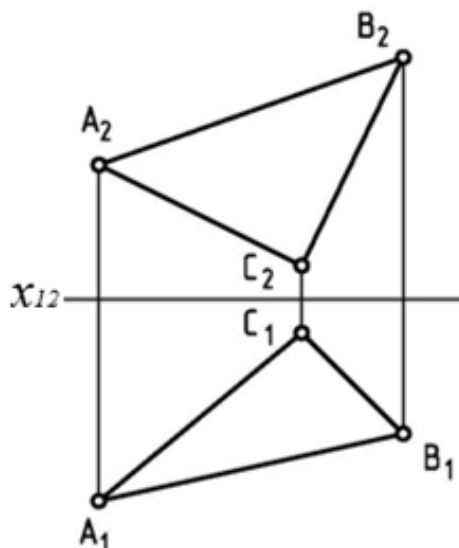
64. Построить точку  $K$ , симметричную точке  $M$  относительно плоскости  $\Sigma(ABC)$ .



**65\*.** Определить натуральную величину треугольника  $ABC$  и угол наклона его плоскости к горизонтальной плоскости проекций  $\Pi_1$ . Построить ортоцентр треугольника.



**66\*.** Определить натуральную величину треугольника  $ABC$  и угол наклона его плоскости к фронтальной плоскости проекций  $\Pi_2$ . Построить центр описанной вокруг треугольника окружности.

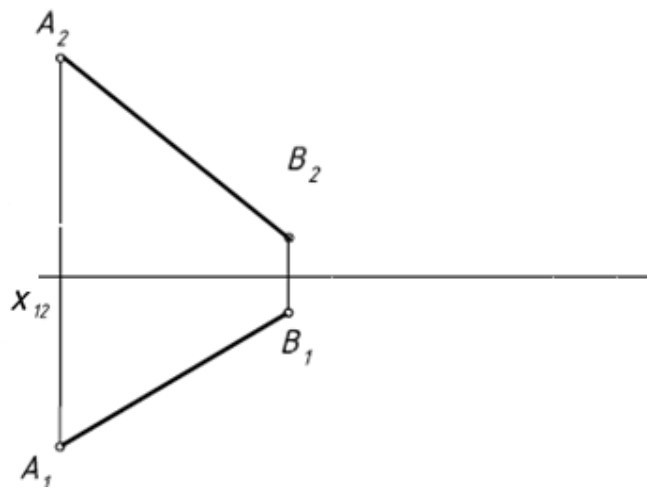
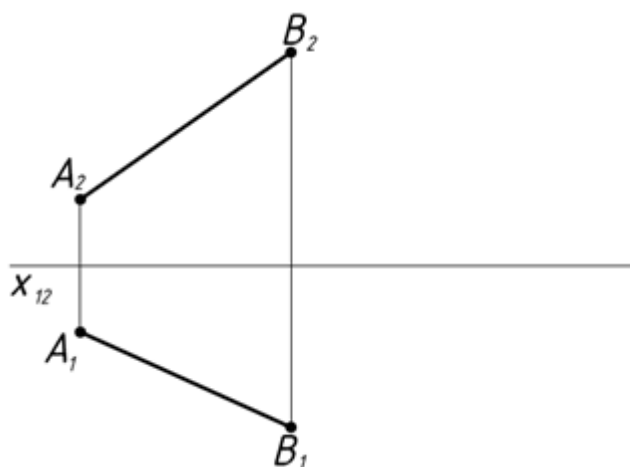


## 8 СПОСОБ ПЛОСКОПАРАЛЛЕЛЬНОГО ПЕРЕНОСА

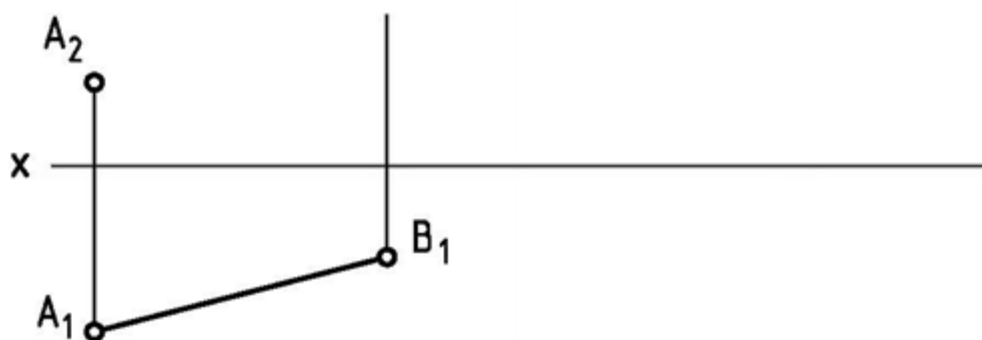
**67.** Определить натуральную величину отрезка  $AB$  и угол его наклона к плоскостям проекций:

а) горизонтальной  $\Pi_1$

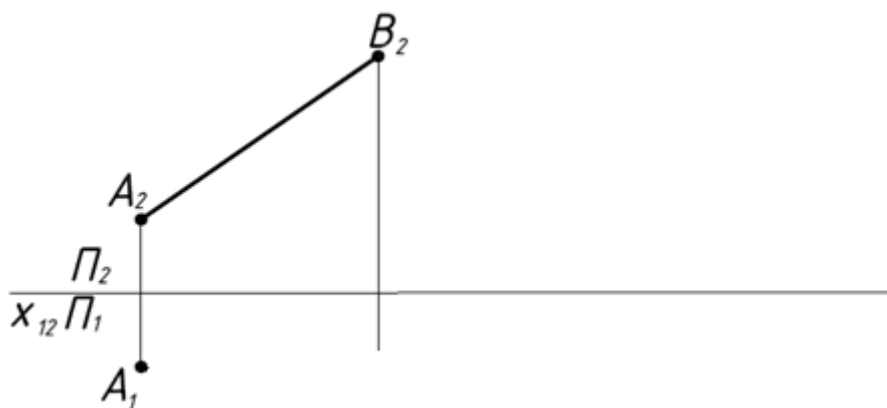
б) фронтальной  $\Pi_2$



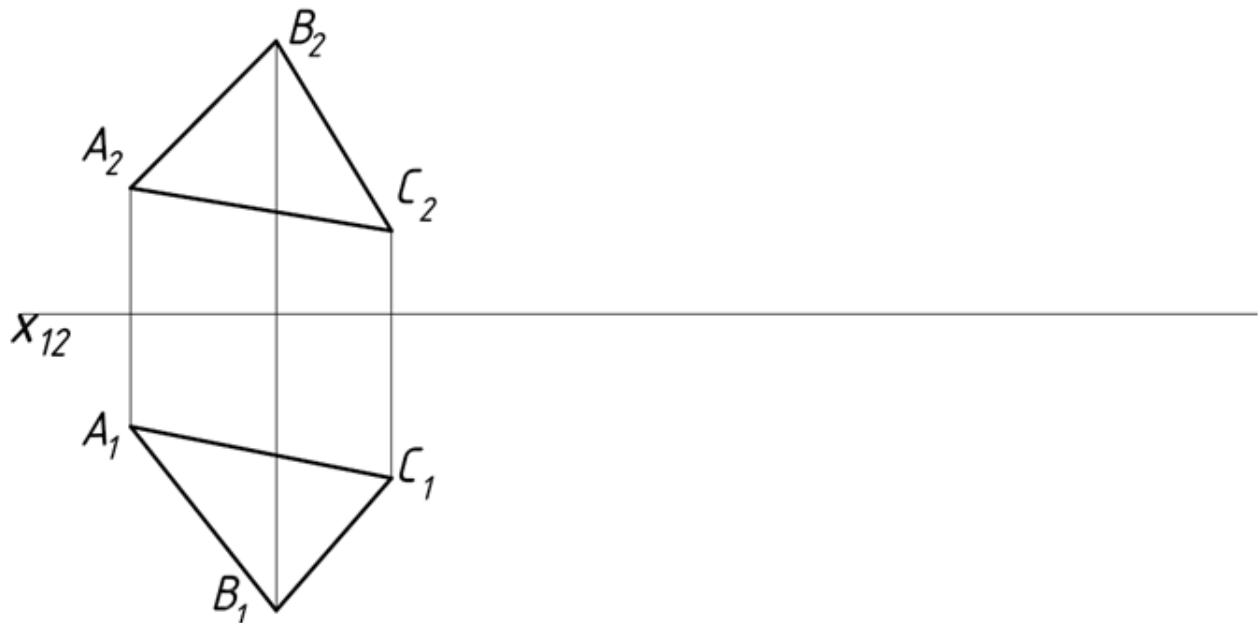
**68.** Достроить фронтальную проекцию отрезка  $AB$ , если угол его наклона к горизонтальной плоскости проекций  $\Pi_1$  составляет  $30^\circ$ .



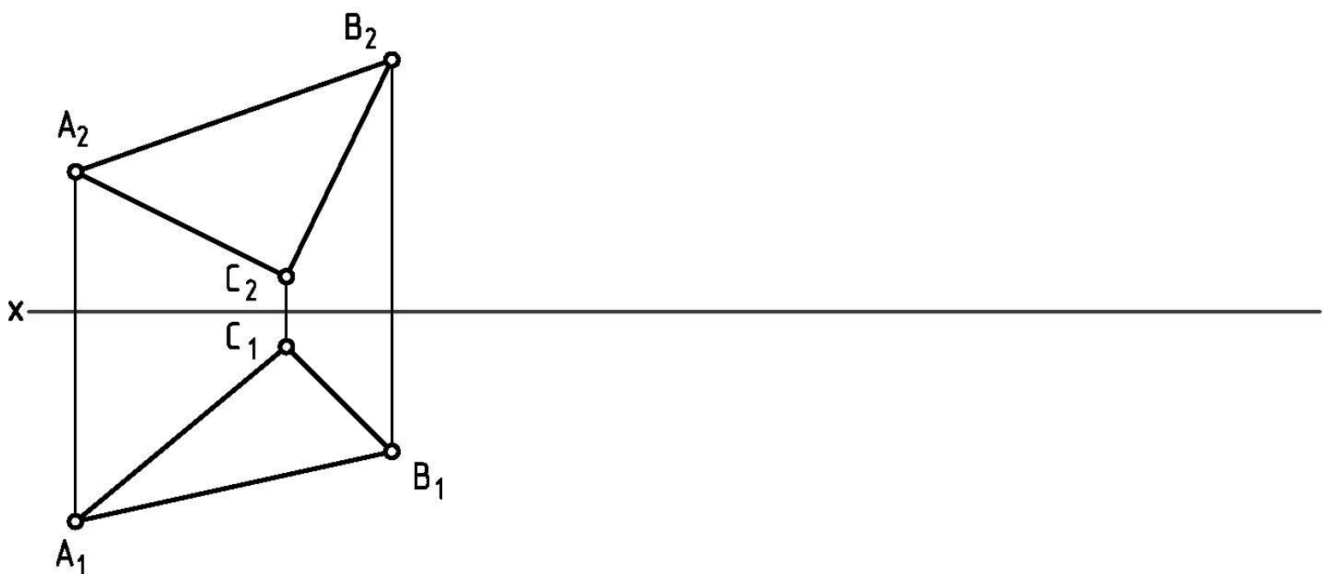
**69.** Построить горизонтальную проекцию отрезка  $AB$ , длина которого равна  $40\text{ мм}$ .



**70.** Определить натуральную величину треугольника  $ABC$  и угол наклона его плоскости к горизонтальной плоскости проекций  $\Pi_1$ .



**71.** Определить натуральную величину треугольника  $ABC$  и угол наклона его плоскости к фронтальной плоскости проекций  $\Pi_2$ .

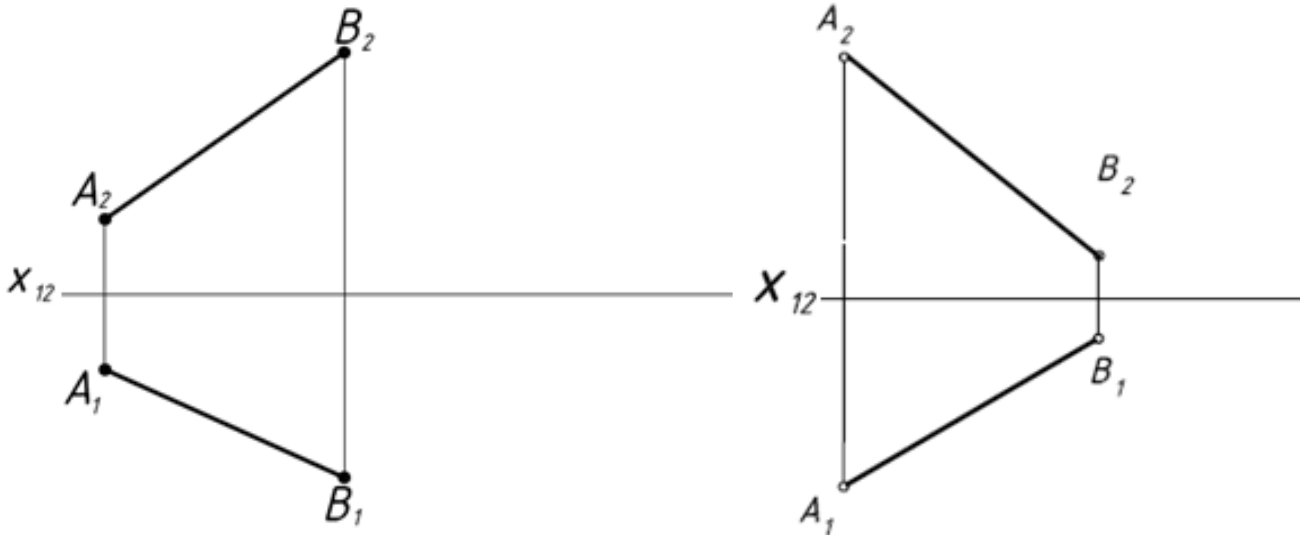


## 9 СПОСОБ ВРАЩЕНИЯ ВОКРУГ ПРОЕЦИРУЮЩЕЙ ОСИ

**72.** Определить натуральную величину отрезка  $AB$  и угол его наклона к плоскостям проекций: (вращением вокруг прямой  $i$ ):

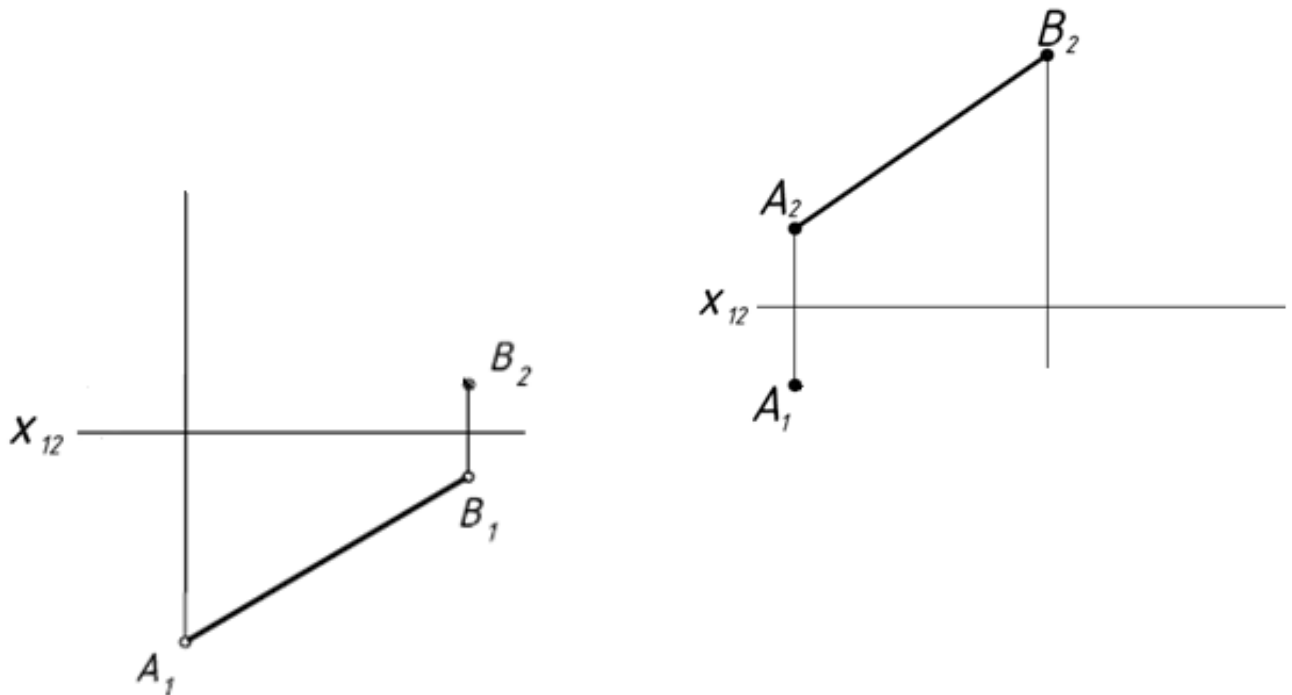
а) горизонтальной  $\Pi_1$ , ( $B \in i$ )

б) фронтальной  $\Pi_2$ , ( $A \in i$ )



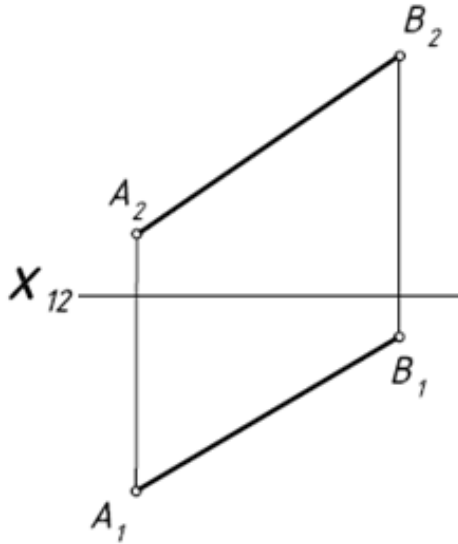
**73.** Достроить фронтальную проекцию отрезка  $AB$ , если угол его наклона к плоскости  $\Pi_1$  составляет  $45^\circ$ .

**74.** Построить горизонтальную проекцию отрезка  $AB$ , длина которого равна  $60$  мм.

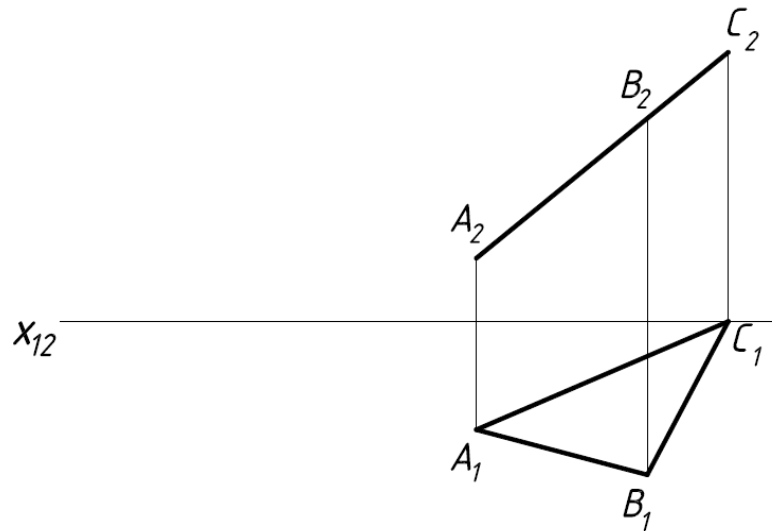




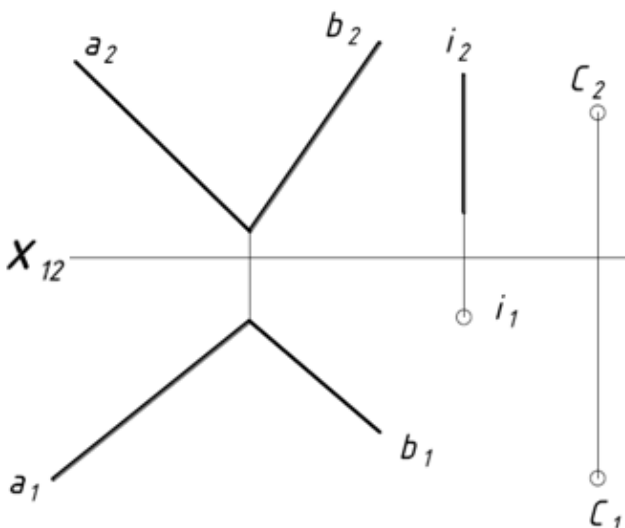
**75.** Около оси  $i \perp \Pi_1$  повернуть прямую  $AB$  так, чтобы её проекции были симметричны относительно оси проекций  $x$ . Построить проекции оси  $i$ .



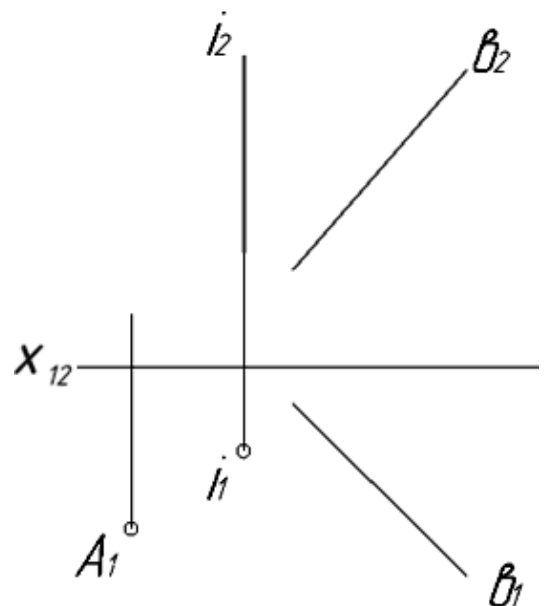
**76.** Определить натуральную величину треугольника  $ABC$  и угол наклона его к горизонтальной плоскости проекций  $\Pi_1$ .



**77.** Точку  $C$  вращением вокруг заданной прямой  $i$  совместить с плоскостью  $\Sigma (a \cap b)$ .

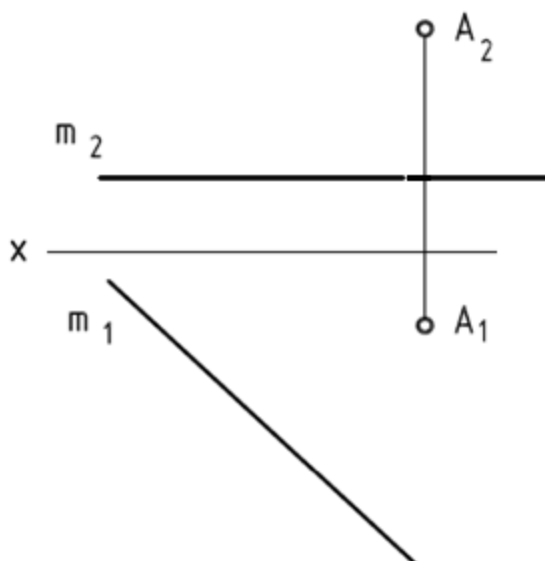


**78.** Определить фронтальную проекцию точки  $A$ , зная, что при вращении около оси  $i$  точка окажется на прямой  $b$ .

