



Cambridge International Examinations

Cambridge International Advanced Level

CANDIDATE NAME			
CENTRE NUMBER		CANDIDATE NUMBER	
MATHEMATICS			9709/32
Paper 3 Pure Mather	matics 3 (P3)	Oc	tober/November 2018
			1 hour 45 minutes
Candidates answer o	n the Question Paper.		
Additional Materials:	List of Formulae (MF9)		

READ THESE INSTRUCTIONS FIRST

Write your Centre number, candidate number and name in the spaces at the top of this page.

Write in dark blue or black pen.

You may use an HB pencil for any diagrams or graphs.

Do not use staples, paper clips, glue or correction fluid.

DO NOT WRITE IN ANY BARCODES.

Answer **all** the questions in the space provided. If additional space is required, you should use the lined page at the end of this booklet. The question number(s) must be clearly shown.

Give non-exact numerical answers correct to 3 significant figures, or 1 decimal place in the case of angles in degrees, unless a different level of accuracy is specified in the question.

The use of an electronic calculator is expected, where appropriate.

You are reminded of the need for clear presentation in your answers.

At the end of the examination, fasten all your work securely together.

The number of marks is given in brackets [] at the end of each question or part question.

The total number of marks for this paper is 75.



 •••••	•••••	 	••••
 		 	••••
 		 	••••
 	•••••	 	••••
 	•••••	 	••••
 	•••••	 	••••
 		 	••••
 •••••	•••••	 •••••	••••
 	•••••	 	••••
 	•••••	 	••••
 		 	••••
 	•••••	 	
 	•••••	 	••••
 		 	••••
 	•••••	 	
 ••••••	•••••	 	••••
 		 	••••

							•••••			
	•••••	•••••	•••••	•••••	•••••	•••••	•••••			•••••
	•••••			•••••		•••••	•••••			•••••
••••••	•••••••	••••••	•••••••	••••••	•••••	•••••••	• • • • • • • • • • • • • • • • • • • •	•	•••••	•••••
••••••	•••••	•••••	••••••	••••••	•••••	••••••	• • • • • • • • • • • • • • • • • • • •	• • • • • • • • • • • • • • • • • • • •	••••••	•••••
	•••••	•••••	• • • • • • • • • • • • • • • • • • • •	•••••	•••••	•••••			•••••	•••••
										•••••
• • • • • • • • • • • • • • • • • • • •	••••••	•••••		••••••	•••••	••••••	••••••	• • • • • • • • • • • • • • • • • • • •	•••••	•••••
••••••	••••••	•••••	• • • • • • • • • • • • • • • • • • • •	••••••	•••••	•••••	•••••	• • • • • • • • • • • • • • • • • • • •	•••••	•••••
	••••••	•••••	•••••		•••••		• • • • • • • • • • • • • • • • • • • •		•••••	•••••
	•••••		•••••	•••••	•••••					•••••
•	••••••	•••••		••••••	•					•••••
••••••	••••••	•••••	•••••	••••••	••••••	••••••	•••••	•••••••	•••••	•••••
							•••••			
	•••••		•••••	• • • • • • • • • • • • • • • • • • • •	•••••	•••••	•••••			•••••

(i)	Find $\int \frac{\ln x}{x^3} dx$.	[3]
(ii)	Hence show that $\int_{1}^{2} \frac{\ln x}{x^3} dx = \frac{1}{16}(3 - \ln 4).$	[2]

Showing all necessary working, solve the equation

4

$\frac{\mathrm{e}^x + \mathrm{e}^{-x}}{\mathrm{e}^x + 1} = 4,$	
giving your answer correct to 3 decimal places.	[5
	•••••

5

The equation of a curve is $y = x \ln(8 - x)$. The gradient of the curve is equal to 1 at only one point,

Show that <i>a</i> satisfies the equation $x = 8 - \frac{1}{\ln x}$	$\overline{(8-x)}$.

(ii)	Verify by calculation that a lies between 2.9 and 3.1.	[2]
		••••••
(iii)	Use an iterative formula based on the equation in part (i) to determine a correct to 2 places. Give the result of each iteration to 4 decimal places.	decimal
(iii)		
(iii)		[3]
(iii)	places. Give the result of each iteration to 4 decimal places.	[3]
(iii)	places. Give the result of each iteration to 4 decimal places.	[3]
(iii)	places. Give the result of each iteration to 4 decimal places.	[3]
(iii)	places. Give the result of each iteration to 4 decimal places.	[3]
(iii)	places. Give the result of each iteration to 4 decimal places.	[3]

