

1 Tham số

- Tập $2N + 2M + K$ điểm:
 - Hành khách i : điểm đón i và điểm trả $i + N + M$ ($i = 1, 2, \dots, N$)
 - Gói hàng j : điểm lấy hàng j và điểm trả $j + N + M$ ($j = N + 1, N + 2, \dots, N + M$)
 - K điểm logic $2N + 2M + 1, 2N + 2M + 2, \dots, 2N + 2M + K$ tham chiếu tới điểm xuất phát vật lý 0. Điểm $2N + 2M + k$ tương ứng là điểm bắt đầu và kết thúc lộ trình xe thứ k ($k = 1, 2, \dots, K$)
- d_{ij} : Khoảng cách từ điểm i tới điểm j ($i, j \in \{1, 2, \dots, 2N + 2M + K\}$)
- w_i : Sự thay đổi khối lượng hàng khi đi tới điểm i ($i = 1, 2, \dots, 2N + 2M + K$)

$$w_i = \begin{cases} q_i & \text{nếu } N + 1 \leq i \leq N + M \\ -q_{i-(N+M)} & \text{nếu } 2N + M + 1 \leq i \leq 2N + 2M \\ 0 & \text{ngược lại} \end{cases}$$

- Q_k : Khối lượng hàng tối đa xe thứ k có thể chở ($k = 1, 2, \dots, K$)

1.1 Biến quyết định

- x_{ij} : Biến nhị phân, xác định cung đi từ điểm i đến điểm j có xuất hiện trong lộ trình của 1 trong k xe không ($i, j \in \{1, 2, \dots, 2N + 2M + K\}$)

$$x_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{nếu cung } (i, j) \text{ có trong lộ trình của 1 xe} \\ 0 & \text{ngược lại} \end{cases} \quad (1)$$

- Tại mỗi điểm i ($i = 1, 2, \dots, 2N + 2M + K$):

- r_i : chỉ số của xe đi qua điểm i trong lộ trình

$$1 \leq r_i \leq K \quad (2)$$

- t_i : thứ tự của điểm i trong lộ trình của xe k đi qua nó (điểm xuất phát có thứ tự 0)

$$0 \leq t_i \leq 2N + 2M \quad (3)$$

- c_i : khối lượng hàng xe k (đi qua điểm i) còn chịu được khi đi tới điểm i

$$0 \leq c_i \leq \max_{1 \leq k \leq K} \{Q_k\} \quad (4)$$

2 Ràng buộc

- Ràng buộc cân bằng luồng vào ra:

$$\sum_{j=1}^{2N+2M+K} x_{ij} = 1, \quad i = 1, 2, \dots, 2N + 2M + K \quad (5)$$

$$\sum_{i=1}^{2N+2M+K} x_{ij} = 1, \quad j = 1, 2, \dots, 2N + 2M + K \quad (6)$$

- Xác định r_i :

$$r_{2N+2M+k} = k, \quad k = 1, 2, \dots, K \quad (7)$$

$$\begin{aligned} r_j - r_i &\leq \mu \times (1 - x_{ij}), \quad i = 1, 2, \dots, 2N + 2M + K, \\ r_j - r_i &\geq -\mu \times (1 - x_{ij}), \quad j = 1, 2, \dots, 2N + 2M, i \neq j \end{aligned} \quad (8)$$

- Xác định t_i :

$$t_{2N+2M+k} = 0, \quad k = 1, 2, \dots, K \quad (9)$$

$$\begin{aligned} t_j - t_i - 1 &\leq \mu \times (1 - x_{ij}), \quad i = 1, 2, \dots, 2N + 2M + K, \\ t_j - t_i - 1 &\geq -\mu \times (1 - x_{ij}), \quad j = 1, 2, \dots, 2N + 2M, i \neq j \end{aligned} \quad (10)$$

- Xác định c_i :

$$c_{2N+2M+k} = Q_k, \quad k = 1, 2, \dots, K \quad (11)$$

$$\begin{aligned} c_j - c_i - w_j &\leq \mu \times (1 - x_{ij}), \quad i = 1, 2, \dots, 2N + 2M + K, \\ c_j - c_i - w_j &\geq -\mu \times (1 - x_{ij}), \quad j = 1, 2, \dots, 2N + 2M, i \neq j \end{aligned} \quad (12)$$

- Điểm đón và trả của hành khách i phải thuộc lộ trình của cùng một xe, tương tự với các gói hàng:

$$r_i = r_{i+N+M}, \quad i = 1, 2, \dots, N + M \quad (13)$$

- Điểm đón khách phải liền trước điểm trả khách:

$$x_{i,(i+N+M)} = 1, \quad i = 1, 2, \dots, N \quad (14)$$

- Điểm lấy hàng phải ở trước điểm giao hàng:

$$t_i + 1 \leq t_{i+N+M}, \quad i = N + 1, N + 2, \dots, N + M \quad (15)$$

- Khối lượng còn lại của xe tại mọi thời điểm không âm (đã thỏa mãn).

3 Ràng buộc thừa

- Các điểm logic tham chiếu đến 0 không nối lẫn nhau:

$$\begin{aligned} x_{ij} = 0, \quad i = 2N + 2M + 1, \dots, 2N + 2M + K, \\ j = 2N + 2M + 1, \dots, 2N + 2M + K, i \neq j \end{aligned} \quad (16)$$

- Một điểm không tự nối tới chính nó, trừ K điểm logic tham chiếu tới 0:

$$x_{ii} = 0, \quad i = 1, 2, \dots, 2N + 2M \quad (17)$$

4 Hàm mục tiêu

$$\sum_{i=1}^{2N+2M+K} \sum_{j=1}^{2N+2M+K} d_{ij} \times x_{ij} \leftarrow \min \quad (18)$$