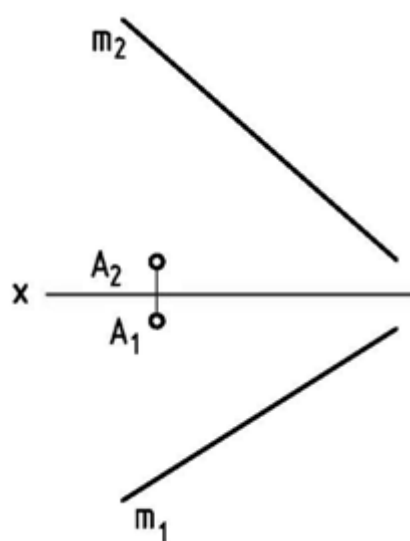


## 10 СПОСОБ ВРАЩЕНИЯ ВОКРУГ ЛИНИИ УРОВНЯ

**79.** Определить расстояние от точки  $A$  до прямой  $m$ .



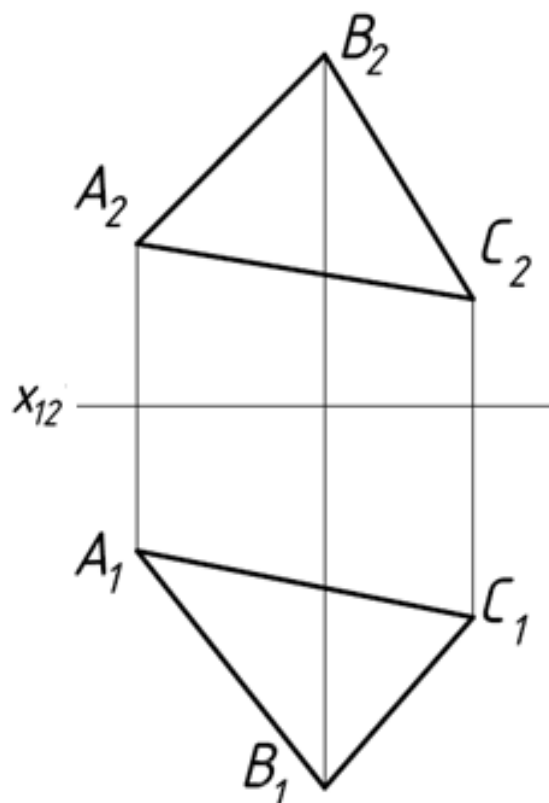
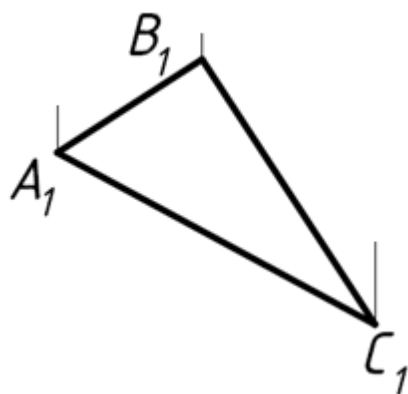
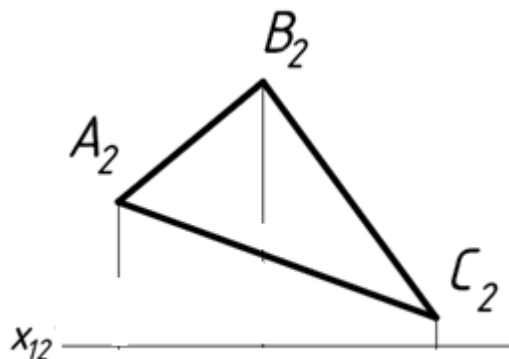
**80.** На прямой  $m$  построить точки, удалённые от точки  $A$  на 25 мм.



**81.** Определить натуральную величину треугольника  $ABC$  и углы наклона его к плоскостям проекций вращением вокруг:

а) горизонтали, угол наклона к  $\Pi_1$

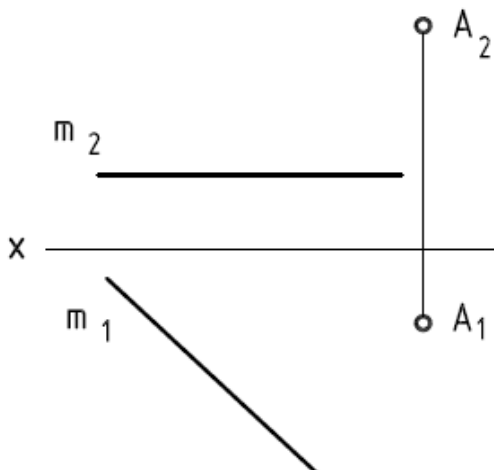
б) фронтали, угол наклона к  $\Pi_2$



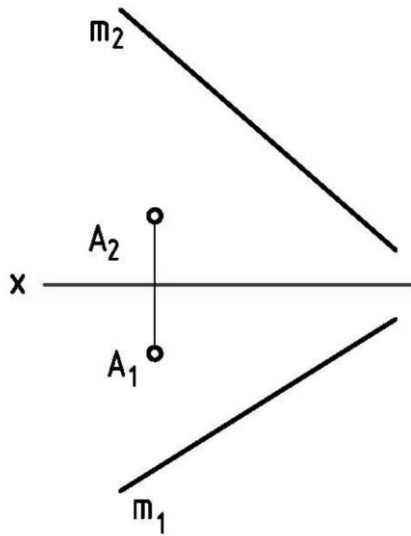
## 11 ОПРЕДЕЛЕНИЕ РАССТОЯНИЙ

**82.** Определить расстояние от точки  $A$  до прямой  $m$ .

а)

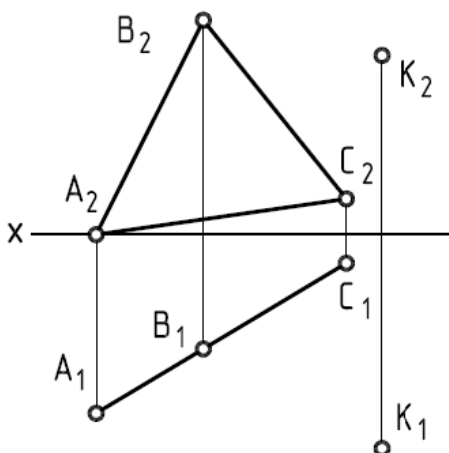


б)

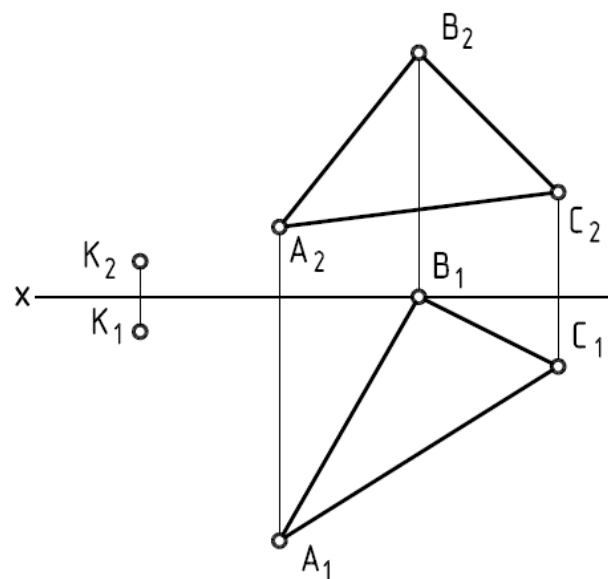


**83.** Определить расстояние от точки  $K$  до плоскости  $\Sigma (ABC)$ :

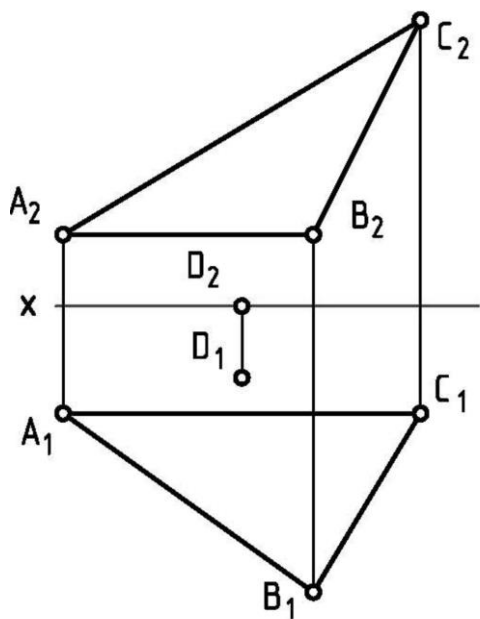
а)



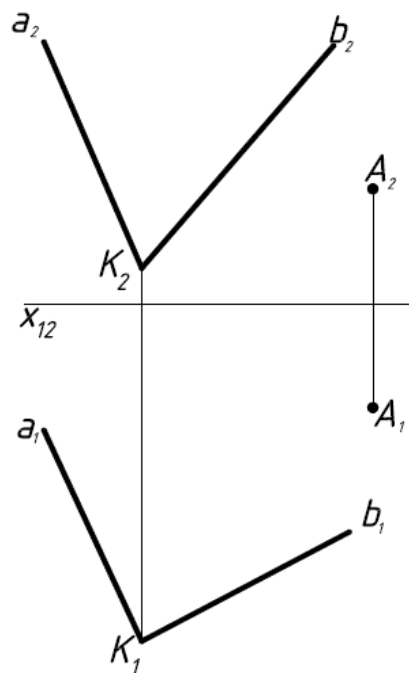
б)



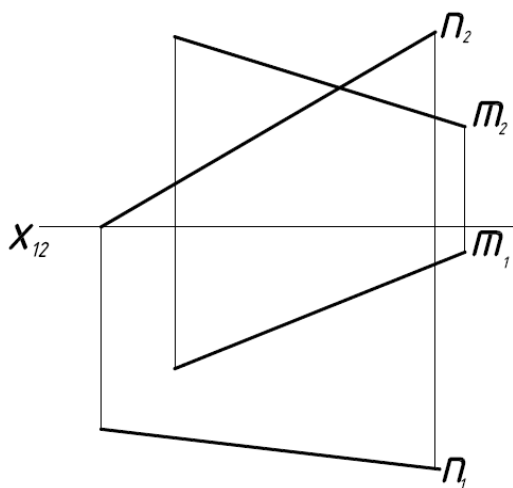
**84.** Определить расстояние от точки  $D$  до плоскости треугольника  $ABC$ .



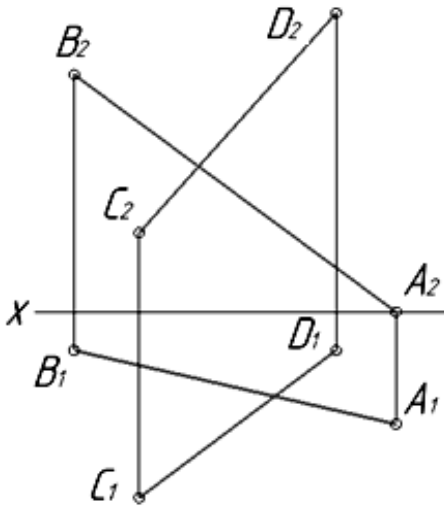
**85.** Определить натуральную величину расстояния от точки  $A$  до плоскости  $\Sigma(a \cap b)$ .



**86.** Определить кратчайшее расстояние между скрещивающимися прямыми  $m$  и  $n$ .

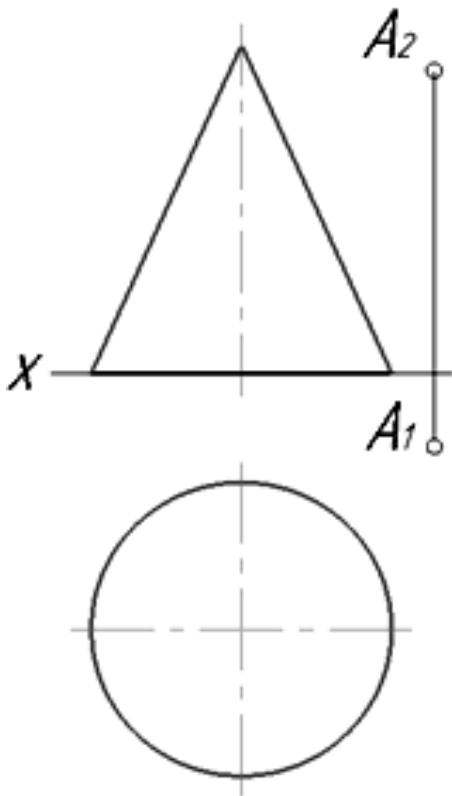


87. На прямой  $AB$  найти точки, отстоящие от прямой  $CD$  на расстоянии 20 мм.

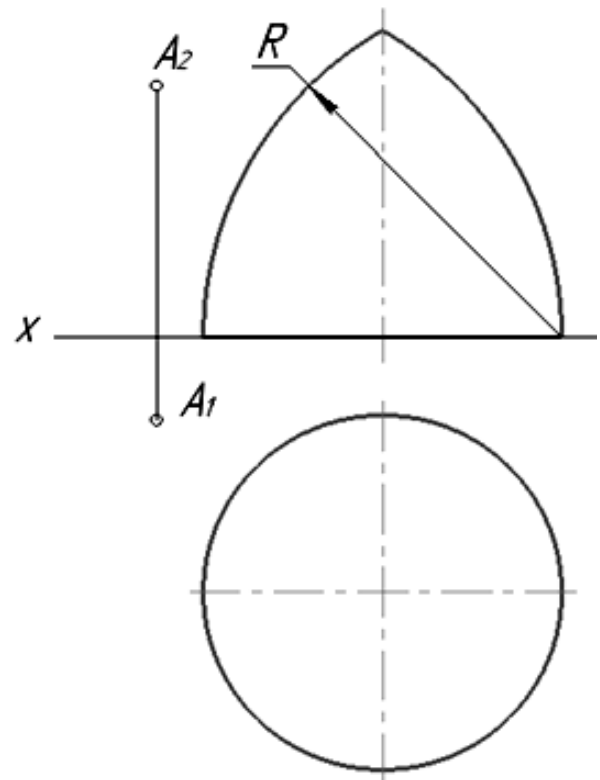


88. Определить кратчайшее расстояние от точки  $A$  до поверхности вращения.

а)



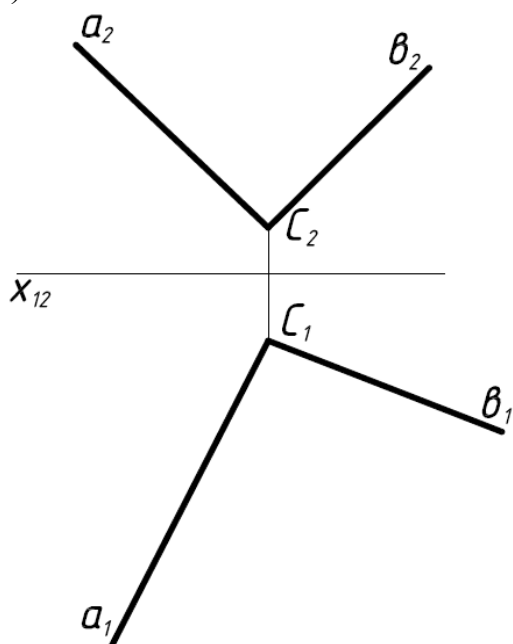
б)



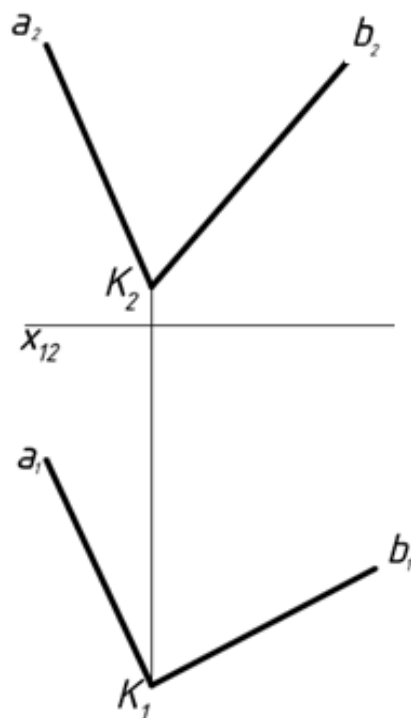
## 12 ОПРЕДЕЛЕНИЕ УГЛОВ

89. Определить натуральную величину угла между прямыми  $a$  и  $b$ :

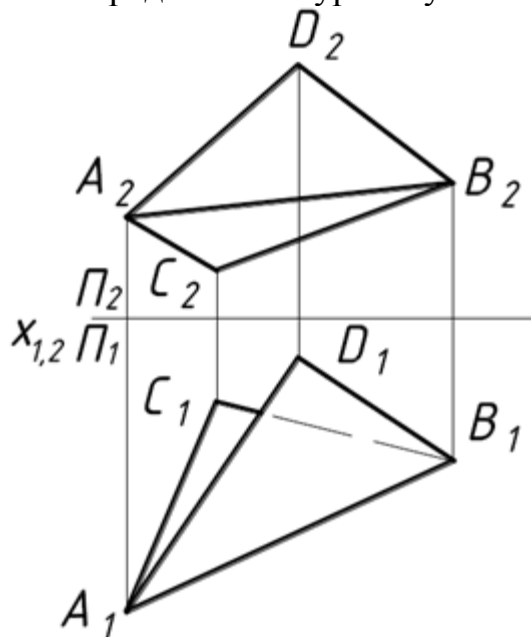
а)



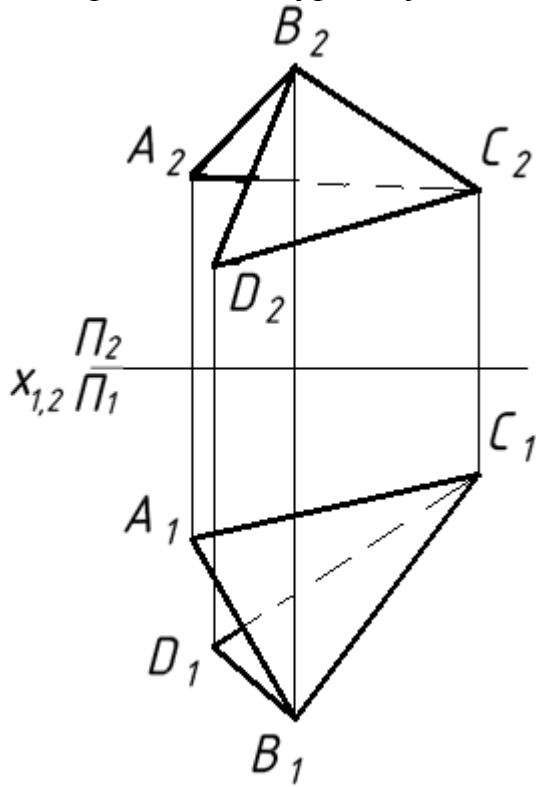
б)



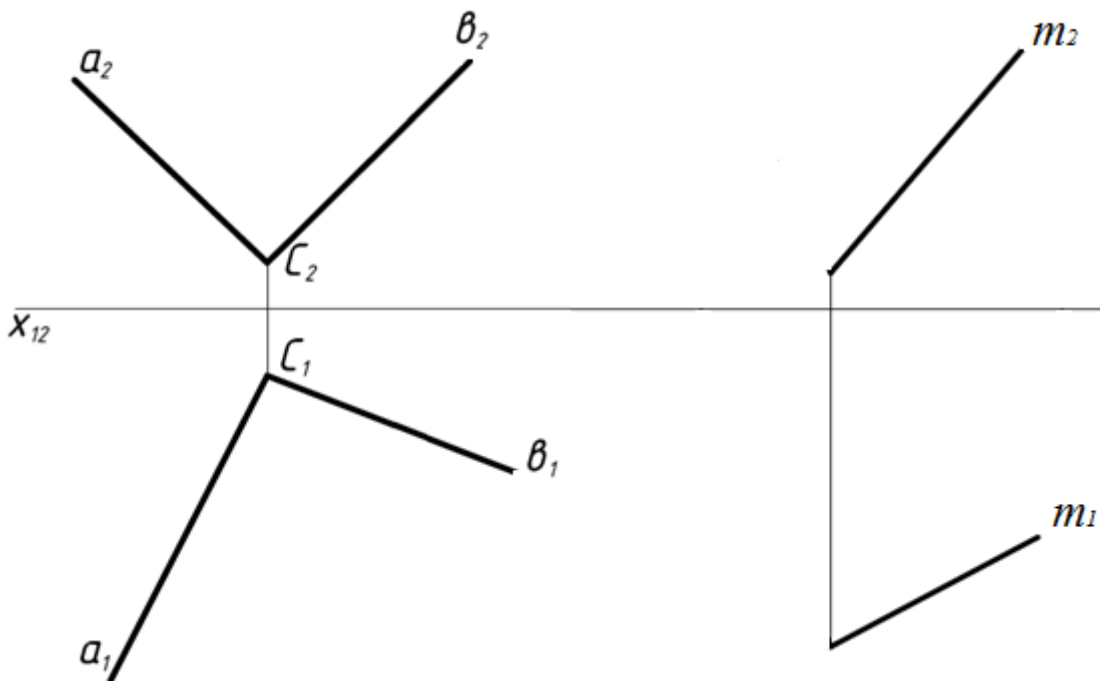
90. Определить натуральную величину двугранного угла при ребре  $AB$ .



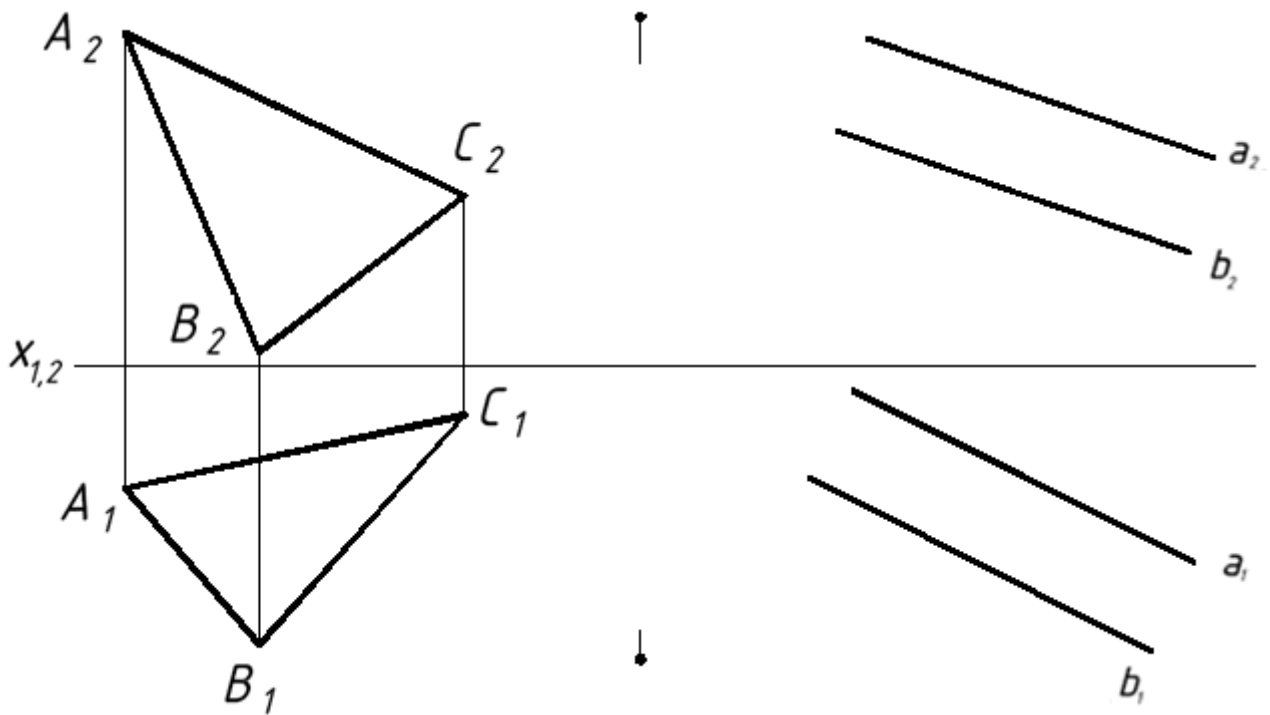
91. Определить натуральную величину двугранного угла при ребре  $BC$ .



