

1604C023 – Statistics

# *Uji Hipotesis* *Uji Varians – Uji Proporsi*

Week 14

Program Studi Teknik Informatika

Fakultas Teknik – Universitas Surabaya

# Tujuan Pembelajaran

## Mahasiswa

1. mengenal distribusi chi square dan distribusi f
2. mampu melakukan uji varians baik 1 populasi maupun 2 populasi
3. mampu melakukan uji proporsi baik 1 populasi maupun 2 populasi

# *Uji Varians 1 Populasi*

# Syarat

- Data **populasi** yang diambil sebagai sample harus berdistribusi normal
- Statistik uji menggunakan distribusi ***Chi-Square***
- Uji *chi-square* untuk varians sangat sensitif terhadap penyimpangan dari asumsi normalitas. Oleh karena itu, jika populasi tidak berdistribusi normal, khususnya untuk ukuran sampel yang kecil, keakuratan pengujian dapat sangat terpengaruh.

# Hipotesis Uji Varians 1 Populasi

$$H_0 : \sigma^2 = \sigma_0^2 \quad \text{atau} \quad H_0 : \sigma^2 \geq \sigma_0^2$$

$$H_1 : \sigma^2 < \sigma_0^2$$

$$H_0 : \sigma^2 = \sigma_0^2 \quad \text{atau} \quad H_0 : \sigma^2 \leq \sigma_0^2$$

$$H_1 : \sigma^2 > \sigma_0^2$$

$$H_0 : \sigma^2 = \sigma_0^2$$

$$H_1 : \sigma^2 \neq \sigma_0^2$$

$\sigma_0^2$  = konstanta yang menyatakan parameter dari suatu populasi

# Uji Varians 1 Populasi

## Statistic Uji

$$\chi_{hitung}^2 = \frac{(n-1)s^2}{\sigma_0^2}$$

$$s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1}}$$

$$df = n - 1$$

$s^2$  = varians sample

$n$  = banyaknya anggota sample

$df$  = derajat kebebasan

$x_i$  = sample ke- $i$

$\bar{x}$  = rata-rata sample

# Penentuan Daerah Penolakan

$$H_0 : \sigma^2 = \sigma_0^2 \quad \text{atau} \quad H_0 : \sigma^2 \geq \sigma_0^2 \quad \textit{Tolak } H_0 : \chi_{hitung}^2 < \chi_{1-\alpha}^2$$

$$H_1 : \sigma^2 < \sigma_0^2$$

$$H_0 : \sigma^2 = \sigma_0^2 \quad \text{atau} \quad H_0 : \sigma^2 \leq \sigma_0^2 \quad \textit{Tolak } H_0 : \chi_{hitung}^2 > \chi_{\alpha}^2$$

