제7회 천하제일 코딩대회

Official Solutions

제7회 천하제일 코딩대회 2023년 7월 19일

출제

- ✓ 김준서 junseo
- ✓ 김채완 amsminn
- ✓ 나정휘 jhnah917
- ✓ 박세훈 prarie
- ✓ 이성현 hibye1217
- ✓ 정태건 sr3gm
- ✓ 조찬우 myyh1234

한양대학교 컴퓨터소프트웨어학부

국민대학교 소프트웨어학부

숭실대학교 컴퓨터학부

성균관대학교 소프트웨어학과

한양대학교 컴퓨터소프트웨어학부

한양대학교 컴퓨터소프트웨어학부

한양대학교 컴퓨터소프트웨어학부

검수

- ✓ 박선재 cs71107
- ✓ 박찬솔 chansol
- ✓ 오주원 kyo20111
- ✓ 윤시우 cgiosy
- ✓ 신용명 tlsdydaud1
- ✓ 최은수 gs18115

서울대학교 컴퓨터공학부

숭실대학교 컴퓨터학부

숭실대학교 소프트웨어학부

한양대학교 컴퓨터소프트웨어학부

KAIST 전 시난학부

현장 스태프 ✓ 김도윤 noahdy967 선린인터넷고등학교 소프트웨어과 ✓ 김형우 kimhw050905 선린인터넷고등학교 소프트웨어과 선린인터넷고등학교 소프트웨어과 ✓ 김형진 kimhi4485 선린인터넷고등학교 소프트웨어과 ✓ 박준영 junyeong5347 ✓ 박희찬 ckstmznf 선린인터넷고등학교 소프트웨어과 선린인터넷고등학교 소프트웨어과 ✓ 윤지호

선린인터넷고등학교 소프트웨어과 ✓ 이하람 slyram06 ✓ 임도희 선린인터넷고등학교 정보보호과

✓ 장태환 jjang36524

선린인터넷고등학교 소프트웨어과 제7회천하제일코딩대회 **최주연 ib2ib2** 선린인터넷고등학교 정보보호과

Sponsors



문제		의도한 난이도	출제자
Α	10!	Easy	나정휘
В	고양이 카페	Medium	조찬우
С	링크 컷 토마토	Challenging	조찬우
D	무한 수열	Challenging	이성현
E	부정행위 멈춰!	Medium	조찬우
F	사탕 나눠주기	Medium	조찬우
G	생일 맞추기	Easy	조찬우
Н	수열의 가치	Hard	김준서
1	양동이 게임	Hard	정태건
J	크리스마스	Medium	정태건

A. 10!

math, implementation 출제진 의도 - **Easy**

- ✓ 처음 푼 팀: 선린 여학원 스쿨 아이돌, 1분
- ✓ 처음 푼 팀(Open Contest): jjang36524, 0분
- ✓ 출제자: 나정휘

A. 10!

- \checkmark $11 \times 12 \times \cdots \times n \times 6 = n!/10! \times 6$ 을 계산하면 됩니다.
- \checkmark 또는 $n!/(7 \times 24 \times 60 \times 60)$ 을 계산해도 됩니다.
- ✓ 침대에서 뒹굴거리다가 본 인스타그램 릴스가 흥미로워서 문제로 만들었습니다.

greedy 출제진 의도 – **Medium**

- ✓ 처음 푼팀: 1011101000000100110000001100000101000001, 6분
- ✓ 처음 푼 팀(Open Contest): delena0702, 3분
- ✓ 출제자: 조찬우

- \checkmark 정수 배열 w의 원소들을 최대 한 번씩 사용하여 합이 K 이하인 쌍들을 최대한 많이 만드는 문제입니다.
- \checkmark 따라서 배열 w 의 원소들끼리 서로 최대한 많이 짝 지을 수 있는 전략을 찾는다면 문제를 풀 수 있습니다.