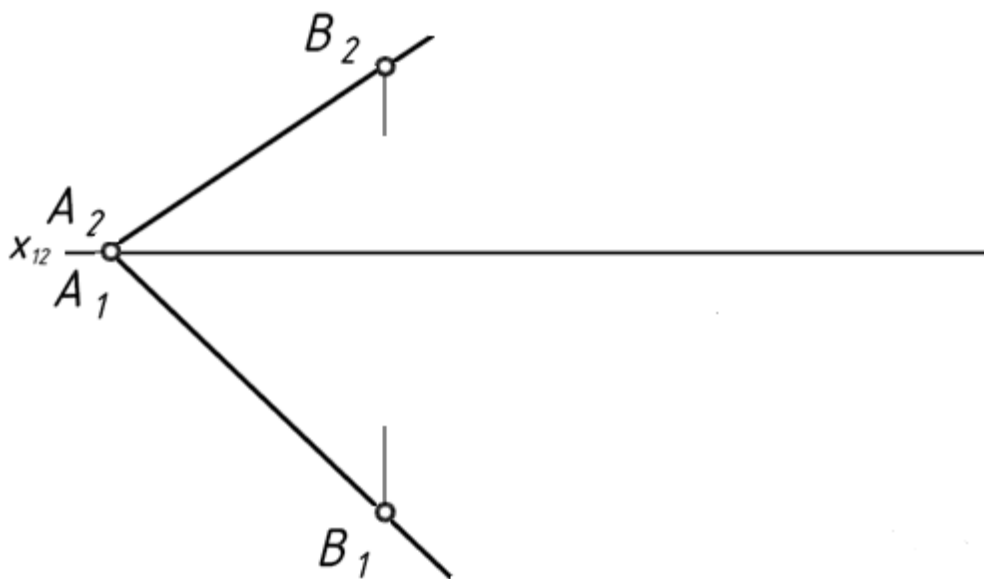
92. Определить угол наклона прямой  $m$  к плоскости  $\Sigma$  ( $a \cap b$ ).



93. Определить натуральную величину угла между плоскостями  $\Sigma (\Delta ABC)$  и  $\Psi (a \parallel b)$ .

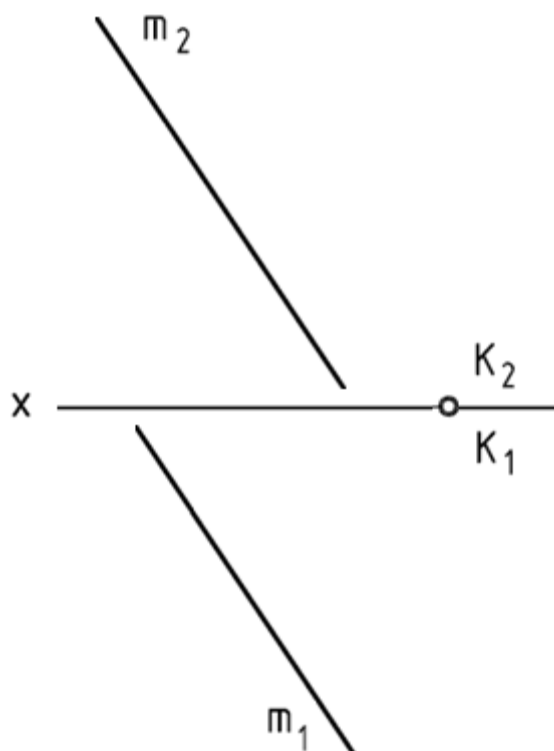


94. Определить угол между осью проекций  $x$  и прямой  $AB$ .

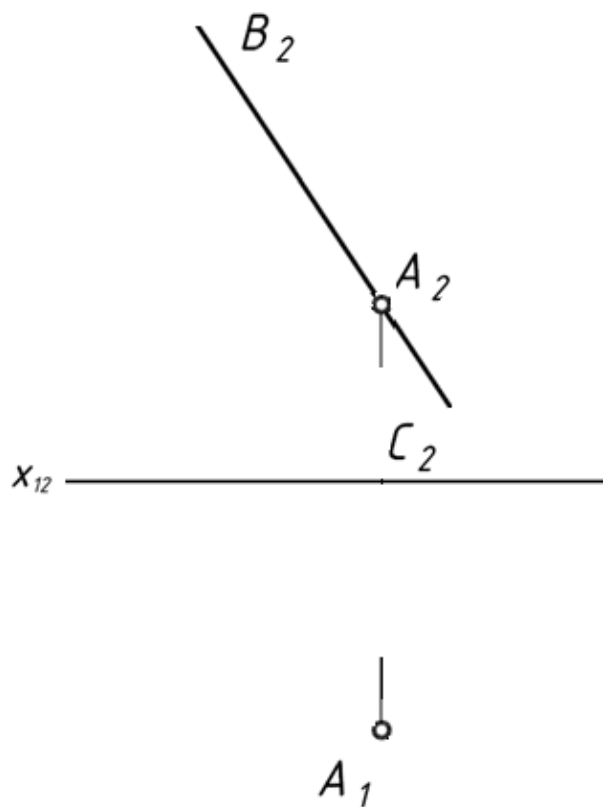




**95.** Через точку  $K$ , лежащую на оси  $x$ , провести прямую  $l$ , пересекающую заданную прямую  $m$  под углом в  $45^\circ$ .

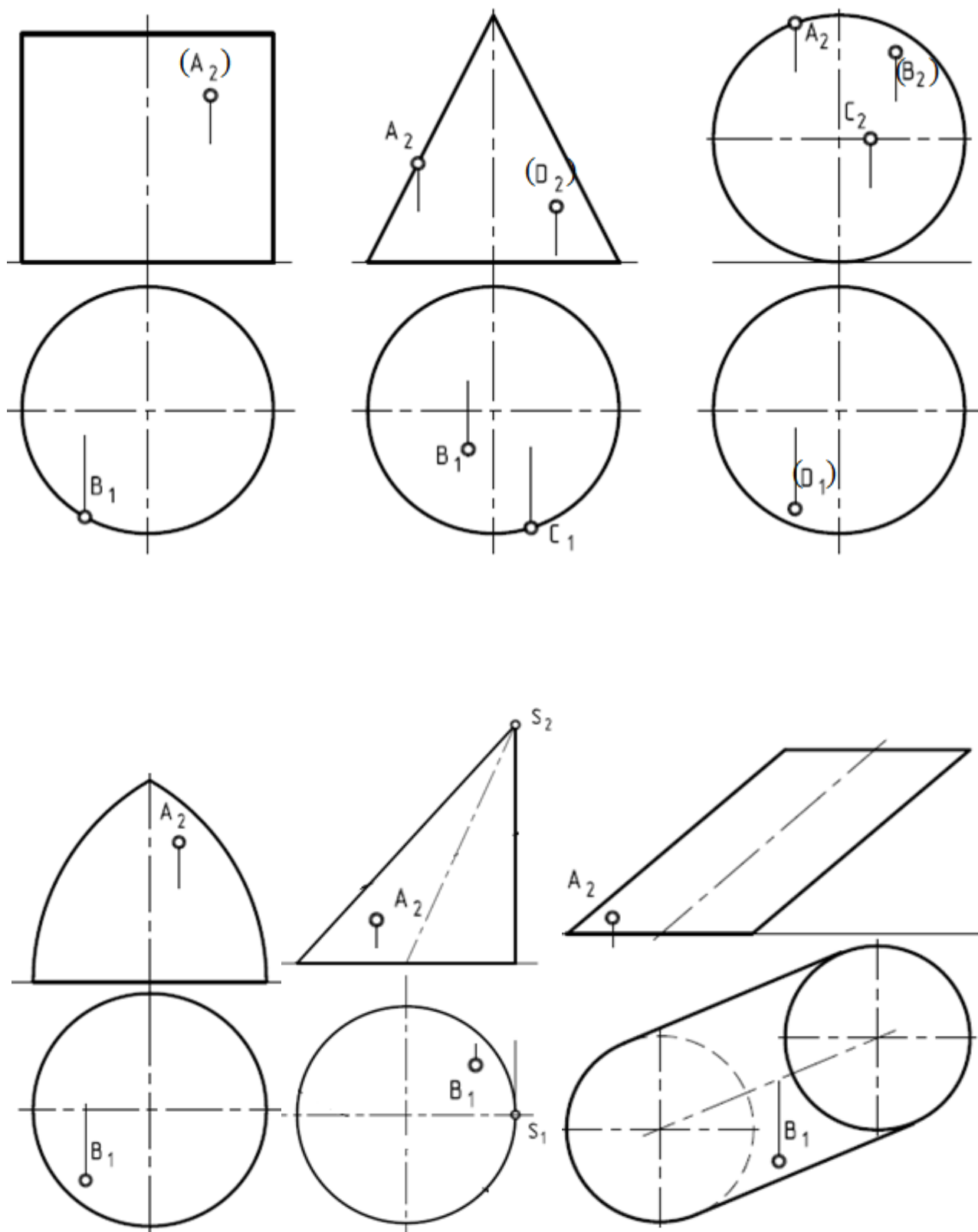


**96.** Через точку  $A$  провести под углом  $45^\circ$  к горизонтальной плоскости проекций  $\Pi_1$  прямую  $BC$ , фронтальная проекция которой задана.

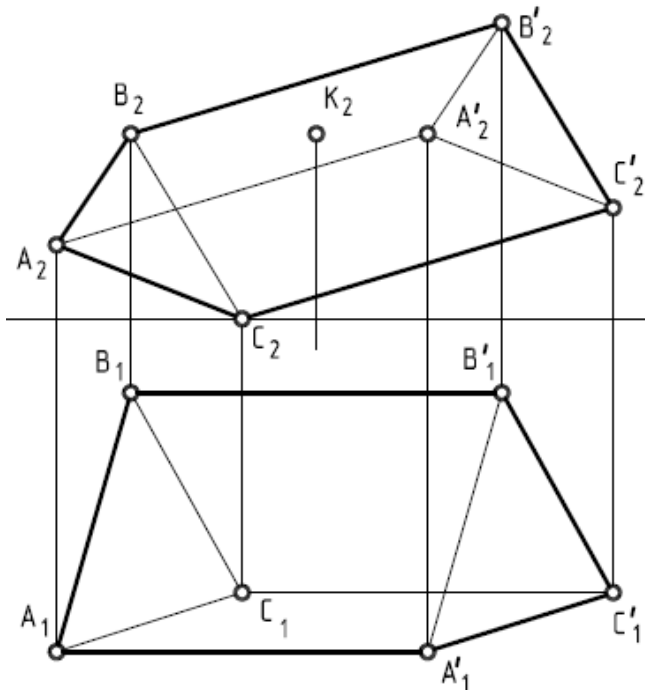


### 13 ТОЧКА И ЛИНИЯ НА ПОВЕРХНОСТИ

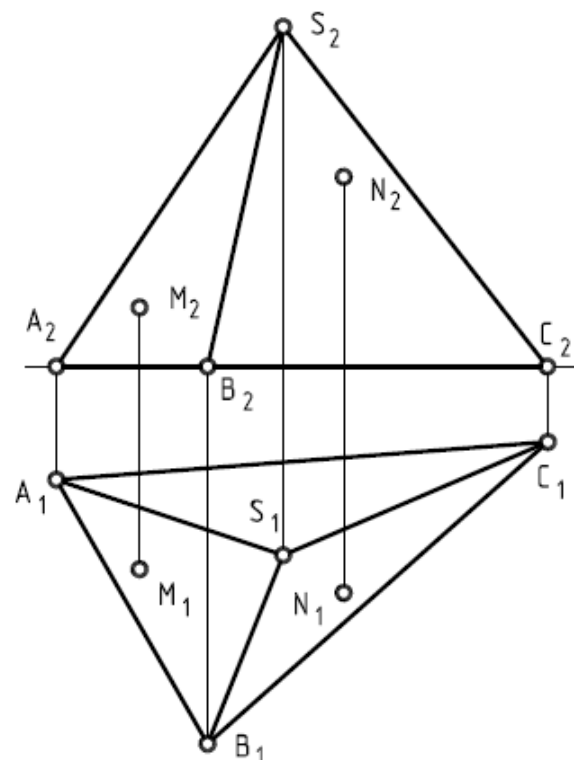
97. Построить недостающие проекции точек, принадлежащих заданным поверхностям.



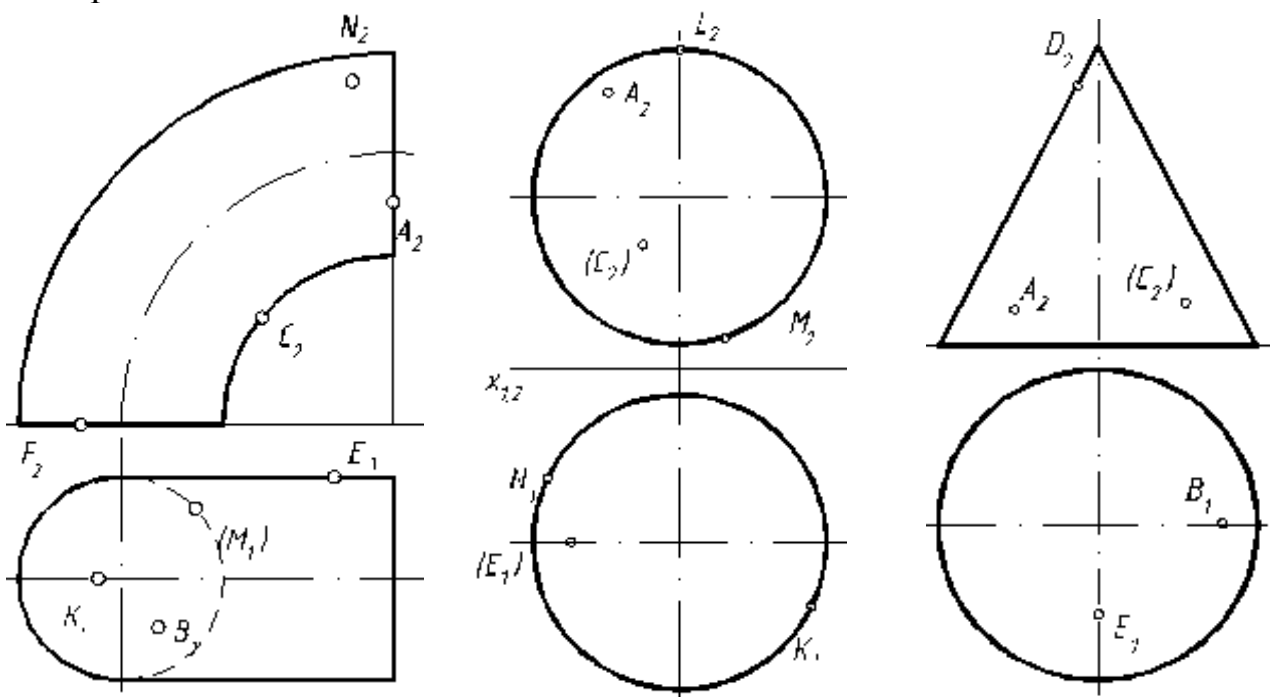
**98.** Определить видимость рёбер призмы. Построить недостающую проекцию точки  $K$ , принадлежащей поверхности призмы.



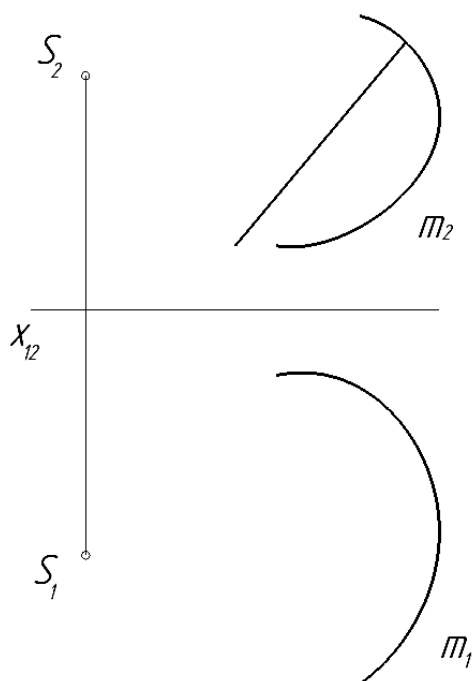
**99.** Проверить принадлежность точек  $M$  и  $N$  поверхности пирамиды.



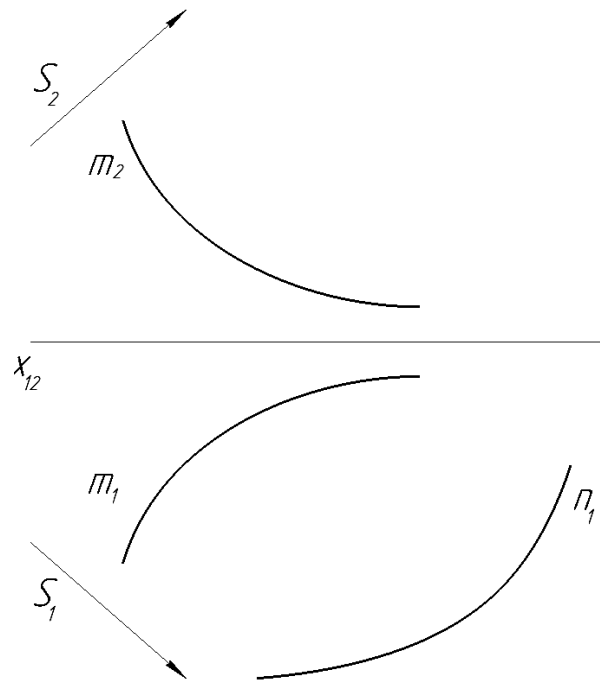
**100.** Построить недостающие проекции точек, принадлежащих заданным поверхностям.



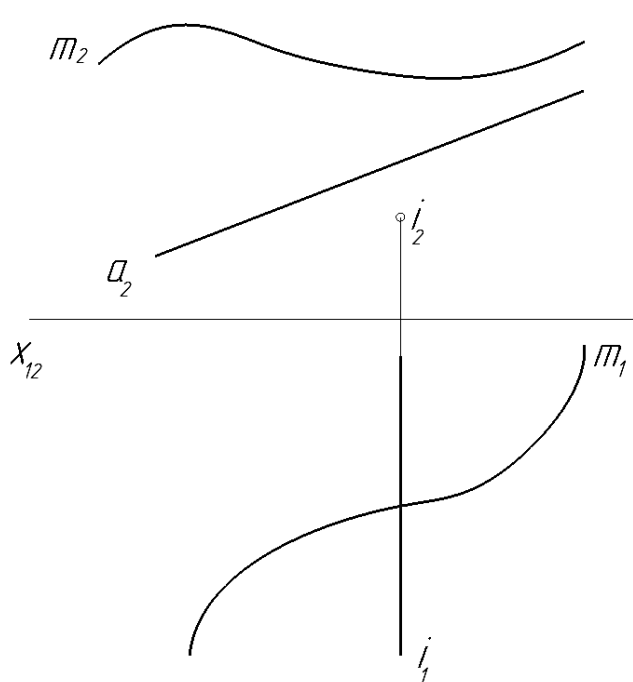
**101.** Построить семейство образующих конической поверхности  $\Phi(m, S)$  и линию  $a(a_2)$ , лежащую на поверхности  $\Phi$ .



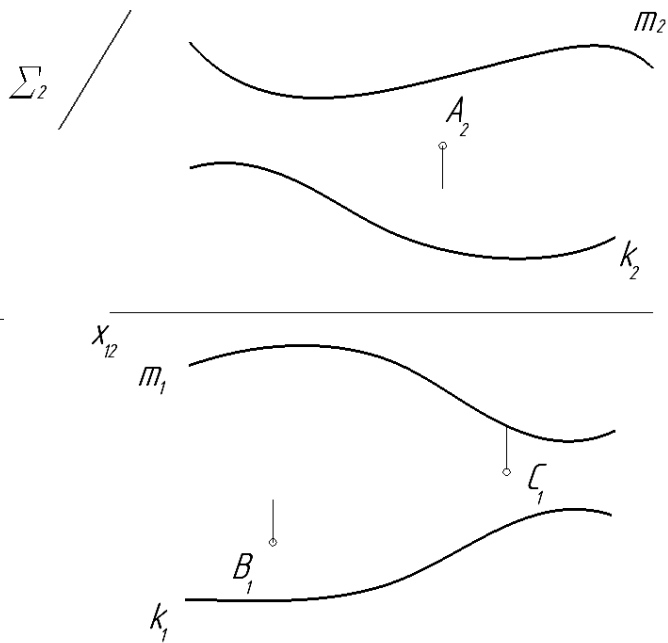
**102.** Построить недостающую проекцию линии  $n$ , принадлежащей цилиндрической поверхности  $\theta(m, s)$ .



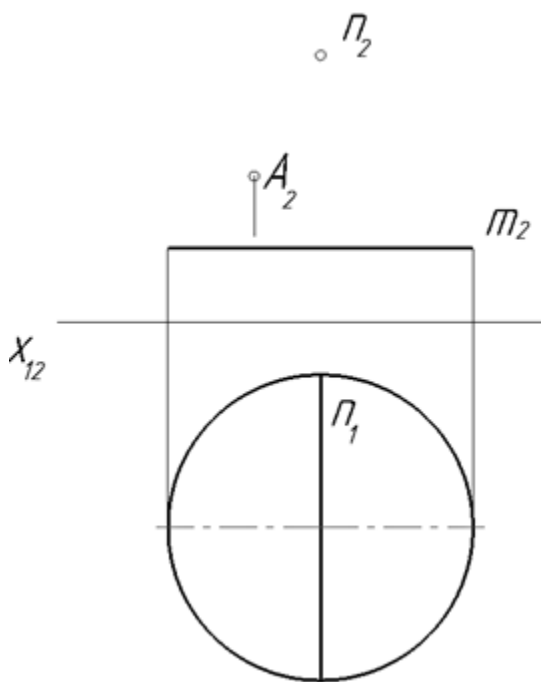
**103.** Построить недостающую проекцию линии  $a$ , принадлежащей поверхности коноида  $\Sigma(m, i, l \parallel \Pi_2)$ .