$$H_1 : \sigma^2 > \sigma_0^2$$

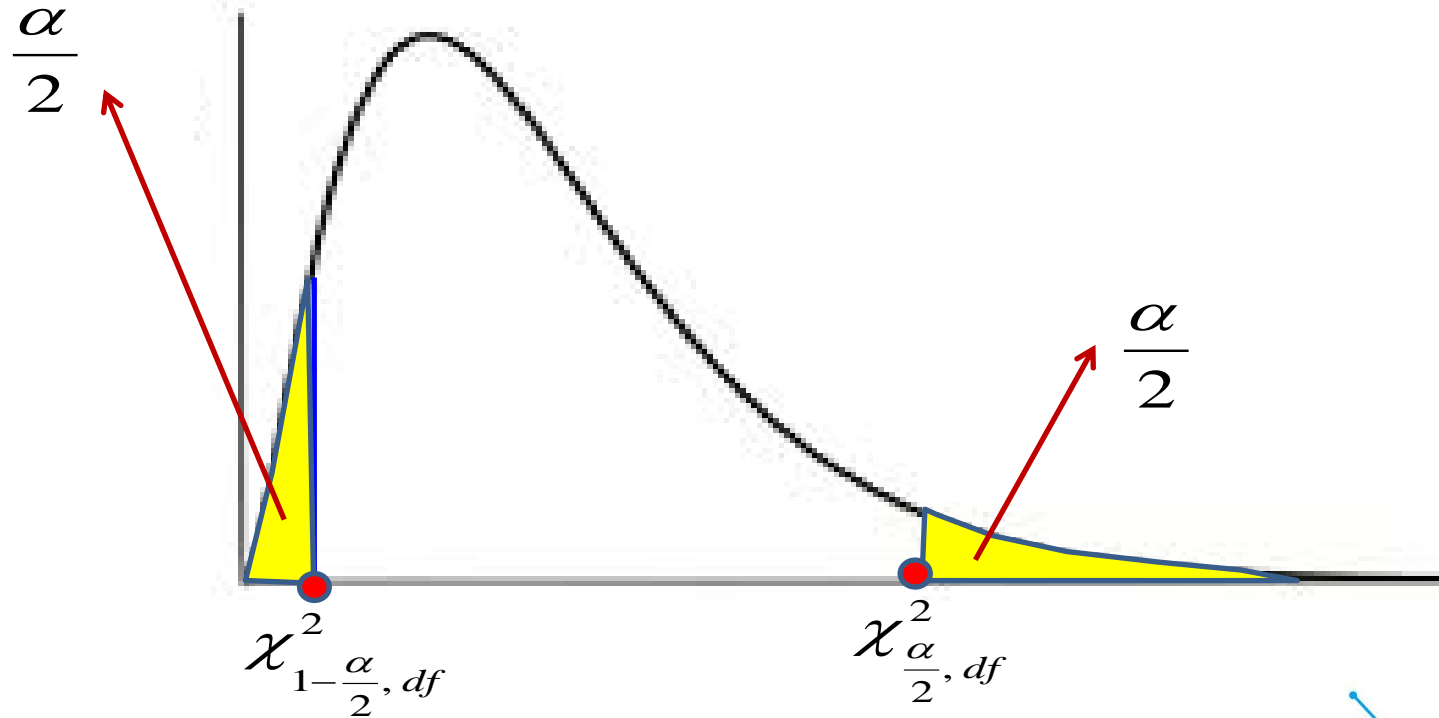
$$H_0 : \sigma^2 = \sigma_0^2$$

$$H_1 : \sigma^2 \neq \sigma_0^2$$

*Tolak  $H_0$  :*

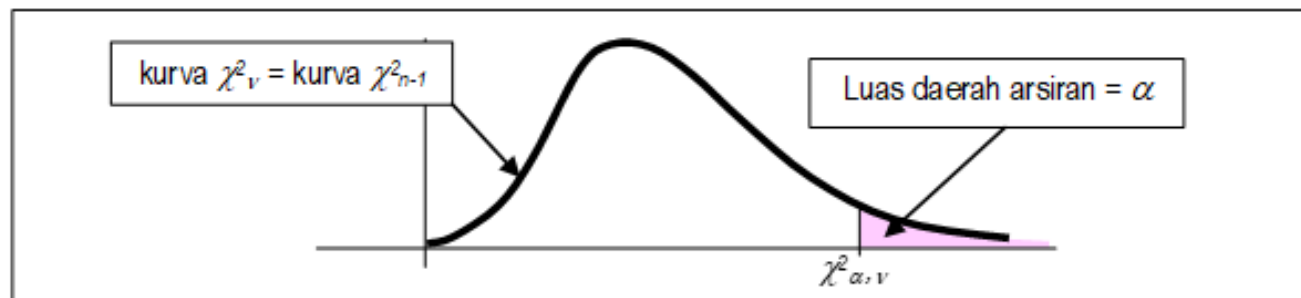
$$\chi_{hitung}^2 > \chi_{\frac{\alpha}{2}}^2$$
$$\chi_{hitung}^2 < \chi_{1-\frac{\alpha}{2}}^2$$

# Kurva Chi Square





Tabel Distribusi- $\chi^2$  : Luas ujung kurva (*curve tail areas*)



$$\chi^2_{\alpha=5\%, df=5}$$

$v$	$\alpha$									
	0.995	0.990	0.975	0.950	0.900	0.100	0.050	0.025	0.010	0.005
1	0.000	0.000	0.001	0.004	0.016	2.706	3.841	5.024	6.635	7.879
2	0.010	0.020	0.051	0.103	0.211	4.605	5.991	7.378	9.210	10.597
3	0.072	0.115	0.216	0.352	0.584	6.251	7.815	9.348	11.345	12.838
4	0.207	0.297	0.484	0.711	1.064	7.779	9.488	11.143	13.277	14.860
5	0.412	0.554	0.831	1.145	1.610	9.236	11.070	12.832	15.086	16.750
6	0.676	0.872	1.237	1.635	2.204	10.645	12.592	14.449	16.812	18.548
7	0.989	1.239	1.690	2.167	2.833	12.017	14.067	16.013	18.475	20.278
8	1.344	1.647	2.180	2.733	3.490	13.362	15.507	17.535	20.090	21.955
9	1.735	2.088	2.700	3.325	4.168	14.684	16.919	19.023	21.666	23.589