- 짝을 지을 때 반드시 사용되는 원소가 무엇일지 생각해 봅시다.
- ✓ w의 가장 작은 원소는 무조건 사용하는 것이 이득입니다.
 - 가장 작은 원소를 사용하지 않았다면, 짝 지어진 원소 중 아무거나 가장 작은 원소로 바꾸어도 여전히 조건을 만족합니다.
 - 따라서 가장 작은 원소를 사용하여 최적의 정답을 항상 만들 수 있습니다.

- \checkmark 가장 작은 원소는 합이 K 이하가 되는 가장 큰 원소와 짝 짓는 것이 이득입니다.
 - 편의상 가장 작은 원소와 짝 지을 수 있는 가장 큰 원소를 *X* 라고 하겠습니다.
 - -X를 다른 원소와 짝 지을 수 있다면 X를 가장 작은 원소와 짝 지어도 개수가 변하지 않습니다.
 - -X 대신 가장 작은 원소와 짝 지어진 원소는 X 보다 크지 않기 때문입니다.
 - -X를 다른 원소와 짝 지을 수 없다면 가장 작은 원소와 짝 지어야 합니다.
 - 따라서 X를 짝 지어 최적의 정답을 항상 만들 수 있습니다.

- \checkmark 가장 작은 원소와 X를 짝지었다면 w에는 N-2개의 원소가 남습니다.
- ✓ 같은 방식으로 남은 원소들 중 가장 작은 원소를 선택하고, 선택한 원소와 짝 지을 수 있는 가장큰 원소를 선택하는 과정을 반복하는 것이 최적입니다.
- ✓ 가장 작은 원소를 짝 짓지 못했다면 정답은 0이 되겠지만, 크게 신경 쓸 필요는 없습니다.

- $\checkmark w$ 를 정렬하면 $O(N \log N)$, 정렬하지 않으면 $O(N^2)$ 시간에 문제를 풀 수 있습니다.
- 이 외에도 큰 원소부터 가능한 가장 작은 원소와 짝 짓기, 아무 원소부터 가능한 가장 큰 원소와짝 짓기 등 다양한 전략이 성립합니다.
- ✓ 증명은 여러분의 몫으로 남기겠습니다.

graphs, bfs, tree_set, dijkstra, tree_map 출제진 의도 – **Challenging**

- ✓ 처음 푼 팀: N/A, N/A분
- ✓ 처음 푼 팀(Open Contest): lobo_prix, 36분
- ✓ 출제자: 조찬우

- ✓ 두 가지 풀이가 있습니다. 첫 번째 풀이는 BFS를 응용하는 방법입니다.
- ✓ 각 토마토를 정점으로, 연결 여부를 간선 유무로 생각합시다.
- ✓ 지문을 요약하면, 간선 추가/삭제 이벤트가 있을 때 시작 정점들 중 하나에서 각 정점까지 도달하는 최단 거리를 구해야 합니다.
- ✓ 간선의 변화가 없다면 단순한 BFS로 문제를 풀 수 있습니다.

- ✓ 간선의 변화 이벤트를 분류해 봅시다.
 - 1. T 초에 추가/삭제된 간선이 잇는 두 토마토가 모두 익었거나 모두 익지 않았다면 T+1 초에 특별한 일이 생기지 않습니다.
 - 2. T 초에 추가된 간선이 익은 토마토와 안 익은 토마토를 연결한다면 T+1 초에 안 익은 토마토가 익게 됩니다.
 - 3. T 초에 삭제된 간선이 익은 토마토와 안 익은 토마토를 연결하고 있었다면 안 익은 토마토는 익지 않습니다.
- ✓ 즉, 간선을 추가/삭제하며 간선이 변화하자마자 생기는 변화를 즉시 반영해야 합니다.
- \checkmark 그래프를 인접 리스트로 저장하되, 인접한 정점을 set으로 관리하면 간선의 추가/삭제 자체는 $O(\log N)$ 에 처리할 수 있습니다.