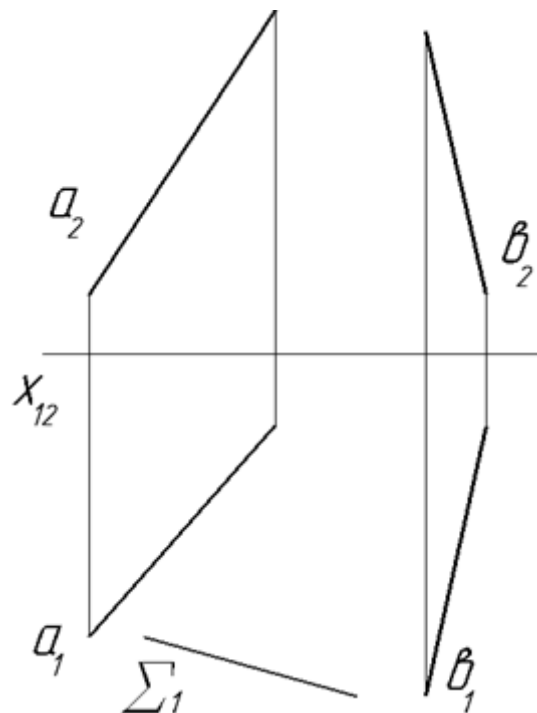
**104.** Построить недостающие проекции точек  $A, B, C$ , принадлежащих поверхности цилиндрида  $\Lambda(m, k, l \parallel \Sigma)$ .



**105.** Определить недостающую проекцию точки  $A$ , если она лежит на видимой части линейчатой поверхности  $\Phi(m, n, l \parallel \Pi_2)$ .

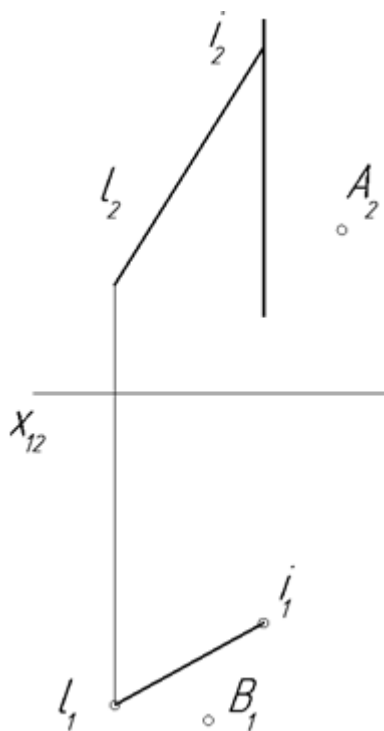


**106.** Построить семейство образующих косої плоскости  $\theta(a, b, \Sigma)$ . Определить видимость.

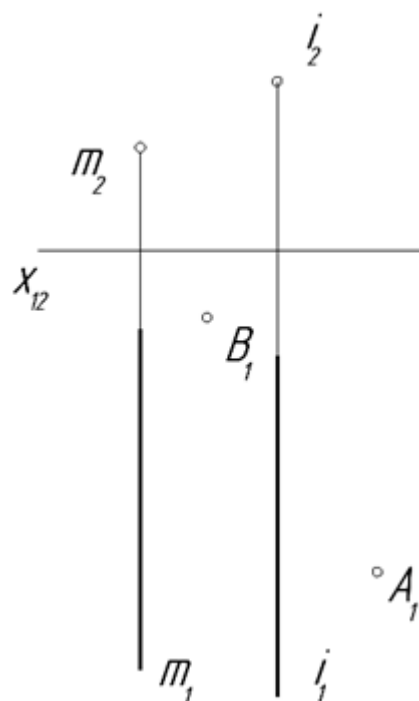


**107.** Построить очерковые линии поверхностей вращения  $\theta$  и  $\Lambda$ , где  $i$  – ось вращения. Определить недостающие проекции точек  $A$  и  $B$ , принадлежащих видимым частям заданных поверхностей:

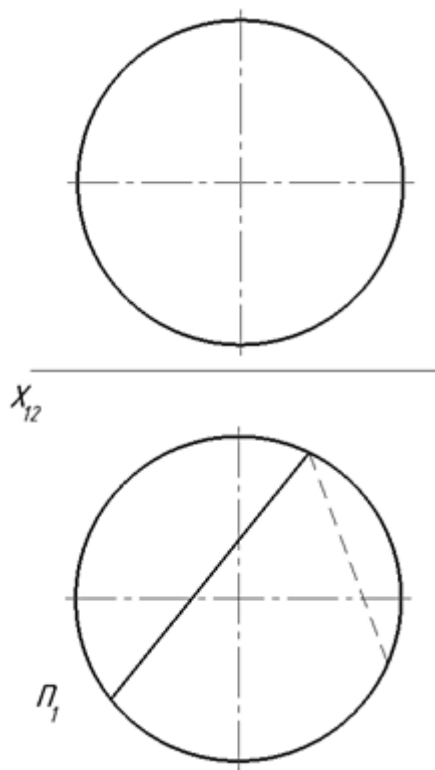
а)  $\theta(i, l)$



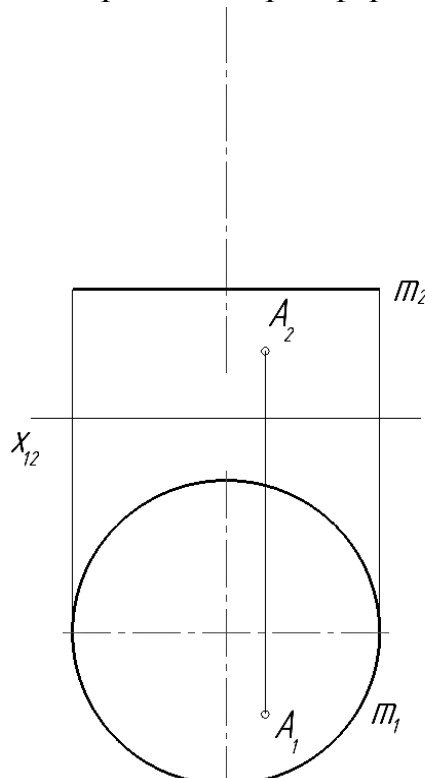
б)  $\Lambda(i, m)$



**108.** Построить фронтальную проекцию линии  $n$ , принадлежащей сфере.



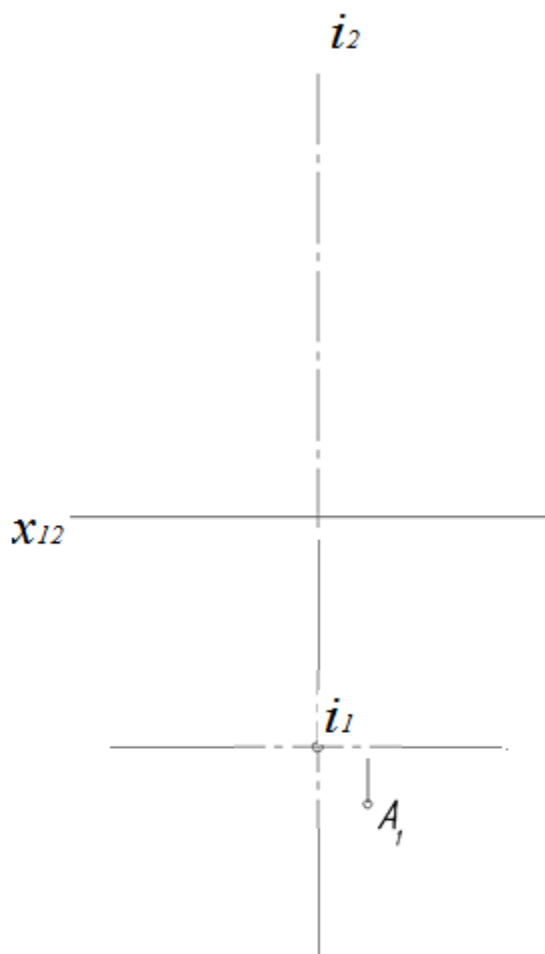
**109.** Поверхность сферы  $\Phi$  задана:  $m$  – параллель; точка  $A \in \Phi$ . Построить проекции центра  $O$  и очерк сферы.



**110.** Изобразить цилиндрическую винтовую линию (гелису)  $m$ , шаг которой 60 мм, а радиус 25 мм.

Построить семейство образующих прямого закрытого геликоида, направляющими которого являются винтовая линия  $m$  и её ось  $i$ .

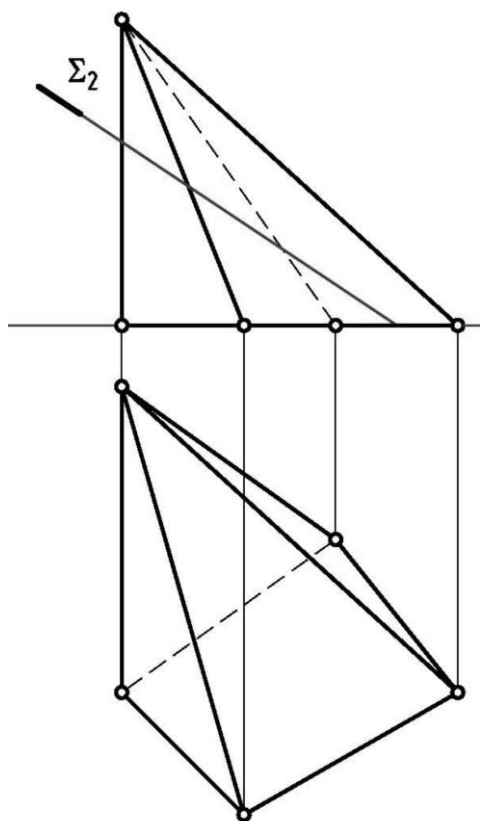
Построить фронтальную проекцию точки  $A$ , принадлежащей поверхности.



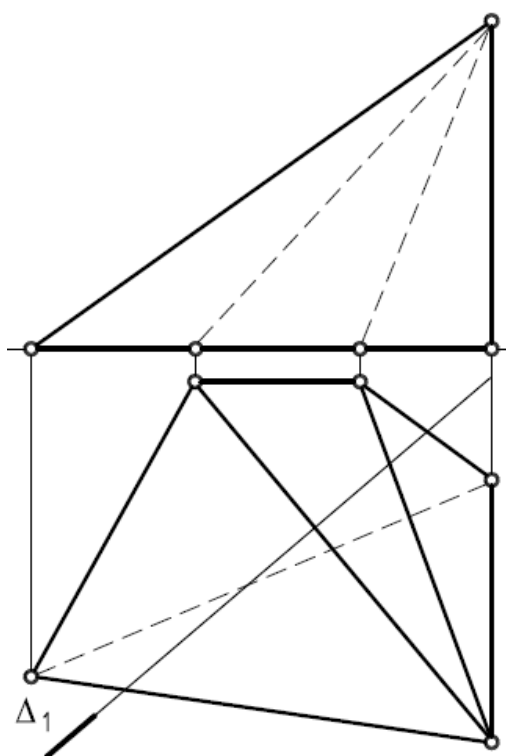
## 14 СЕЧЕНИЕ ПОВЕРХНОСТИ ПЛОСКОСТЬЮ

111. Построить проекции сечения многогранника плоскостью.

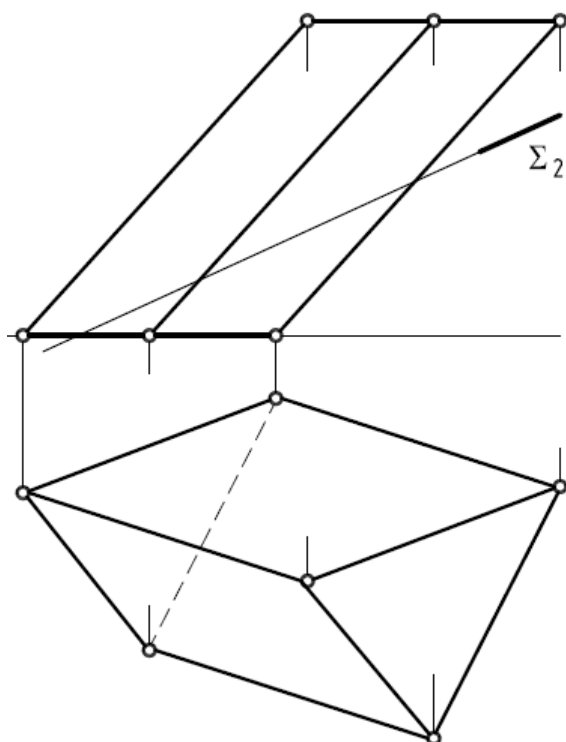
а)



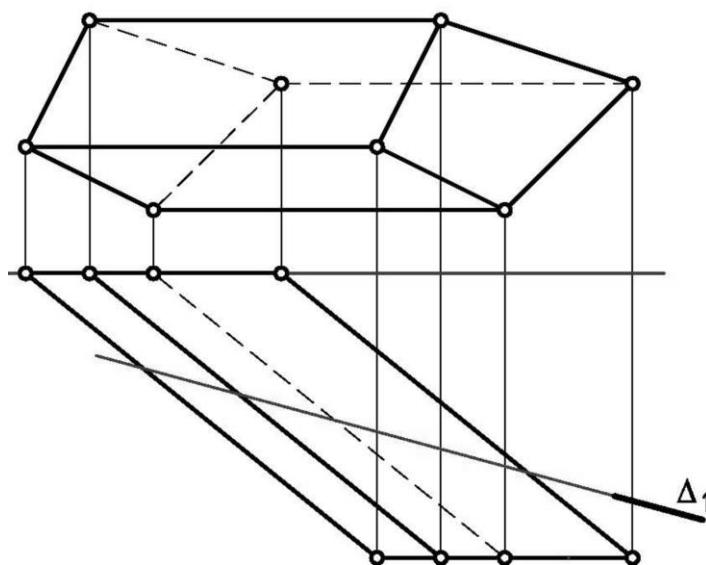
б)



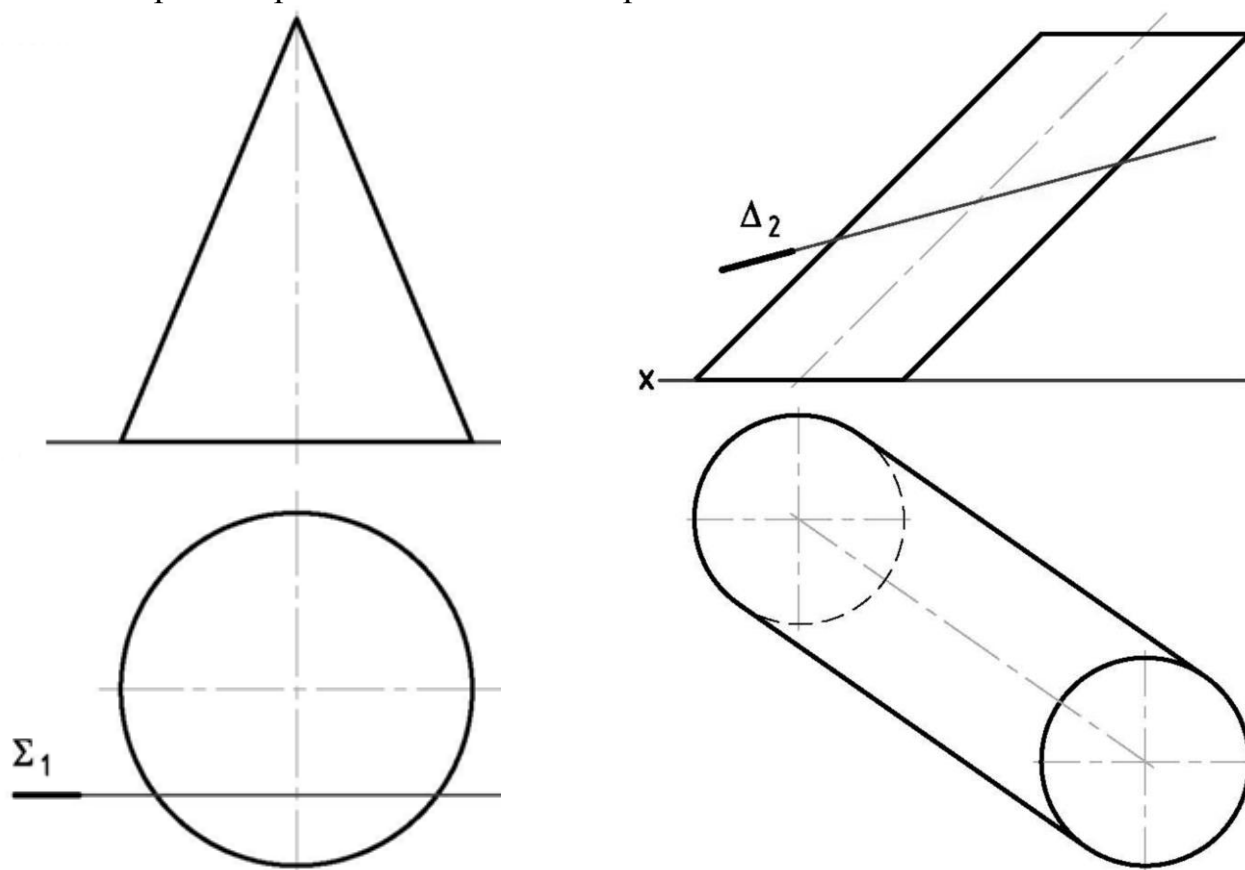
в)



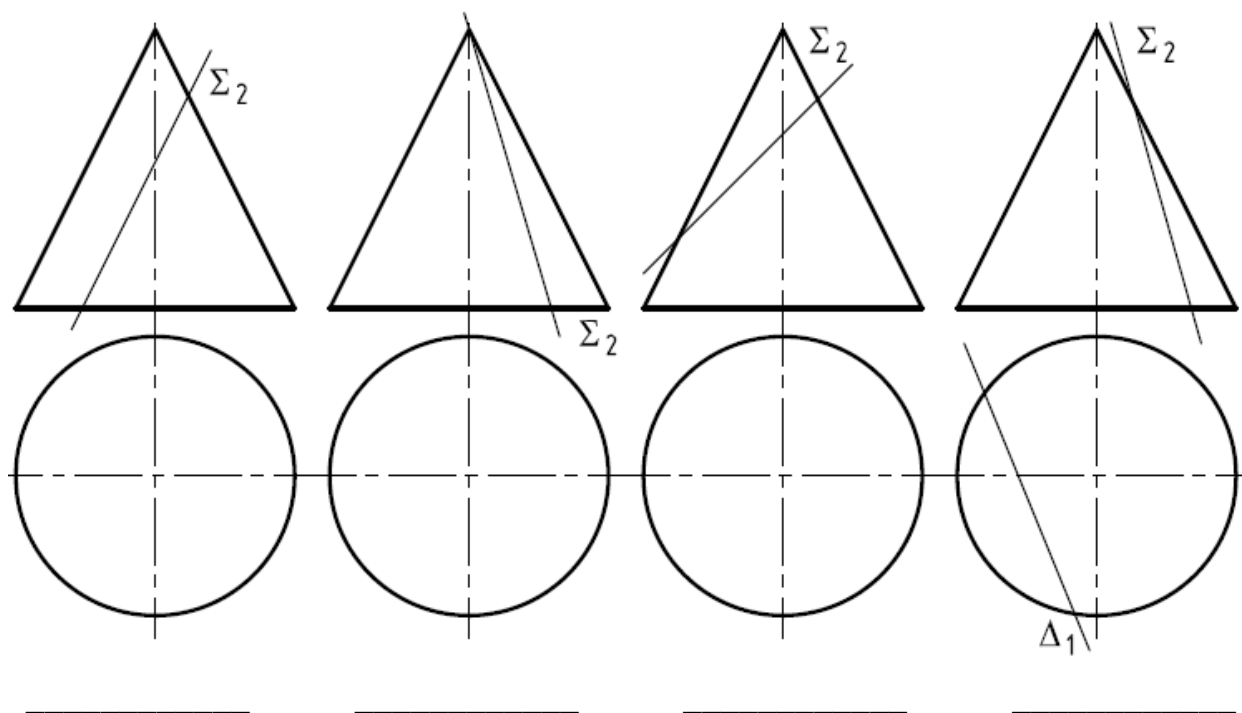
г)



**112.** Построить проекции сечения поверхностей плоскостью.

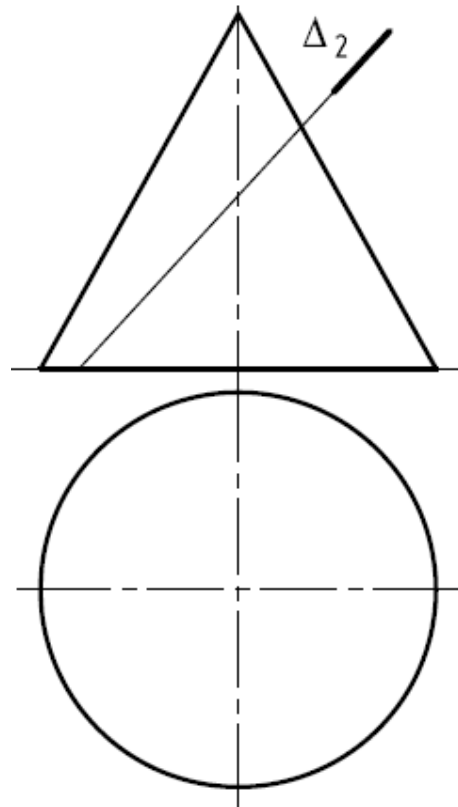


**113.** Построить проекции линии сечения поверхности прямого кругового конуса плоскостью  $\Sigma$ . Определить и записать вид фигуры сечения.

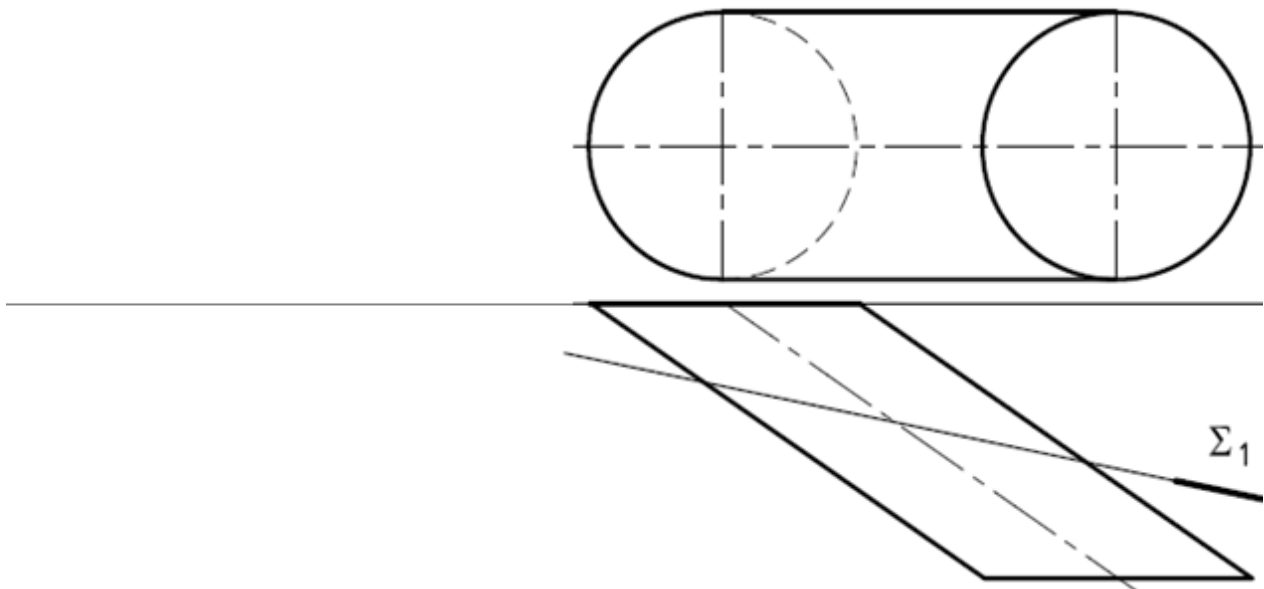




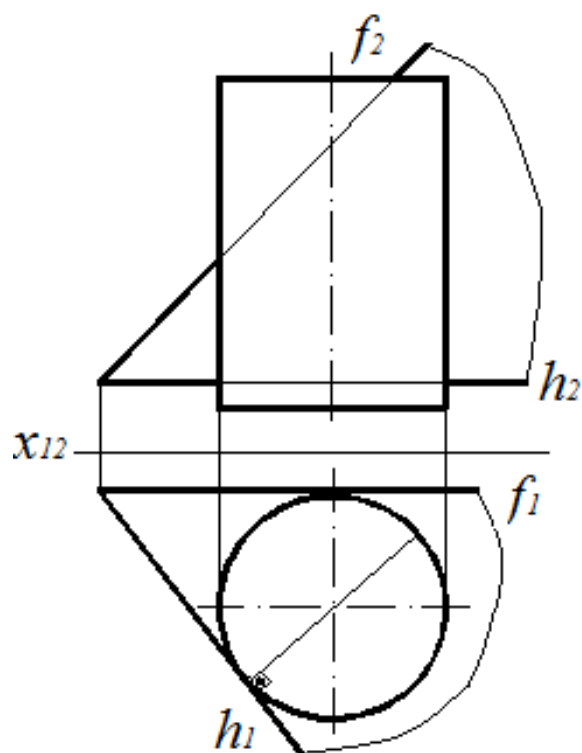
**114.** Построить проекции и натуральную величину фигуры сечения конуса плоскостью. Применить способ вращения вокруг проецирующей оси.