# Contoh

Selama ini, perusahaan minyak goreng memiliki mesin pengisi minyak goreng dengan keseragaman isi botol sama dengan 10 ml<sup>2</sup>. Perusahaan ingin mengetahui apakah terjadi perubahan keseragaman isi botol. Untuk itu diambil sampel acak dan diperoleh hasilnya sebagai berikut:

Botol ke	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Isi (ml)	1602	1597	1596	1601	1599	1603	1604	1602	1601	1600

Dengan  $\alpha = 5\%$ , bantulah perusahaan untuk melakukan pengujian apakah terjadi perubahan keseragaman isi botol?

# Latihan

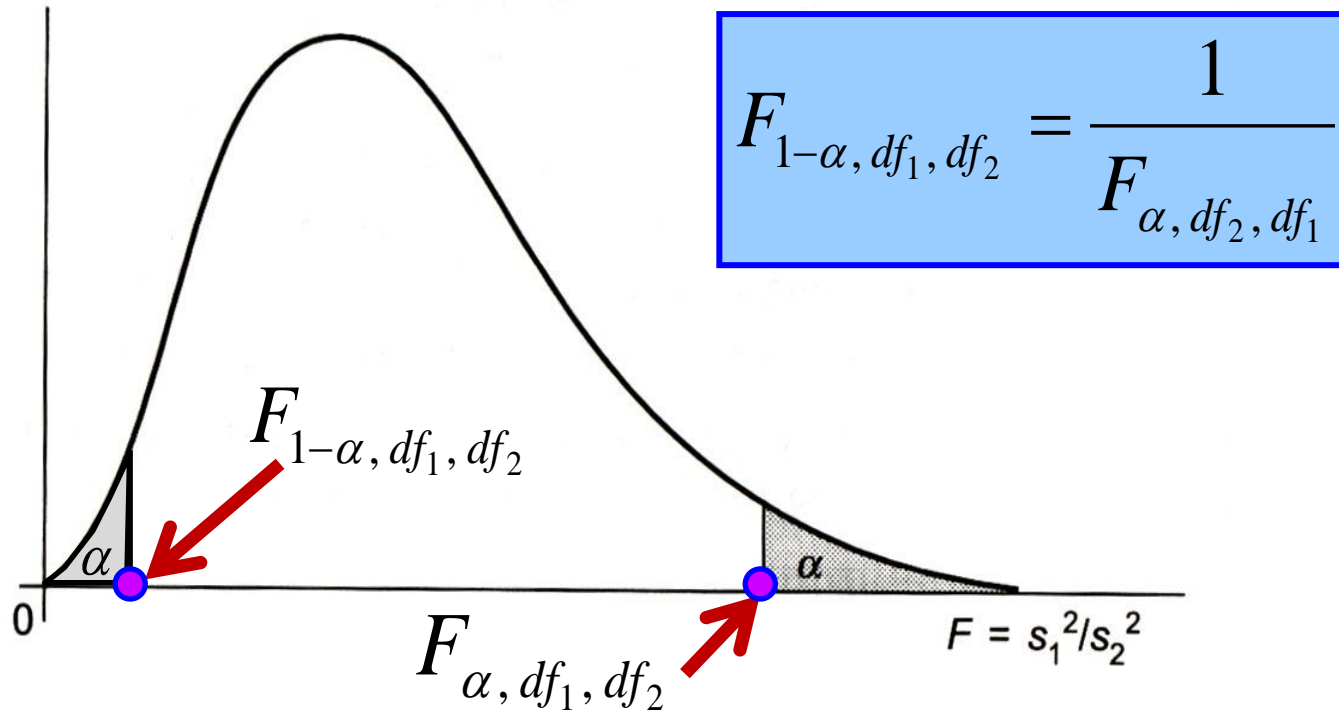
Berdasarkan data masa lampau diketahui bahwa standar deviasi dari air limun dalam botol yang pengisiannya dilakukan oleh mesin adalah 0.25 cc. Akhir-akhir ini diduga bahwa mesin telah berjalan tidak sebagaimana mestinya, oleh karena variansi isi botol diduga telah menjadi **besar**. Untuk menentukan apakah perlu atau tidak melakukan pengecekan terhadap mesin, diteliti sebanyak 20 botol yang telah diisi dan dihitung standar deviasinya dan didapat hasilnya  $s = 0.32$  cc. Lakukan pengujian apakah perlu melakukan pengecekan terhadap mesin dengan  $\alpha = 5\%$ .