- \checkmark BFS 과정에서 큐의 맨 앞 토마토가 익는 날을 D라고 하겠습니다.
- \checkmark BFS를 수행하는 모든 순간 큐 안의 토마토가 익는 날짜를 순서대로 나열하면 항상 $[D,D,\cdots,D,D+1,\cdots,D+1]$ 꼴이 됩니다. D+1은 없을 수도 있습니다.
- \checkmark 풀어 말하면, BFS의 모든 순간 큐에는 D일 또는 D+1일에 익는 토마토만 들어 있고, 큐 안에서 익는 날 오름차순으로 정렬된 상태입니다.
- \checkmark 따라서 D 일에 익는 토마토를 큐에서 꺼냈을 때 D 일에 추가되는 간선을 처리한다면 이전 슬라이드의 2번 상황에서 안 익은 토마토를 큐 뒤에 넣어도 괜찮습니다.

- $\checkmark D$ 일에 익는 토마토를 꺼냈을 때 D일에 삭제되는 간선을 처리한다면 추가적인 처리가 필요 없습니다.
- ✓ 따라서 큐에서 정점을 꺼내고 그 날짜의 변화를 처리하면 문제를 풀 수 있습니다.
- \checkmark 시간복잡도는 $O(N+M+T\log N)$ 입니다.
- 이벤트를 모두 처리하기 전에 큐가 비는 상황을 잘 처리해야 합니다.
- ✓ 큐 내부 정점의 거리에 대해 궁금하다면 0-1 BFS 알고리즘을 공부해 보시길 바랍니다.

- ✓ 두 번째 풀이는 데이크스트라 알고리즘의 응용입니다.
- ✓ 조건에 따라 같은 간선이 두 개 이상 존재하지 않습니다.
- ✓ 따라서 간선 변화를 통해 각 간선이 존재하는 lifetime을 계산할 수 있습니다.
- ✓ 같은 정점을 잇더라도 lifetime 이 다르면 다른 간선이라고 가정합시다.
- \checkmark T 번의 변화로 추가되는 간선은 최대 O(T) 개이므로 간선의 개수는 M+O(T) 개가 됩니다.
- 어떤 토마토가 익는 시간과 간선의 lifetime을 알면 인접한 토마토가 영향을 받는 시간을 구할수 있습니다.
- \checkmark 따라서 데이크스트라 알고리즘으로 문제를 풀 수 있습니다. 간선이 O(M+T) 개이므로 시간복잡도는 $O(N+(M+T)\log{(M+T)})$ 입니다.



문제-컨셉-비하인드.png

math, implementation, dp 출제진 의도 **- Challenging**

✓ 처음 푼 팀: N/A, N/A분

✓ 처음 푼 팀(Open Contest): hyperbolic, 53분

✓ 출제자: 이성현

 \checkmark 문제에서 나오는 무한한 길이의 수열을 편의상 수열 B 라고 하겠습니다.

- \checkmark N 칸을 주기로 반복되는 느낌이 드니, 연속된 N 개의 칸을 한 번 생각해 봅시다.
- \checkmark B_1 부터 B_N 까지의 합을 S 라고 하면, B_2 부터 B_{N+1} 까지의 합은 $S-B_1+B_{N+1}=S-N$ 이 됩니다.
- \checkmark 이를 일반화하면, B_i 부터 B_{i+N-1} 까지의 합을 S 라고 하면, B_{i+1} 부터 B_{i+N} 까지의 합 역시 S-N 이 됩니다.
- \checkmark B 에서의 연속된 N 칸의 합이 규칙적으로 감소하므로, 이러한 합이 음이 아닌 수가 되는 가장 오른쪽에 있는 구간 [p,p+N)를 찾을 수 있습니다.

- ✓ 이제 답으로 고려할 수 있는 구간을 생각해 봅시다.
- ✓ 이를 위해, 다음과 같은 관찰들을 할 수 있습니다.

- \checkmark 우선, 연속합을 최대로 만드는 구간의 시작점은 1 이상 N 이하여야 합니다.
 - 만약 그렇지 않다면, 구간 전체를 N 칸 앞으로 옮겨서 더 좋게 만들 수 있기 때문입니다.
- \checkmark 또한, 구간의 끝점은 p 이상 p+N-1 이하여야 합니다.
 - 만약 이 위치보다 더 앞에서 멈춘다면, 구간의 끝점을 N 칸 뒤로 옮기면 이 N 칸의 합이 양수이므로 더 좋은 결과를 낼 수 있기 때문입니다.
 - 만약 이 위치보다 더 뒤에서 멈춘다면, 구간의 끝점을 N 칸 앞으로 옮기면 이 N 칸의 합이음수이므로 더 좋은 결과를 낼 수 있기 때문입니다.