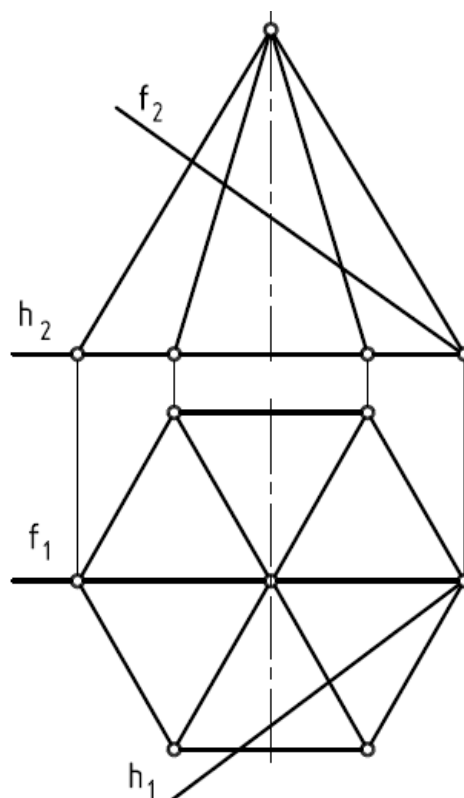
**115.** Построить проекции и натуральную величину фигуры сечения цилиндра плоскостью. Применить способ замены плоскостей проекций.



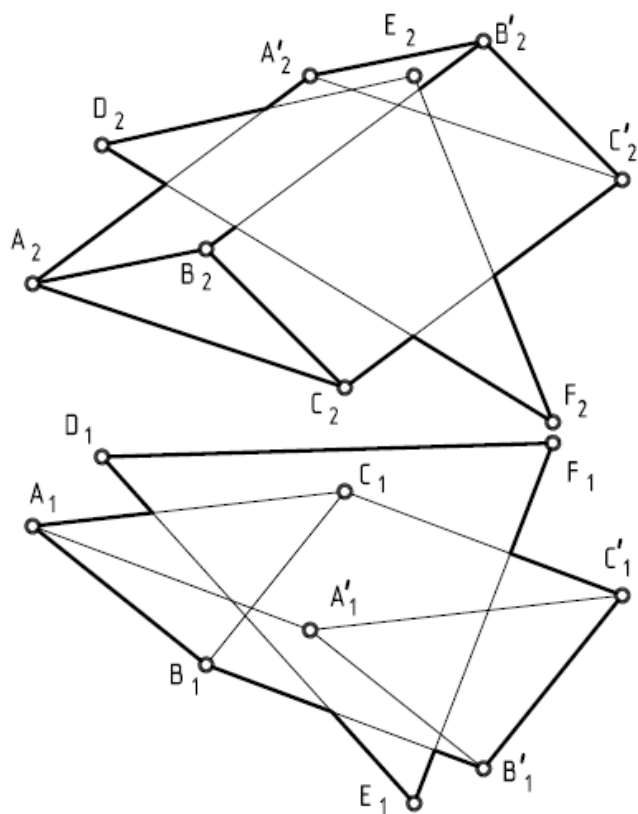
**116.** Построить проекции фигуры сечения цилиндра плоскостью  $\Sigma$  ( $h \cap f$ ).



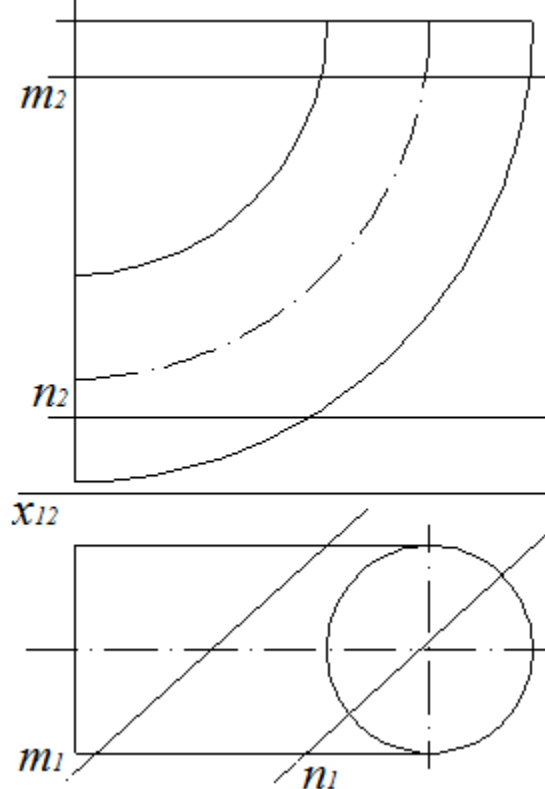
**117.** Построить проекции фигуры сечения пирамиды плоскостью  $\Sigma$  ( $h \cap f$ ).



**118.** Построить проекции фигуры сечения призмы плоскостью  $\Sigma$  ( $DEF$ ).

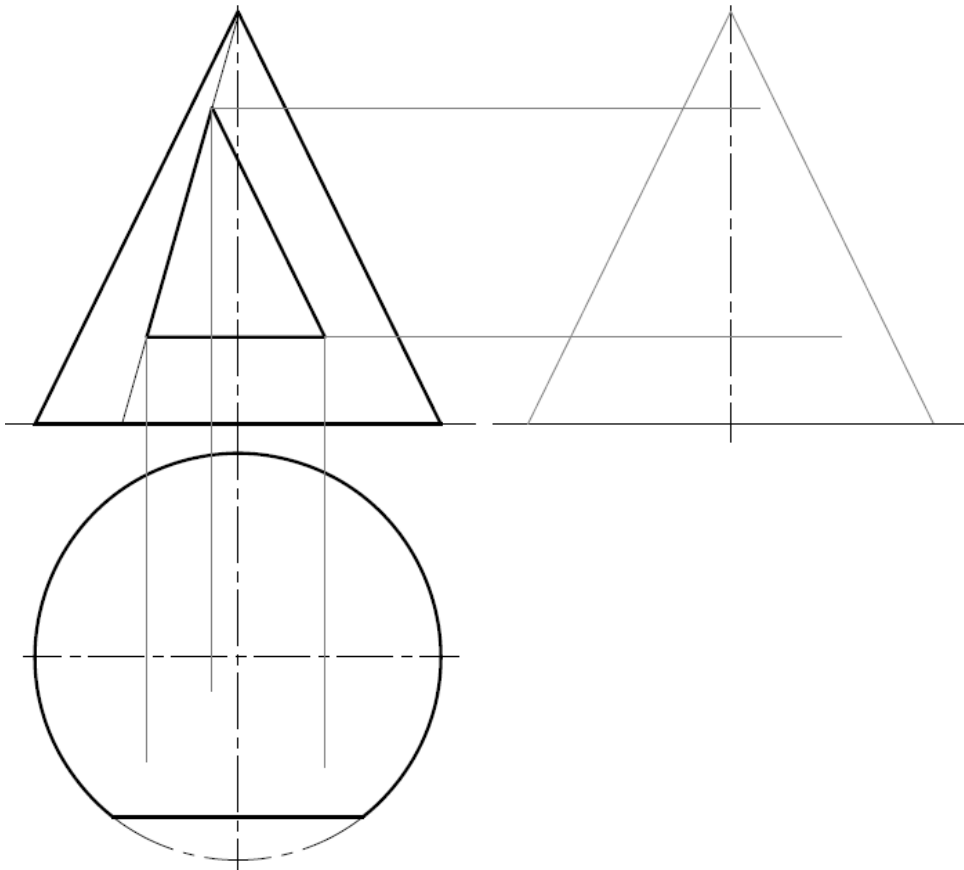


**119.** Определить линию пересечения плоскости  $\Sigma$  ( $m \cap n$ ) с поверхностью тора.

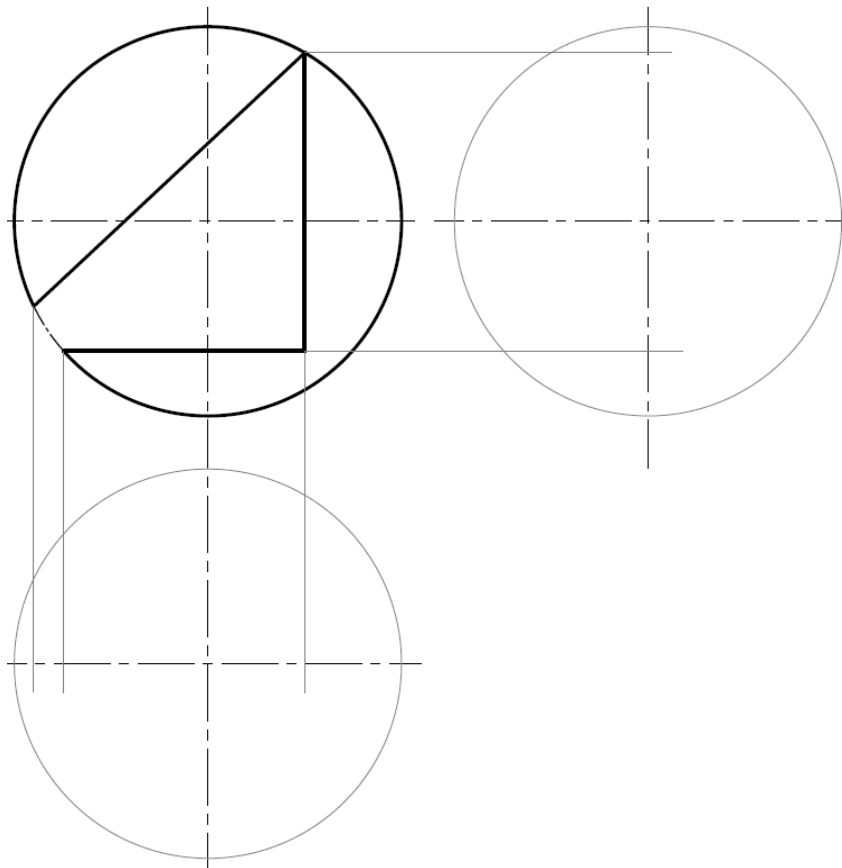


**120.** Достроить проекции поверхностей со сквозным треугольным вырезом:

а) срезанный конус;

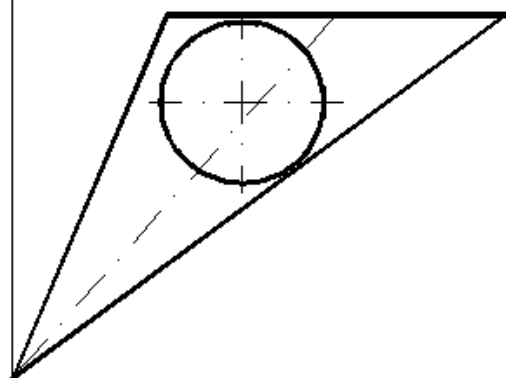
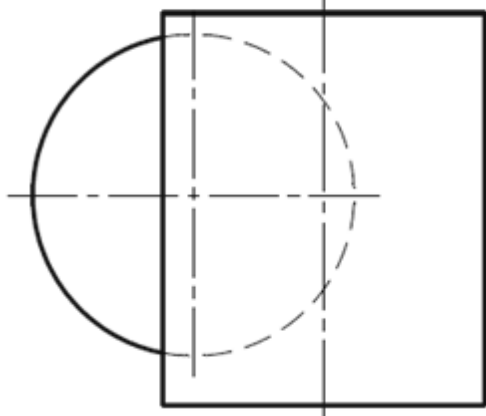
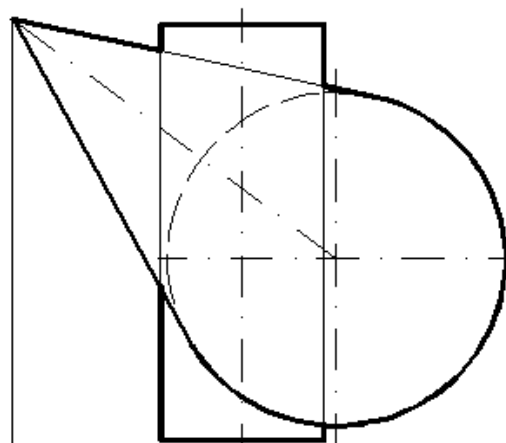
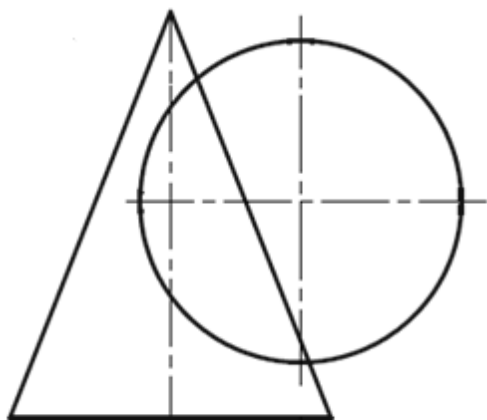
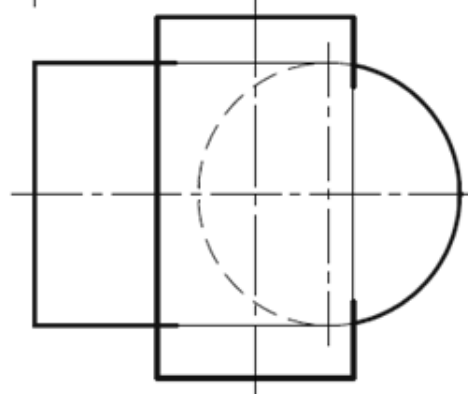
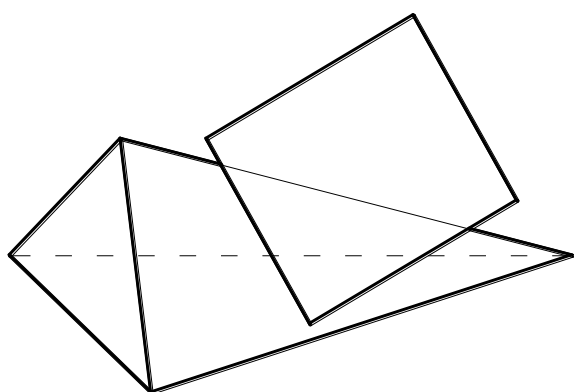
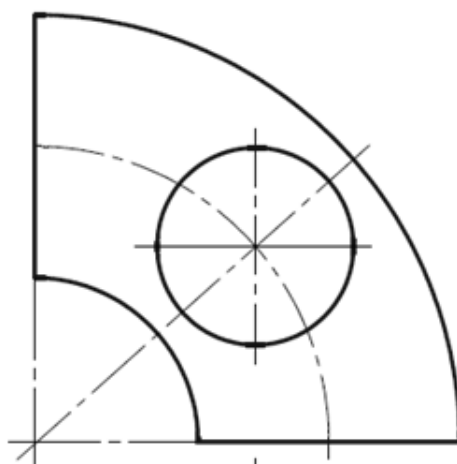
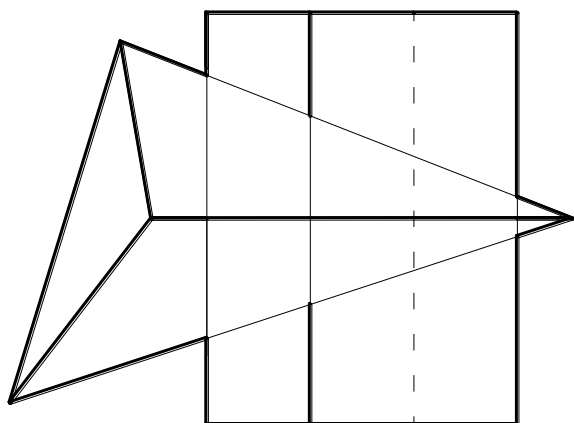


б) сфера.

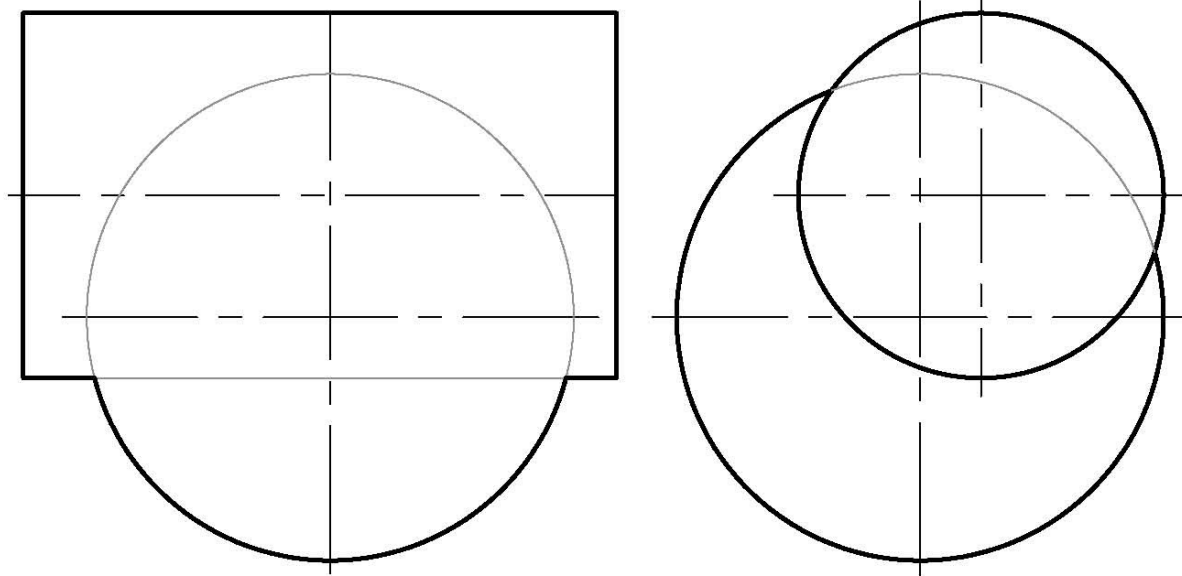


## 15 ПЕРЕСЕЧЕНИЕ ПОВЕРХНОСТЕЙ

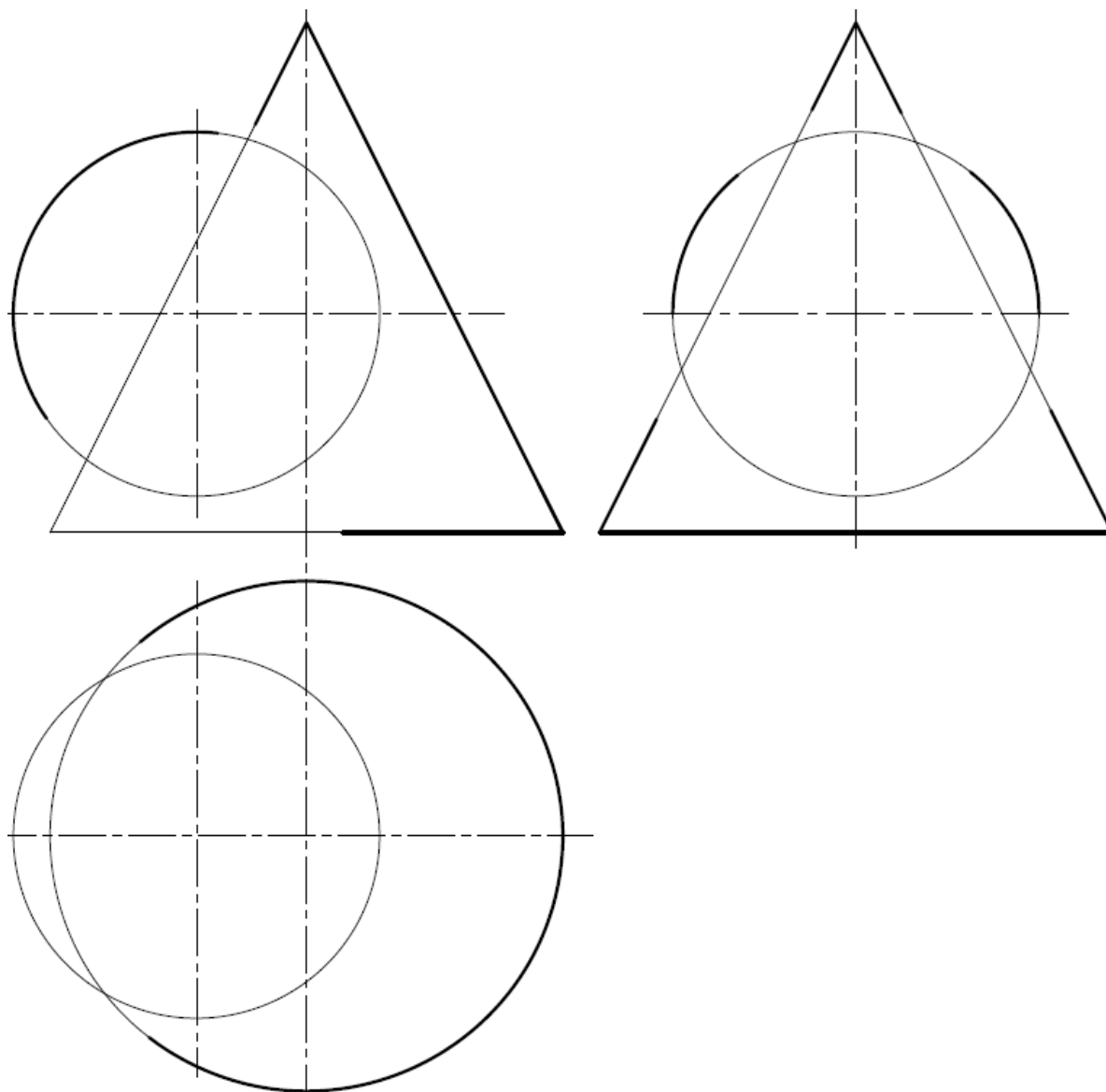
**121.** Построить проекции линии пересечения заданных поверхностей.



