

2021 선린 정보 알고리즘 경시대회

Official Solutions

대회 운영진

✓ 권노현 Swote	신한은행	
✓ 권욱제 wookje	Ri iid!	숭실대학교 컴퓨터학부
✓ 김준겸 ryute		고려대학교 컴퓨터학과
✓ 김준원 junie	엔진스튜디오	서울대학교 자유전공학부
✓ 나정휘 jh nah917		숭실대학교 컴퓨터학부
✓ 박찬솔 chansol		동래고등학교
✓ 신동원 messi		KAIST 전산학부
✓ 오주원 kyo20111		숭실대학교 소프트웨어학부
✓ 이종서 lee jseo	Sendbird	KAIST 전산학부/수리과학과

Sponsors



문제	의도한 난이도	출제자
A 서든어택 3	Easy	김준원
B 이미지 축소	Easy	나정휘
C 증가하는 부분 수열의 개수 K	Medium	나정휘
D 유니온 파인드 복원	Medium	이종서
E 미사일 폭격	Hard	나정휘

A. 서든어택 3

sort

출제진 의도 – **Easy**

- ✓ 처음 푼 사람: **유재원**, 3분
- ✓ 처음 푼 사람 (Open Contest): **palilo**, 1분
- ✓ 출제자: 김준원

A. 서든어택 3

- ✓ 준원이가 참가하지 않는 전투는 되도록 발생하지 않는 것이 좋습니다.
- ✓ 다시 말해, 만약 Yes인 해가 존재한다면
준원이가 $N - 1$ 번의 전투에 모두 참가하는 해가 항상 존재합니다.
- ✓ 그러므로 준원이를 제외한 모든 플레이어를 공격력 오름차순으로 정렬한 뒤
- ✓ 순서대로 전투를 수행하면서 최후의 생존자가 될 수 있는지 확인하면 됩니다.

B. 이미지 축소

implementation

출제진 의도 – **Easy**

- ✓ 처음 푼 사람: **이성현**, 8분
- ✓ 처음 푼 사람 (Open Contest): **palilo**, 6분
- ✓ 출제자: 나정휘

B. 이미지 축소

- ✓ 설명의 편의를 위해 입력으로 주어지는 n_i, m_j 를 N, M 으로 표기합니다.
- ✓ 원본 이미지의 세로 길이는 N 의 약수 중 하나이고, 가로 길이는 M 의 약수 중 하나입니다.
- ✓ 그러므로 N, M 의 약수 n, m 에 대해, $A[0 : n][0 : m]$ 로 A 를 만들 수 있는지 확인하면 됩니다.
- ✓ 어떤 수 X 의 약수는 최대 $2\sqrt{X}$ 개이므로, $O(NM\sqrt{NM})$ 에 해결할 수 있습니다.

B. 이미지 축소

- ✓ 사실 $A[i][*] = A[i - n][*]$ 인지 확인하는 작업과 $A[*][j] = A[*][j - m]$ 인지 확인하는 작업을 따로 수행해도 됩니다.
- ✓ 시간 복잡도는 $O(NM(\sqrt{N} + \sqrt{M}))$ 이 됩니다.

C. 증가하는 부분 수열의 개수 K

bitmask

출제진 의도 – **Medium**

- ✓ 처음 푼 사람: **이성현**, 103분
- ✓ 처음 푼 사람 (Open Contest): **palilo**, 17분
- ✓ 출제자: 나정휘

C. 증가하는 부분 수열의 개수 K

- ✓ 34는 $2 \cdot \lfloor \log_2 262143 \rfloor$ 입니다.
- ✓ 이진법을 이용하면 문제를 풀 수 있다는 추측을 할 수 있습니다.
- ✓ N 개의 수를 이용해서 2^N 또는 $2^N - 1$ 등을 만들 수 있는지 생각해 봅시다.
- ✓ 2^N 은 상당히 어려워 보입니다. $2^N - 1$ 은 어떨까요?

C. 증가하는 부분 수열의 개수 K

- ✓ $1, 2, 3, \dots$ 꼴의 수열에서, i 로 끝나는 증가하는 부분 수열의 개수는 2^{i-1} 개입니다.
- ✓ 즉, N 개의 수를 순증가하도록 배치하면 $2^N - 1 (= \sum_{i=1}^N 2^{i-1})$ 을 만들 수 있습니다.
- ✓ $2^i - 1 \leq K$ 인 가장 큰 i 를 찾아서 $1 \dots i$ 를 배치하면 K 를 $2^i - 1$ 미만으로 줄일 수 있습니다.