a different	urve passes the	find the equ	uation of tl	ne curve, e	expressing	y in terms	of <i>x</i> .	
	•••••					•••••		
••••••	•••••	• • • • • • • • • • • • • • • • • • • •	• • • • • • • • • • • • • • • • • • • •	•••••	•••••	•••••	•••••	••••••
••••••	•••••			•••••	••••••	•••••	•••••	••••••
•••••	•••••	• • • • • • • • • • • • • • • • • • • •						
••••••	•••••	• • • • • • • • • • • • • • • • • • • •	• • • • • • • • • • • • • • • • • • • •	•••••	•••••	•••••	•••••	••••••
••••••	•••••	•••••	• • • • • • • • • • • • • • • • • • • •		•••••	•••••	•••••	•••••
	•••••							
••••••		•••••	• • • • • • • • • • • • • • • • • • • •	•••••	••••••	•••••	•••••	••••••
		•••••		•••••	•••••	•••••	•••••	
••••••			•		•••••			••••••
••••••	•••••	•••••	• • • • • • • • • • • • • • • • • • • •	•••••	••••••	•••••	•••••	••••••
		•••••		•••••	•••••	•••••		
	•••••	• • • • • • • • • • • • • • • • • • • •						
•••••	•••••	•••••	•••••	•••••	•••••	•••••	•••••	•••••

7	A cı	have has equation $y = \frac{3\cos x}{2 + \sin x}$, for $-\frac{1}{2}\pi \leqslant x \leqslant \frac{1}{2}\pi$.	
	(i)	Find the exact coordinates of the stationary point of the curve.	[6]
			•••••
			•••••
			•••••
			•••••
			•••••
			•••••
			•••••
			•••••
			•••••
			•••••
			•••••
			•••••

(ii)	The constant <i>a</i> is such that to 3 significant figures		$\frac{3\cos x}{2+\sin x}\mathrm{d}x=1.$	Find the value	of a , giving you	r answer correct
	to 3 significant figures.	J 0				[4]
		• • • • •				
		• • • • •				
		•••••				
		• • • • •				
		•••••				
		•••••				
		•••••				
		•••••				
		• • • • • •				
		•••••				
		••••				
		••••				
		• • • • • •				
		•••••				
		• • • • • •				
		•••••				
		•••••				
		• • • • • •				
		•••••	•••••		••••••	
		•••••	•••••		••••••	••••••
		•••••		•••••	••••••	••••••
		• • • • • •				
		•••••		••••••••••	••••••	

Q	Let $f(r)$ –	$7x^2 - 15x + 8$
0	Let $I(x) =$	$\frac{7x - 13x + 8}{(1 - 2x)(2 - x)^2}$

Express $f(x)$ in partial fractions.	[5]

••••																														[
	•••••			•••••				••••		••••	••••	••••	• • • •	· • • • •			· • • • •		••••	••••	••••	••••	••••				••••		••••	
								••••																			• • • • •		••••	
•••	•••••	•••••	•••••	•••••	•••••	••••	•••••	••••	••••	••••	••••	••••	••••	••••	••••	••••	••••	••••	••••	••••	••••	••••	••••	••••	••••	••••	••••	•••••	•••••	••••
•••	•••••	•••••	•••••	•••••	••••	••••	••••	••••	••••	••••	••••	••••	• • • •	• • • •	••••	••••	••••	••••	••••	••••	••••	••••	••••	••••	••••	••••	••••	• • • • • •	••••	••••
	•••••	•••••		•••••	••••	••••	••••	••••		••••	••••	••••	• • • •		••••	••••		••••	• • • •	••••		••••	••••	••••	• • • • •	• • • • •	••••	• • • • • •	••••	
							••••	••••		••••	••••	••••										••••					••••		••••	
												••••															••••			
•••	•••••	•••••	•••••	•••••	••••	•••••	••••	••••	••••	••••	••••	••••	• • • •	••••	••••	••••	••••	••••	••••	••••	••••	••••	••••	• • • • •	••••	• • • • •	••••	• • • • •	••••	••••
•••	•••••	•••••	•••••	•••••	••••	••••	••••	••••	••••	••••	••••	• • • •	• • • •		••••	••••	••••	••••	••••	••••	••••	••••	••••	••••	••••	• • • • •	••••	• • • • •	••••	••••
•••	•••••	•••••		•••••	••••	••••	••••	••••		••••	••••	••••	• • • •		••••	••••		••••	• • • •	••••	••••	••••	••••	••••		••••	••••	•••••	••••	••••
•••								••••		••••	••••	••••	• • • •			••••						••••					••••	•••••	••••	
•••		•••••			••••		••••	••••	••••	••••	••••	••••		••••	••••	••••	••••	••••	••••	••••	••••	••••	••••				••••	•••••	••••	
•••	•••••	•••••	•••••	•••••	••••	••••	••••	••••	••••	••••	••••	••••	••••	••••	••••	••••	••••	••••	• • • •	••••	••••	••••	••••	• • • • •	••••	• • • • •	••••	• • • • •	••••	••••
•••	•••••	•••••	•••••	•••••	••••	••••	••••	••••		••••	••••	••••	••••	••••	••••	••••	••••	••••	• • • • •	••••	••••	••••	••••	••••		••••	••••	•••••	••••	•••••
•••		•••••	•••••	•••••			••••	••••		••••	••••	••••	••••	••••		••••			• • • • •	••••	••••	••••	••••				••••	•••••	••••	
								••••				••••	••••														••••		••••	
																													••••	
•••	•••••	•••••	•••••	•••••	••••	••••	••••	••••	••••	••••	••••	••••	• • • •	••••	••••	••••	••••	••••	••••	••••	••••	••••	••••	•••••	• • • • •	•	••••	• • • • • •	••••	••••
•••	•••••	•••••	•••••	•••••	••••	••••	••••	••••	••••	••••	••••	••••	••••	••••	••••	••••	••••	••••	• • • •	••••	••••	••••	••••	••••	••••	••••	••••	• • • • • •	••••	••••
•••	•••••	•••••		•••••	••••	••••	••••	••••		••••	••••	••••	• • • •		••••	••••		••••	••••	••••		••••	••••	••••	••••	••••	••••	•••••	••••	
				•••••			••••	••••		••••	••••	••••					· • • •		••••			••••					••••		••••	
																											••••			