**122.** Построить проекции линии пересечения цилиндра и сферы.

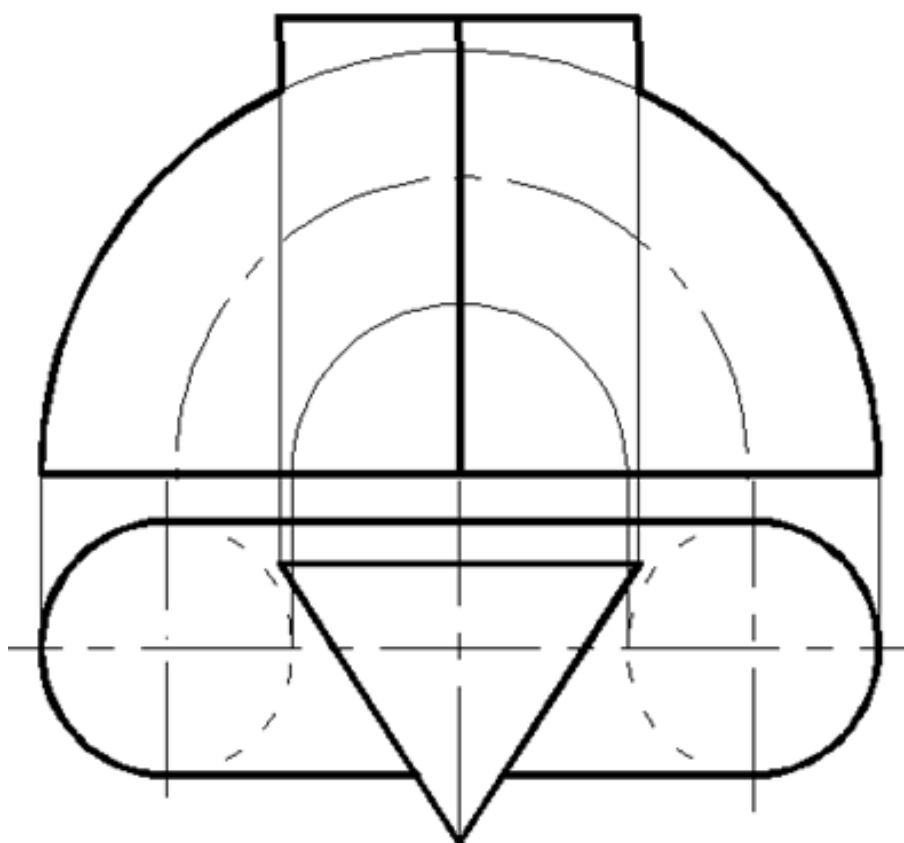


**123.** Построить проекции линии пересечения конуса и сферы.

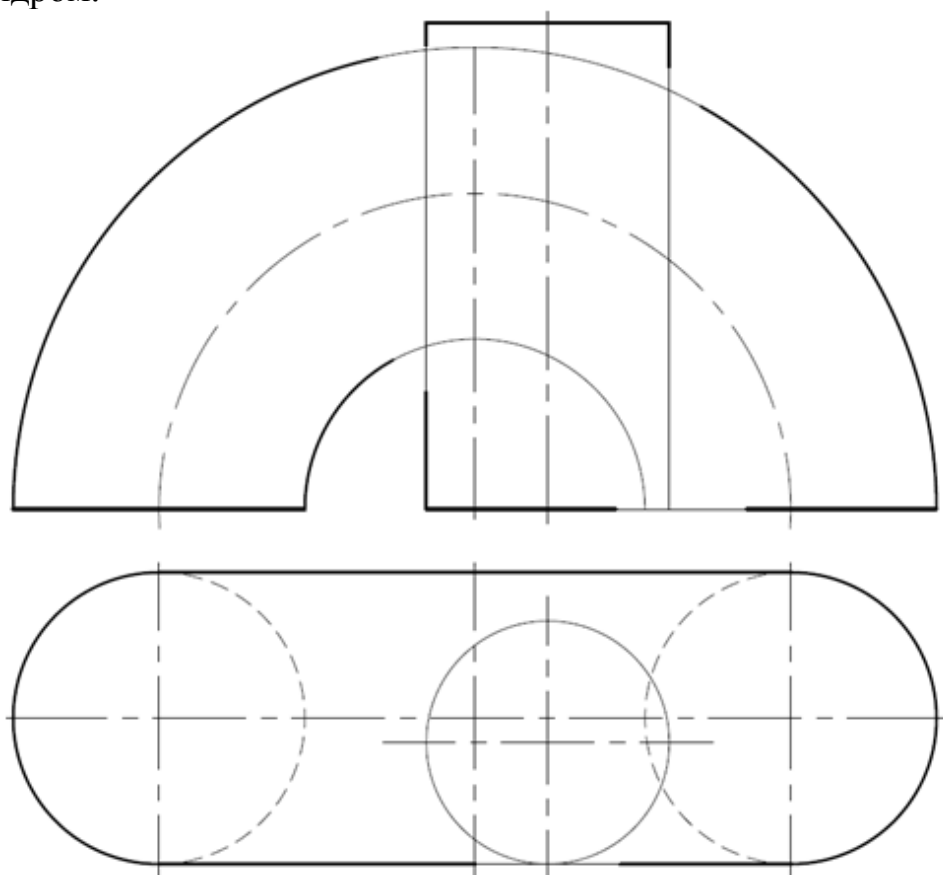


**124.** Построить проекции линии пересечения тора:

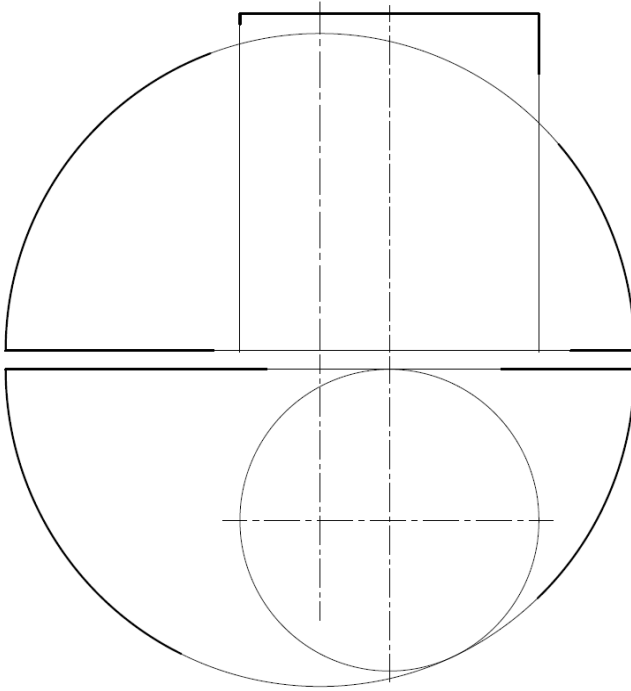
а) с призмой;



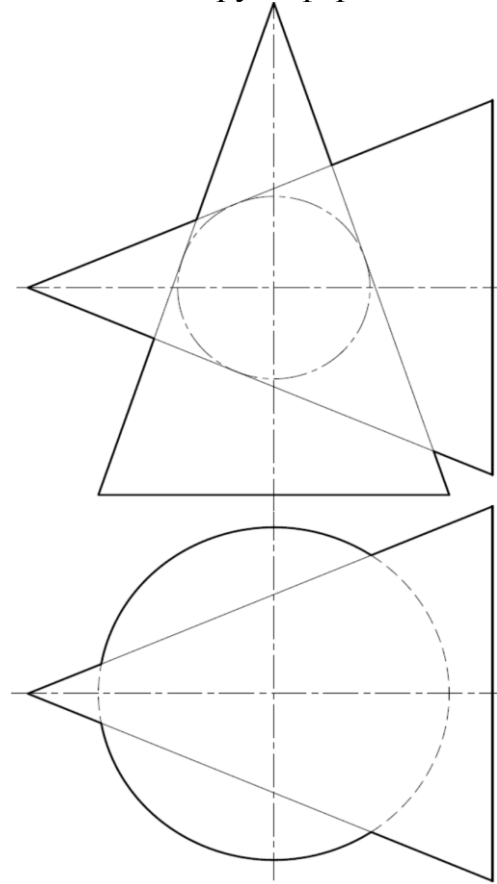
б) с цилиндром.



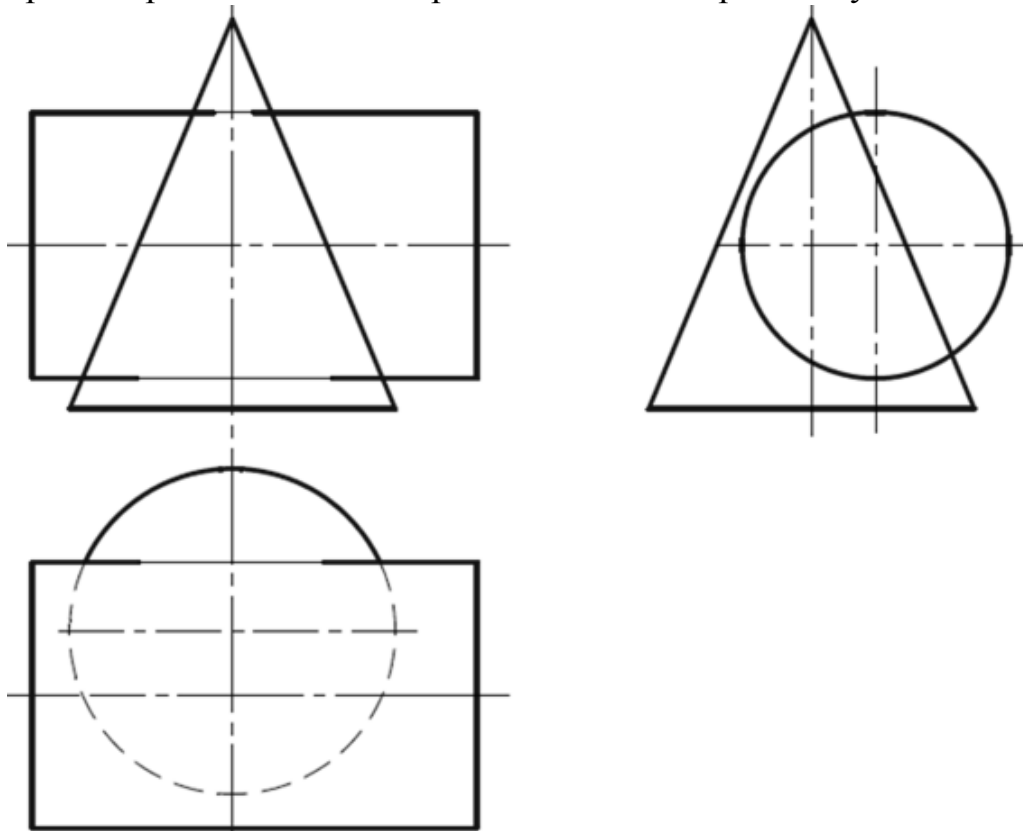
**125.** Построить проекции линии пересечения цилиндра и полусферы. Определить видимость.



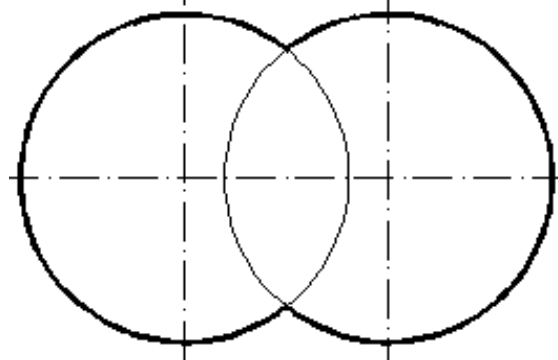
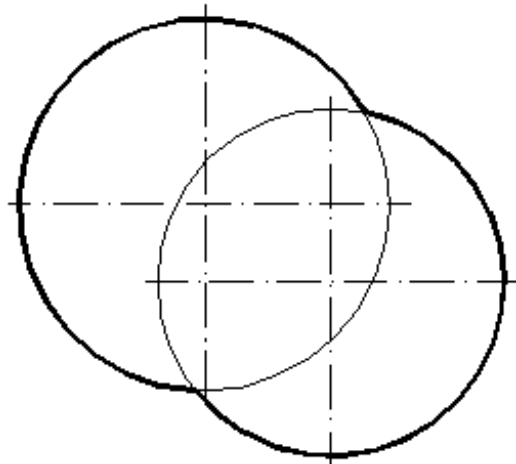
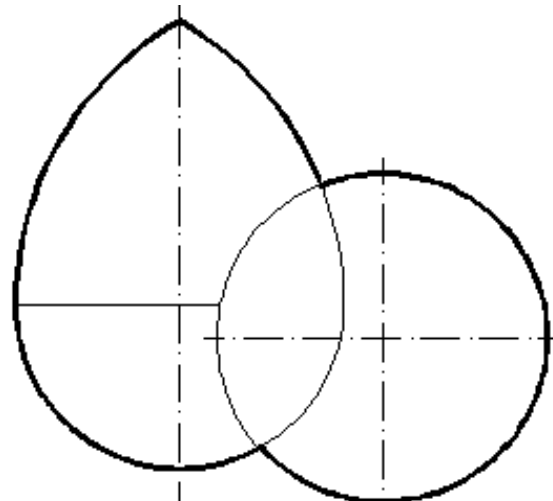
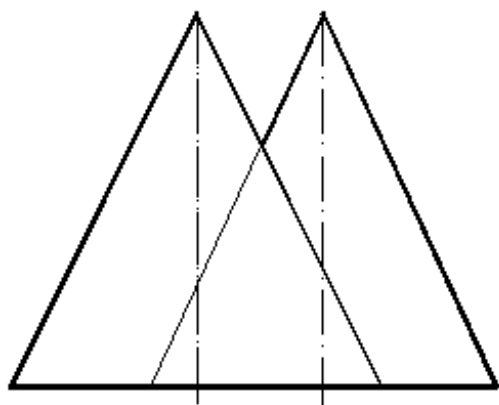
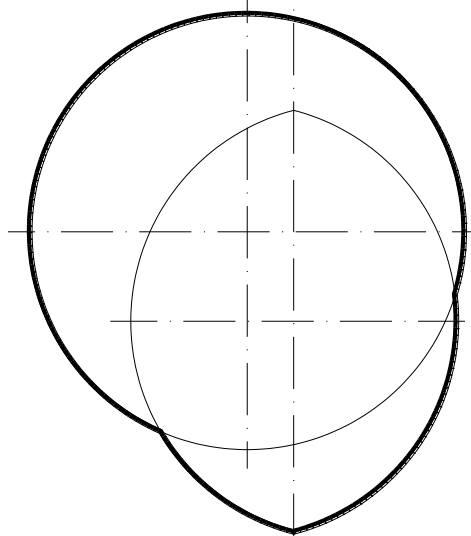
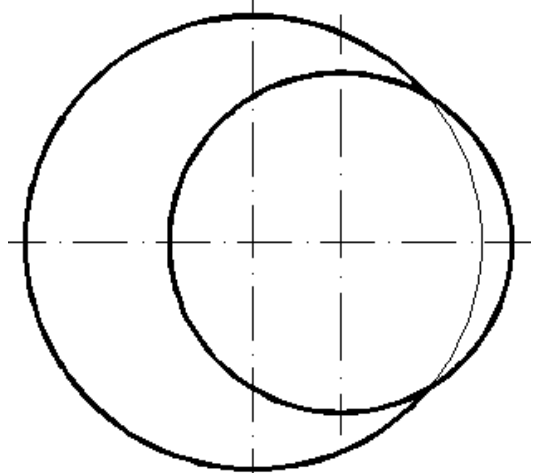
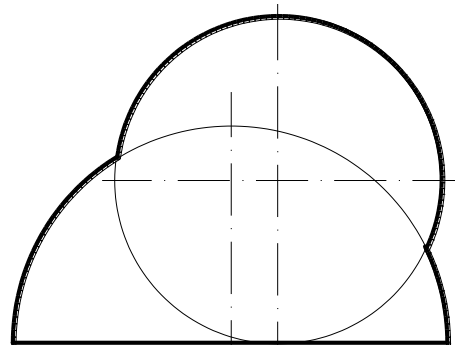
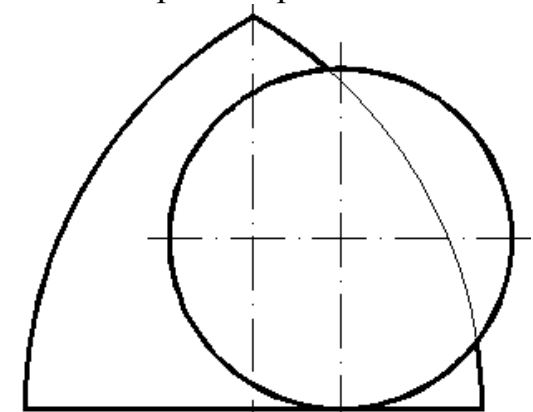
**126.** Построить проекции линии пересечения двух конусов, описанных вокруг сферы.



**127.** Построить проекции линии пересечения цилиндра и конуса.



128. Построить проекции линии пересечения поверхностей.

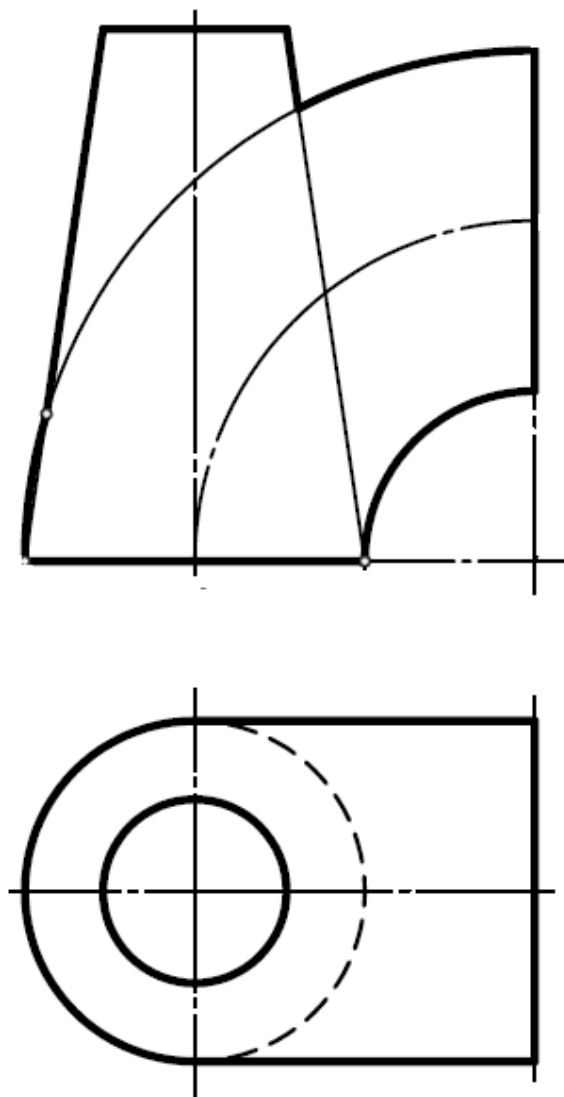
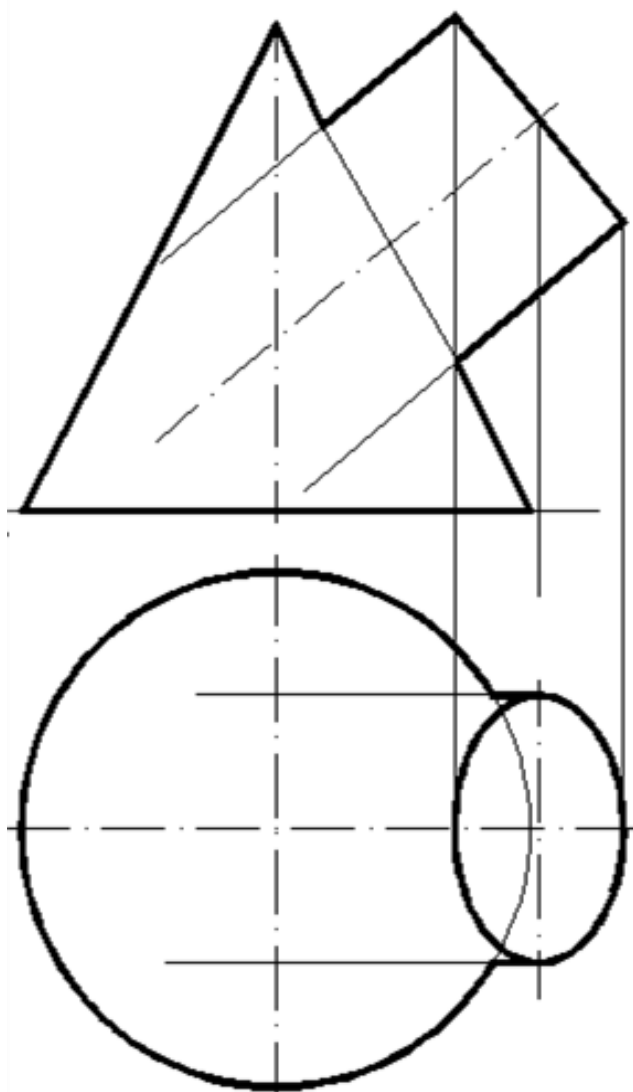




