КОЛЛОКВИУМ СП 1 СЕМЕСТР 2025

(1) Наиваня теория множеств, операции с множествами, формулы де Моргана.
(2) Упорядоченные пары, декартово произведение, отношения, примеры.
(3) Функции (функциональное отношение), инъективные и сюръективные отображения, образы и прообразы, обратное отображение, композиция отображений.
(4) Аксиоматика вещественных чисел: аксиомы поля (сложение, умножение, связь между ними), аксиомы порядка, аксиома полноты. Простейшие следствия (по одному следствия из каждого набора аксиом, без доказательства).
(5) Границы множеств. Ограниченность сверху и снизу, супремум и инфимум, их существование.
(6) Натуральные числа, принцип математической индукции, простейшие примеры и следствия (без доказательства.
(7) Целые числа, рациональные числа.
(8) Иррациональные числа, иррациональность $\sqrt{2}$.
(9) Принцип Архимеда, следствия (без доказательства).
(10) Отрезки, интервалы на вещественной прямой, окрестность точки, δ-окрестность, расстояние, неравенство треугольника.
(11) Лемма о вложенных отрезках.
(12) Лемма о конечном покрытии (Бореля-Лебега).
(13) Принцип Больцано-Вейерштрасса.
(14) Равномощные множества, сравнение мощности множества и множества его подмножеств, счетные и несчетные множества.
(15) Топологические пространства: определение, открытые, замкнутые множества, точка прикосновения, предельная точка, замыкание, примеры топологических пространств.
(16) Сравнение топологий, топология, порожденная набором множеств, база топологии, свойства.
(17) Пространство со счетной базой, сеперабельное пространство, связь между ними, нигде не плотное множество, определяющая система окрестностей, первая аксиома счетности.
(18) Покрытие, теорема о выборе конечного или счетного подпокрытия. Хаусдорфовы пространства.
(19) Отображения между топологическими пространствами, непрерывность, непрерывность в точке, эквивалентность непрерывности и непрерывности в каждой точке. Непрерывность композиции.
(20) Метрические пространства: определение, примеры. Непрерывность отображения в терминах метрики. Изолированные точки.
(21) Последовательности в метрических пространствах, предел. Последовательность Коши. Полное метрическое пространство.

(22) Последовательности на вещественной прямой. Предел: определение, примеры. Единственность предела, ограниченность сходящейся последовательности.
(23) Предельный переход и арифметические операции.
(24) Предельный переход и неравенства, теорема о двух милиционерах.
(25) Полнота пространства вещественных чисел $\mathbb{R}$, эквивалентность полноты и непустоты пересечения вложенных шаров.
(26) Теорема Бэра. Пополнение пространства.
(27) Монотонные последовательности в $\mathbb{R}$. Примеры, теорема Вейерштрасса.
(28) Число e: определение, существование.
(29) Верхний и нижний пределы последовательности. Свойства, связь со сходимостью.
(30) Предел функции в метрических пространствах. Эквивалентное определение. Единственность предела.
(31) Арифметические операции с пределами. Предельные переходы в неравенствах. Бесконечно малые.
(32) Непрерывная функция: в точке и на множестве. Непрерывность композиции. Липшицевы и Гельдеровы функции.
(33) Компактность. Равномерная непрерывность, теорема Кантора о равномерной непрерывности.

Коллоквиум оценивается по двухбалльной системе $0/1$. Студент, успешно сдавший коллоквиум, отвечает на экзамене один вопрос из второй половины курса. Формулировки, однако, необходимо знать из обеих частей.

Незнание хотя бы одной из следующих определений и формулировок влечет оценку “неудовлетворительно”: функции и функциональные отношения; леммы о вложенных отрезках и теоремы о вложенных шарах; определение супремума и инфимума, предела последовательности (в разных ситуациях и на разных языках), верхнего и нижнего предела; метрики, предельных точек, открытых и замкнутых множеств, фундаментальной последовательности, полного метрического пространства; числа e; формулировки критерия Коши, теорем о двух милиционерах и о предельном переходе в неравенстве, принципа Больцано– Вейерштрасса; определения компактности, характеристики компактности в $\mathbb{R}^d$; определения непрерывности (в разных терминах), равномерной непрерывности, липшицевости и гельдеровости.