C. 증가하는 부분 수열의 개수 K

- ✓ 여기까지 왔다면, $j < i$ 인 j 에 대해, 수열 맨 뒤에 $j + 1$ 를 추가하면 2^j 를 만들 수 있습니다.
- ✓ 그러므로, 남은 K 를 이진법으로 전개한 뒤, 2^j 비트가 켜져 있다면 $j + 1$ 을 추가하면 됩니다.

D. 유니온 파인드 복원

ad_hoc, constructive, trees, disjoint_set

출제진 의도 – **Medium**

- ✓ 처음 푼 사람: **김준서**, 32분
- ✓ 처음 푼 사람 (Open Contest): **palilo**, 49분
- ✓ 출제자: 이종서

D. 유니온 파인드 복원

- ✓ 2번 쿼리의 결과로 주어지는 M 개의 정수를 입력받자마자 2번 쿼리로 출력하면
- ✓ `par` 배열을 만족하도록 포레스트를 잘 만드는 문제가 됩니다.
- ✓ 각 트리마다 DFS를 하면서 i 와 `par[i]`를 1번 쿼리로 출력하면 됩니다.
- ✓ 제시된 Union-Find 코드는 경로 압축을 수행하므로, 1번 쿼리 출력 순서에 주의해야 합니다.

E. 미사일 폭격

multi_segtree

출제진 의도 – Hard

- ✓ 처음 푼 사람: **김준서**, 68분
- ✓ 처음 푼 사람 (Open Contest): **pjh6792**, 86분
- ✓ 출제자: 나정휘

E. 미사일 폭격

- ✓ 설명의 편의를 위해 좌표 범위를 X , 쿼리 개수를 $Q = M + K$ 로 표현하겠습니다.
- ✓ 미사일에 피해를 받는 범위는 마름모 형태로 표현됩니다.
- ✓ 45도 회전시켜서 정사각형 형태로 바꿉시다. (x, y) 를 $(x + y, x - y)$ 로 바꾸면 됩니다.

E. 미사일 폭격

- ✓ 다양한 풀이가 있습니다.
 1. $O(Q\sqrt{Q}\log^2 X)$
 2. $O(Q\log^2 X)$
- ✓ 두 풀이 모두 통과하도록 설계했습니다.
- ✓ 차례대로 소개하겠습니다.

E. 미사일 폭격

$O(Q\sqrt{Q}\log^2 X)$ 풀이

- ✓ i 번째 부대가 존재하는 시간 구간 $[s_i, e_i]$ 를 생각해보면
- ✓ 해당 시간에 (x_i, y_i) 가 미사일에 피해를 입었는지 판별하는 문제가 됩니다.
- ✓ Mo's Algorithm으로 풀 수 있습니다.

E. 미사일 폭격

$O(Q\sqrt{Q}\log^2 X)$ 풀이

- ✓ 미사일 폭격을 구간에 넣는 것은 직사각형 영역에 1을 더하는 연산
미사일 폭격을 구간에서 빼는 것은 직사각형 영역에 1을 빼는 연산이라고 생각할 수 있습니다.
- ✓ 그러므로 2D Fenwick Tree를 이용해 구간의 이동을 $O(\log^2 X)$ 에 처리할 수 있습니다.
- ✓ 구간의 끝점은 최대 $O(Q\sqrt{Q})$ 번 이동하므로 $O(Q\sqrt{Q}\log^2 X)$ 에 문제를 해결할 수 있습니다.

E. 미사일 폭격

$O(Q \log^2 X)$ 풀이

- ✓ Mo's Algorithm 풀이에서의 아이디어를 그대로 사용합니다.
- ✓ 시간 구간 $[s_i, e_i]$ 동안 (x_i, y_i) 가 미사일에 피해를 입었는지 판별해야 합니다.
- ✓ 지금까지 (x_i, y_i) 가 미사일에 몇 번 피해를 받았는지 구할 수 있다면
- ✓ s_i, e_i 시점까지 (x_i, y_i) 가 미사일에 피해를 입은 횟수를 각각 구할 수 있습니다.
- ✓ 두 값이 다른지 확인하면 됩니다.

E. 미사일 폭격

$O(Q \log^2 X)$ 풀이

- ✓ 직사각형 영역에 어떤 수를 더하는 쿼리와 어떤 한 지점의 값을 구하는 쿼리가 필요합니다.
- ✓ 2D Fenwick Tree를 이용하면 $O(\log^2 X)$ 에 할 수 있습니다.

- ✓ 예선/본선 문제의 모범 코드는

<https://github.com/justiceHui/Sunrin-Contest/tree/main/Sunrin-OI-2021>
에서 확인할 수 있습니다.

- ✓ 감사합니다.