**129.** Построить проекции линии пересечения поверхностей:

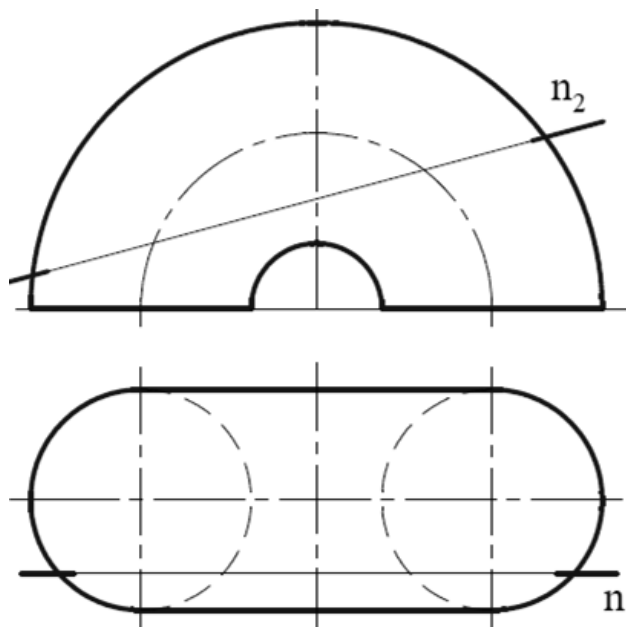
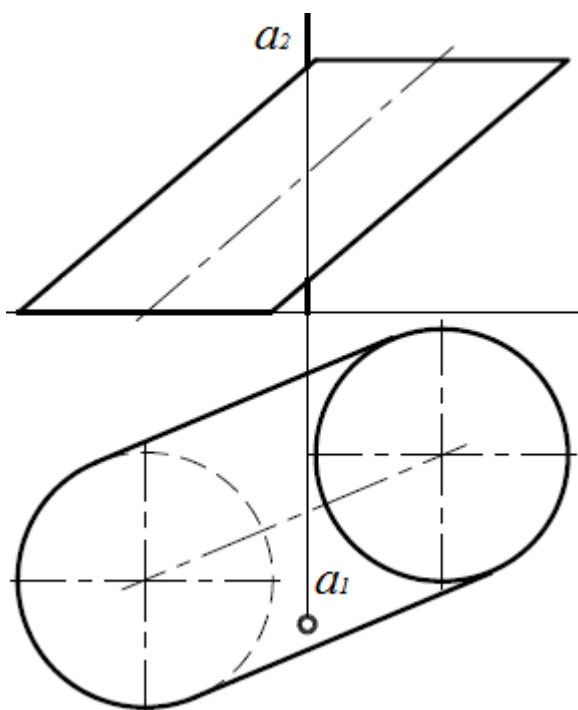
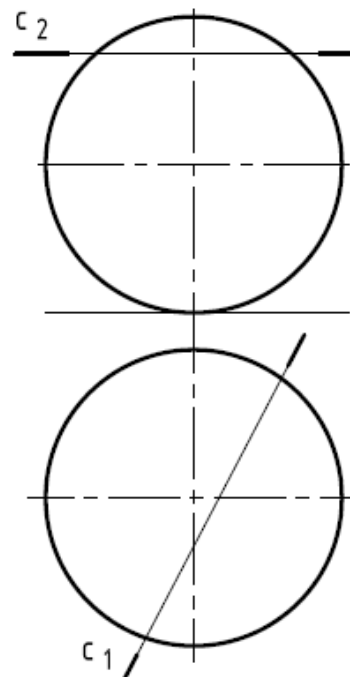
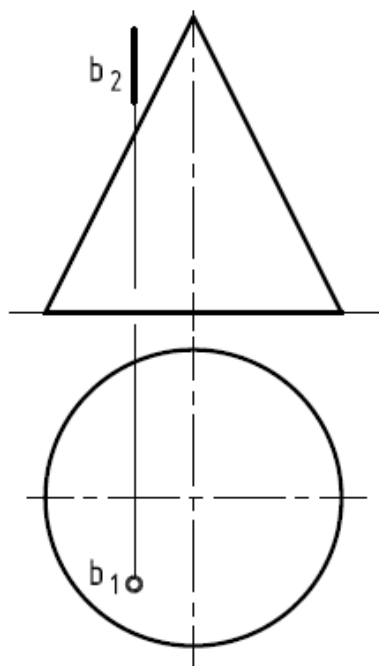
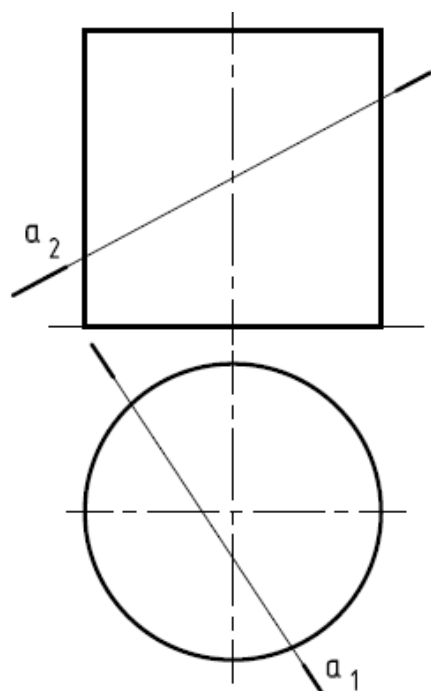
а) способом концентрических сфер;

б) способом эксцентрических сфер.

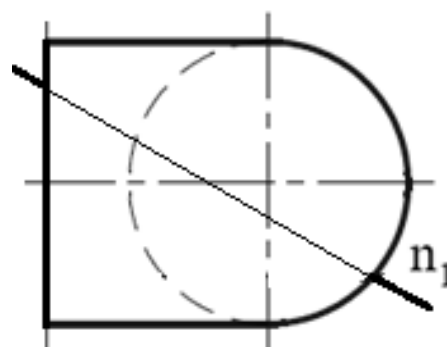
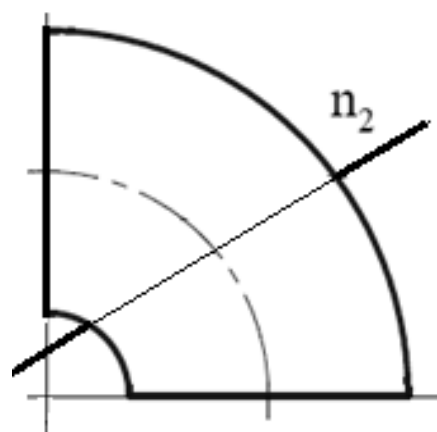
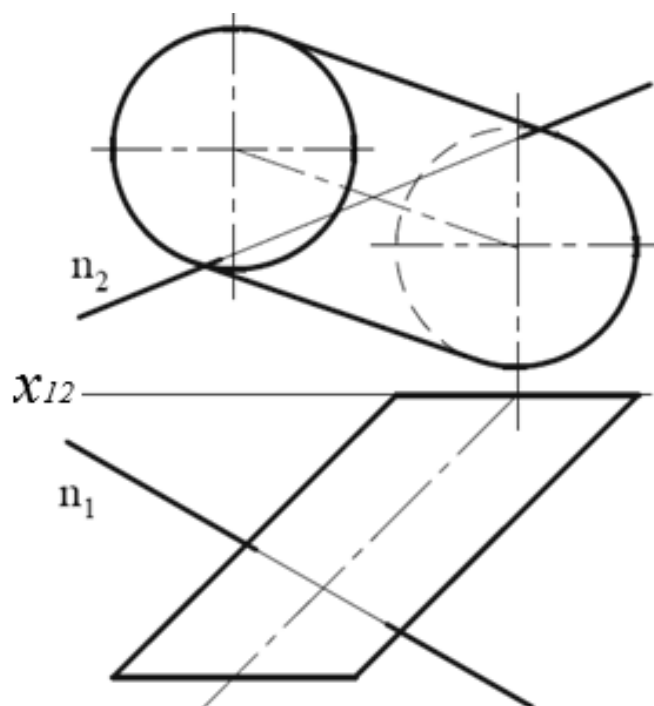
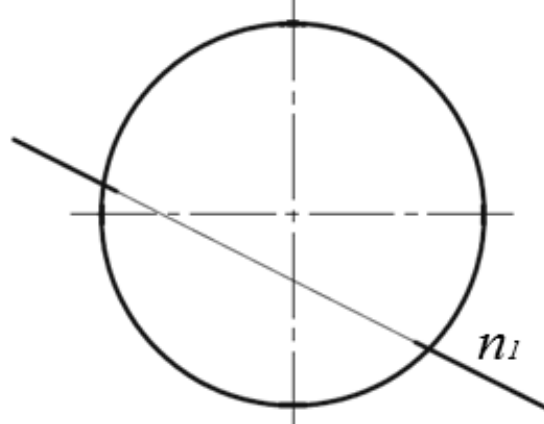
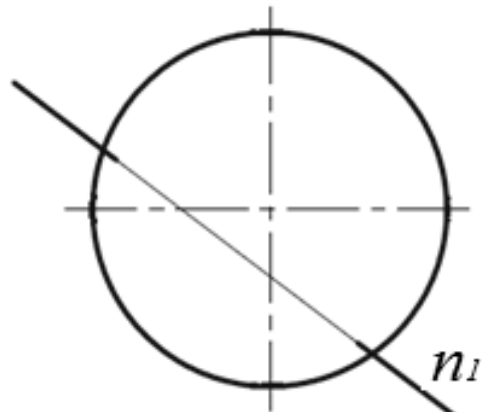
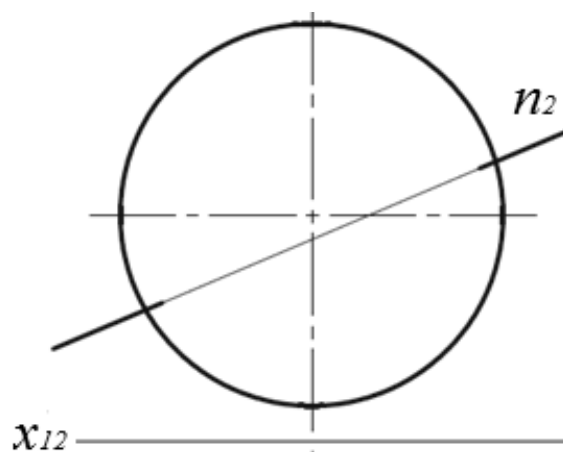
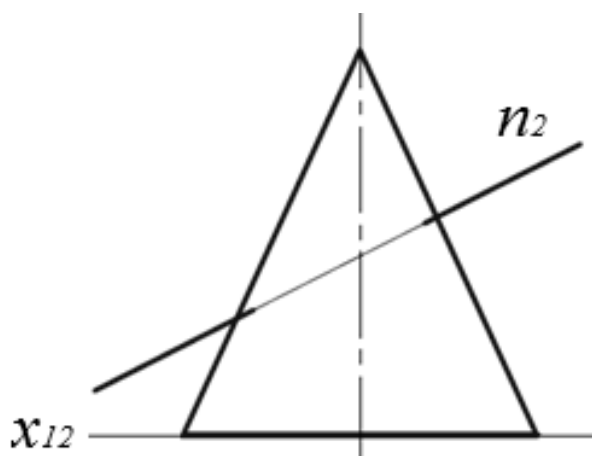


## 16 ПЕРЕСЕЧЕНИЕ ЛИНИИ И ПОВЕРХНОСТИ

130. Найти точки пересечения прямых с заданными поверхностями.

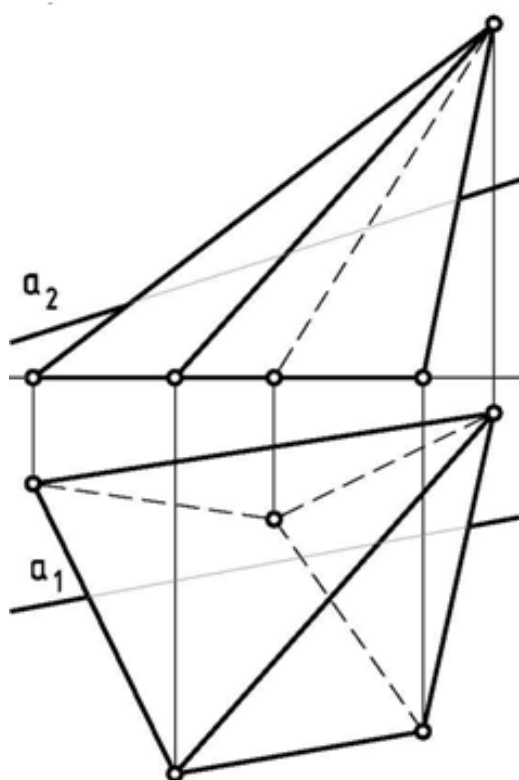


131. Найти точки пересечения прямой  $n$  с заданными поверхностями.

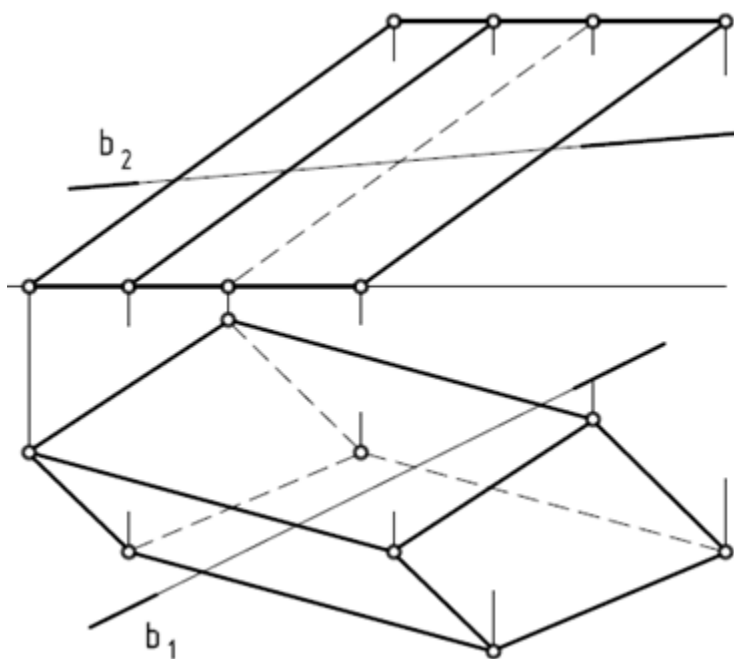


**132.** Найти точки пересечения прямой с поверхностью многогранника:

а)

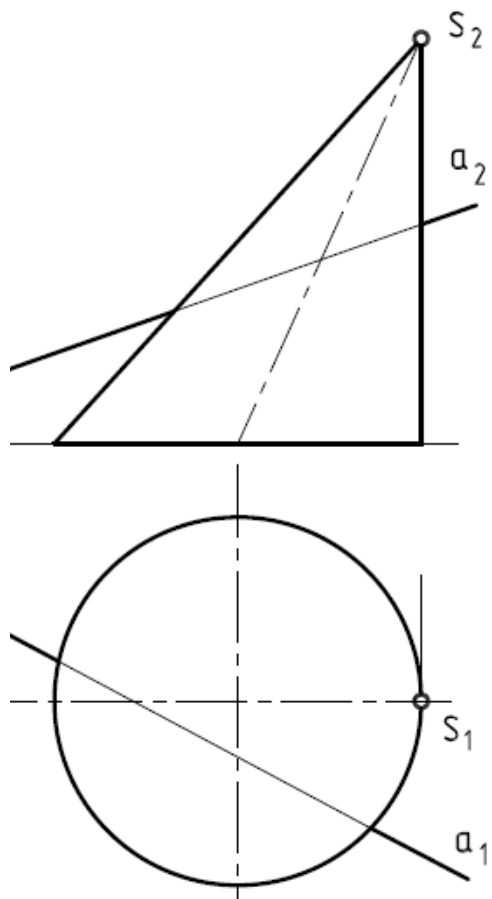


б)

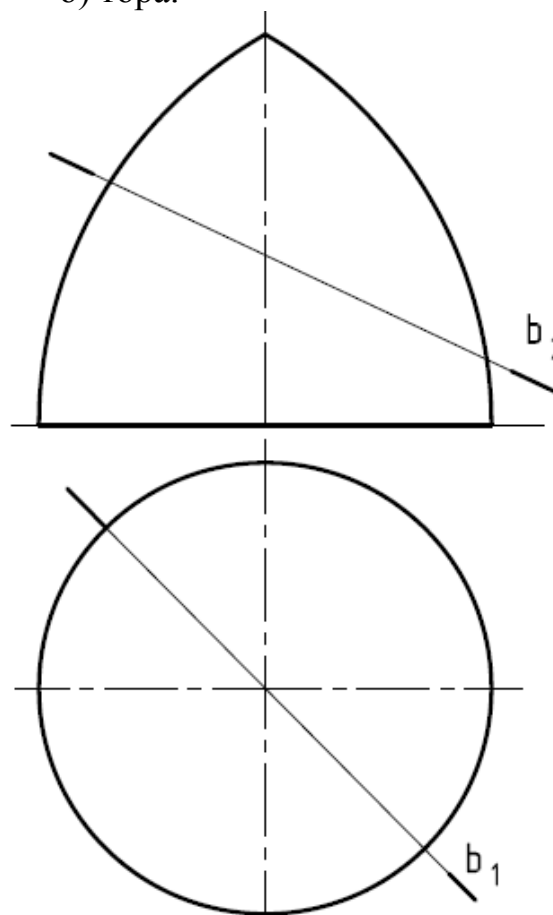


**133.** Найти точки пересечения прямой с поверхностью:

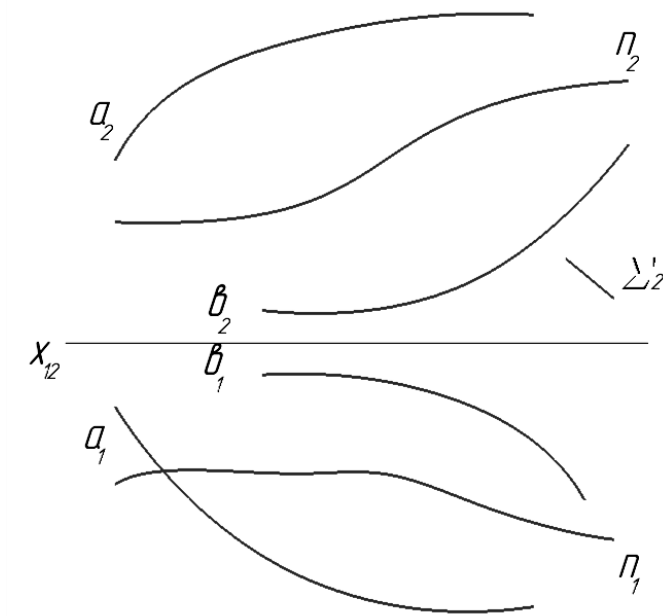
а) наклонного конуса;



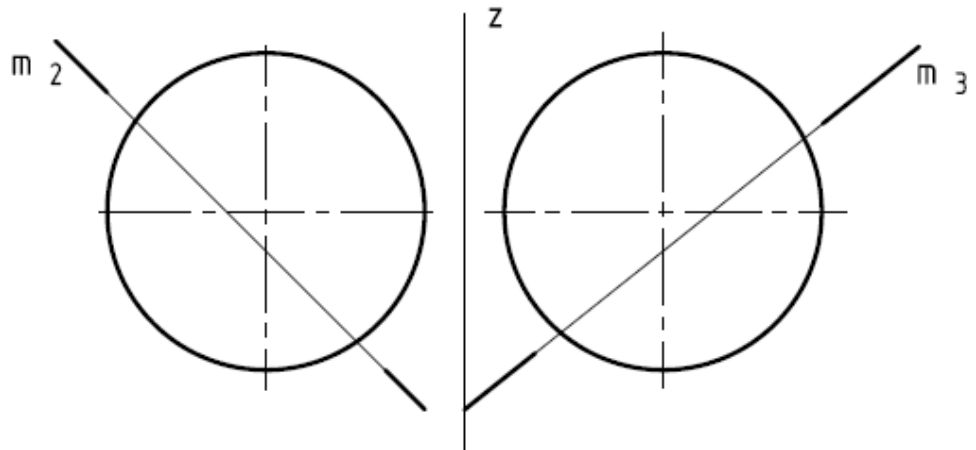
б) тора.



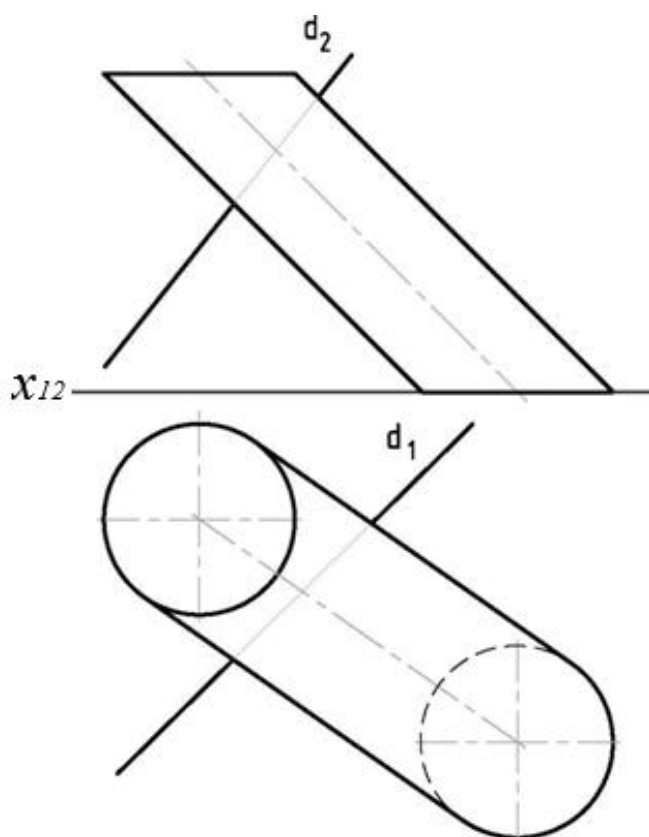
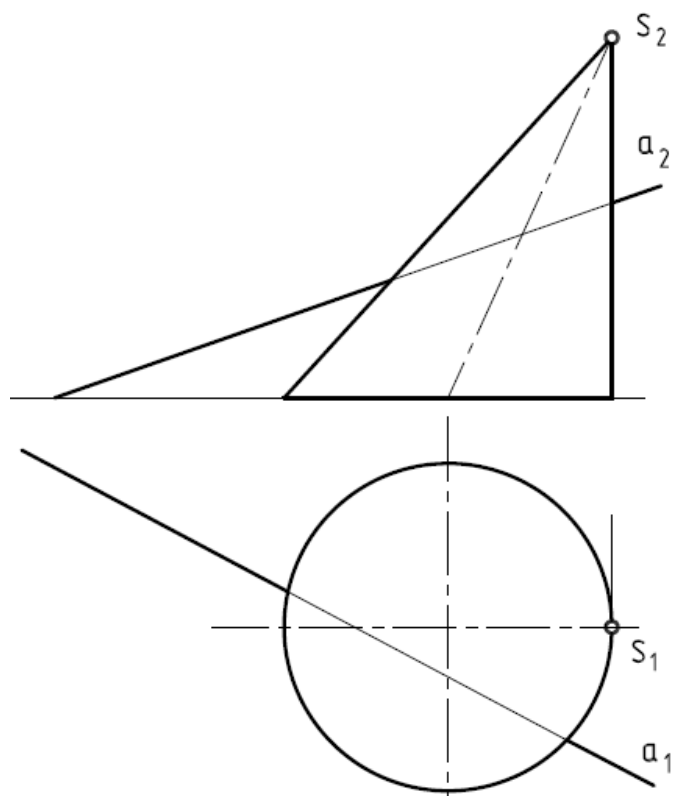
**134.** Даны кривая  $n$  и цилиндرويد  $\Gamma(a, b, l \parallel \Sigma)$ . Построить проекции точки пересечения линии  $n$  и поверхности цилиндроида.