# *Uji Varians - 2 Populasi*

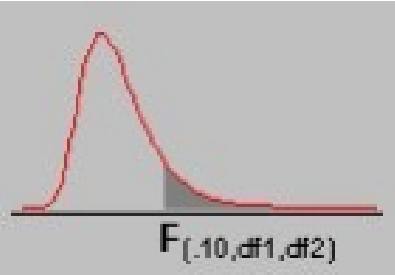
# Syarat

- Uji perbedaan varians 2 populasi independent didasarkan pada rasio kedua varians sample
- Data di kedua **populasi** yang diambil sebagai sample harus terdistribusi normal
- Sumber data pada populasi pertama harus **independen** terhadap sumber data di populasi kedua (*independent sample*)
- Statistik uji menggunakan **distribusi F**

# Distribusi F (Fisher - Snedecor)



# Distribusi F (Fisher - Snedecor)



Titik Persentase Distribusi F untuk Probabilitas = 0,05

1

3

2

df untuk penyebut (N2)	df untuk pembilang (N1)											
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	161	199	216	225	230	234	237	239	241	242	243	244
2	18.51	19.00	19.16	19.25	19.30	19.33	19.35	19.37	19.38	19.40	19.40	19.41
3	10.13	9.55	9.28	9.12	9.01	8.94	8.89	8.85	8.81	8.79	8.76	8.74
4	7.71	6.94	6.59	6.39	6.26	6.16	6.09	6.04	6.00	5.96	5.94	5.91
5	6.61	5.79	5.41	5.19	5.05	4.95	4.88	4.82	4.77	4.74	4.70	4.68
6	5.99	5.14	4.76	4.53	4.39	4.28	4.21	4.15	4.10	4.06	4.03	4.00
7	5.59	4.74	4.35	4.12	3.97	3.87	3.79	3.73	3.68	3.64	3.60	3.57

$$X \sim F(\alpha = 5\%, df_1 = 5, df_2 = 7)$$

# Hipotesis Uji Varians 2 Populasi

$$H_0: \sigma_1^2 = \sigma_2^2 \quad \text{atau} \quad H_0: \sigma_1^2 \geq \sigma_2^2$$

$$H_1: \sigma_1^2 < \sigma_2^2$$

$$\textit{Tolak } H_0 : \frac{s_1^2}{s_2^2} < F_{1-\alpha, n_1-1, n_2-1}$$

$$H_0: \sigma_1^2 = \sigma_2^2 \quad \text{atau} \quad H_0: \sigma_1^2 \leq \sigma_2^2$$

$$H_1: \sigma_1^2 > \sigma_2^2$$

$$\textit{Tolak } H_0 : \frac{s_1^2}{s_2^2} > F_{\alpha, n_1-1, n_2-1}$$

$$H_0: \sigma_1^2 = \sigma_2^2$$

$$H_1: \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$$

$$\textit{Tolak } H_0 : \frac{s_1^2}{s_2^2} > F_{\alpha/2, n_1-1, n_2-1} \quad \text{atau} \quad \frac{s_1^2}{s_2^2} < F_{1-\alpha/2, n_1-1, n_2-1}$$



# Statistik Uji

$$F_{Hitung} = \frac{s_1^2}{s_2^2}$$

$$df_1 = n_1 - 1$$

$$df_2 = n_2 - 1$$

$s_1^2$  = varians dari kelompok sample ke-1

$s_2^2$  = varians dari kelompok sample ke-2

$n_1$  = banyaknya anggota kelompok sample ke-1

$n_2$  = banyaknya anggota kelompok sample ke-2

$df_1$  = derajat kebebasan kelompok sample ke-1

$df_2$  = derajat kebebasan kelompok sample ke-2

# Contoh

Sebuah eksperimen dilakukan untuk mengetahui besarnya pengurangan kebisingan oleh bahan peredam suara pada kompartemen mobil. Bahan yang digunakan untuk uji coba adalah bahan A dan B. Hasil eksperimen sebagai berikut :

Bahan A : 8 kompartemen

41, 43, 60, 56, 85, 79, 51, 49 (dB)

Bahan B : 9 kompartemen

73, 67, 83, 70, 66, 68, 92, 76, 59 (dB)

Lakukan pengujian apakah varian dari bahan A lebih kecil dari bahan B. Gunakan  $\alpha = 5\%$ .