- \checkmark 이와 같은 관찰은 실제로는 구간 길이가 N 보다 클 때에만 적용할 수 있습니다.
- \checkmark 하지만, 구간 길이가 N 보다 작다면 B의 첫 2N 개의 원소만 사용하면 됩니다.
- \checkmark 그러므로 실질적으로 고려해야 하는 시작점과 끝점의 위치들은 $[1,2N] \cup [p,p+N)$ 이 됩니다.

 \checkmark 따라서 다음과 같은 수열 C 를 만든 뒤, C 에서 최대 연속합을 찾는 문제를 해결하면 됩니다.

-
$$C = [B_1, B_2, \dots, B_{2N}, \sum_{i=2N+1}^{p-1} B_i, B_p, B_{p+1}, \dots, B_{p+N-1}]$$

 \checkmark 단, p < 2N 이라면, 아래와 같은 수열을 만들어야 합니다.

-
$$C = [B_1, B_2, \dots, B_{\max(2N, p+N-1)}]$$

✓ 최대 연속합을 찾는 문제는 DP를 이용해 어렵지 않게 해결할 수 있습니다.

E. 부정행위 멈춰!

ad_hoc, constructive 출제진 의도 **- Medium**

- ✓ 처음 푼 팀: 선린 여학원 스쿨 아이돌, 16분
- ✓ 처음 푼 팀(Open Contest): jjang36524, 2분
- ✓ 출제자: 조찬우

E. 부정행위 멈춰!

- \checkmark N, M 이 모두 1일 때 정답은 1종류, 5중 하나만 1일 경우 2종류임은 쉽게 알 수 있습니다.
- \checkmark N, M이 모두 2 이상인 경우를 생각해 봅시다.
- \checkmark 직사각형의 모든 2×2 부분에는 1, 2, 3, 4가 정확히 한 번씩 들어가야 합니다.
- \checkmark 2×2 부분의 네 칸들은 모두 서로 인접하기 때문입니다.
- ✓ 따라서 이러한 경우에는 최소 4종류의 시험지가 필요합니다.

E. 부정행위 멈춰!

- ✓ 1, 2, 3, 4 만으로도 모든 인접한 칸이 다르도록 만들 수 있습니다.
- \checkmark 홀수 번째 줄에는 $1313 \cdots$ 을, 짝수 번째 줄에는 $2424 \cdots$ 를 반복해서 출력하면 됩니다.
- \checkmark 이 외에도 $1234 \cdots$ 와 $3412 \cdots$ 를 출력하는 등 다양하게 답을 구성할 수 있습니다.
- \checkmark N, M 중 하나만 1일 때 예외 처리가 필요할 수도 있습니다.

math, sorting, parametric_search 출제진 의도 – **Medium**

- ✓ 처음 푼 팀: **오합지졸**, 57분
- ✓ 처음 푼 팀(Open Contest): jjang36524, 18분
- ✓ 출제자: 조찬우

- ✓ 두 가지 풀이가 있습니다.
- ✓ 첫 번째 풀이는 기준 X 가 변할 때 필요한 사탕의 수가 변하는 양을 계산합니다.
- \checkmark X 가 1 늘어나면 사탕의 수는 A 중 X 보다 큰 원소의 개수만큼 줄어듭니다.
- \checkmark 점수 A를 오름차순으로 정렬하면 X 보다 큰 원소의 수는 $X=A_1, X=A_2, \cdots, X=A_N$ 일 때마다 1 씩 줄어듭니다.