**135.** Найти точки пересечения прямой  $m$  с поверхностью сферы, применив способ замены плоскостей проекций.



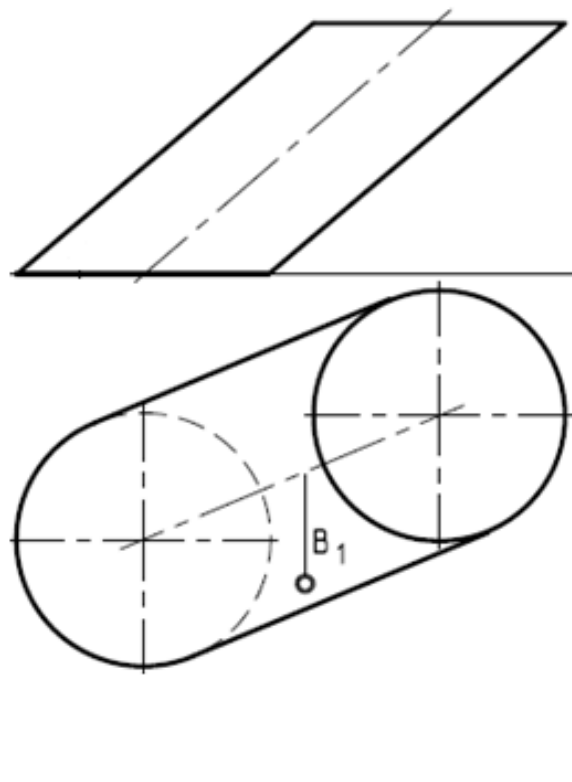
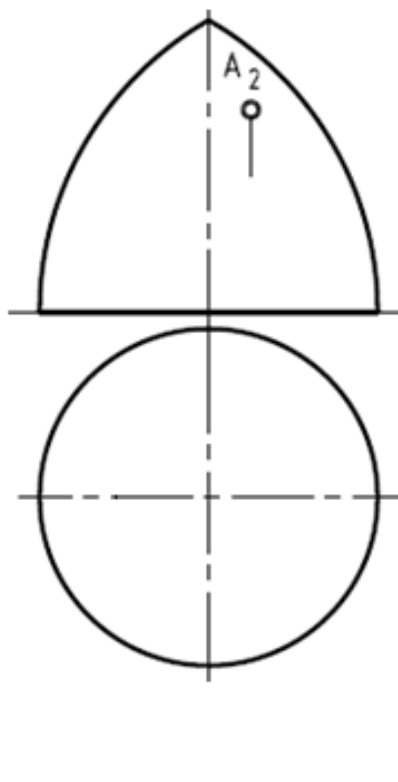
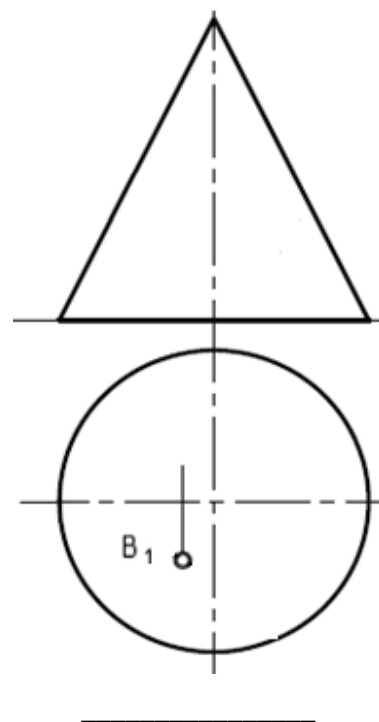
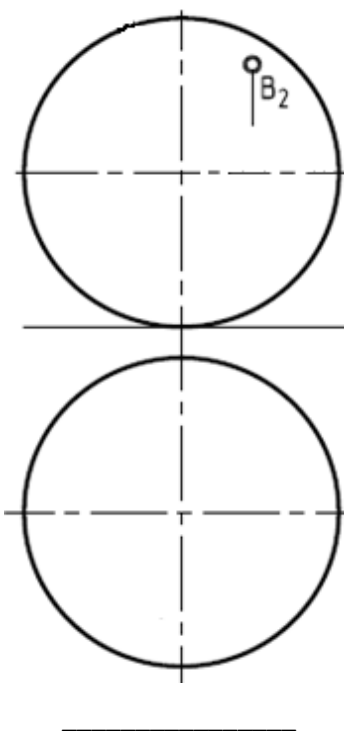
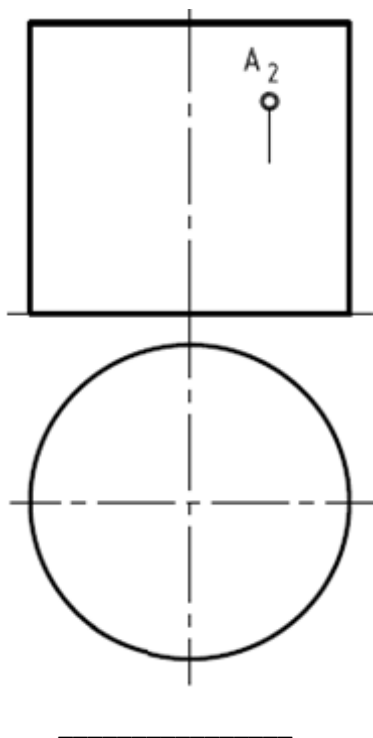
**136.** Найти точки пересечения прямой с поверхностью конуса, применив способ вспомогательного проецирования.



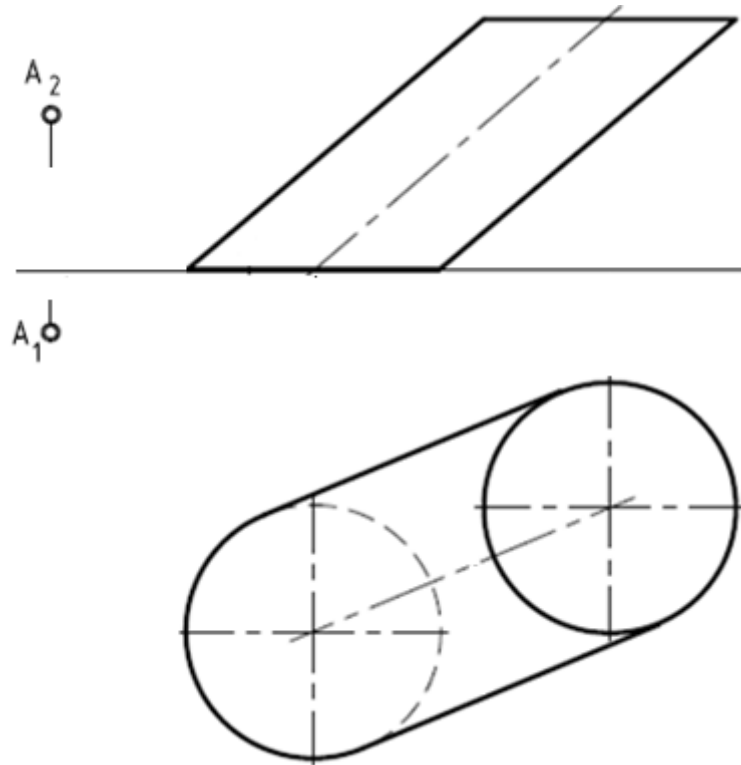
**137.** Найти точки пересечения прямой  $d$  с поверхностью цилиндра, применив способ вспомогательного проецирования.

## 17 ПЛОСКОСТЬ, КАСАТЕЛЬНАЯ К ПОВЕРХНОСТИ

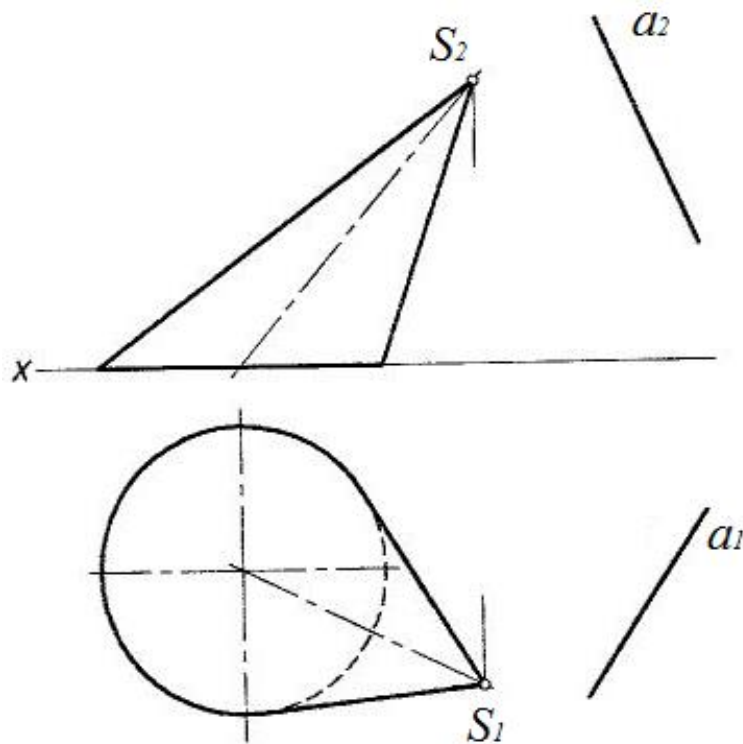
**138.** В точке, заданной на поверхности, провести касательную плоскость и нормаль к данной поверхности. Записать определитель плоскости.



**139.** Через точку  $A$ , расположенную вне поверхности цилиндра, провести плоскость  $\Sigma$ , касательную к поверхности цилиндра. Записать определитель плоскости.



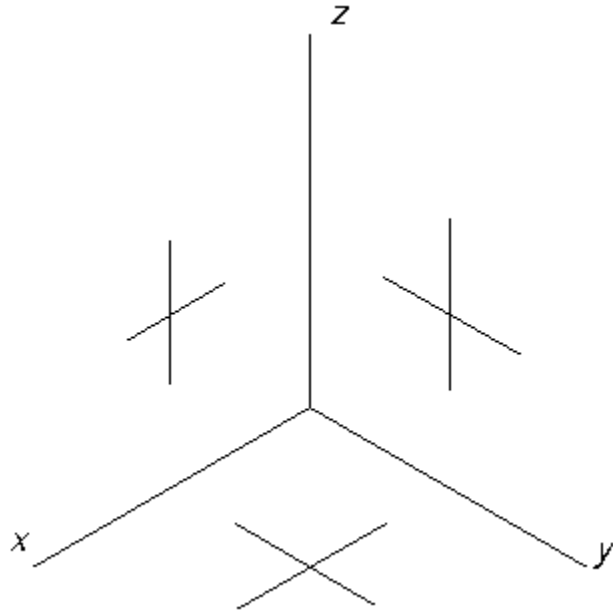
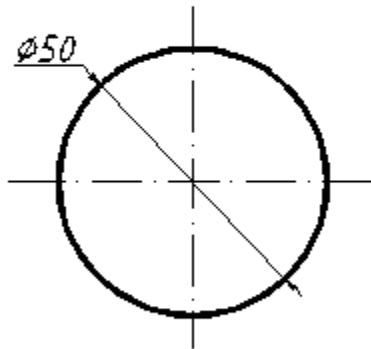
**140.** Построить плоскость, касательную к конусу, параллельно заданной прямой  $a$ . Записать определитель плоскости.



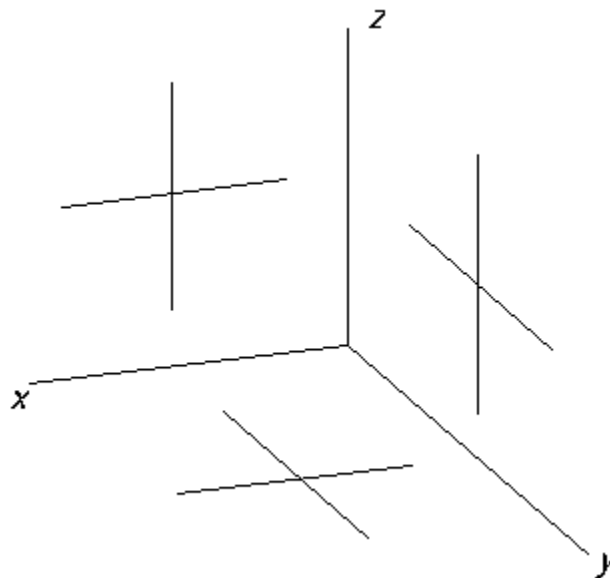
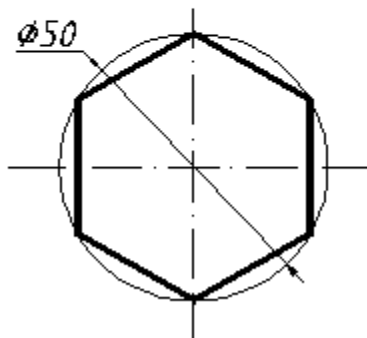


## 18 АКСОНОМЕТРИЧЕСКИЕ ПРОЕКЦИИ

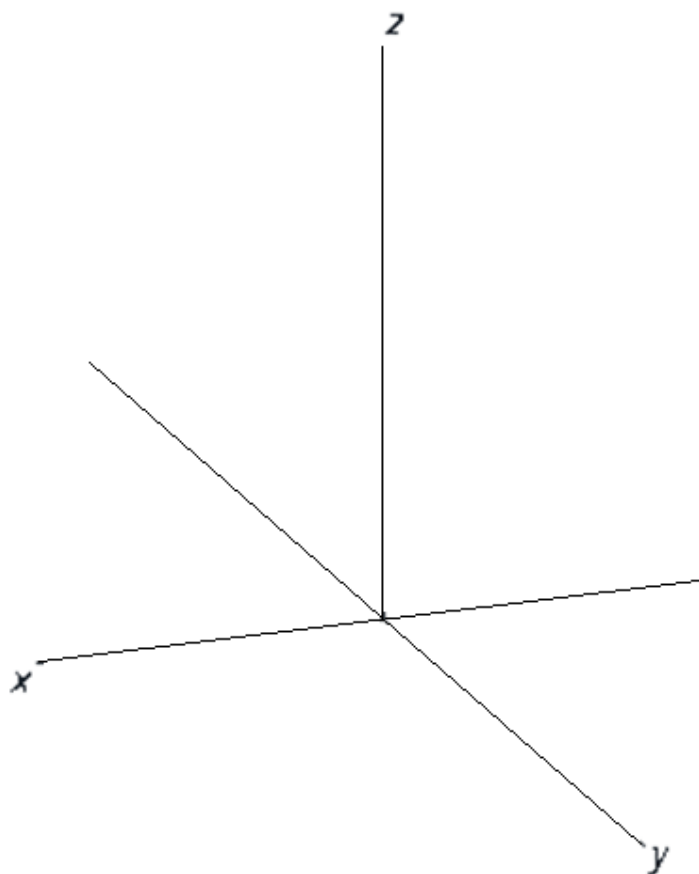
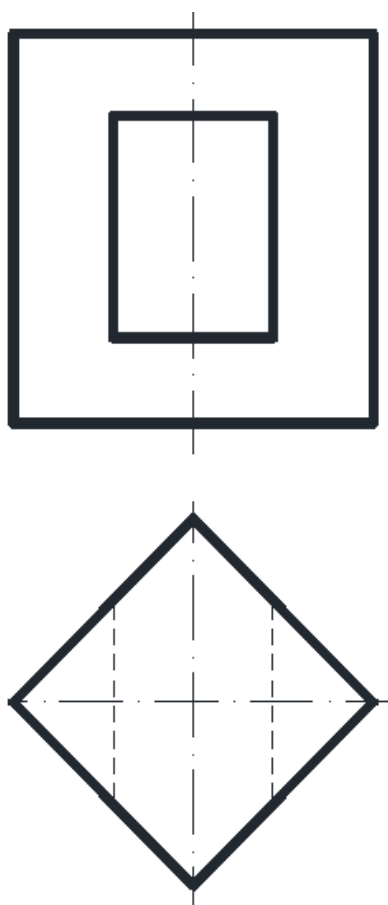
**141.** Построить изображение окружности в стандартной прямоугольной изометрии.



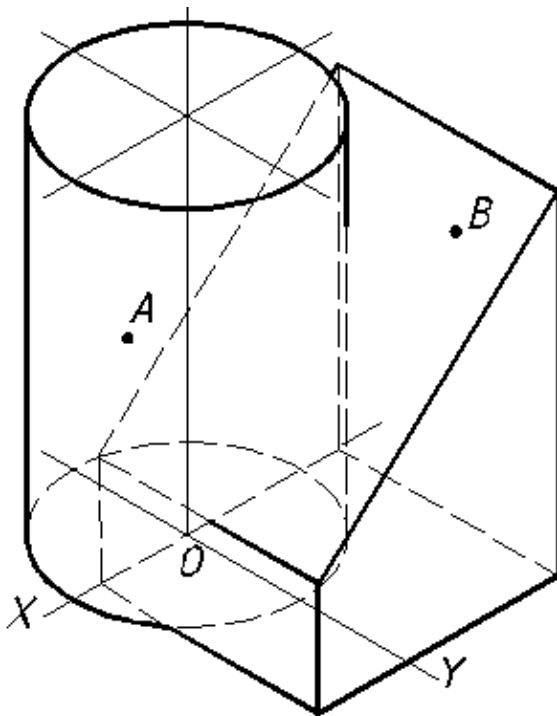
**142.** Построить изображение шестиугольника в стандартной прямоугольной диметрии.



**143.** Построить профильную проекцию призмы со сквозным отверстием и её аксонометрическую проекцию в стандартной прямоугольной диметрии.



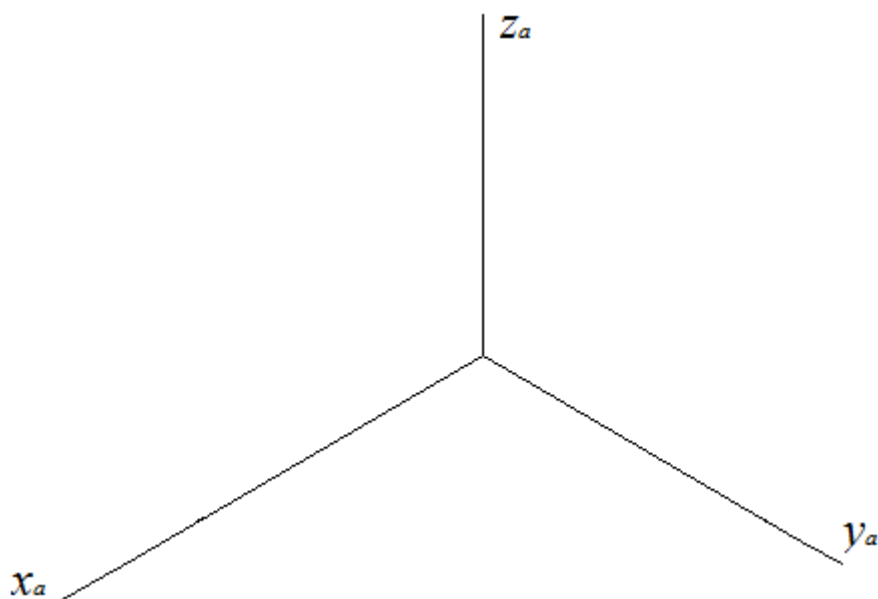
**144.** Построить линию пересечения поверхностей цилиндра и призмы. Определить координаты точек  $A$  и  $B$ , лежащих соответственно на поверхностях цилиндра и призмы.



|     | $A$ | $B$ |
|-----|-----|-----|
| $X$ |     |     |
| $Y$ |     |     |
| $Z$ |     |     |

**145.** По заданным координатам точек построить аксонометрические проекции треугольника  $ABC$  и прямой  $DE$  в стандартной прямоугольной изометрии. Найти точку пересечения прямой с плоскостью треугольника.

|     | $A$ | $B$ | $C$ | $D$ | $E$ |
|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| $X$ | 45  | 0   | 45  | 60  | 5   |
| $Y$ | 0   | 50  | 50  | 35  | 15  |
| $Z$ | 25  | 60  | 0   | 70  | 10  |



## ЛИТЕРАТУРА

1. Начертательная геометрия. Практикум : учеб. пособие / Н.Д. Ахметов, Л.А. Феоктистова, Т.В. Рзаева, М.М. Гимадеев, А.Г. Коробова, В.А. Кривошеев, Г.И. Набиуллина, Л.Н. Валлиахметова; под ред. Н.Д. Ахметова. – Набережные Челны: Издательско-полиграфический центр Набережночелнинского института К(П)ФУ, 2017. – 168 с.: ил.
2. Начертательная геометрия: учеб. пособие в 2-х ч. Часть 2. Начертательная геометрия. Практикум / Н.Д. Ахметов, Л.А. Феоктистова, Т.В. Рзаева, М.М. Гимадеев, А.Г. Коробова, В.А. Кривошеев, Г.И. Набиуллина, Л.Н. Валлиахметова; под ред. Н.Д. Ахметова. – 2-е изд. перераб. – Набережные Челны: Издательско-полиграфический центр Набережночелнинского института К(П)ФУ, 2016. – 64 с.: ил.
3. Начертательная геометрия. Практикум / Н.Г. Калашникова, М.В. Борзова, Т.А. Татаренкова. – Орел: Изд. ФГБОУ ВПО «ГУ - УНПК», 2012.
4. Рудаев А.К. Сборник задач по начертательной геометрии. – изд. 12-е. – М., Физматгиз, 1962. – 344 с.: ил.
5. Фролов С.А. Начертательная геометрия: учебник / С.А. Фролов – 3-е изд., перераб. и доп. – Москва : ИНФРА-М, 2013. – 285 с.: черт.
6. Чекмарев А.А. Начертательная геометрия и черчение: учебник для бакалавров / А.А. Чекмарев. – 4-е изд., испр. и доп. – Москва: Юрайт, 2014. – 471 с.: ил.

## ОГЛАВЛЕНИЕ

|   |    |
|---|----|
| Введение .....  | 3  |
| 1 Точка .....   | 5  |
| 2 Прямая линия. Точка на прямой. Следы прямой .....                   | 11 |
| 3 Плоскость. Прямые и точки в плоскости. Горизонталь и фронталь ..... | 17 |
| 4 Построение проекций плоских фигур .....                             | 20 |
| 5 Взаимное положение прямой и плоскости, двух плоскостей .....        | 21 |
| 6 Пересечение прямой и плоскости, двух плоскостей .....               | 23 |
| 7 Способ замены плоскостей проекций .....                             | 27 |
| 8 Способ плоскопараллельного переноса .....                           | 30 |
| 9 Способ вращения вокруг проецирующей оси .....                       | 32 |
| 10 Способ вращения вокруг линии уровня .....                          | 34 |
| 11 Определение расстояний .....                                       | 35 |
| 12 Определение углов .....  | 38 |
| 13 Точка и линия на поверхности .....                                 | 42 |
| 14 Сечение поверхности плоскостью .....                               | 47 |
| 15 Пересечение поверхностей .....                                     | 52 |
| 16 Пересечение линии и поверхности .....                              | 58 |
| 17 Плоскость, касательная к поверхности .....                         | 63 |
| 18 Аксонометрические проекции .....                                   | 65 |
| Литература .....  | 68 |

*Учебное издание*

**Ахметов** Наил Дамирович  
**Феоктистова** Лида Александровна  
**Рзаева** Татьяна Васильевна  
**Гимадеев** Минахмет Минхайдарович  
**Кривошеев** Вячеслав Александрович

## **СБОРНИК ЗАДАЧ ПО НАЧЕРТАТЕЛЬНОЙ ГЕОМЕТРИИ**

**Учебно-методическое пособие**

Редактор  
***Г.Ф. Таипова***

Компьютерная верстка  
***А.А. Фахуртдинова***

Подписано в печать 12.01.2024.  
Бумага офсетная. Печать ризографическая.  
Формат 60×84 1/16. Гарнитура «Times New Roman».  
Усл. печ. л. 4,07. Уч.-изд. л. 0,63. Тираж 50 экз. Заказ 1795-554

Отпечатано в издательско-полиграфическом центре  
Набережночелнинского института  
Казанского (Приволжского) федерального университета

---

423810, г. Набережные Челны, Новый город, проспект Мира, 68/19  
тел./факс (8552) 39-65-99 e-mail: [ic-nchi-kpfu@mail.ru](mailto:ic-nchi-kpfu@mail.ru)