# Latihan

Karyawan bank X menduga bahwa gaji untuk karyawan baru baik wanita maupun pria berdistribusi normal. Karyawan tersebut ingin menguji dengan  $H_0$  : varian gaji karyawan baru pria **sama dengan** varian gaji karyawan baru wanita. Untuk itu dilakukan pengambilan sample sebanyak 10 karyawan baru pria dan 7 karyawan baru wanita. Didapatkan varian dari karyawan baru pria = 275 dan wanita = 225. Gunakan  $\alpha = 10\%$  dan  $H_1$  : varian gaji karyawan baru pria **TIDAK sama** dengan varian gaji karyawan baru wanita.

# *Uji Proporsi - 1 Populasi*

# Uji Proporsi

- Uji ini digunakan untuk mengetahui kebenaran dari pernyataan terkait dengan proporsi populasi
- Uji proporsi dengan menggunakan Z test dapat dilakukan apabila:

$$X \geq 5 \text{ dan } (n - X) \geq 5$$

dengan :

*X = the number of events of interest*

*n = banyaknya sample*

# Hipotesis Uji Proporsi 1 Populasi

Ada 3 macam hipotesis

$$H_0: p = p_0 \quad \text{atau} \quad H_0: p \geq p_0$$

$$H_1: p < p_0$$

$$H_0: p = p_0 \quad \text{atau} \quad H_0: p \leq p_0$$

$$H_1: p > p_0$$

$$H_0: p = p_0$$

$$H_1: p \neq p_0$$

$p_0$  = konstanta yang menyatakan besarnya proporsi dari suatu populasi

# Statistik Uji

$$Z_{hitung} = \frac{\hat{p} - p_0}{\sqrt{\frac{p_0 * q_0}{n}}}$$

$$\hat{p} = \frac{X}{n}$$

$n$  = jumlah *sample*

$\hat{p}$  = proporsi sample

$$q_0 = 1 - p_0$$

# Penentuan penolakan $H_0$

$$H_0 : p = p_0 \quad \text{atau} \quad H_0 : p \geq p_0$$

$$H_1 : p < p_0$$

$$\text{Tolak } H_0 : Z_{\text{hitung}} < -Z_{\alpha}$$

$$H_0 : p = p_0 \quad \text{atau} \quad H_0 : p \leq p_0$$

$$H_1 : p > p_0$$

$$\text{Tolak } H_0 : Z_{\text{hitung}} > Z_{\alpha}$$

$$H_0 : p = p_0$$

$$H_1 : p \neq p_0$$

$$\text{Tolak } H_0 : Z_{\text{hitung}} < -Z_{\alpha/2} \text{ atau } Z_{\text{hitung}} > Z_{\alpha/2}$$



# Contoh

Bagian pemasaran menyatakan bahwa selama ini sebuah survey memiliki tingkat respon hanya 4%. Untuk mengetahui kebenaran dari informasi tersebut, dilakukan pengujian dengan mengambil *random sample* dari 500 objek yang disurvei. Ternyata survey hanya direspon oleh 25 responden. Lakukan pengujian pada signifikan level = 0.05.

# Latihan

Hasil sensus 5 tahun yang lalu mencatat bahwa 20% penduduk hidup di bawah rata-rata. Untuk mengetahui apakah % tersebut sudah berubah atau tidak, diambil sample sebanyak 500 keluarga dan diperoleh hasil bahwa 91 keluarga hidup di bawah rata-rata. Lakukan pengujian untuk menentukan apakah taraf hidup penduduk sudah berubah atau belum!

# *Uji Proporsi - 2 Populasi*

# Uji Proporsi 2 Populasi

Uji ini digunakan untuk menentukan apakah ada perbedaan proporsi yang menyolok antara 2 populasi independen.