- \checkmark 따라서 $1 \leq i < N$ 인 i 에 대해 X 가 A_i 에서 A_{i+1} 으로 늘어나면 필요한 사탕의 수는 $(A_{i+1}-A_i) \times (N-i)$ 개 줄어듭니다.
- $\checkmark X$ 를 0 부터 A_1,A_2,\cdots,A_N 까지 늘려 가며 필요한 사탕의 수가 처음으로 K 이하가 되는 순간을 찾을 수 있습니다.
- $\checkmark X = A_{idx}$ 일 때 사탕의 수가 K보다 크고, $X = A_{idx+1}$ 일 때 사탕의 수가 K 이하라고 합시다.
- \checkmark X 가 1 늘어나면 사탕의 수는 N idx 개 줄어듭니다.
- $\checkmark X = A_{idx}$ 일 때 사탕이 T개 필요하다면, $X = \left\lceil \frac{T-K}{N-idx} \right\rceil$ 일 때 필요한 사탕의 개수가 처음으로 K 이하가 됩니다.
- \checkmark 따라서 $O(N \log N)$ 시간복잡도에 문제를 풀 수 있습니다.

- 두 번째 풀이는 매개 변수 탐색을 이용합니다.
- ✓ X 가 증가하면 필요한 사탕의 개수는 줄어들거나 변하지 않습니다.
- \checkmark 따라서 가능한 X 범위 전체에서 이분 탐색을 수행하여 가능한 가장 작은 X 를 찾을 수 있습니다.
- \checkmark $0 \le X \le \max(A)$ 이므로 시간복잡도는 $O(N \log \max(A))$ 입니다.
- \checkmark 첫 번째 풀이는 답이 0 이상 $\min(A)$ 이하인 경우, 답이 $\max(A)$ 인 경우를 잘 처리해야 합니다.

G. 생일 맞추기

math, bruteforcing 출제진 의도 – **Easy**

- ✓ 처음 푼 팀: AnA.rs, 61분
- ✓ 처음 푼 팀(Open Contest): edenooo, 11분
- ✓ 출제자: 조찬우

G. 생일 맞추기

- ✓ 가능한 생일의 수는 366가지 뿐입니다.
- ✓ 1월 1일부터 12월 31일까지 모든 날짜를 살펴보며 월이 조건을 만족하는지, 일이 조건을 만족하는지 검사하면 문제를 해결할 수 있습니다.
- ✓ 각 달마다 며칠이 있는지 배열에 저장한 다음, 2중 for 문으로 월/일을 늘려가면 쉽게 모든 날짜를 확인할 수 있습니다.
- ✓ 월 또는 일의 십의 자리가 0인 경우를 잘 처리해야 합니다.

✓ 실화를 바탕으로 한 문제입니다. 제 생일은 언제일까요?

ad_hoc, sorting 출제진 의도 – Hard

- ✓ 처음 푼 팀: 문제는 DM으로 부탁드릴게요♣, 61분
- ✓ 처음 푼 팀(Open Contest): riroan, 6분
- ✓ 출제자: 김준서

- \checkmark 감소하지 않는 부분 수열을 P, 증가하지 않는 부분 수열을 Q라고 합시다.
- \checkmark 모든 원소를 P나 Q에 한 번 등장시키는 것은 쉽습니다.
- \checkmark P와 Q에 모두 포함되는 원소를 최대한 늘려야 합니다.
- \checkmark 그런데, P와 Q의 공통 원소가 많을 수 있을까요?

- ✓ 중복 원소가 있으면 헷갈리니 수열 A 에 중복 원소가 없는 상황을 생각해봅시다.
- \checkmark 중복 원소가 없으니 P는 증가해야 하고, Q는 감소해야 합니다.
- \checkmark 따라서 P와 Q의 공통 원소는 최대 1 개 존재할 수 있습니다.
- ✓ 두 번 등장할 수 있는 원소는 하나뿐이므로, 그런 원소는 되도록 큰 값을 가지는 것이 좋습니다.
- \checkmark A 를 정렬하고 $P:=A,Q:=\{A_N\}$ 으로 두면 수열의 가치를 최대화할 수 있습니다.

- ✓ A에 중복 원소가 있는 경우를 생각해봅시다.
- ✓ 방금 전과 똑같은 솔루션을 적용할 수 있을까요?