9	(a)	(i)	Without using a calculator, express the complex number $\frac{2+6i}{1-2i}$ in the form $x+iy$, where x and y are real. [2]
			2 + 6i
		(11)	Hence, without using a calculator, express $\frac{2+6i}{1-2i}$ in the form $r(\cos\theta+i\sin\theta)$, where $r>0$
			and $-\pi < \theta \le \pi$, giving the exact values of r and θ . [3]
			and $-\pi < \theta \le \pi$, giving the exact values of r and θ . [3]
			and $-\pi < \theta \le \pi$, giving the exact values of r and θ . [3]
			and $-\pi < \theta \le \pi$, giving the exact values of r and θ . [3]
			and $-\pi < \theta \le \pi$, giving the exact values of r and θ . [3]
			and $-\pi < \theta \le \pi$, giving the exact values of r and θ . [3]
			and $-\pi < \theta \leqslant \pi$, giving the exact values of r and θ .
			and $-\pi < \theta \leqslant \pi$, giving the exact values of r and θ .

(b)	On a sketch of an Argand diagram, shade the region whose points represent complex numbers z satisfying both the inequalities $ z - 3i \le 1$ and Re $z \le 0$, where Re z denotes the real part of z . Find the greatest value of arg z for points in this region, giving your answer in radians correct to 2 decimal places. [5]

10	The line <i>l</i> has equation $\mathbf{r} = 5\mathbf{i} - 3\mathbf{j} - \mathbf{k} + \lambda(\mathbf{i} - 2\mathbf{j} + \mathbf{k})$. The plane <i>p</i> has equation
	$(\mathbf{r} - \mathbf{i} - 2\mathbf{j}) \cdot (3\mathbf{i} + \mathbf{j} + \mathbf{k}) = 0.$

The line l intersects the plane p at the point A.

(i)	Find the position vector of A .	[3]
		•••••

	alculate the acute angle between l and p .	[4
•••		•••••
•••		
•••		
•••		
•••		
•••		
•••		
•••		
•••		
· • •		
· • •		

[Question 10(iii) is printed on the next page.]

•	
•	
•	
•	
•	
•	
•	
_	
•	
•	
•	
•	

Additional Page

If you use the following lined page to complete the answer(s) to any question(s), the question number(s) must be clearly shown.

BLANK PAGE

Permission to reproduce items where third-party owned material protected by copyright is included has been sought and cleared where possible. Every reasonable effort has been made by the publisher (UCLES) to trace copyright holders, but if any items requiring clearance have unwittingly been included, the publisher will be pleased to make amends at the earliest possible opportunity.

To avoid the issue of disclosure of answer-related information to candidates, all copyright acknowledgements are reproduced online in the Cambridge International Examinations Copyright Acknowledgements Booklet. This is produced for each series of examinations and is freely available to download at www.cie.org.uk after the live examination series.

Cambridge International Examinations is part of the Cambridge Assessment Group. Cambridge Assessment is the brand name of University of Cambridge Local Examinations Syndicate (UCLES), which is itself a department of the University of Cambridge.