# Hipotesis Uji Proporsi 2 Populasi

Ada 3 macam hipotesis

1.  $H_0 : p_1 - p_2 = D_0$  atau  $H_0 : p_1 - p_2 \geq D_0$

$$H_1 : p_1 - p_2 < D_0$$

2.  $H_0 : p_1 - p_2 = D_0$  atau  $H_0 : p_1 - p_2 \leq D_0$

$$H_1 : p_1 - p_2 > D_0$$

3.  $H_0 : p_1 - p_2 = D_0$

$$H_1 : p_1 - p_2 \neq D_0$$

# Uji Proporsi 2 Populasi

Variabel acak akan mendekati distribusi normal apabila:

$n_1$  dan  $n_2$  besar

# Uji Proporsi 2 Populasi

- $X_1$  = jumlah sukses dalam sample  $n_1$  dari populasi 1 dengan proporsi  $p_1$

$$\hat{p}_1 = \frac{x_1}{n_1}$$

- $X_2$  = jumlah sukses dalam sample  $n_2$  dari populasi 2 dengan proporsi  $p_2$

$$\hat{p}_2 = \frac{x_2}{n_2}$$

- Proporsi sukses dalam sample gabungan dikenal dengan nama *pooled estimator p* didefinisikan :

$$\hat{p} = \frac{x_1 + x_2}{n_1 + n_2}$$

# Uji Proporsi 2 Populasi

## Statistik Uji

$$Z_{hitung} = \frac{(\hat{p}_1 - \hat{p}_2) - (p_1 - p_2)}{\sqrt{\hat{p}(1 - \hat{p})} \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}}$$



# Penentuan penolakan $H_0$

$$H_0 : p_1 - p_2 = D_0 \quad \text{atau} \quad H_0 : p_1 - p_2 \geq D_0$$

$$H_1 : p_1 - p_2 < D_0$$

Tolak  $H_0$  :  $Z_{\text{hitung}} < -Z_{\alpha}$

$$H_0 : p_1 - p_2 = D_0 \quad \text{atau} \quad H_0 : p_1 - p_2 \leq D_0$$

$$H_1 : p_1 - p_2 > D_0$$

Tolak  $H_0$  :  $Z_{\text{hitung}} > Z_{\alpha}$

$$H_0 : p_1 - p_2 = D_0$$

$$H_1 : p_1 - p_2 \neq D_0$$

Tolak  $H_0$  :  $Z_{\text{hitung}} < -Z_{\alpha/2}$  atau  $Z_{\text{hitung}} > Z_{\alpha/2}$

# Contoh

Seorang direktur personalia ingin mengevaluasi kelayakan pakai dua metode evaluasi kinerja. Untuk itu, Ia meminta karyawan dari 2 divisi yang berbeda untuk memberikan pendapatnya mengenai kedua metode tersebut. 63 dari 78 karyawan divisi 1 menilai bahwa metode 1 lebih layak untuk digunakan.

Sedangkan 49 dari 82 karyawan divisi 2 menilai bahwa metode 1 lebih layak untuk digunakan. Pada tingkat signifikansi 0,01, apakah ada perbedaan pendapat antara kedua divisi tersebut?

Asumsi : Berdistribusi normal

1. Berdasarkan penelitian yang dilakukan di sebuah kota diketahui bahwa dari 100 ibu-ibu, 68 diantaranya lebih menyukai tepung A dibandingkan tepung B. Penelitian di kota lain diketahui bahwa 216 dari 300 ibu-ibu lebih menyukai tepung A dibandingkan tepung B. Lakukan pengujian apakah ada perbedaan persentase kaum ibu di kedua kota tersebut yang lebih menyukai tepung A dibandingkan tepung B.

# Latihan

Kelas Inggris dilakukan dengan dua metode pengajaran yaitu metode audio-visual dan konvensional. Untuk mengetahui metode mana yang lebih berhasil, 250 siswa dilibatkan, 100 diantaranya diajar dengan metode audio-visual dan 150 dengan metode konvensional. Hasil yang diperoleh sebagai berikut :

	<b>Audio visual</b>	<b>Kelas pengajaran</b>
Pass	63	107
Fail	37	43
<b>Total</b>	<b>100</b>	<b>150</b>

Lakukan pengujian apakah ada perbedaan tingkat kelulusan dari kedua metode diatas! Apakah data mendukung bahwa tingkat kelulusan metode kelas pengajaran lebih besar dari metode audio-visual?