- ✓ 재배열한 수열에서, 같은 값의 원소들이 인접해 있지 않을 이유가 없습니다.
- \checkmark 원소의 값 \times 등장 횟수가 가장 큰 원소들을 P와 Q에 두 번 등장시키는 것이 최적입니다.
- \checkmark 마찬가지로 A를 정렬하면 수열의 가치를 최대화할 수 있습니다.

I. 양동이 게임

graphs, dp 출제진 의도 – **Hard**

✓ 처음 푼 팀: 내가 ps를 할 리 없잖아, 무리무리! (※무리가 아니었다?!), 109분

✓ 처음 푼 팀(Open Contest): xiaowuc1, 33분

✓ 출제자: 정태건

1. 양동이 게임

- ✓ 물이 흘러나온 양동이로 다시 들어갈 수는 없습니다.
- \checkmark 또한 $1,2,\cdots,i-1$ 번 양동이에서 모두 물이 흘러나오면 i 번째 양동이에는 더 이상 물이 차지 않습니다.
- ✓ 물이 항상 작은 번호의 양동이에서 큰 번호의 양동이로 흐르기 때문입니다.
- ✓ 나가는 호스가 없는 양동이에 쌓인 물의 양의 최댓값이 정답입니다.
- \checkmark 각 양동이와 호스를 한 번씩 살펴보기 때문에 시간복잡도는 O(N+M) 입니다.

ad_hoc, constructive 출제진 의도 **- Medium**

- ✓ 처음 푼 팀: 문제는 DM으로 부탁드릴게요♣, 21분
- ✓ 처음 푼 팀(Open Contest): riroan, 38분
- ✓ 출제자: 정태건

 \checkmark 최소한의 이동으로 1 번 집부터 N 개의 집을 모두 방문하고 다시 1 번 집으로 돌아오는 방법을 구하는 문제입니다.

- ✓ 최소한으로 이동하는 방법이 무엇인지 생각해봅시다.
- 한번 방문한 집을 다시 방문할 필요가 없습니다.
 - 한 방향으로 2 만큼 두 번 이동한 뒤, 반대 방향으로 1 만큼 한번 이동하면 방문한 집을 다시 방문할 필요 없이 한쪽 방향으로 나아갈 수 있습니다.

✓ 항상 이 방법으로 규칙을 만족하며 최소 이동만으로 1번 집에 갈 수 있을까요?

- \checkmark N 이 5일 때를 봅시다.
 - -+2,+2,-1을 반복하면 $1,3,5,4,1,3,2,\cdots$ 이므로 최소 이동경로가 아닙니다.
 - -+2,-1,+2 를 반복하면 $1,3,2,4,1,5,2,\cdots$ 이므로 최소 이동경로가 아닙니다.
 - -1, +2, +2 를 반복하면 $1, 5, 2, 4, 3, 5, 2, \cdots$ 이므로 최소 이동경로가 아닙니다.
- 그렇다면 어떻게 해야 위 방법을 사용할 수 있을까요?

- ✓ 위 방법을 적절히 사용 시 한 번 반복할 때마다 3 개의 인접한 집에 방문할 수 있습니다.
- \checkmark 3 개의 인접한 집을 방문할 수 있으므로, 다시 1 번 집으로 돌아가기 위해 N 이 3k, 3k+1, 3k+2 일 때를 나누어 봅시다.

- $\checkmark N = 3k$ 일때
 - -1, +2, +2 를 반복하면 항상 최소 이동경로입니다.
- \checkmark N = 3k + 1 일 때
 - -+2, -1, +2 를 반복한 뒤 1번 집으로 이동하면 항상 최소 이동경로입니다.
- $\checkmark N = 3k + 2 일 때$
 - -2 번 집으로 이동한 +2, -1, +2 를 반복한 +1 1번 집으로 이동하면 항상 최소 이동경로입니다.
- ✓ 반대 방향으로 이동하는 것도 가능합니다.

- ✓ 예선/본선 문제의 모범 코드는
 https://github.com/justiceHui/Sunrin-Contest/tree/main/Sunrin-ICPC-2023
 에서 확인할 수 있습니다.
- ✓ 감사합니다.